ЖОРДАНОВА ФОРМА ДЛЯ ЛОДУ N-ГО ПОРЯДКА

Нестеров И.Н., Клочков С.В., Чурсанова А.С. (Воронеж)
nesterovilyan@gmail.com, klochkov_ s.v@mail.ru

Рассматривается линейное однородное дифференциальное уравнение
$$x^{(n)} = \alpha_1 x^{(n-1)} + \ldots + \alpha_n,$$
где $\alpha_k \in \mathbb{C}, k = \overline{1, n}$. Данное уравнение обычным способом сводится к системе линейных дифференциальных уравнений вида
$$\dot{y} = Ay,$$
где матрица оператора A имеет вид
$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ \alpha_n & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-1} & \ldots & \alpha_1 \end{pmatrix},$$
а $f(\lambda) = \lambda^n - \alpha_1 \lambda^{n-1} - \ldots - \alpha_n, \lambda \in \mathbb{C}$ – характеристический многочлен этой матрицы.

Теорема 1. *Пусть $\lambda_1, \ldots, \lambda_m$ собственные значения матрицы $\mathcal{A}$ кратностей $k_1, \ldots, k_m$ соответственно. Тогда жорданова форма для матрицы $\mathcal{A}$ имеет вид:*
$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \mathcal{J}_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \mathcal{J}_2 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & \mathcal{J}_m \end{pmatrix}, \text{ где } \mathcal{J}_i = \begin{pmatrix} \lambda_i & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_i & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \lambda_i \end{pmatrix}.$$
Векторами столбцами матрицы перехода являются собственные

и присоединенные векторы, которые имеют вид:

$$(1, \lambda_1, \ldots, \lambda_1^{n-1}), (0, 1, \ldots, (n-1)\lambda_1^{n-2}), (0, 0, \ldots, k_1!, \frac{(n-1)!}{(n-k_1)!}\lambda_1^{n-k_1}),$$

$$\ldots, (1, \lambda_2, \ldots, \lambda_2^{n-1}), \ldots, (0, 0, \ldots, k_2!, \frac{(n-1)!}{(n-k_2)!}\lambda_2^{n-k_2}), \ldots,$$

$$(0, 0, \ldots, k_m!, \frac{(n-1)!}{(n-k_m)!}\lambda_m^{n-k_m})$$

Литература

1. Боровских А. В., Перов А. И. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям // Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2004, 540 стр.