

# Neural Network Basic Assignment

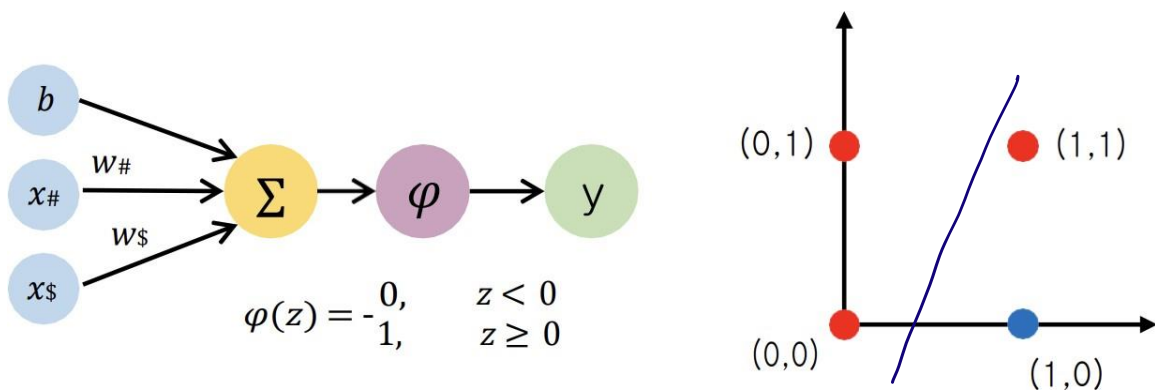
이름: 배유진.

1. Sigmoid Function을  $z$ 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\begin{aligned} \sigma'(z) &= \left\{ (1 + e^{-z})^{-1} \right\}' = e^{-z} (1 + e^{-z})^{-2} = \frac{1 + e^{-z} - 1}{(1 + e^{-z})^2} = \frac{1}{(1 + e^{-z})} - \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} = (1 + e^{-z})^{-1} (1 - (1 + e^{-z})^{-1}) \\ &= \sigma(z) (1 - \sigma(z)) \quad \text{,,} \end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ●(=1), ●(=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의  $b, w$ 를 선정하고 분류해보세요.

$$\rightarrow b = 0, w_{\#} = 1, w_{\$} = -1$$

$$y = \varphi(\sum w x + b)$$

	$x_{\#}$	$x_{\$}$	$y$
	0	0	0
	0	1	0
	1	0	1
	1	1	1

→ 그림

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고  $b, w$ 를 1회 업데이트 해주세요.

$$\text{update: } w_i + = \eta(y - o)x_i \quad \eta = 0.5$$

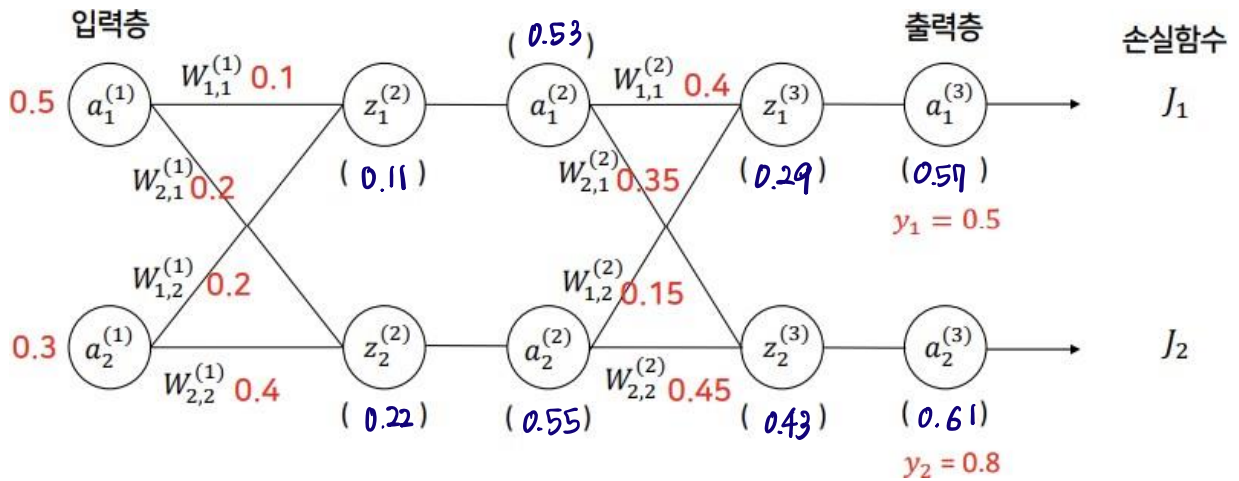
$$b + = 0.5(0 - 1)1 \quad b = -0.5$$

$$w_{\#} + = 0.5(0 - 1)1 \quad w_{\#} = 0.5$$

$$w_{\$} + = 0.5(0 - 1)1 \quad w_{\$} = -1.5$$

	$x_{\#}$	$x_{\$}$	$y$
...	0	0	0
	0	1	0
	1	0	1
	1	1	0

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^2 = 0.5 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.2 = 0.11$$

$$z_1^3 = 0.53 \cdot 0.4 + 0.55 \cdot 0.15 = 0.29$$

$$z_2^2 = 0.5 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.4 = 0.22$$

$$z_2^3 = 0.53 \cdot 0.35 + 0.55 \cdot 0.45 = 0.43$$

$$a_1^2 = \frac{1}{1 + e^{-0.11}} = 0.53$$

$$a_1^3 = \frac{1}{1 + e^{-0.29}} = 0.57$$

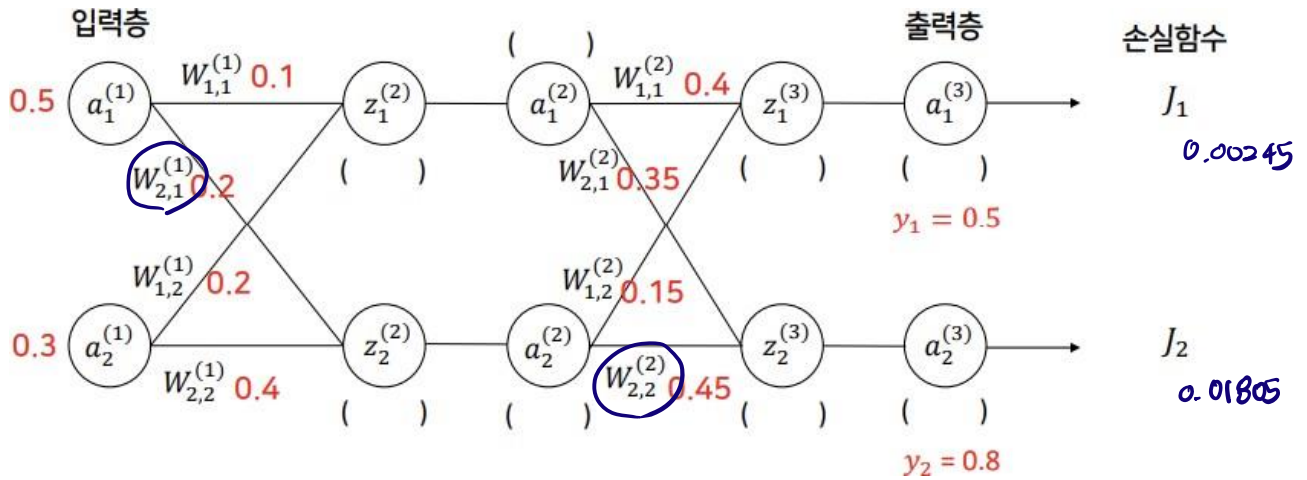
$$a_2^2 = \frac{1}{1 + e^{-0.22}} = 0.55$$

$$a_2^3 = \frac{1}{1 + e^{-0.43}} = 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수  $J_1$ 과  $J_2$ 의 값을 구해주세요. ( $J_1$ 과  $J_2$ 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00244999 \dots$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때  $w_{2,2}^{(2)}$ 과  $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요. 단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써 주시고, 마지막 결과인  $w_{2,1}^{(1)}$ 과  $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\eta = 0.1 \quad w_i = w_i - \eta \frac{\partial f}{\partial w_i}$$

㉠  $w_{2,2}^{(2)}$

$$\frac{\partial f_2}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial f_2}{\partial a_2^3} \cdot \frac{\partial a_2^3}{\partial z_2^3} \cdot \frac{\partial z_2^3}{\partial w_{2,2}^{(2)}} \quad , \quad ① * ② = ③$$

$$① \frac{\partial f_2}{\partial a_2^3} = \frac{\partial \frac{1}{2}(a_2^3 - y_2)^2}{\partial a_2^3} = a_2^3 - y_2 = -0.19$$

$$② \frac{\partial a_2^3}{\partial z_2^3} = \sigma(z_2^3)(1 - \sigma(z_2^3)) = a_2^3(1 - a_2^3) = 0.238$$

$$③ \frac{\partial z_2^3}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial (a_1^2 w_{2,1}^{(2)} + a_2^2 w_{2,2}^{(2)})}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = a_2^2 = 0.55$$

$$w_{2,2}^{(2)} = 0.1(-0.19 \cdot 0.238 \cdot 0.55 = -0.0025) \quad \dots \quad w_{2,2}^{(2)} = 0.4525$$

㉡  $w_{2,1}^{(1)}$   $f = f_1 + f_2$

$$\frac{\partial f}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial f}{\partial a_2^3} \cdot \frac{\partial a_2^3}{\partial z_2^3} \cdot \frac{\partial z_2^3}{\partial w_{2,1}^{(1)}}$$

$$\textcircled{1} \frac{\partial f}{\partial a_2^2} = \frac{\partial f}{\partial z_1^2} \cdot \frac{\partial z_1^2}{\partial a_2^2} + \frac{\partial f}{\partial z_2^2} \cdot \frac{\partial z_2^2}{\partial a_2^2} = \delta_1^3 w_{1,1}^2 + \delta_2^3 w_{2,1}^2$$

$$\delta_1^3 = (a_1^2 - y_1) a_1^2 (1 - a_1^2) = (0.57 - 0.5) 0.57 (1 - 0.57) = 0.017$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_2^2} = 0.017 \cdot 0.15 + (-0.045) \cdot 0.45 = -0.02$$

$$\textcircled{2} \frac{\partial a_2^2}{\partial z_2^2} = 0.22 \cdot (1 - 0.22) = 0.172$$

$$\textcircled{3} \frac{\partial z_2^2}{\partial w_{2,1}} = a_1^1 = 0.5$$

$$w_{2,1}' = 0.1(-0.02) \cdot 0.172 \cdot 0.5 \quad \dots \quad w_{2,1} = 0.1983 //$$