ЖОРДАНОВА ФОРМА ДЛЯ ЛОДУ N-ГО ПОРЯДКА

Нестеров И.Н., Клочков С.В., Чурсанова А.С. (Воронеж)
nesterovilyan@gmail.com, klochkov_s.v@mail.ru,
anastasyachursanova@gmail.com

Рассматривается линейное однородное дифференциальное уравнение

$$x^{(n)} = \alpha_1 x^{(n-1)} + \ldots + \alpha_n,$$

где $\alpha_k \in \mathbb{C}, k = \overline{1,n}$. Данное уравнение обычным способом сводится к системе линейных дифференциальных уравнений вида $\dot{y} = Ay$ [1], где матрица оператора A имеет вид:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ \alpha_n & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-1} & \ldots & \alpha_1 \end{pmatrix},$$

Теорема 1. *Пусть $\lambda_1, \ldots, \lambda_m$ собственные значения матрицы $\mathcal{A}$ кратностей $k_1, \ldots, k_m$ соответственно. Тогда жорданова форма матрицы $\mathcal{A}$ имеет вид:*

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \mathcal{J}_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \mathcal{J}_2 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & \mathcal{J}_m \end{pmatrix}, \textit{где } \mathcal{J}_i = \begin{pmatrix} \lambda_i & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_i & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \lambda_i \end{pmatrix}.$$

Векторами столбцами матрицы перехода являются собственные векторы $e_i = (1, \lambda_i, \ldots, \lambda_i^{n-1})$ и присоединенные к ним вида:
$(0, 1 \ldots, (n-1)\lambda_i^{n-2}), \ldots, (\underbrace{0, \ldots, 0}_{k_i-1}, (k_i-1)!, \ldots, \frac{(n-1)!}{(n-k_i)!}\lambda_i^{n-k_i}), i = \overline{1,m}$

Литература

1. Боровских А.В., Перов А.И. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям // Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2004, 540 стр.