Комментарий к листочку:

1 (). Известно, что a, b, c и d — попарно различные положительные двузначные числа. Какое наименьшее значение может принимать дробь дробь: $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 6d$?

$\triangleright$ $\triangleleft$

2 (). На доске написано более 42, но менее 56 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 4, среднее арифметическое всех положительных из них равно 14, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -7. Какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?

$\triangleright$ $\triangleleft$

3 (). Бесконечная непостоянная арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ состоит из натуральных чисел. Первый член прогрессии $\{a_n\}$ делится без остатка на 19, второй – на 23, третий – на 31. Чему равна наименьшая возможная разность d этой прогрессии? Найдите наименьшее возможное значение a_5 при наименьшем возможном значении d.

$\triangleright$ $\triangleleft$

4 (). Каждое из четырёх последовательных натуральных чисел, последние цифры которых не равны нулю, поделили на его последнюю цифру. Сумма получившихся чисел равна S. Найдите наибольшее целое значение S, если каждое из исходных чисел было трёхзначным.

$\triangleright$ $\triangleleft$

5 (). В белом квадрате 10×10 закрасили черным 84 клетки. Какое наименьшее количество уголков из трех черных клеток могло получиться?

$\triangleright$ $\triangleleft$

6 (). Зелёный хамелеон всегда говорит правду, а коричневый хамелеон врёт, после чего зеленеет. В компании из 2025 хамелеонов каждый по очереди ответил на вопрос, сколько среди них сейчас зелёных. Ответами были числа $1, 2, \ldots, 2025$ (в некотором порядке, не обязательно в указанном выше). Какое наибольшее число зелёных хамелеонов могло быть изначально?

$\triangleright$ $\triangleleft$

7 (). Несколько команд сыграли турнир в один круг, причём ничьих не было. Оказалось, что среди любых 100 команд есть команда, выигравшая у всех остальных 99 команд, но нет команды, проигравшей всем остальным 99 командам. Какое наибольшее число команд могло участвовать в турнире?

$\triangleright$ $\triangleleft$

8 (). Среди натуральных чисел $a_1, \ldots, a_k$, нет одинаковых, а разность между наибольшим и наименьшим из них меньше 1000. При каком наибольшем k может случиться, что все квадратные уравнения $a_i x^2 + 2a_{i+1}x + a_{i+2} = 0$, где $1 \leqslant i \leqslant k-2$, не имеют корней?

$\triangleright$ $\triangleleft$

1. Известно, что a, b, c и d — попарно различные положительные двузначные числа. Какое наименьшее значение может принимать дробь дробь: $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 6d$?

2. На доске написано более 42, но менее 56 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 4, среднее арифметическое всех положительных из них равно 14, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -7. Какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?

3. Бесконечная непостоянная арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ состоит из натуральных чисел. Первый член прогрессии $\{a_n\}$ делится без остатка на 19, второй – на 23, третий – на 31. Чему равна наименьшая возможная разность d этой прогрессии? Найдите наименьшее возможное значение a_5 при наименьшем возможном значении d.

4. Каждое из четырёх последовательных натуральных чисел, последние цифры которых не равны нулю, поделили на его последнюю цифру. Сумма получившихся чисел равна S. Найдите наибольшее целое значение S, если каждое из исходных чисел было трёхзначным.

5. В белом квадрате 10×10 закрасили черным 84 клетки. Какое наименьшее количество уголков из трех черных клеток могло получиться?

6. Зелёный хамелеон всегда говорит правду, а коричневый хамелеон врёт, после чего зеленеет. В компании из 2025 хамелеонов каждый по очереди ответил на вопрос, сколько среди них сейчас зелёных. Ответами были числа $1, 2, \ldots, 2025$ (в некотором порядке, не обязательно в указанном выше). Какое наибольшее число зелёных хамелеонов могло быть изначально?

7. Несколько команд сыграли турнир в один круг, причём ничьих не было. Оказалось, что среди любых 100 команд есть команда, выигравшая у всех остальных 99 команд, но нет команды, проигравшей всем остальным 99 командам. Какое наибольшее число команд могло участвовать в турнире?

8. Среди натуральных чисел $a_1, \ldots, a_k$, нет одинаковых, а разность между наибольшим и наименьшим из них меньше 1000. При каком наибольшем k может случиться, что все квадратные уравнения $a_i x^2 + 2a_{i+1}x + a_{i+2} = 0$, где $1 \leqslant i \leqslant k-2$, не имеют корней?