

## 预期难度

---

BF < AE < C < D

## B. Elegant Tuple

---

题意：

（麻烦，不想重复，自己去看吧~）

题解：

显然两端分的越开越好，然后枚举jk，解个圆交点

## F. Chess

---

题意：

一个  $r \times c$  的棋盘，两个人轮流放棋子。棋子可以攻击对角线上的其他棋子。每一个放置的新棋子都不能和原来的棋子互相攻击，不能放棋子的一方输。两个人都用最优策略，问谁能赢？

题解：

只要  $r$  或者  $c$  中有一个是偶数，那么就是后手赢。否则先手赢。

证明很简单，如果有一个是偶数，那么后手永远可以模仿先手的下法~（轴对称）

如果两个都是奇数，那么先手在对角线交叉的地方先下一个，然后先手永远可以模仿后手的下法~（中心对称）

## A. Mission Scheduling

---

题意：

一些任务进行分配，两个任务当且仅当需求的设施没有重叠的时候，可以并行。所有任务需要的时间相同，问做完所有任务需要的时间。

题解：

发现是个最小染色问题。转化成最大团，然后搜搜搜~

## E. Joyful Homework

---

题意：

快速计算  $a_n = a_{n-1} + 1^k + a_{n-2} + 2^k + \dots + a_0 + n^k$

题解：

令  $s_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n$

可得  $s_n = 2 \times s_{n-1} + 1^k + \dots + n^k$

然后根据常识，可以知道  $1^k + \dots + n^k$  是一个关于  $n$  的  $k+1$  阶多项式。

然后插值 or 组合数求系数，矩阵乘法即可。

## C. I Love You

---

题意：

统计符合条件的字符串有序集合个数

- 由  $\geq 1$  个子串构成
- 子串的取出位置必须对称，字符内容也必须对称

题解：

首先把第一个条件放大为取出  $\geq 0$  个字符串，那么答案就是放大条件后的方案数减去所有的回文串个数。回文串个数直接马拉车一下就好了。

然后考虑新的集合要怎么算，我们观察一下对称的性质，如果  $(s_i, s_j)$ ， $(s_l, s_r)$  关于同一个对称轴对称，那么显然有  $i+j = l+r$

假设以一个对称轴对称，满足位置与字符都对称的个数为  $f$ ，对答案的贡献为  $2^f - 1$ ，我们的目标就是算出  $f$

枚举每种字符（共9种），以  $a$  为例，将字符串中每个  $a$  赋值为 1，其余为 0，做 FFT，得到的  $e_k$  就是所有  $(s_i == a, s_j == a) \text{ and } (i + j == k)$  的方案数，统计即可。

时间复杂度： $9 * n \log n$ （跑起来慢的一b）

## D. Mixture Magic

---

题意：

定义  $f(a, b) = lcs(a, b)$

计算  $\sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n f(a, b)$

题解：

考虑每一个  $(a, b)$ ，除了100000， $a$  和  $b$  最多为 5 位数，加一起也就是 10 个数字。考虑这 10 个数字的所有等价关系情况，方案显然只有  $Bell_{10}$  种（115975），对于每种等价关系求一个 lcs，然后分别统计不同的等价关系的个数就好了。