Комментарий к листочку:

1 (). В какое наименьшее количество цветов можно покрасить натуральные числа так, чтобы любые два числа, отличающиеся на 2 или в два раза, были покрашены в разные цвета?

▷ ◁

2 (). На окружности отмечены 2014 точек. В одной из них сидит кузнечик, который делает прыжки по часовой стрелке либо на 57 делений, либо на 10. Известно, что он посетил все отмеченные точки, сделав наименьшее количество прыжков длины 10. Какое?

▷ ◁

3 (). Числа $1, 2, \ldots, 2024$ разбили на пары, при этом оказалось, что произведение чисел в каждой паре не превосходит некоторого натурального N . При каком наименьшем N это возможно?

▷ ◁

4 (). Найдите наибольшее возможное значение

$$\mathrm{GCD}(x + 2015y, y + 2015x),$$

если известно, что x и y – взаимно простые числа.

▷ ◁

5 (). Вася постоял некоторое время на остановке. За это время проехал один автобус и два трамвая. Через некоторое время на эту же остановку пришёл Шпион. Пока он там сидел, проехало 10 автобусов. Какое минимальное число трамваев могло проехать за это время? И автобусы, и трамваи ходят с равными интервалами, причём автобусы ходят с интервалом 1 час.

▷ ◁

6 (). Несколько команд сыграли турнир в один круг, причём ничьих не было. Оказалось, что среди любых 100 команд есть команда, выигравшая у всех остальных 99 команд, но нет команды, проигравшей всем остальным 99 командам. Какое наибольшее число команд могло участвовать в турнире?

▷ ◁

7 (). Среди натуральных чисел $a_1, \ldots, a_k$, нет одинаковых, а разность между наибольшим и наименьшим из них меньше 1000. При каком наибольшем k может случиться, что все квадратные уравнения $a_i x^2 + 2a_{i+1}x + a_{i+2} = 0$, где $1 \leqslant i \leqslant k - 2$, не имеют корней?

▷ ◁

1. В какое наименьшее количество цветов можно покрасить натуральные числа так, чтобы любые два числа, отличающиеся на 2 или в два раза, были покрашены в разные цвета?

2. На окружности отмечены 2014 точек. В одной из них сидит кузнечик, который делает прыжки по часовой стрелке либо на 57 делений, либо на 10. Известно, что он посетил все отмеченные точки, сделав наименьшее количество прыжков длины 10. Какое?

3. Числа $1, 2, \ldots, 2024$ разбили на пары, при этом оказалось, что произведение чисел в каждой паре не превосходит некоторого натурального N . При каком наименьшем N это возможно?

4. Найдите наибольшее возможное значение

$$\mathrm{GCD}(x + 2015y, y + 2015x),$$

если известно, что x и y – взаимно простые числа.

5. Вася постоял некоторое время на остановке. За это время проехал один автобус и два трамвая. Через некоторое время на эту же остановку пришёл Шпион. Пока он там сидел, проехало 10 автобусов. Какое минимальное число трамваев могло проехать за это время? И автобусы, и трамваи ходят с равными интервалами, причём автобусы ходят с интервалом 1 час.

6. Несколько команд сыграли турнир в один круг, причём ничьих не было. Оказалось, что среди любых 100 команд есть команда, выигравшая у всех остальных 99 команд, но нет команды, проигравшей всем остальным 99 командам. Какое наибольшее число команд могло участвовать в турнире?

7. Среди натуральных чисел $a_1, \ldots, a_k$, нет одинаковых, а разность между наибольшим и наименьшим из них меньше 1000. При каком наибольшем k может случиться, что все квадратные уравнения $a_i x^2 + 2a_{i+1}x + a_{i+2} = 0$, где $1 \leqslant i \leqslant k - 2$, не имеют корней?