



# PARAMETRİK OLMAYAN İSTATİSTİKSEL TEKNİKLER 8

Prof. Dr. Ali ŞEN

1



## **İki Populasyonun Karşılaştırılması: Eşleştirilmiş Örnekler için Wilcoxon İşaretli Mertebe Testi -BÜYÜK ÖRNEK**

Bağımsız populasyonlara uygulanan mertebe toplamaları testinde olduğu gibi wilcoxon'un işaretli mertebeler testi istatistiği de büyük örneklerde ( $n \geq 25$ ) normal dağılıma yakınsar.

Varsayım :

- 1- Farkların örneğe seçildiği farklar populasyonunun dağılışı sürekli dir
- 2- Örnekler farklar populasyonundan rastgele seçilmiştir.

2



## İki Populasyonun Karşılaştırılması: Eşleştirilmiş Örnekler için Wilcoxon İşaretli Mertebe Testi -BÜYÜK ÖRNEK

Tek yönlü test:

H<sub>0</sub>: İki populasyon eş dağılışa sahiptir

H<sub>1</sub>: A'nın dağılışı B'ye göre sağdadır

Test İstatistiği: 
$$z = \frac{T_+ - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

Ret bölgesi:

$$z > z_{\alpha}$$

Varsayım (n ≥ 25)

Çift yönlü test

İki populasyon eş dağılışa sahiptir

A'nın dağılışı B'ye göre sağa veya sola kaymıştır

Ret Bölgesi:

$$z < -z_{\alpha/2} \text{ veya } z > z_{\alpha/2}$$

3



## PARAMETRİK OLMAYAN İSTATİSTİKSEL TEKNİKLER-9

Prof. Dr. Ali ŞEN

4



## Tam Rassel Tasarım- Tesadüf Parselleri için Kruskal Wallis H testi

Tam rassel tasarım karşılaştırılmak istenen p adet popülasyondan alınan bağımsız örneklemelere uygulanan bir testtir.

p adet popülasyonun dağılımlarının normal olduğu bilindiğinde bu popülasyonların ortalamalarını karşılaştırmak için varyans analizi ve -testi kullanılabilmektedir

p adet popülasyon herhangi bir dağılım varsayımı gereksizdir  
kruskal wallis' in H testi ile karşılaştırılabilir.

Varsayım :

- 1-P adet örneklem bağımsız ve rastgele seçilmiştir
- 2-Her örneklemde 5 veya daha fazla ölçüm vardır
- 3-Örneklemelerin seçildiği p popülasyonun dağılımı sürekli.

5



## Tam Rassel Tasarım- Tesadüf Parselleri için Kruskal Wallis H testi

Örnek:

Üç farklı sektöre ait firmalarda çalışan sayılarının karşılaştırılması istenmektedir (Tarım, İmalat ve Hizmet) Her sektöre ait 10 adet şirket örnekleme seçilmiş ve her birinde çalışan sayıları incelenmiştir.  
Sonuçlar şu şekildedir

6



### Tam Rassel Tasarım- Tesadüf Parselleri için Kruskal Wallis H testi

| Tarım | İmalat | Hizmet |
|-------|--------|--------|
| 10    | 244    | 17     |
| 350   | 93     | 249    |
| 4     | 3532   | 38     |
| 26    | 17     | 5      |
| 15    | 526    | 101    |
| 106   | 133    | 1      |
| 18    | 14     | 12     |
| 23    | 192    | 233    |
| 62    | 443    | 31     |
| 8     | 69     | 39     |

7



### Tam Rassel Tasarım- Tesadüf Parselleri için Kruskal Wallis H testi

$H_0$  : Her üç populasyon eş dağılışa sahiptir.

$H_1$  : En az bir populasyon yer olarak diğerlerinden farklıdır.

Test istatistiği:

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^p \frac{R_j^2}{n_j} - 3(n+1)$$

burada  $n_j$ , j inci örneklemdaki gözlem sayısı n de toplam örnek hacmidir.  $R_j$  her örneklemin mertebe toplamlarıdır.

8



## Tam Rassel Tasarım- Tesadüf Parselleri için Kruskal Wallis H testi

| Tarım Mertebe |    | İmalat      | Mertebe | Hizmet Mertebe |     |
|---------------|----|-------------|---------|----------------|-----|
| 10            | 5  | 244         | 25      | 17             | 9.5 |
| 350           | 27 | 93          | 19      | 249            | 26  |
| 4             | 2  | 3532        | 30      | 38             | 15  |
| 26            | 13 | 17          | 9.5     | 5              | 3   |
| 15            | 8  | 526         | 29      | 101            | 20  |
| 106           | 21 | 133         | 22      | 1              | 1   |
| 18            | 11 | 14          | 7       | 12             | 6   |
| 23            | 12 | 192         | 23      | 233            | 24  |
| 62            | 17 | 443         | 28      | 31             | 14  |
| 8             | 4  | 69          | 18      | 39             | 16  |
| $R_1=120$     |    | $R_2=210.5$ |         | $R_3=134.5$    |     |

$$n_1 = n_2 = n_3 = 10 \quad n=30$$

9



## Tam Rassel Tasarım- Tesadüf Parselleri için Kruskal Wallis H testi

Mertebe toplamlarına  $R_1, R_2, R_3$  dersek

$$H = \frac{12}{30(31)} \left[ \frac{(120)^2}{10} + \frac{(210.5)^2}{10} + \frac{(134.5)^2}{10} \right] - 3(31) = 99.097 - 93 = 6.097$$

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^p n_j (\bar{R}_j - \bar{R})^2$$

$\bar{R}_j$  J. örneğine karşılık gelen ortalama mertebe  $\bar{R}$  ise tüm mertebelerin ortalamasıdır. Tüm örneklemlerin mertebeleri aynı olursa H istatistiği sıfır olurken, ortalama mertebeler arasındaki uzaklık arttıkça H değeri büyüyecektir

10



### Tam Rassel Tasarım- Tesadüf Parselleri için Kruskal Wallis H testi

❑ Sıfır hipotezi geçerli iken H ın dağılımı tüm p örneklem hacmi 5 ten büyükken yaklaşık olarak (p-1) serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir.

Büyük H değeri farklı dağılım yerini yani alternatif hipotezin geçerliliğini işaret eder  
Yani  $H > \chi^2_{\alpha}$  ise  $H_0$  reddedilir.

11



### Tam Rassel Tasarım- Tesadüf Parselleri için Kruskal Wallis H testi

❑ Örnekte sd p-1 =2

Öyleyse tablodan 2 serbestlik dereceli ki  
kare değeri

$$\chi^2_{0.05} = 5.99$$

H=6.097 olduğundan  $H_0$  reddedilir

12



# PARAMETRİK OLMAYAN İSTATİSTİKSEL TEKNİKLER-10

Prof. Dr. Ali ŞEN

13



## **Tesadüf Blokları için Friedman'ın $F_r$ testi**

Tesadüf blokları ile karşılaştırılmak istenen p adet popülasyonun normal dağılımlı ve eşit varyanslı olmaları gerekmektedir. Bu varsayımlar sağlanmadığında p adet popülasyonu karşılaştırmak için Friedmanın  $F_r$  testi kullanılabilir

Varsayım :

- 1-Muameleler blok içindeki deney birimlerine rastgele atanmıştır.
- 2-Ki-kare dağılımının geçerli olması için ya blok sayısı (b) ya da muamele sayısı (p) 5 ten daha fazla olmalıdır.
- 3-Örneklemelerin seçildiği p popülasyonun dağılışı sürekli.

14



### **Tesadüf Blokları için Friedman'ın $F_r$ testi**

Bir pazarlamam şirketi üç farklı reklam tipinin görelî etkinliklerini karşılaştırmak istemektedir. (doğrudan posta, gazete ilanı ve dergi ilanı)

15 adet müşteri için her reklam tipi bir yıl boyunca uygulanmış ve her reklam tipine verilen yüzde tepki oranları kaydedilmiştir. ,

15



### **Tesadüf Blokları için Friedman'ın $F_r$ testi**

15 firmanın farklı ürün yapısı olduğundan bunların blok etkisi gözönünde bulundurulmalıdır.

Bu yüzden her firmanın içindeki (blok) gözlemler mertebelenir ve her reklam tipi için mertebe toplamaları hesaplanır.

16





### Tesadüf Blokları için Friedman'ın $F_r$ testi

| Şirket | Doğrudan<br>Posta | Mrtb     | Gazete | Mrtb | Dergi    | Mrtb     |
|--------|-------------------|----------|--------|------|----------|----------|
| 1      | 7.3               | 1        | 15.7   | 3    | 10.1     | 2        |
| 2      | 9.4               | 2        | 18.3   | 3    | 8.2      | 1        |
| 3      | 4.3               | 1        | 11.2   | 3    | 5.1      | 2        |
| 4      | 11.3              | 2        | 19.1   | 3    | 6.5      | 1        |
| 5      | 3.3               | 1        | 9.2    | 3    | 8.7      | 2        |
| 6      | 4.2               | 1        | 10.5   | 3    | 6.0      | 2        |
| 7      | 5.9               | 1        | 8.7    | 2    | 12.3     | 3        |
| 8      | 6.2               | 1        | 14.3   | 3    | 11.1     | 2        |
| 9      | 4.3               | 2        | 3.1    | 1    | 6.0      | 3        |
| 10     | 10.0              | 1        | 18.8   | 3    | 12.1     | 2        |
| 11     | 2.2               | 1        | 5.7    | 2    | 6.3      | 3        |
| 12     | 6.3               | 2        | 20.2   | 3    | 4.3      | 1        |
| 13     | 8.0               | 1        | 14.1   | 3    | 9.1      | 2        |
| 14     | 7.4               | 2        | 6.2    | 1    | 18.1     | 3        |
| 15     | 3.2               | 1        | 8.9    | 3    | 5.0      | 2        |
|        |                   | $R_1=20$ |        |      | $R_2=39$ | $R_3=31$ |

17



### Tesadüf Blokları için Friedman'ın $F_r$ testi

$H_0$  = Üç tip reklam için tepki oranlarının dağılışı  
eşittir

$H_1$  = En az bir olasılık dağılışının yeri farklıdır.

$$F_r = \frac{12}{bp(p+1)} \sum_{j=1}^p R_j^2 - 3b(p+1)$$

b= blok sayısı

p= muamele sayısı

$R_j$  jinci muamelenin mertebe toplamı

18



## Tam Rassel Tasarım- Tesadüf Parselleri için Kruskal Wallis H testi

- ❑ Tüm ortalama mertebeler aynı olsaydı  $F_r$  istatistiği sıfıra eşit olacaktı.
  - ❑ Sıfır hipotezi geçerli iken  $F_r$  istatistiğinin dağılımı yaklaşık olarak  $(p-1)$  serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir.
- Büyük  $F_r$  değeri farklı dağılım yerini yani alternatif hipotezin geçerliliğini işaret eder  
Yani  $H > \chi^2_{\alpha}$  ise  $H_0$  reddedilir.

19



## Tesadüf Blokları için Friedman'ın $F_r$ testi

| Şirket | Doğrudan<br>Posta | Mrtb     | Gazete | Mrtb | Dergi      | Mrtb      |
|--------|-------------------|----------|--------|------|------------|-----------|
| 1      | 7.3               | 1        | 15.7   | 3    | 10.1       | 2         |
| 2      | 9.4               | 2        | 18.3   | 3    | 8.2        | 1         |
| 3      | 4.3               | 1        | 11.2   | 3    | 5.1        | 2         |
| 4      | 11.3              | 2        | 19.1   | 3    | 6.5        | 1         |
| 5      | 3.3               | 1        | 9.2    | 3    | 8.7        | 2         |
| 6      | 4.2               | 1        | 10.5   | 3    | 6.0        | 2         |
| 7      | 5.9               | 1        | 8.7    | 2    | 12.3       | 3         |
| 8      | 6.2               | 1        | 14.3   | 3    | 11.1       | 2         |
| 9      | 4.3               | 2        | 3.1    | 1    | 6.0        | 3         |
| 10     | 10.0              | 1        | 18.8   | 3    | 12.1       | 2         |
| 11     | 2.2               | 1        | 5.7    | 2    | 6.3        | 3         |
| 12     | 6.3               | 2        | 20.2   | 3    | 4.3        | 1         |
| 13     | 8.0               | 1        | 14.1   | 3    | 9.1        | 2         |
| 14     | 7.4               | 2        | 6.2    | 1    | 18.1       | 3         |
| 15     | 3.2               | 1        | 8.9    | 3    | 5.0        | 2         |
|        |                   | $R_1=20$ |        |      | $R_2 = 39$ | $R_3 =31$ |

20



### Tesadüf Blokları için Friedman'ın $F_r$ testi

$$F_r = \frac{12}{(15)(3)(4)} [(R_1)^2 + (R_2)^2 + (R_3)^2] - (3)(15)(4)$$

$$F_r = \frac{12}{(15)(3)(4)} [(20)^2 + (39)^2 + (31)^2] - (3)(15)(4)$$
$$= 192.13 - 180 = 12.13$$

$$b = 15$$

$$p = 3$$

$$\alpha = 0.10$$

$R_j$  jinci muamelenin      mertebe toplamı

21



### Tesadüf Blokları için Friedman'ın $F_r$ testi

$$F_r = \frac{12}{bp(p+1)} \sum_{j=1}^p b(\bar{R}_j - \bar{R})$$

Eğer tüm muamelelerin mertebeleri eşitse  $F_r$  değeri sıfır olacaktır. Ortalama mertebeler arasındaki uzaklık arttıkça test istatistiği büyür.

Örnek için  $\chi^2_{0.10}$        $p-1=2$  serbestlik derecesi için

$$\chi^2_{0.10} = 4.605$$

$F_r = 12.13$  olduğundan  $H_0$  reddedilecektir

22