

# Redes y Sistemas Complejos

## Práctica 3-Tema2-1: Componente Gigante de una Red Aleatoria

### **Modelo *Netlogo T2-1-Giant-Component.nlogo***

#### 1. Descripción

En una red, una **componente conexa** es un grupo de nodos totalmente conectados, directamente o indirectamente. Si una red presenta una **componente gigante**, eso significa que casi cualquier nodo de la misma es accesible desde casi todos los demás. Este modelo muestra la rapidez con que surge una componente gigante según va creciendo una red aleatoria.

#### 2. Funcionamiento

Inicialmente tenemos un conjunto de nodos sin conexiones (enlaces) entre ellos. En cada paso, elegimos dos nodos al azar que no estaban conectados directamente y añadimos un enlace entre ellos. Todas las conexiones posibles tienen exactamente la misma probabilidad de producirse (una probabilidad uniforme).

Según se ejecuta el modelo, se van formando pequeñas componentes conexas con forma de cadena en las que los miembros de cada componente están conectados entre sí directa o indirectamente. Si se crea un enlace entre dos nodos de dos componentes diferentes, ambas se funden en una sola. La componente con la mayor cantidad de miembros en un instante concreto de tiempo es la componente gigante, representada siempre en color rojo. Si hay un empate entre dos componentes gigantes, se escoge aleatoriamente una de ellas.

#### 3. Configuración y Ejecución

El control deslizante NUM-NODES define el tamaño de la red. Elige un tamaño y pulsa SETUP.

Al pulsar el botón GO ONCE se añade una nueva arista a la red (un solo paso constructivo). Para ejecutar el modelo de forma continua, agregando aristas repetidamente, pulsa GO. Puedes volver a pulsarlo para detener la simulación en cualquier momento.

Según se ejecuta el modelo, los nodos y las aristas tratan de posicionarse en una distribución estética que hace la estructura de la red más fácil de ver. Sin embargo, la generación de esta distribución hace que el modelo funcione de forma más lenta. Para obtener resultados más rápidamente, desactiva la opción LAYOUT?.

El botón REDO LAYOUT ejecuta el algoritmo de distribución de forma continua para mejorar el diseño de la red.

Un monitor muestra el tamaño actual de la componente gigante y el gráfico refleja la evolución del porcentaje de nodos que la componen a lo largo del tiempo.

## 4. Aspectos Importantes

El eje y de la gráfica muestra la fracción del total de nodos incluidos en la componente gigante. El eje x muestra el número medio de enlaces por nodo (**el grado medio de la red**). La línea vertical en el gráfico muestra el punto en el que dicho número medio de enlaces alcanza el valor 1. ¿Qué ocurre con la tasa de crecimiento de la componente de gigante a partir de ese momento?

El modelo muestra una de las primeras pruebas de la teoría de grafos aleatorios propuesta por los matemáticos Paul Erdos y Alfred Rényi en 1959 (que estudiaremos en el Tema 5. Modelos de Redes). Ellos mostraron que la mayor componente conexa de una red formada conectando de forma aleatoria dos nodos ya existentes en cada paso de tiempo, crece rápidamente después de que el grado medio sea igual a 1. En otras palabras, el número medio de enlaces tiene un **punto crítico** donde la red se somete a una "transición de fase" de un mundo bastante fragmentado compuesto por varias componentes conexas pequeñas a otro mundo donde la mayoría de los nodos pertenecen a la misma componente conexa.

## 5. Prueba de Conceptos

Deja correr el modelo hasta el final. ¿Responde la componente gigante obtenida a las características de dicho nombre?

Ejecuta el modelo de nuevo, esta vez paso a paso. Observa cómo crecen las componentes. ¿Qué ocurre cuando la curva del gráfico tiene una pendiente más pronunciada?

Ejecuta el modelo con un número pequeño de nodos (como 10) y observa el gráfico. ¿En qué difiere del obtenido cuando se hace funcionar el modelo con un gran número de nodos (por ejemplo, 300)? Si lo ejecutas varias veces con el mismo número de nodos, ¿cuánto varía el gráfico de una ejecución a otra? Puedes desactivar opción LAYOUT? para obtener resultados más rápidamente.

## 6. Extensión del Modelo

En este momento, la probabilidad de que dos nodos cualesquiera queden conectados entre sí es la misma. ¿Puedes pensar en formas de hacer que algunos nodos sean más atractivos para conectarse que otros? ¿Cómo influiría eso en la formación de la componente gigante?

## 7. Conceptos de Redes

La identificación de las componentes conexas se realiza mediante el algoritmo de búsqueda estándar en grafos de **búsqueda primero en profundidad**. Dicho algoritmo se basa en rastrear una rama de enlaces todo el camino hasta el final antes de pasar a la siguiente. Para un nodo determinado, explora los vecinos de su primer vecino (y después los vecinos de éstos, etc.) antes de pasar a su siguiente vecino. El algoritmo es recursivo por lo que finalmente se estudiarán todos los nodos alcanzables desde un nodo de partida concreto. Dado que tenemos que encontrar todos los nodos alcanzables y que no importa el orden de aparición, el otro algoritmo clásico de **búsqueda primero en anchura** habría funcionado igual de bien. Elegimos la búsqueda primero en profundidad porque su implementación es más sencilla.

La distribución de los nodos se determina con un método de visualización de redes basado en "*muelles*" (*spring embedder*), que se describe detenidamente en el modelo **Preferential Attachment** y en el Tema 4. Algoritmos de Poda y Visualización de Redes.

## 8. Características de *Netlogo*

Los nodos son agentes tortuga y los enlaces son agentes de conexión. La primitiva *layout-spring* distribuye los nodos, como si los enlaces fueran muelles y los nodos se repelieran entre sí.

## 9. Modelos de *Netlogo* Relacionados

Ver otros modelos en la sección **Networks** de la biblioteca **Models**, como por ejemplo el de **Preferential Attachment**. Ver también el ejemplo **Network**, en la sección **Code Examples**.

## 10. Referencias

Este modelo:

Wilensky, U. (2005). NetLogo Giant Component model. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/GiantComponent>. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

es una adaptación de:

Duncan J. Watts. Six Degrees: The Science of a Connected Age (W.W. Norton & Company, New York, 2003), pages 43-47.

La web de Watts está disponible en: <http://smallworld.columbia.edu/>.

El trabajo que describe Watts fue publicado originalmente en:

P. Erdos and A. Renyi. On random graphs. Publ. Math. Debrecen, 6:290-297, 1959.

Ese documento tiene algunos análisis adicionales, publicados en:

S. Janson, D.E. Knuth, T. Luczak, and B. Pittel. The birth of the giant component. Random Structures & Algorithms 4, 3 (1993), pages 233-358.