УДК: 517.926

**ЖОРДАНОВА ФОРМА СОПРОВОЖДАЮЩИХ МАТРИЦ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**A JORDAN CANONICAL FORM OF COMPANION MATRIX FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS**

**И. Н. Нестеров, С. В. Клочков, А. С. Чурсанова**

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет»

г. Воронеж, Россия

[nesterovilyan@gmail.com](mailto:nesterovilyan@gmail.com), [klochkov\_s.v@mail.ru](mailto:klochkov_s.v@mail.ru), [anastasyachursanova@gmail.com](mailto:anastasyachursanova@gmail.com)

**Аннотация:** В статье рассматривается формулировка и доказательство теоремы о виде жордановой формы для сопровождающей матрицы линейного дифференциального уравнения.

**Annotation:** The article deals with statement and proof of theorem about Jordan canonical form of companion matrix for linear differential equations.

**Ключевые слова:** линейное дифференциальное уравнение, Жорданова форма, сопровождающая матрица, собственные значения, собственные векторы, присоединенные векторы;

**Keywords:** linear differential equation, Jordan canonical form, companion matrix, eigenvalues, eigenvectors, generalized eigenvectors;

Рассматривается линейное однородное дифференциальное уравнение:

, (1)

где , . Данное уравнение обычным способом (см. [1]) сводится к системе линейных дифференциальных уравнений вида

,

где матрица оператора имеет вид

,

а , - характеристический многочлен этой матрицы.

**Теорема 1.** *Пусть - собственные значения матрицы 𝒜 кратностей соответственно, где . Тогда жорданова форма для матрицы 𝒜 имеет вид*

*, где .*

*Матрица перехода имеет вид*

*,*

*где матрицы , имеют вид*

*.*

**Доказательство.** Пусть – собственное значение матрицы *𝒜* кратности . Найдем соответствующие ему собственный и присоединенные векторы. Рассмотрим матрицу вида

,

где – единичная матрица.

Пусть – собственный вектор, отвечающий собственному значению . Тогда справедливо равенство

*,* (2)

где . Очевидно, что (иначе вектор был бы нулевым). Без ограничения общности можно считать, что . Тогда равенство (2) эквивалентно следующей системе уравнений:

(3)

Решив систему (3), получим, что

*.*

Пусть . Найдем присоединенные векторы к вектору .

Пусть – присоединенные векторы, отвечающие собственному значению. Первый присоединенный вектор есть решение уравнения

(4)

где - подлежащий определению присоединенный вектор, – собственный вектор, отвечающий собственному значению .

Пусть . Тогда равенство (4) эквивалентно системе уравнений:

(5)

Поскольку , тогда, решив систему (5), получим вектор

который является присоединенным к собственному вектору .

Аналогичным образом устанавливается, что векторы

где - являются присоединенными к вектору .

Таким образом, доказано, что матрица составлена из собственных и присоединенных векторов. Поэтому и, следовательно, матрица является матрицей перехода к жордановой форме и имеет вид

где имеют вид

.

Теорема доказана.

**Список литературы**

1. Боровских А.В. Перов А.И. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям // Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2004, 540 стр.

2. Баскаков А.Г. Лекции по алгебре // Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013, 159 стр.