# Заголовок статьи

**И. Н. Нестеров, С. В. Клочков, А. С. Чурсанова**

[1] Пусть $X \subset \mathbb{C}^n$ — комплексное евклидово пространство размерности $n$. Задан вектор $x_0$ и известен набор векторов $x_1, x_2, \ldots x_m$, обладающих свойствами:

1. векторы $x_0, x_1, \ldots x_{m-1}$ линейно независимы;

2. $x_k = A^k x_0, k = \overline{1, m}$;

3. $x_m = \alpha_0 x_0 + \alpha_1 x_1 + \ldots \alpha_{n-1} x_{n-1}$,

где $A \subset L(X)$ — неизвестный линейный оператор и $m \leqslant n$. Положим $m = n$. Тогда векторы $x_0 \ldots x_{n-1}$ образуют базис в пространстве $X$.

Построим матрицу оператора $A$ в этом базисе:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \ldots & \alpha_n \end{pmatrix}$$

Рассмотрим характеристический многочлен оператора $A$:

$$p(\lambda) = \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \cdots + a_n$$

Для примера рассмотрим частный случай $n = 3$. Тогда матрица $\mathcal{A}$ имеет вид:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_3 & \alpha_2 & \alpha_1 \end{pmatrix}$$

Возможны три варианта:

1. все собственные значения различны;

2. есть собственные значения $\lambda_1, \lambda_2$, которые имеют кратности $k_1 = 2, k_2 = 1$ соответственно;

3. все собственные значения одинаковы;

Пусть матрица $\mathcal{A}$ имеет собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ которые имеют кратности $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ соответственно. Тогда Жорданова форма матрицы $\mathcal{A}$ имеет вид:

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

Далее запишем матрицу перехода $\mathcal{U}$ и обратную к ней $\mathcal{U}^{-1}$.

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \lambda_3^2 \end{pmatrix} \; \mathcal{U}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \lambda_2\lambda_3(\lambda_3 - \lambda_2) & \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & \lambda_3 - \lambda_2 \\ \lambda_1\lambda_3(\lambda_1 - \lambda_3) & \lambda_3^2 - \lambda_1^2 & \lambda_1 - \lambda_3 \\ \lambda_1\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1) & \lambda_2^2 - \lambda_1^2 & \lambda_2 - \lambda_1 \end{pmatrix},$$

где $\Delta = (\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_1)$.

## Список литературы

[1] Г. Баскаков А. Лекции по алгебре. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013. — 159 с.