



Análisis de Sensibilidad

En Programación Lineal, los parámetros (datos de entrada) del modelo pueden cambiar dentro de ciertos límites sin que cambie la solución óptima. Esto se conoce como *análisis de sensibilidad*

Tipos de análisis

- Análisis de sensibilidad gráfica
- Análisis de sensibilidad algebraica

Análisis de Sensibilidad

gráfica



En este se considerarán dos casos:

1. La sensibilidad de la solución óptima a los cambios de la disponibilidad de los recursos(lado derecho de las restricciones).
2. La sensibilidad de la solución óptima a los cambios en la utilidad unitaria o el costo unitario (coeficientes de la función objetivo).

Análisis de Sensibilidad

gráfica



Objetivo

Determinar los efectos que se producen en la solución óptima al realizar cambios en cualquiera de los parámetros del modelo de programación lineal planteado inicialmente.

Aplicaciones

Análisis de Sensibilidad

gráfica



Sensibilidad de la solución óptima a los cambios de la disponibilidad de los recursos(lado derecho de las restricciones).

Ejemplo:

JOBCO fabrica dos productos en dos máquinas. Una unidad del producto 1 requiere 2 horas en la máquina 1, y 1 hora en la máquina 2. Una unidad del producto 2 requiere 1 hora en la máquina 1, y 3 horas en la máquina 2. Los ingresos por unidad de los productos 1 y 2 son de \$30 y \$20, respectivamente. El tiempo de procesamiento diario total disponible en cada máquina es de 8 horas.

Análisis de Sensibilidad

gráfica



Analizar la sensibilidad gráfica de la solución óptima a cambios en la disponibilidad de recursos en la maquina 1 incrementando la capacidad de la maquina 1 de 8 a 9 horas de trabajo.

Paso 1: Obtener datos

Función Objetivo

$$\text{Maximizar } z = 30x_1 + 20x_2$$

Ejemplo:

$$2x_1 + x_2 \leq 8 \quad (\text{Máquina 1})$$

$$1x_1 + 3x_2 \leq 8 \quad (\text{Máquina 2})$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Paso 2: Obtener la solución óptima

Paso 3: Cambiar la capacidad de la maquina 1: $2x_1 + x_2 \leq 9$ y obtener la solución óptima

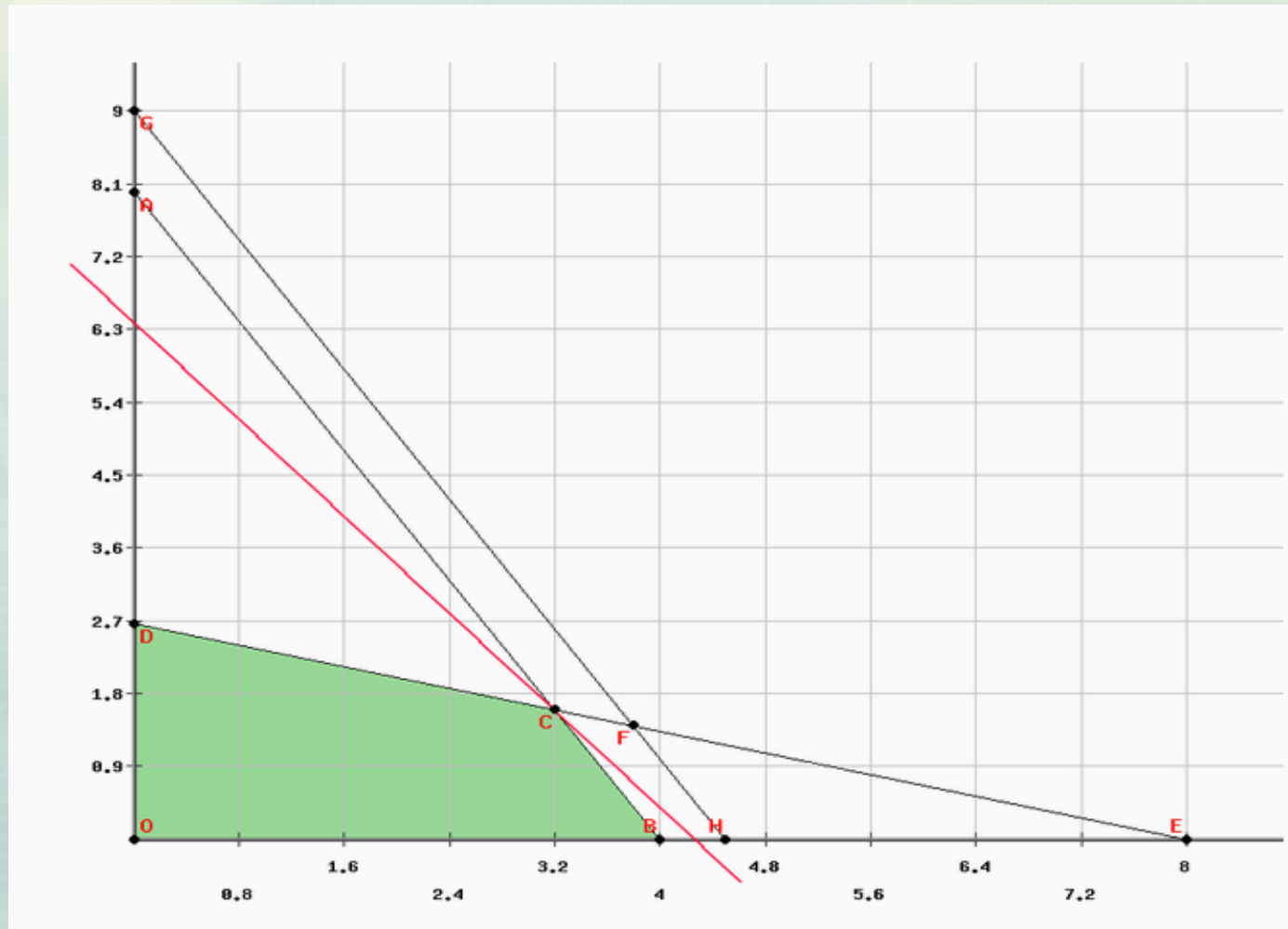


INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Análisis de Sensibilidad

gráfica

Figura Gráfica:



Análisis de Sensibilidad

gráfica



Paso 4: Obtener la tasa de cambio del ingreso o precio dual

Si la capacidad diaria se incrementa de 8 a 9 horas, el nuevo óptimo se moverá al punto G. La tasa de cambio en la z óptima a consecuencia del cambio de la capacidad de la máquina 1 de 8 a 9 horas se calcula como:

Tasa de cambio del ingreso = $ZG - ZC / (\text{Cambio de la capacidad})$

Tasa de cambio del ingreso = $(142 - 128) / (9 - 8) = \14

Existe una relación directa entre los datos de entrada del modelo(recursos) y sus resultados(ingreso total), por lo que se puede decir que el incremento en la capacidad de la máquina 1 aumentará el ingreso en \$14.00.

Análisis de Sensibilidad

gráfica



Paso 5: Calcular la capacidad de la maquina en el punto DE como se realizará a continuación y obtener los intervalos de factibilidad

Capacidad mínima de la máquina 1: en D ($x = 0$ y $y = 2,67$)

$$2 \times 0 + 1 \times 2,67 = 2,67 \text{ h}$$

Capacidad máxima de la máquina 1: en E ($y = 0$ y $x = 8$)

$$2 \times 8 + 1 \times 0 = 16 \text{ h}$$

Ahora el precio obtenido en la tasa de cambio(\$14), nos permite ver que el intervalo de factibilidad en el cual la tasa se mantendrá en el mismo valor (\$14), sea para una reducción como para un incremento es de:

$$2,67 \leq \text{Capacidad de la máquina 1} \leq 16$$

Análisis de Sensibilidad

gráfica



Ejercicio

Realizar el análisis de sensibilidad para la máquina 2 considerando que se incrementa de 8 a 9 horas de trabajo.

Responder a la siguiente pregunta:

¿Considerando la tasa de cambio de ambas máquinas indique cual de ellas requiere mayor prioridad?



Análisis de Sensibilidad

gráfica

Sensibilidad de la solución óptima a los cambios en los coeficientes de la función objetivo sea de utilidad unitaria (maximización) o el costo unitario(minimización)

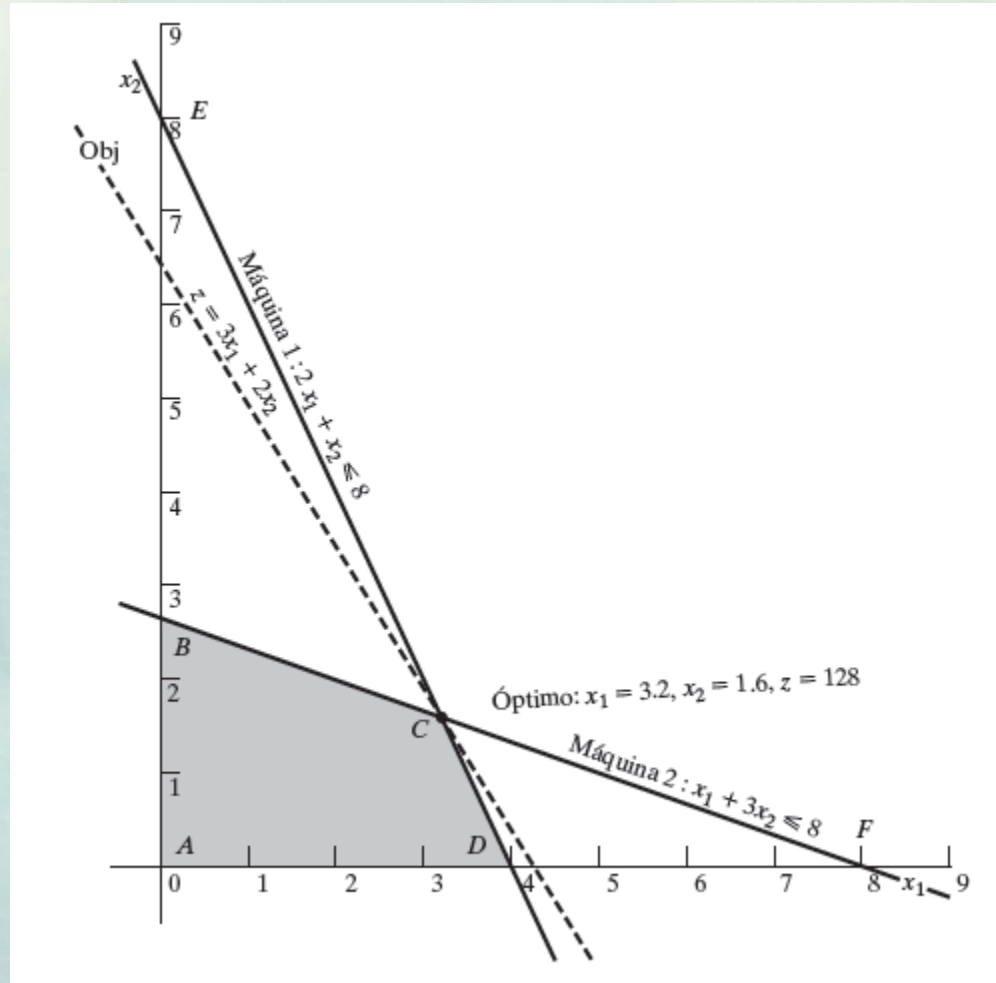
Los cambios en los coeficientes de la función objetivo) modificarán la pendiente de z , sin embargo la solución óptima en el punto C no cambia en tanto la función objetivo quede entre las líneas BF y DE : *intervalo de optimalidad*.

Observar en el siguiente gráfico los puntos



Análisis de Sensibilidad gráfica

Ejemplo:



Análisis de Sensibilidad

gráfica



Utilizando el mismo ejemplo de JOBCO y suponiendo que los ingresos unitarios producidos para los productos 1 y 2 cambian a \$35 y \$25, veamos como aplicar el análisis de sensibilidad:

Paso 1: Escribir la función objetivo en formato general

$$\text{Maximizar } z = c_1x_1 + c_2x_2$$

Paso 2: Obtener el intervalo de optimalidad para el punto C, para ello tomar los coeficientes de las restricciones y de la función objetivo

$$\text{Función Objetivo } C = c_1 / c_2 = 35 / 25$$

$$\text{Restricción Máquina 1} = 2 / 1$$

$$\text{Restricción Máquina 2} = 1 / 3$$

Análisis de Sensibilidad

gráfica



Intervalo de optimalidad

$$1/3 \leq 1,4 \leq 2$$

Paso 3: Evaluar con la nueva función objetivo y analizar el resultado

¿Incremento?

¿Se redujo?

Suponga que el ingreso unitario del producto 2 se fija a su valor actual $c_2 = \$20$.

¿Cuál es el intervalo de optimalidad asociado para el ingreso unitario del producto 1, c_1 , que mantendrá el óptimo sin cambio?