УДК: 517.926

**ЖОРДАНОВА ФОРМА СОПРОВОЖДАЮЩИХ МАТРИЦ ДЛЯ РЕКУРРЕНТНЫЙ СООТНОШЕНИЙ**

**A JORDAN CANONICAL FORM OF COMPANION MATRIX FOR RECURRENCE RELATIONS**

**И. Н. Нестеров, С. В. Клочков, А. С. Чурсанова**

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет»

г. Воронеж, Россия

[nesterovilyan@gmail.com](mailto:nesterovilyan@gmail.com), [klochkov\_s.v@mail.ru](mailto:klochkov_s.v@mail.ru), [anastasyachursanova@gmail.com](mailto:anastasyachursanova@gmail.com)

**Аннотация:** В статье рассматривается формулировка и доказательство теоремы о виде жордановой формы для сопровождающей матрицы рекуррентный соотношений.

**Annotation:** The article deals with statement and proof of theorem about Jordan canonical form of companion matrix for recurrence relations.

**Ключевые слова:** рекуррентные соотношения, Жорданова форма, сопровождающая матрица, собственные значения, собственные векторы, присоединенные векторы;

**Keywords:** recurrence relations, Jordan canonical form, companion matrix, eigenvalues, eigenvectors, generalized eigenvectors;

Рассмотрим задачу построения последовательности , для которой известны первые членов и все последующие задаются рекуррентными соотношениями

, , (1)

где – известные числа из . Введем в рассмотрение последовательность , определенные равенствами

Используя , получаем, что такие последовательности связаны друг с другом равенствами

(2)

Рассмотрим последовательность вида

Из (2) следует, что для нее верны равенства

(3)

где оператор определен с помощью матрицы

,

а , - характеристический многочлен этой матрицы.

**Теорема 1.** *Пусть - собственные значения матрицы 𝒜 кратностей соответственно, где . Тогда жорданова форма для матрицы 𝒜 имеет вид*

*, где .*

*Матрица перехода имеет вид*

*,*

*где матрицы , имеют вид*

*.*

**Доказательство.** Пусть – собственное значение матрицы *𝒜* кратности . Найдем соответствующие ему собственный и присоединенные векторы. Рассмотрим матрицу вида

,

где – единичная матрица.

Пусть – собственный вектор, отвечающий собственному значению . Тогда справедливо равенство

*,* (4)

где . Очевидно, что (иначе вектор был бы нулевым). Без ограничения общности можно считать, что . Тогда равенство (4) эквивалентно следующей системе уравнений:

(5)

Решив систему (5), получим, что

*.*

Пусть . Найдем присоединенные векторы к вектору .

Пусть – присоединенные векторы, отвечающие собственному значению. Первый присоединенный вектор есть решение уравнения

(6)

где - подлежащий определению присоединенный вектор, – собственный вектор, отвечающий собственному значению .

Пусть . Тогда равенство (6) эквивалентно системе уравнений:

(7)

Поскольку , тогда, решив систему (7), получим вектор

который является присоединенным к собственному вектору .

Аналогичным образом устанавливается, что векторы

где - являются присоединенными к вектору .

Таким образом, доказано, что матрица составлена из собственных и присоединенных векторов. Поэтому и, следовательно, матрица является матрицей перехода к жордановой форме и имеет вид

где имеют вид

.

Теорема доказана.

**Список литературы**

1. Боровских А.В. Перов А.И. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям // Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2004, 540 стр.

2. Баскаков А.Г. Лекции по алгебре // Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013, 159 стр.