



ugr

Universidad
de Granada

Grado en Ingeniería Informática. Cuarto.

Cuestionario de teoría: 1.

Nombre de la asignatura:

Visión por Computador. Viernes de 9:30 a 11:30.

Realizado por:

Néstor Rodríguez Vico. DNI: 75573052C.

email: nrv23@correo.ugr.es



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS
INFORMÁTICA Y DE TELECOMUNICACIÓN.

Granada, 26 de octubre de 2017.

1. Diga en una sola frase cuál cree que es el objetivo principal de la Visión por Computador. Diga también cuál cree que es la principal propiedad que subyace en todo el enfoque del de la visión por computador.

El objetivos de la visión por computador es dotar a los computadores de la posibilidad de extraer información de una imagen, como puede ser la detección de objetos.

La propiedad más importante es que hemos sido capaces de definir una forma de representar una imagen de forma que un computador sea capaz de representarla, almacenarla y poder realizar cálculos con ella.

2. Expresar las diferencias y semejanzas entre las operaciones de correlación y convolución. Dar una interpretación de cada una de ellas que en el contexto de la visión por computador.

La principal similitud subyace en la idea que hay debajo de aplicar correlación o convolución. Ambos procesos consisten en aplicar una máscara a una imagen para obtener una nueva imagen mediante una serie de cálculos. Si la máscara es simétrica tanto en el eje de la x como en el eje de la y , ambos procesos son iguales.

La mayor diferencia reside en que el proceso de convolución es asociativo mientras que el proceso de correlación no siempre lo es. Veamos que la correlación no lo es con el siguiente ejemplo:

Supongamos una máscara $kernel_1 = [1, 3, 2]$ y otra $kernel_2 = [4, 4, 1]$. Supongamos un vector señal $s = [1, 2, 3]$. Denotamos la correlación con el símbolo \otimes . Supongamos que la correlación es asociativa, por lo tanto, obtendríamos el mismo resultado si hacemos $kernel_1 \otimes (kernel_2 \otimes s)$ que si hacemos $(kernel_1 \otimes kernel_2) \otimes s$. Calculemos primero el resultado de hacer $kernel_1 \otimes (kernel_2 \otimes s)$:

- $A = kernel_2 \otimes s = [4, 4, 1] \otimes [0, 1, 2, 3, 0] = [6, 15, 20]$
- $kernel_1 \otimes A = [1, 3, 2] \otimes [0, 6, 15, 20, 0] = [48, 91, 75]$

Veamos ahora el resultado de hacer $(kernel_1 \otimes kernel_2) \otimes s$:

- $A = kernel_1 \otimes kernel_2 = [1, 3, 2] \otimes [0, 4, 4, 1, 0] = [20, 18, 7]$
- $A \otimes s = [20, 18, 7] \otimes [0, 1, 2, 3, 0] = [32, 77, 57]$

Como podemos ver, los resultados son diferentes. Por lo tanto, la correlación no es asociativa.

Veamos ahora que sucede para la convolución. Para ello partimos de la definición de convolución:

$$G(i, j) = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k H[u, v] F[i - u, j - v] \quad (1)$$

Como la convolución es conmutativa, podemos escribir la definición de la siguiente forma:

$$G(i, j) = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k F[u, v] H[i - u, j - v] \quad (2)$$

También sabemos que F se puede separar en un vector de tamaño $u*1$ y uno de tamaño $1*v$. Cambiamos la definición por:

$$G(i, j) = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k F_1[u, 1] F_2[1, v] H[i - u, j - v] \quad (3)$$

Como F_1 no depende de la primera sumatoria, lo podemos extraer fuera:

$$G(i, j) = \sum_{u=-k}^k F_1[u, 1] \left[\sum_{v=-k}^k F_2[1, v] H[i - u, j - v] \right] \quad (4)$$

Si vemos la definición de convolución (ecuación 1), vemos que lo que estamos haciendo en la ecuación 4 es convolucionar primero la señal con F_2 y el resultado con F_1 . Si en la ecuación 3 hubiésemos sacado fuera F_2 , lo que estaríamos haciendo sería convolucionar primero la señal con F_1 y el resultado con F_2 . Por lo tanto, podemos ver que la convolución es asociativa.

En Visión por Computador usaremos la correlación para intentar encontrar zonas en la imagen que sean similares a la máscara empleada. Usaremos la convolución para detección de fronteras.

3. ¿Los filtros de convolución definen funciones lineales sobre las imágenes? ¿y los de mediana? Justificar la respuesta.

De Cálculo sabemos que las funciones lineales cumplen dos propiedades:

- Propiedad aditiva: Si existen $f(x)$ y $f(y)$, entonces $f(x+y)=f(x)+f(y)$.
- Propiedad homogénea: $f(ax)=af(x)$, para todo número real a .

Un filtro de convolución, al fin y al cabo, es una función media (con pesos ponderados). Veamos si la media es una función lineal. Supongamos un conjunto $C_1 = \{c_{1,1}, c_{1,2}, \dots, c_{1,n}\}$ y otro conjunto $C_2 = \{c_{2,1}, c_{2,2}, \dots, c_{2,n}\}$, tenemos que:

$$media(C_1) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{1,i} \quad media(C_2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{2,i} \quad (5)$$

Si sumamos las dos para ver si se cumple la primera propiedad obtenemos:

$$media(C_1) + media(C_2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{1,i} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{2,i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{1,i} + c_{2,i} = media(C) \quad (6)$$

donde C es la suma de C_1 y C_2 .

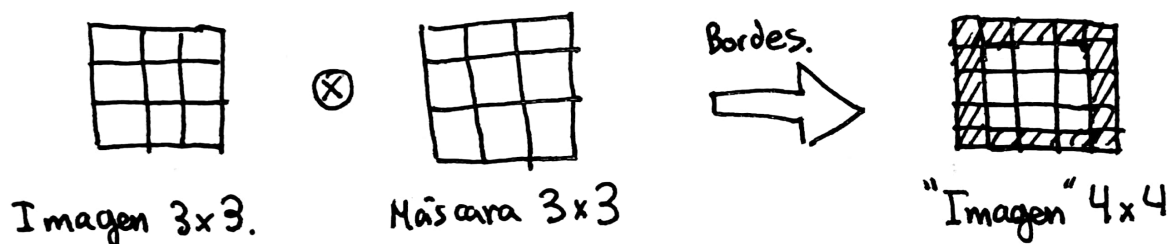
Veamos ahora si se cumple la segunda propiedad. Tomamos $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$

$$media(C) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i * k = k * \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i \quad (7)$$

Por lo tanto, sabemos que la media es una función lineal y por lo tanto la función de convolución lo es. Veamos ahora que sucede con la mediana. Supongamos el conjunto $C_1 = \{2, 4, 6\}$ y el conjunto $C_2 = \{0, -4, 4\}$. La mediana del primer conjunto es 4 y la del segundo 0. La mediana del conjunto suma $(\{2, 0, 10\})$ es 2, que es distinto de $4 + 0$. Por lo tanto no cumple la primera propiedad así que la mediana no es lineal.

4. ¿La aplicación de una operación de máscara debe ser una operación local o global sobre la imagen? Justificar la respuesta

Debe ser una operación local, ya que cada píxel se modifica realizando unos cálculos con los píxeles vecinos. En el caso extremo de que la máscara tuviese el mismo tamaño que la imagen, tendríamos lo siguiente:



El peor de los casos sucede cuando se está convolucionando el píxel central. Aún así, se usa un vecindario para el cálculo, aunque el vecindario sea toda la imagen. En el resto de píxeles no todos los píxeles intervienen en el cálculo.

5. ¿De qué depende el que una máscara de convolución pueda ser implementada de forma separable por filas y columnas? Justificar la respuesta

Depende de que la máscara que se desea convolucionar sea separable en un vector fila y un vector columna. ¿Cómo podemos saber si una máscara es separable? Supongamos una máscara 2D la cual vamos a tratar como una matriz, M . Dicha matriz la podemos expresar mediante sus valores singulares con la siguiente forma:

$$M = \sum_i \sigma_i v_i v_i^T \quad (8)$$

Si y solamente si el primer valor singular σ_0 es distinto de cero y es el único valor singular distinto de cero, la máscara es separable. El vector columna viene dado por $\sqrt{\sigma_0} v_0$ y el vector fila viene dado por $\sqrt{\sigma_0} v_0^T$.

6. Para implementar una función que calcule la imagen gradiente de una imagen dada cabe plantearse dos alternativas: a) Primero alisar la imagen y después calcular las derivadas sobre la imagen alisada. b) Primero calcular las imágenes derivadas y después alisar dichas imágenes. Discutir y decir cuál de las estrategias es la más adecuada, si alguna lo es, tanto en el plano teórico como en el de la implementación. Justificar la decisión.

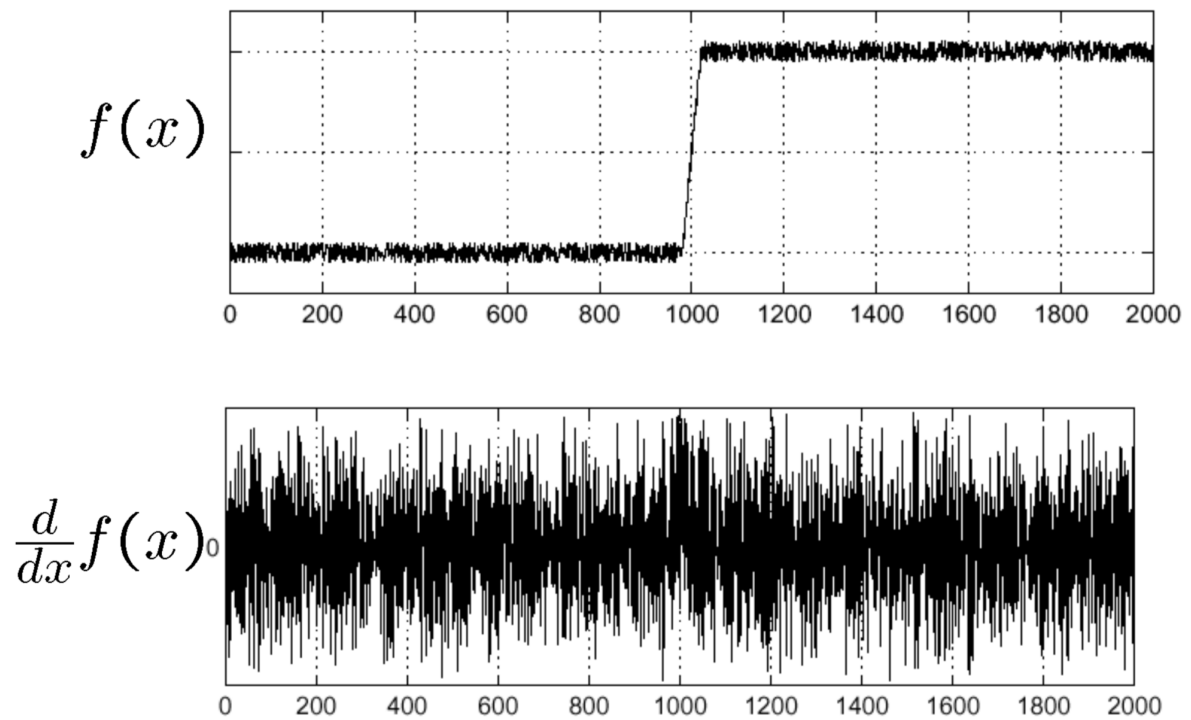
Las dos opciones a las que nos enfrentamos son las siguientes:

- $\frac{\partial}{\partial x} (G \star I), \frac{\partial}{\partial y} (G \star I)$
- $\frac{\partial G}{\partial x} \star I, \frac{\partial G}{\partial y} \star I$

donde G representa el filtro de alisamiento y I la imagen a muestrear. Suponiendo que G es un filtro Gaussiano, que son los que estamos estudiando, por el teorema de la derivada de la convolución (transparencia 86 de teoría) sabemos que $\frac{\partial}{\partial x} (G \star I) = \frac{\partial G}{\partial x} \star I$, así que desde un punto de vista teórico ambas opciones son equivalentes.

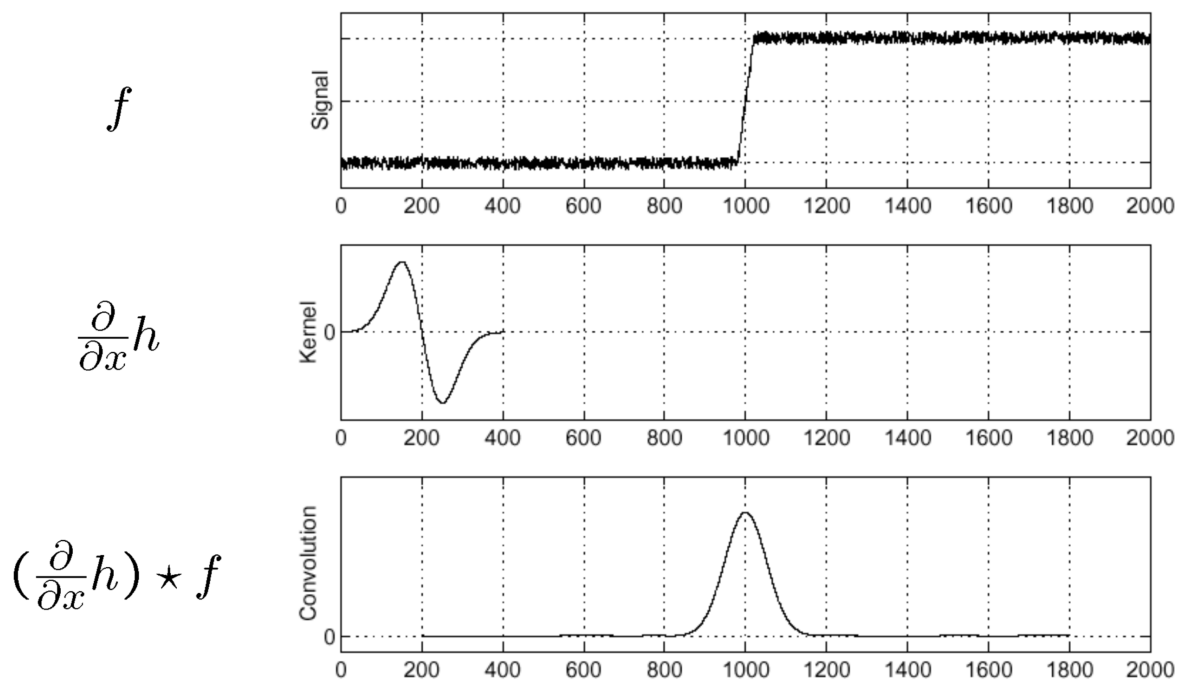
En cuanto a la implementación es más conveniente la primera opción, ya que se puede aplicar una única convolución para obtener $G \star I$ y luego calcular dos derivadas en vez de calcular dos derivadas y luego aplicar dos convoluciones.

También, si nos apoyamos en lo visto en teoría, es más interesante la primera opción para poder suavizar la imagen y reducir el ruido, para que este luego no se dispare al aplicar las derivadas. Si aplicamos primero las derivadas, obtendríamos lo siguiente:



Como podemos ver, desaparece el borde que había en la imagen al aplicar la derivada. Por lo tanto, nos interesa suavizar antes de aplicar las derivadas.

Aún así, ninguna de estas dos opciones es la que haría yo. Yo lo que haría sería calcular la derivada del filtro y ese resultado aplicarlo a la imagen, tal y como podemos ver en la siguiente imagen:



7. Verificar matemáticamente que las primeras derivadas (respecto de x e y) de la Gaussiana 2D se puede expresar como núcleos de convolución separables por filas y columnas. Interpretar el papel de dichos núcleos en el proceso de convolución.

Partimos de la fórmula vista en las transparencia 65 de teoría:

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (9)$$

Vamos a calcular sus derivadas:

$$G'_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \frac{\partial}{\partial x} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Regla de la cadena con $u = -\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}$ $\frac{\partial}{\partial u}(e^u) = e^u$ / $\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2} \right) = \frac{-x}{\sigma^2}$

$$\frac{1}{2\pi\sigma^2} \frac{\partial}{\partial u}(e^u) \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2} \right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^u \left(\frac{-x}{\sigma^2} \right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \left(\frac{-x}{\sigma^2} \right)$$

$$G_y'(x,y) = \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \frac{\partial}{\partial y} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Regla de la cadena con $u = -\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}$ $\frac{\partial}{\partial u}(e^u) = e^u$ $\left/ \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{-y}{\sigma^2} \right.$

$$\frac{1}{2\pi\sigma^2} \frac{\partial}{\partial u}(e^u) \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^u \left(\frac{-y}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \left(\frac{-y}{\sigma^2}\right)$$

Una vez tenemos las derivadas, vamos a intentar separarlas en dos factores, uno de ellos dependiente de x y otro de y. Primero la derivada con respecto a x:

$$\frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \left(\frac{-x}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \left(\frac{-x}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{-y^2}{2\sigma^2}} = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \left(\frac{-x}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}\right) \left(e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}\right)$$

Y luego la derivada con respecto a y:

$$\frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \left(\frac{-y}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \left(\frac{-y}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2} + \frac{-x^2}{2\sigma^2}} = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \left(\frac{-y}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}\right) \left(e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}\right)$$

Como podemos ver, ambas se pueden descomponer en dos factores, uno dependiente de x y otro de y.

Cada derivada nos da una de las componentes del gradiente, la asociada a la variable que estamos usando para el cálculo de la derivada. Al igual que hemos visto en prácticas, según la derivada usada, en la imagen resultante se pueden obtener patrones en horizontal o vertical.

8. Verificar matemáticamente que la Laplaciana de la Gaussiana se puede implementar a partir de núcleos de convolución separables por filas y columnas. Interpretar el papel de dichos núcleos en el proceso de convolución.

De teoría sabemos que la Laplaciana de la Gaussiana no es más que la suma de las segundas derivadas:

$$\nabla^2 G(x, y) = \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial y^2} \quad (10)$$

Lo que vamos a hacer es volver a derivar las derivadas obtenidas en el ejercicio anterior, sumar las nuevas derivadas e intentar descomponerlas en dos factores independientes. La segunda derivada con respecto a x es:

$$G''_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right) \left(\frac{-x}{\sigma^2} \right) = \frac{-1}{2\pi\sigma^4} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \cdot x \right) \right)$$

Regla del producto $(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$ $f = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$ $g = x$

$$\frac{-1}{2\pi\sigma^4} \left(\left(-\frac{e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}}{\sigma^2} \right) x + 1 \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right)$$

Y con respecto a y:

$$G''_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right) \left(\frac{-y}{\sigma^2} \right) = \frac{-1}{2\pi\sigma^4} \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \cdot y \right) \right)$$

Regla del producto $(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$ $f = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$ $g = y$

$$\frac{-1}{2\pi\sigma^4} \left(\left(-\frac{e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}}{\sigma^2} \right) y + 1 \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right)$$

Una vez tenemos las derivadas, vamos a intentar separarlas en dos factores, uno de ellos dependiente de x y otro de y. Primero la derivada con respecto a x:

$$G''_x(x,y) = \frac{-1}{2\pi\sigma^4} \left(-\frac{x^2}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right) = \quad (\text{saco factor común})$$

$$= -\frac{1}{2\pi\sigma^4} \left(-\frac{x^2}{\sigma^2} + 1 \right) \left(e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right) = \left[-\frac{1}{2\pi\sigma^4} \left(\frac{-x^2}{\sigma^2} + 1 \right) \left(e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right) \right] \left[e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right]$$

Y luego la derivada con respecto a y:

$$G''_y(x,y) = \frac{-1}{2\pi\sigma^4} \left(-\frac{y^2}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right) = \quad (\text{saco factor común})$$

$$= -\frac{1}{2\pi\sigma^4} \left(-\frac{y^2}{\sigma^2} + 1 \right) \left(e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right) = \left[-\frac{1}{2\pi\sigma^4} \left(\frac{-y^2}{\sigma^2} + 1 \right) \left(e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right) \right] \left[e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right]$$

Finalmente, como ya hemos comentado antes, la Laplaciana de Gaussiana es la suma de las dos segundas derivadas:

$$\nabla^2 G(x,y) = \underbrace{\left[-\frac{1}{2\pi\sigma^4} \left(\frac{-x^2}{\sigma^2} + 1 \right) \left(e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right) \right]}_{T_1(x)} \underbrace{\left[e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right]}_{T_2(y)} + \underbrace{\left[-\frac{1}{2\pi\sigma^4} \left(\frac{-y^2}{\sigma^2} + 1 \right) \left(e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right) \right]}_{T_3(y)} \underbrace{\left[e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right]}_{T_4(x)}$$

Como podemos ver, la Laplaciana de Gaussiana la podríamos expresar como $T_1(X) * T_2(y) + T_3(y)T_4(x)$, donde $T_1(X)yT_4(x)$ dependen sólo de x y $T_2(y)yT_3(y)$ de y.

La Laplaciana de la Gaussiana es usada para detectar bordes. Al igual que he comentado en el ejercicio anterior, cada derivada marca los patrones en un sentido. En este caso, cada núcleo marca los bordes en una dirección y con la suma obtenemos la zona donde se ha producido una mayor detección, es decir, donde hay un borde.

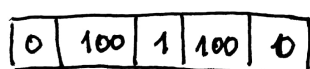
9. ¿Cuáles son las operaciones básicas en la reducción del tamaño de una imagen? Justificar el papel de cada una de ellas.

La reducción del tamaño de una imagen implica dos pasos. Primero, un filtro de suavizado y luego se eliminan filas y columnas de la matriz que representa la imagen. El primer paso se hace para que, tras el proceso de la reducción, los píxeles que se quedan obtengan información de sus píxeles vecinos y así la pérdida de información no sea total. Es decir, supongamos una imagen de 1×3 (filas por columnas de píxeles) y que nuestro proceso de escalado se queda las filas y columnas impares (en este caso se quedaría sólo con el píxel central). Si eliminamos directamente los píxeles 1 y 3, podría darse el caso de que se pierda información relevante para nuestra imagen. Pero si aplicamos antes un filtro de suavizado, el píxel que sobreviviría al proceso de escalado (el correspondiente al píxel central), tendría información de los píxeles vecinos puesto que estos influyen en el proceso de suavizado. Veámoslo con un ejemplo:

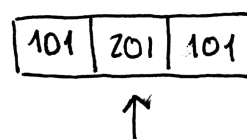


Proceso de suavizado

1. Añadimos bordes a la imagen



2. Aplicamos la máscara



Como vemos, si nos quedamos con el píxel central sin aplicar el filtrado, el valor del píxel sería 1, mientras que tras el filtrado, el píxel se vería afectado por sus vecinos y tendría un valor de 201.

Finalmente, el proceso de escalado es trivial, se cogen las filas y las columnas que deseemos para obtener el tamaño deseado. Por ejemplo, si se decide hacer una reducción a la mitad del tamaño, una buena idea sería coger las filas y columnas pares o impares.

10. ¿Qué información de la imagen original se conserva cuando vamos subiendo niveles en una pirámide Gaussiana? Justificar la respuesta.

De un nivel a otro de la pirámide Gaussiana lo que hacemos es el proceso de escalado comentado en el apartado anterior. Como el primer paso del escalado es aplicar un filtro Gaussiano y en teoría hemos visto que el filtro Gaussiano es un filtro de paso bajo, lo que hace dicho tipo de filtros (y en concreto el Gaussiano) es dejar intactas las frecuencias

bajas y atenuar o eliminar las frecuencias altas. Por lo tanto, lo único que se conserva de la imagen original son las frecuencias bajas.

11. ¿Cuál es la diferencia entre una pirámide Gaussiana y una Pirámide Laplaciana? ¿Qué nos aporta cada una de ellas? Justificar la respuesta.

La pirámide Gaussiana se construye realizando el proceso de escalado comentado en el ejercicio 9. Por lo tanto obtenemos una serie de imágenes que van conservando las frecuencias bajas (y perdiendo las frecuencias altas) y siendo reducidas de tamaño (a la mitad) en cada paso.

La pirámide Laplaciana se construye submuestreando y luego ampliando una imagen y comparando el resultado obtenido con la original. Lo que vamos guardando en las imágenes que forman la pirámide Laplaciana son las frecuencias altas perdidas en el proceso de submuestreo.

Por lo tanto la diferencia es que la pirámide Gaussiana representa las frecuencias bajas y la pirámide Laplaciana representa las frecuencias altas.

12. Las máscaras de Sobel y Prewitt nos permiten calcular mapas de intensidad de cambio de nivel de gris en el entorno de un punto. Proponga alguna idea que permitan calcular contornos a partir de dichos mapas. Considere un contorno como una lista de coordenadas de píxeles de longitud mayor que uno tal que si la pintamos sobre una imagen no tiene puntos de cruce.

13. ¿Cuáles son las propiedades de la función Gaussiana que la hacen tan relevante para el procesamiento de las imágenes? Justificar la respuesta.

Una de las propiedades más interesantes que tiene es que es un filtro cuyos valores son positivos. Por lo tanto, cuando aplicamos dicho filtro a una imagen, sabemos que la imagen resultante va a ser una imagen válida ya que no tendrá valores negativos.

También es importante destacar que se trata de un núcleo separable y simétrico, lo cual nos permite realizar el proceso de convolución de una forma más eficiente (separando por filas y por columnas como hemos hecho en teoría y prácticas).

14. ¿Podemos garantizar una perfecta reconstrucción de una imagen a partir de su pirámide Laplaciana? Dar argumentos y discutir las opciones que considere necesario.

Usando sólo la pirámide Laplaciana no, ya que esta sólo almacena las frecuencias altas y necesitaríamos las frecuencias bajas las cuales no tenemos. Si partimos de una imagen submuestreada y su pirámide Laplaciana, podríamos reconstruir la imagen original. El

proceso consiste en expandir todos los niveles de la pirámide Laplaciana y luego sumarlos:

$$imagen_original = \sum_{l=0}^N L_{l,l}. \quad (11)$$

donde $L_{l,l}$ representa el nivel l expandido n veces.

Bibliografía ¹:

- Proof of Separable Convolution 2D - www.songho.ca
- Lineal function - Wikipedia
- Computer Vision: Algorithms and Applications - Richard Szeliski
- The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code by PETER J. BURT, MEMBER, IEEE, AND EDWARD H. ADELSON.
- Transparencias de teoría

¹La bibliografía son enlaces que llevan a la página en concreto.