2020

Ludus ACADEMIE

Théorie des graphes

Vincent CELIK

Jérémy FAIVRE

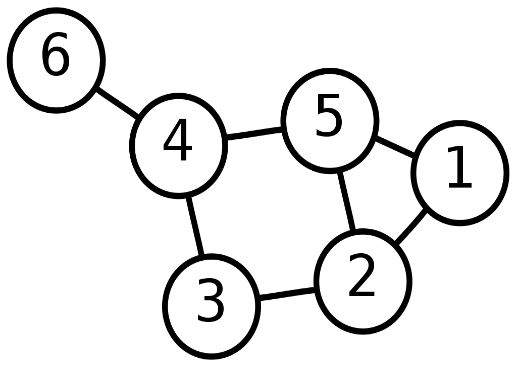
Valentin FONDERFLICK

Ludovic KECH

Gaëtan PIOU

Théorie des graphes

# Définition :

La **théorie des graphes** est la discipline mathématique et informatique qui étudie les *graphes*, lesquels sont des modèles abstraits de dessins de réseaux reliant des objets.

Exemples : *Graphes simples*

Ces modèles sont constitués de

* ***De sommets*** (aussi appelés *nœuds* ou *points*).
* **D’arêtes** (aussi appelées *liens* ou *lignes*) entre deux sommets distincts.

Les arêtes sont parfois non-symétriques (les graphes sont alors dits *orientés*) et sont appelés des *flèches*.

Le nom de **graphe** ne concerne pas qu’un seul objet mathématique, mais regroupe une famille d’objets : les graphes au sens général, les graphes simples, les graphes orientés, les graphes à poids, les graphes étiquetés, etc.

En **anglais**, on utilisera **vertices V** (les sommets) et **edges** **E** (les arêtes).

Le type de graphe que l’on utilisera en pratique dépendra de la nature du problème.

## Graphes simples :

*Graphes simples*

Un **graphe fini** est la donnée :

• d’un ensemble fini V, l’ensemble des sommets.

• d’un ensemble fini E, l’ensemble des arêtes.

• pour chaque arête, d’un ou deux sommets, que l’on appelle les extrémités de l’arête.

On peut voir un graphe comme un ensemble de points, reliés par les arêtes. Entre deux sommets donnés, il peut y avoir plusieurs arêtes, ce que l’on appelle aussi une arête multiple. Une arête avec une seule extrémité est appelée une boucle.

**Un graphe simple** est un graphe sans boucle ni arête multiple. Il n’y a alors d’arêtes qu’entre des sommets distincts, et entre deux sommets il y a au plus une arête.

## Graphes Orientés :

*Graphes orientés*

Un **graphe orienté** fini est la donnée :

• d’un ensemble fini V, l’ensemble des sommets ;

• d’un ensemble fini E, l’ensemble des arêtes ;

• pour chaque arête e ∈ E, d’un sommet de départ e- et d’un sommet d’arrivée e+.

Dans un **graphe orienté**, on peut voir une arête e comme un trait orienté de e− vers e+. Un graphe orienté peut avoir des arêtes multiples et des boucles.

# Graphe Simples :

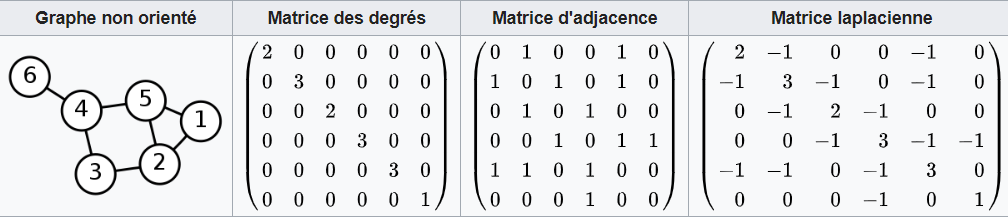
## Graphique :

Un graphe est **connexe** s’il est possible, à partir de n’importe quel sommet, de rejoindre tous les autres en suivant les arêtes. Un graphe non connexe se décompose en composantes connexes.

Un graphe est **complet** si chaque sommet du graphe est relié directement à tous les autres sommets.

Un graphe est **biparti** si ses sommets peuvent être divisés en deux ensembles X et Y, de sorte que toutes les arêtes du graphe relient un sommet dans X à un sommet dans Y.

## Matrice : VOIR GAËTAN

Les relations d'incidence, Les relations entre arêtes et sommets, sont toutes représentées par la [**matrice d'incidence**](https://fr.wikipedia.org/wiki/Matrice_d%27incidence).

Les relations d'adjacences (si deux sommets sont reliés par une arête ils sont adjacents) sont représentées par sa [**matrice d'adjacence**](https://fr.wikipedia.org/wiki/Matrice_d%27adjacence).

Le degré du sommet est le nombre de liens aboutissant à ce sommet. On le représente alors en **matrice des degrés.**

# Graphe Orientés :

## Graphique :

•Un graphe **étiqueté** est un graphe (orienté ou non) dont les liaisons entre les sommets (arêtes ou arcs) sont affectées d’étiquettes (mot, lettre, symbole, etc.…).

• Un graphe **pondéré** est un graphe étiqueté dont toutes les étiquettes sont des nombres réels positifs ou nuls. Ces nombres sont les poids des liaisons (arêtes ou arcs) entre les sommets.

• Le poids d’une chaîne (respectivement d’un chemin) est la somme des poids des arêtes (resp. des arcs) qui constituent la chaîne (resp. le chemin).

• Une plus coute chaîne (resp. un plus court chemin) entre 2 sommets est, parmi les chaînes qui les relient (resp. les chemins qui les relient) celle (celui) qui a le poids minimum.

## Matrice : VOIR GAËTAN

# INDEX

Exemple des graphes avec des matrices

Code en C : Matrice\_GraphesSimplesNonPondere

SDL : Voir Valentin

# SOURCE

## VOIR Ludovic