תחרויות אסטרטגיות-

תחרויות פוליטיות עם מגבלת תקציב ועיצוב אופטימלי של תחרויות מחקר ופיתוח

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

מאת: נתנאל אשטם

ת"ז: 204334429

מנחה: עזרא עיני

תאריך: 23.02.2019

לא צריך
כאן ציון
כולל העבודה.

תוכן עניינים

פרק 1: תחרויות פוליטיות עם מגבלת תקציב

מבוא..3-4
מודל התחרות..4-5
מודל פונקציית הוצאות א-סימטרית.. 5-8
תרחיש אכיפה לא מושלמת................................. 8-9
תרחיש הוצאות שאינן מוניטריות.. 10-12
סיכום.. 12

פרק 2: עיצוב אופטימלי של תחרויות מחקר ופיתוח

מבוא.. 12-13
מודל התחרות.. 13-15
אפיון ש"מ מכרז מחיר ראשון.. 15-17
סוגיות בבחירת עיצוב המכרז.. 17-20
סיכום.. 20

ביבליוגרפיה... 21

פרק 1 : תחרויות פוליטיות עם מגבלת תקציב

1.1 מבוא

עלות הקמפיינים הפוליטיים בארה״ב עלתה משמעותית בשנים האחרונות. לדוגמה, ההוצאות האמיתיות על מערכות הבחירות לקונגרס הוכפלו בין השנים 1976 ל -1992 (Steven D. Levitt [[1995]). ישנן סיבות רבות לכך שהוצאות מוגדלות של קמפיינים עלולות להזיק חברתית. ראשית, הגדלת ההוצאות פירושה גיוס כספים מוגבר, מה שעשוי להרחיק את הפוליטיקאים מחובות החקיקה שלהם . שנית, לוביסט שתורם תרומה גדולה בקמפיין עשוי להיות בעל השפעה מופרזת על תוצאות הבחירות, על עיצוב החקיקה או על תוצאות הרגולציה. כלומר המועמד או החקיקה המועדפים על החברה לא יזכו או יתקיימו. באופן דומה, לוביסט המעורב בעניין רגולטורי או בתחרות על חוזה ממשלתי עשוי להפיק תועלת בצורה בלתי מוגבלת מהתערבות המחוקק . שלישית, התפיסה כי השפעת תרומות בקמפיין עשויה להביא להגברת הסובלנות כלפי שחיתות במגזר העסקי.

הרצון לשלוט על הוצאות קמפיין הוליד יוזמות רבות להגבלת התרומות וההוצאות על קמפיין, החל בחיקוק של חוק הבחירות הפדרלי (FECA). ועדות שדולה פוליטיות (PACs) יכולות לתרום לכל היותר 5,000 $ לכל מועמד בקמפיין, ואילו אנשים יכולים לתרום לכל היותר 1,000 $.
בעוד שהגבלות ישירות על הוצאות קמפיין התבררו כקשות ליישום, ישנן יוזמות חדשות שמטרתן להטיל מגבלות תקציב מרצון ומגבלות מחמירות יותר על תרומות.

למרות החקיקה הקיימת וההצעות להגבלת התרומות, מעט ידוע על ההשפעה של מגבלות התרומה על הוצאות מצטברות. למרות שבאופן אינטואיטיבי מושך להצהיר כי ההוצאות המצטברות ירדו החוקרים מאתגרים תפיסה זו. המאמר חוקר משחקי לובי ומראה כי הטלת מגבלת תקציב על הוצאות לוביסטים עשויה להשפיע בצורה הפוכה דווקא מהאינטואיציה ולמעשה תגרום להגדלת ההוצאות המצטברות והפחתת העודף הכולל. תוצאה זו מרמזת כי מכסה על תרומות מסע הפרסום עשויה להגדיל את התרומות המצטברות לקמפיין .

החלק הבא מציג את המודל ומתאר את שיווי המשקל כאשר לוביסטים אינם מוגבלים. לאחר מכן אתאר עבור שיווי המשקל כאשר לוביסטים עומדים בפני מכסה על הוצאות אינדיווידואליות. מגבלת התקציב מגבילה את הלוביסט שנותן ערך גבוה יותר לפרס הפוליטי יותר מבין הלוביסטים המתחרים, בעוד שלוביסט עם הערכת שווי נמוכה יותר לפרס הפוליטי הופך לאגרסיבי יחסית. כתוצאה מכך, הוצאות השדלנות הכוללות עשויות לעלות. מכיוון שההסתברות של הלוביסט בעל הערכה הגבוהה יותר לפרס הפוליטי לזכות יורדת, מגבלת התקציב מצמצמת את העודף הכולל אם הערכות שווי פרטיות וחברתיות עולות בקנה אחד.

1.2 מודל התחרות

1.2.1 מסגרת המודל

שני לוביסטים ניטרליים בסיכון מתחרים על פרס פוליטי . הפרס יכול להיות חוזה ממשלתי, בסיס צבאי או רישיון לייצר טובין או שירות. פוליטיקאי מכהן קובע מי יקבל את הפרס. חקיקה באתיקה מונעת מכירה פתוחה של פרסים פוליטיים, ולכן הפוליטיקאי יעניק את הפרס ללוביסט שמבזבז יותר. המאמר אינו מדגים במפורש את תפקידו האובייקטיבי של הפוליטיקאי, אך ישנן פרשנויות אפשרויות להתנהגותו: ראשית, ייתכן שהפוליטיקאי מעוניין ברווח האישי שלו. פוליטיקאי בעל עניין עצמי מבקש רנטה מהלוביסטים. למרות שהפוליטיקאי לא יכול למכור את הפרס באופן גלוי, הפוליטיקאי עשוי לקבל תרומות לקמפיין או תרומות שוות כסף. שנית, הפוליטיקאי עשוי להיות מיטיב. במקרה זה, הפוליטיקאי מבקש להעניק את הפרס ללוביסט שיוסיף יותר לרווחה החברתית. פוליטיקאי מיטיב יעניק את הפרס ללוביסט שמבזבז יותר , שכן לוביסט עם הערכת שווי גבוהה יותר לפרס הפוליטי יוציא יותר בממוצע .

גורדון טולוק (1980) הגדיר את הזכייה בפרס דרך לובי במסגרת ~~שסבירותו~~ של אדם לזכות בפרס פוליטי ~~תלויה ישירות בהוצאות הלובי שלו - "all-pay auction"~~ מקרים אלו נותחו על ידי Michael R. Baye, Dan Kovenock and Casper G. de Vries (1993, 1996), and Arye L. Hillman and John G. Riley (1989)

~~במכרז פומבי הכוללת תשלום~~, המציעים מגישים הצעות לא שליליות בו זמנית והפרס מוענק לכל המרבה במחיר. ~~התכונה במכרז זה היא~~ כל המציעים משלמים את הצעותיהם, תכונה זו

מתאימה לניתוח תחרויות פוליטיות שכן אם הלוביסט אינו זוכה בפרס הוא אינו מקבל חזרה את השקעתו.

ויתור של הון אנושי

אנו מנתחים את ~~המכירה הפומבית של כל התשלום~~ כאשר מציעים עומדים בפני מכסה אקסוגני של הצעות המחיר. בהתאם למינוח של all-pay, אנו מתייחסים לפוליטיקאי "המוכר" וללוביסטים כאל "המציעים". הערכתו של ההצעה i לפרס היא V_i, ו- $v_1 > v_2 > 0$. פונקציית העלות של המציעים היא $C_i(x)$ אם מציע i זוכה עם הצעה X_i התשלום שלו הוא $v_i - C_i(x)$, ואילו התשלום שלו הוא $C_i(x)$ - אם הוא מפסיד. כללי המשחק והתשלומים ידועים על ידי המציעים, שממקסמים את התשלומים הצפויים האישיים שלהם. אנו מחפשים שיווי משקל נאש באסטרטגיות של הצעות מחיר.

1.2.2 מודל עם פונקציית הוצאות א-סימטרית

נציג תוצאות ש"מ במצב ה א-סימטרי ואת פונקציית ההוצאות המצרפית ולאחר מכן נראה מה קורה שמטילים מכסה על ההוצאות. תחילה הנחות חשובות על פונקציית ~~העלות~~ ההון לצורך ניתוח תוצאות ש"מ:

א. $C_i(x)$ היא פונקציה עולה ממש ורציפה

ב. $C_i(0) = 0$ אם ההצעה היא 0 פונקציית העלות שווה ל- 0

ג. $v1 > v2 > 0$ ו $C2(.) \geq C1(.)$

ההימור המקסימלי ששחקן 2 יכול להמר הוא: $\overline{x} := c_2^{-1}(v_2)$ התשלום במקרה זה יהיה במידה ויזכה $v_2 - c_2(\overline{x}) = 0$ ולכן שיווי המשקל יתקבל בקטע $[0, \overline{x}]$.

התשלומים יהיו $v_1 - c_1(\overline{x}) \geq 0$ לשחקן 1 ו 0 לשחקן 2.

נגדיר פונקציית התפלגות מצטברת של המשתנה המקרי שמייצג את הערך עבור החפץ של שחקן i

$F_i(\cdot)$

תוחלת

הרווח הצפוי לשחקן 1 ולשחקן 2 בהתאמה, כאשר הם נותנים הצעה של x הוא:

$$v_1F_2(x) - c_1(x) = v_1 - c_1(\overline{x}), \quad \forall x \leq \overline{x}, \tag{1}$$

$$v_2F_1(x) - c_2(x) = 0, \quad \forall x \leq \overline{x}. \tag{2}$$

כאשר אנו מבודדים את סכום הרווח הצפוי לכל שחקן (משוואות 1 ו 2) נקבל את אפיון הצעות שיווי המשקל הבא לכל שחקן בהתאמה:

$$F_1(x) = \frac{c_2(x)}{v_2} \text{ and } F_2(x) = \frac{v_1 - c_1(\overline{x}) + c_1(x)}{v_1} \quad \forall x \leq \overline{x}$$

תוחלת ההוצאה

כעת תוך שימוש בתוצאות שיווי משקל אלו נוכל למצוא את ~~פונקציית ההוצאות~~ המצרפית:

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\overline{x}} c_1(x)dF_1(x) + \int_0^{\overline{x}} c_2(x)dF_2(x) \\
= & \int_0^{\overline{x}} \frac{c_1(x)c_2'(x)}{v_2}dx + \int_0^{\overline{x}} \frac{c_1'(x)c_2(x)}{v_1}dx \\
= & \int_0^{\overline{x}} \frac{c_1(x)c_2'(x) + c_1'(x)c_2(x)}{v_1}dx + \left[\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right] \int_0^{\overline{x}} c_1(x)c_2'(x)dx \\
= & \frac{c_1(\overline{x})c_2(\overline{x})}{v_1} + \left[\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right] \int_0^{\overline{x}} c_1(x)c_2'(x)dx \\
= & \left(\frac{v_2}{v_1}\right) c_1(c_2^{-1}(v_2)) + \left[\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right] \int_0^{v_2} c_1(c_2^{-1}(a))da.
\end{aligned}$$

בשלב הבא נמצא את פונקציית ההוצאות המצרפית כאשר ישנה הגבלה על מכסת ההוצאות של כל מציע.

בהינתן שתי פונקציות עלות כלשהן אשר נמצאות ב C :

$$(c_1(\cdot), c_2(\cdot))$$

$$(\overline{c}_1(\cdot), \overline{c}_2(\cdot))$$

מעבר מפונקציית עלויות הקודמת לנוכחית נקראת "equalizing shift" ותנאי הכרחי לכך הוא :

$$\overline{c}_1(\overline{c}_2^{-1}(a)) \geq c_1(c_2^{-1}(a)), \forall a \leq v_2$$

הפירוש הישיר של Equalizing shift תקן את הצעה x , שיכול להיות שנעשתה בשיווי משקל, בהתחשב בפונקציות העלות הראשונית. הצעה זו תעלה למציע 2 $C_2(x)$, אותה הצעה לאחר השינוי תעלה למציע 1 יותר מאשר לפני השינוי. בהתאם לזאת תנאי מספיק ל Equalizing shift הוא :

$$\overline{c}_1(x) - c_1(x) \geq \overline{c}_2(x) - c_2(x), \forall x \leq c_2^{-1}(v_2)$$

כעת פונקציית ההוצאות של שחקנים 1 ו 2 עלתה, עדיין לשחקן 1 ישנה פונקציית הוצאות נמוכה יותר אך פונקציית ההוצאות של שחקן 1 עלתה יותר מאשר של שחקן 2 והפער התחרותי נסגר. (figure 1)

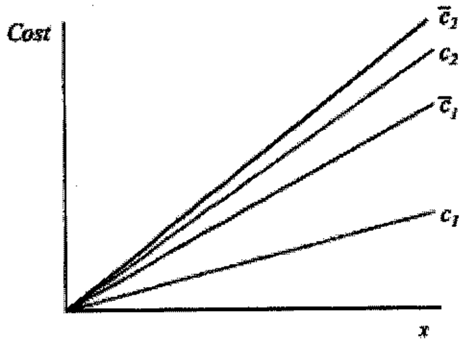


FIGURE 1. EQUALIZING SHIFT

בשימוש במעבר בין פונקציית העלויות הקודמת לפונקציית העלויות החדשה תחת מגבלת תקציב נקבל הוצאה מצרפית חדשה הגבוהה יותר מפונקציית ההוצאות המצרפית הקודמת :

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)\left[\overline{c}_1(\overline{c}_2^{-1}(v_2)) - c_1(c_2^{-1}(v_2))\right] + \left[\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right]\left(\int_0^{v_2} [\overline{c}_1(\overline{c}_2^{-1}(a)) - c_1(c_2^{-1}(a))]da\right)$$

1.2.3 תרחישים נוספים בקביעת מגבלת התקציב : כאשר ההגבלה נאכפת בצורה לא מושלמת וכאשר הלוביסט משתמש בהוצאות שאינן מוניטריות

i.תרחיש של אכיפה לא מושלמת

נניח שקיימת הגבלה על ההוצאות המוניטריות של $\overline{m} > 0$ וההגבלה אינה נאכפת בצורה מושלמת . כעת פונקציית ההוצאות של המציע תבטא מרכיב של עונש במקרה שהצעה x חורגת מהמקסימום המותר תחת תנאי ההגבלה. פונקציית העלות תיראה כך :

$$\overline{c}_i(x) := c_i(x + \alpha(x - \overline{m}))$$

הפרמטר α מבטא את עונש החריגה, ככל שהחריגה ממגבלת התקציב גבוהה יותר כך פונקציית העלות תהיה גדולה יותר. על ההגבלה לחיות אפקטיבית ולקיים את התנאי $\overline{m} < \overline{x} = c_2^{-1}(v_2)$

הוכחה:

נניח פונקציית עלות מהצורה הבאה:

$$\phi(x) := x + \alpha(x - \overline{m})$$

בהתאם לכך נקבל ש

$$\bar{c}_1(\overline{c_2}^{-1}(a)) = \bar{c}_1(\phi^{-1}(c_2^{-1}(a))) = c_1(\phi(\phi^{-1}(c_2^{-1}(a))) = c_1(c_2^{-1}(a)), \forall a \leq v_2$$

המשוואה תואמת את הנחת ה Equalizing shift במעבר מ $(c_1(\cdot), c_2(\cdot))$ ל- $(\bar{c}_1(\cdot), \bar{c}_2(\cdot))$

ולכן התוצאות עבור פונקציות ההוצאות יהיו זהות כמו בחלק 1.2.2

$$\begin{aligned}
\bar{c}_1(\overline{c_2}^{-1}(a)) - c_1(c_2^{-1}(a)) &= \bar{c}_1(x') - c_1(x) \\
&= \bar{c}_1(x') - a - (c_1(x) - a) \\
&= \bar{c}_1(x') - \bar{c}_2(x') - (c_1(x) - c_2(x)) \\
&= c_1(x') - c_2(x') - (c_1(x) - c_2(x)) \\
&= \int_{x'}^{x} [c_2'(s) - c_1'(s)]ds \\
&\geq 0.
\end{aligned}$$

ניתן לראות שגם במצב זה קיבלנו תוצאה שבה פונקציית ההוצאות יגדלו, גם המצרפית, והגידול יהיה גדול יותר עבור שחקן 1.

ii. תרחיש של הוצאות שאינן מוניטריות מצד המציעים

במצב שעומד בפני המציע מגבלת תקציב מוניטרית, יכול המציע להחליף הוצאות מוניטריות בהוצאות שאינן מוניטריות כגון מאמץ. במצב זה מגבלת התקציב לא תהיה אפקטיבית לחלוטין ושיווי המשקל יכול להראות שונה מהפרקים הקודמים.

במקרה שבו המציע עומד בפני מגבלת תקציב ובוחר להחליף הוצאות מוניטריות במאמץ פונקציית ההוצאות שלו תיראה כך : $\psi_i(m,e)$

m- ההוצאה המוניטרית

e- מאמץ או הוצאה לא מוניטרית אחרת

ההצעה של המציע היא $w(m,e)$

הנחות התרחיש :

$$\psi_1(m,e) \leq \psi_2(m,e),\ \forall (m,e) > (0,0)$$

$w\ \psi_1,\ \psi_2$ הן פונקציות רציפות עולות ב (m,e)

ψ_i קוואזי קמורה

w קוואזי קעורה

עדיין קיימת מגבלת תקציב מוניטרית של $\hat{m}$ ולכן פונקציית העלות תהיה מהצורה הזו :

$$\hat{c}_i(x;\hat{m}) := \min_{m,e}\{\psi_i(m,e)|w(m,e) = x \text{ and } m \leq \hat{m}\}$$

פתרון לבעיית המינימזציה הזו ללא מגבלת תקציב היא : $(m_i(x), e_i(x))$

הנחות המודל עבור קוואזי קעירות וקמירות מרמזות :

$$\frac{\partial\psi_i(m,e)/\partial m}{\partial\psi_i(m,e)/\partial e} = \frac{w_m(m,e)}{w_e(m,e)}$$

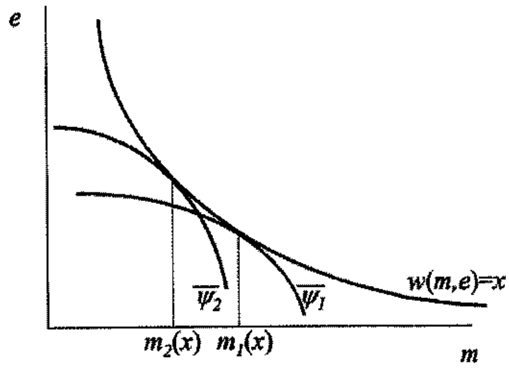
נניח שמציע 1 טוב יותר בגיוס כספים ממציע 2 לכן

$$\frac{\partial\psi_1(m,e)/\partial m}{\partial\psi_1(m,e)/\partial e} < \frac{\partial\psi_2(m,e)/\partial m}{\partial\psi_2(m,e)/\partial e}, \forall(m,e) >> (0,0)$$

ונקבל שמציע 1 מסתמך יותר על הוצאות מוניטריות מאשר מציע 2 (figure 2)

$$m_1(x) > m_2(x)$$

Figure 2: Optimal monetary expenditure



ההצעה המקסימלית של שחקן 2 היא שוב $\overline{x} = c_2^{-1}(v_2)$ ולכן תחת התנאי ש $m_2(\overline{x}) \le \overline{m} < m_1(\overline{x})$

מגבלת התקציב לא תשפיע על שחקן 2 בש"מ אך כן תשפיע על שחקן 1 ותגרום לפונקציית העלות שלו לעלות קרוב לסופרימיום (החסם מלרע ~~מלמעלה~~ הקטן ביותר לקבוצת ההצעות שלו) ולכן פונקציית העלות המצרפית תעלה. כתוצאה מכך שחקן 2 נהיה יותר אגרסיבי שכן ההסתברות שלו לזכות עולה ומעלה את הביד שלו ~~פונקציית ההצעות~~. ישנו גם מצב שבו הפרסים הפוליטיים אינם מחולקים בצורה יעילה שכן שחקן 2 החלש יותר, עלול לזכות בפרס בהסתברות גבוה יותר.

1.2.4 סיכום ומסקנות

במאמר זה הראו כי מגבלת תקציב אקסוגנית על ההצעות במכירה פומבית הכוללת הוצאות מוניטריות (באופן חלש) מקטין את ההסתברות שמציע המעריך גבוה יותר את הפרס מנצח ומגדיל את ההכנסות הצפויות של המוכר. כאשר לובינג נתפס כמכירה פומבית הכוללת הוצאות מוניטריות, התוצאות מרמזות כי מגבלות על הוצאות עשויות להגדיל את סך ההוצאות ולהקטין את העודף הכולל. לפיכך מכסה על תרומות הקמפיין עשויה להשפיע בצורה הפוכה של הגדלת התרומות המצטברות תוך הפחתת העודף הכולל. התוצאה תופסת, באופן חלש יותר אמנם, גם עבור מקרים שבהן האכיפה של מגבלת התקציב לא מושלמת וגם במקרה שבו המציע מעוניין להשתמש בהוצאות שאינן מוניטריות.

פרק 2: עיצוב אופטימלי של תחרויות מחקר ופיתוח

2.1 מבוא

מוצרים חדשים רבים (למשל מערכות נשק) דורשים מאמץ חדשני משמעותי של הספקים על מנת לייצרם. זכייה בחוזה כזה באמצעות התקשרות דו צדדית היא לעיתים קרובות בעייתית, מכיוון שהמאמץ ואיכות המוצר עשויה להיות בלתי ניתנת לאימות. כלומר, צד שלישי אינו יכול לאמת את רמת איכות המוצר כתוצאה מהמאמץ שהספק השקיע. בנוסף, דאגות פשיטת רגל ומגבלות משפטיות מגבילות את יכולתו של הרוכש לגבות דמי כניסה (בפרק זה נתייחס לזה כאל אחריות מוגבלת). הרוכשים מסתמכים לרוב על תחרויות בסביבה כזו. מאמר זה מוצא את מנגנון המכרז האופטימלי כאשר אין אפשרות לאמת את איכות המאמץ והמוצר, שיתופי פעולה וחבות מוגבלת. המאמר משיג זאת באמצעות טיעון דואליות חדשני. כאשר יש לחברות טכנולוגיות שונות, בחירה של שתי החברות היעילות ביותר היא אופטימאלית, כאשר נגביל את הפירמה היעילה יותר. מאמר זה תורם לתורת המכרזים על ידי שילוב תמריצי השקעה בתכנון המכרז.

פרק זה בא לבחון את השימוש בתחרות לצורך מציאת המצאה חדשה . בפרק זה המטרה היא לנסות ולענות על שתי שאלות עיקריות :

א. איך המזמין או הקונה צריך לתכנן את מבנה התשלומים בתחרות?

ב. איך לבחור את סט המשתתפים בחרות?

2.2 מודל התחרות

ישנו קונה המעוניין לקדם פיתוח של מוצר מסוים מ $N \geq 2$ פירמות נטולות סיכון.

הפירמה יכולה להשקיע איכות של $x \geq 0$ אם היא תשקיע מאמץ $\psi_i(x)$.

חשוב להדגיש שההשקעה יכולה להיות מוניטרית או לא מוניטרית והפונקציה $\psi_i(x)$ ידועה לפירמות ולקונה והדרך היחידה של פירמה לדעת כמה שווה המצאתה היא ע"י מכירתה. קונה מקבל רווח של X-P כאשר X זו איכות ההשקעה ו P זה התשלום עבור ההמצאה.

$\psi_i(x)$ מוגדרת כפונקציה עולה ורציפה כאשר $x \geq 0$ ו $\psi_i(0) = 0$ ז"א 0 איכות לא דורש מאמץ.
וישנו סף איכות שמעבר אליו אין דרישה חברתית [illegible]
אנו מניחים שיעילות של כל שתי פירמות מדורגות ~~[illegible]~~ ז"א $\psi_i(x) \leq \psi_j(x)$ if $i < j$.
יעילות הפירמה באה לידי ביטוי במשוואה הבאה :

$$x_i^* \in \arg\max_{x \geq 0}\{x - \psi_i(x)\}$$

ככל שהפער בין עלות היצור לאיכות המוצר המוגמר גדול יותר לכל רמה של איכות מוצר, כך הפירמה יעילה יותר.

רווח נטו לפירמה (בכדי שפירמה תתחרה צריך להיות לה רווח חיובי) :

$$s_i^* := x_i^* - \psi_i(x_i^*)$$

x_i ידוע רק לפירמה המייצרת ולקונה אך לא לפירמה המתחרה וכך גם רמת המאמץ.

המכרז עובד כך :

ישנן N פירמות ומתוכן נבחרות n פירמות להתחרות, כל פירמה מקבלת אינדקס

בין $\{1, \ldots, n\}$ [illegible]

כל פירמה בוחרת פרס $p_i \in \Re_+$

הסימון פה בספר

אין מס כניסה והפירמה לא מקבלת שום דבר כאשר מפסידה.

הפירמה מרוויחה $p_i - \psi_i(x_i)$ כאשר היא מציעה (x_i, p_i) ומנצחת, ו $-\psi_i(x_i)$ כשהיא מפסידה .

כלל הבחירה של המנצח הוא וקטור הסתברויות : $Q_i : \Re_+^n \times \Pi_{i\in\mathcal{N}} \mathcal{P}_i \to [0, 1]$

כך ש- $\Sigma_{i\in\mathcal{N}} Q_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \le 1$.

פונקציית הבחירה מקבלת 2 ערכים X ו P לתוך פונקציית ההסתברויות ובוחרת מנצח.

כלל הבחירה :

$$Q_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = 1 \text{ if } x_i - p_i > \max_{j\in\mathcal{N}\setminus\{i\}} x_j - p_j \text{ and } x_i - p_i > 0.$$

במקרה זה רווח הפירמה הצפוי הוא : $u_i := p_i Q_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) - \psi_i(x_i).$

במסגרת ניתוח ש״מ אנו נתרכז ב Si: =Xi-Pi שיוצע לקונה ע״י הפירמות.

$$u_i = \sup_{x\ge 0, p\in\mathcal{P}_i} \left\{ p \prod_{j\in\mathcal{N}\setminus\{i\}} G_j(s) - \psi_i(x) : \text{s.t. } x - p = s \right\}$$

הפירמה מעוניינת למקסם ולכן התוצאה תהיה הסופרמום, ז״א החסם מ[illegible] הקטן ביותר בקבוצה החסומה הנל.

ה, [illegible]

$$\prod_{j\in\mathcal{N}\setminus\{i\}} G_j(s) = \inf_{x\ge 0, p\in\mathcal{P}_i} \left\{ \frac{u_i + \psi_i(x)}{p} : \text{s.t. } x - p = s \right\}$$

ההסתברות למצחון היא האינפמום, ז״א החסם מ[illegible] הכי גדול של הקבוצה ההסתברות הגבוהה המינימלית ביותר לזכות.

[illegible]

2.2.1 ש״מ של מכרז מחיר ראשון עם שתי פירמות

ישנן 2 פירמות N=i,j , הפרס המקסימלי לכל פירמה הינו : $\mathcal{P}_k = [0, \bar{p}_k]$ k=i,j

המגבלה על הסכום הכרחית כי אם לא נגביל את הסכום, וכל פירמה תוכל לבחור פרס בין 0 ל ∞ לא נקבל ש״מ באסטרטגיות טהורות רק באסטרטגיות מעורבות.

לדוגמא: כאשר פירמה i תציע את כל הרווח של פירמה j, פירמה j לא יכולה לנצח ועל כן תציע 0, כעת יש לפירמה i אינטרס להוריד את הרווח שהיא מציעה.

כמו שאמרנו קודם כל פירמה חייבת להציע רווח חיובי כלשהו בין $(0, \bar{s}]$ בשיווי משקל. המקסימום שפירמה k יכולה להציע בש״מ הוא $s_k^*(\bar{p}_k) := \max_{x \in \Re_+, p \in [0, \bar{p}_k]} \{x - p : \text{s.t. } p \geq \psi_k(x)\}$

צריך להגדיר $s_k^*(\bar{p}_k) > 0$ אחרת אף פירמה לא תציע רווח חיובי בש״מ.

כעת נניח ש אם $s_i^*(\bar{p}_i) \geqq s_j^*(\bar{p}_j)$. פירמה i תציע רווח של $s_j^*(\bar{p}_j)$ היא תזכה בהסתברות של 1 ותרוויח :

$$u_i^*(\bar{p}_i) := \max_{p \in [0, \bar{p}_i]} p - \psi_i(p + s_j^*(\bar{p}_j)).$$

כיוון שפירמה j לא יכולה להציע יותר היא תרוויח 0.

כלל הבחירה במקרה של שוויון בין הפירמות יהיה:

$$\begin{aligned}
&(\mathbf{R}') \quad Q_k(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \\
&= 1 \text{ if } x_k - p_k > x_l - p_l \text{ for } k, l = i, j; \\
&\quad \text{and } Q_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = 1 \text{ if } x_i - p_i = x_j - p_j = 0.
\end{aligned}$$

כלל זה בא לדאוג שנקבל ש״מ במצב של שוויון ושהקונה אף פעם לא יצא מופסד ז״א שהפירמות לעולם לא יציעו רווח שלילי לקונה.

נניח 2 פירמות בעלות צפיפות חיובית באינטרוול פתוח כלשהו I, $I \subset S \cap \Re_{++}$, לפחות ל 2 פירמות מציעות רווח חיובי כלשהו ב S ~~מתואר ע״י המשתנה המקרי הבא:~~ $\Pr\{s_i \in I\} > 0$ לכל $i = 1,2$

פונקציית ההתפלגות המצטברת של המשתנה המקרי שמייצג את עודף הפירמה בש״מ כשהפירמות מציעות רווח על פני האינטרוול $(0, s_2^*]$ כאשר פירמה 1 תרוויח $s_1^* - s_2^*$ ופירמה 2 תרוויח 0

מתקבל ע״י :

$$G_1^a(s) := \min_{p \in \Re_+} \frac{\psi_2(p+s)}{p},$$

$$G_2^a(s) := \min_{p \in \Re_+} \frac{s_1^* - s_2^* + \psi_1(p+s)}{p}.$$

כשהפירמות פותרות את הבעיה המתקבלת מולן, אנו מקבלים את שיווי המשקל הנל לכל X>0 :

$$b_1(x) := \frac{s_1^* - s_2^* + \psi_1(x)}{\psi_1'(x)} \textit{ for } x \in X_1^a, \textit{ where}$$

$$X_1^a := \{z : x_1^a(s) = z \textit{ for some } s \in (0, s_2^*]\},$$

while firm 2 bids the prize

$$b_2(x) := \frac{\psi_2(x)}{\psi_2'(x)} \textit{ for } x \in X_2^a, \textit{ where}$$

$$X_2^a := \{z : x_2^a(s) = z \textit{ for some } s \in (0, s_2^*]\}.$$

הבחירה באופן כללי היא שרירותית ~~רנדומית~~ התוצאות מראות במקרה הסימטרי ש״מ מביא להקצאה יעילה ובמקרה ה א-סימטרי זה לא בהכרח נכון. פירמה יעילה פחות עשויה לזכות בתחרות מול פירמה יעילה יותר למרות שתציע מוצר באיכות נמוכה יותר זה נובע מהתוצאה שפירמה יעילה יותר תבקש פרס גדול יותר.

בנוסף, תוצאה מעניינת במכרז א-סימטרי כזה היא שפירמות יעילות יותר יציעו יותר ערך ואיכות לקונה למרות הדרישה לפרס גבוה יותר, מצב זה מפצה מאוד על הדרישה לפרס גבוה. פירמות יעילות יותר מתחרות בצורה יותר אגרסיבית מפירמות פחות יעילות.

2.2.2 סוגיות בבחירת עיצוב המכרז

קבוצת

לאחר שאפיינו את אסטרטגיות ש״מ כאשר שתי פירמות מחרות ובנינו את כל ההגדרות והתנאים, יש לבחון איך לבחור את סוג המכרז. רמז לכך כבר ניתן להבין מתוצאות אפיון ש״מ שתיארתי מעלה אך אפרט יותר נבחן סוגיה של מצב סימטרי ו א-סימטרי.

i. מכרז סימטרי

שתי הפירמות

נתאר מכרז מחיר ראשון שבו ~~2 פירמות הבר יעילות~~ המתחרות יעילות באותה מידה. לפי ההנחות שתיארנו קודם לכן ומכיוון שהן סימטריות הן יציעו את כל העודף שלהן ויצפו לתשלום של 0.

השי״מ של פירמה 1 תומך ב $S_1^a = [0, s_2^*]$

לפירמות פונקציית התפלגות מצטברת דומה של :

$$G^a(s) := \min_{p \in \Re_+} \frac{\psi(s+p)}{p}$$

לכל $s \in (0, s_2^*]$.

נראה כעת שלמתכנן המכרז עדיף לבחור במכרז מחיר ראשון שבו מתחרות 2 הפירמות עם רמת יעילות שווה.

S הוא העודף בש״מ, $G_i : S \to [0,1]$ פונקציית ההתפלגות המצטברת של עודף הפירמה אשר פירמה i מציעה בשיווי משקל ו $0 \leq U_i$ צפי תשלום לפירמה i בשיווי משקל. תחת ההנחות שהגדרנו בחלק 2.2 נקבל ש- $G_i(s) > 0$,

נניח 2 פירמות k ו l בעלות צפיפות חיובית באינטרוול פתוח כלשהו I, $I \subset S \cap \Re_{++}$, לפחות ל 2

מקרית

פירמות מציעות רווח חיובי כלשהו ב S ~~מתואר עשי המשתנה המקרי הבא:~~ $\Pr\{s_i \in I\} > 0$ לכל $i=1,2$

נקבל :

$$\prod_{j\in\mathcal{N}\setminus\{k\}} G_j(s) = \inf_{p_k\in\mathcal{P}_k} \frac{u_k + \psi_k(s+p_k)}{p_k}$$

$$\geq \min_{p_l\in\Re_+} \frac{\psi(s+p_l)}{p_l} = G^a(s)$$

האי שוויון מתקיים כיוון שהגדרנו שתשלום לפירמה בש"מ לא יכול להיות שלילי($U_k\geq 0$)

מתקיים גם :

$$\prod_{j\in\mathcal{N}\setminus\{l\}} G_j(s) \geq G^a(s)$$

נכפול את 2 המשוואות האחרונות משני הצדדים ונקבל :

$$\left(\prod_{j\in\mathcal{N}} G_j(s)\right)\left(\prod_{j\in\mathcal{N}\setminus\{k,l\}} G_j(s)\right) \geq G^a(s)^2$$

מכיוון ש $G_j(s)\in(0,1]$ נקבל :

$$\prod_{j\in\mathcal{N}} G_j(s) \geq G^a(s)^2$$

צד ימין מתאר מכרז מחיר ראשון כשפירמות 1 ו 2 מתחרות ומכיוון שהקונה רוצה כמה שיותר עודף ~~לו~~ לי יש משמעות לשליטה סטוכסטית מסדר ראשון ועל כן היא עדיפה(עודף קטן יותר לפירמה משמעותו רווח גדול יותר למוכר).

ניתן לראות שהמכרז האופטימלי במצב זה הוא מכרז מחיר ראשון ובו רק 2 הפירמות היעילות יותר מתחרות מאשר כל מכרז אחר.

ii. מכרז א-סימטרי

לעומת המצב הסימטרי שבו העדפנו מכרז מחיר ראשון, כשמדובר בפירמות לא סימטריות יש סיכוי טוב שנעדיף סוג מכרז אחר שבו כוח הפירמה היעילה ביותר מוגבל.

נבחן את האפשרות ש $\psi_1(x) < \psi_2(x)$ לאינטרוול פתוח ב $[0, x_1^*]$

הפרס של פירמה 1 מוגבל $\overline{p}_1 = \overline{p}$, ושל פירמה 2 לא מוגבל.

אם $s_1^*(\overline{p}) \geq s_2^*(\infty) = s_2^*$ כמובן שפירמה 1 תזכה והתשלום הצפוי בש"מ יהיה :

$$u_1^*(\overline{p}) = \max_{p \in [0, \overline{p}]} p - \psi_1(p + s_2^*)$$

ושל פירמה 2 אפס.

$u_1^*(\cdot)$ רציפה ואינה יורדת ומגיעה למקסימום של $s_1^* - s_2^*$ כאשר $\overline{p} = x_1^* - s_2^*$.

$\overline{p}^*$ מוגדר כערך הכי נמוך של $\overline{p}$ כך ש $u_1^*(\overline{p}) = 0$. אם המקסימום מחיר שפירמה 1 תקבל הוא $\overline{p}^*$ אף פירמה אינה מרוויחה רנטה.

הפירמות כאמור מציעות את הרווח שלהן למוכר על פני האינטרוול $(0, s_2^*]$ ופונקציות ההתפלגות המצטברת של המשתנה המקרי שמייצג את עודף הפירמה שלהן :

$$\overline{G_1^a}(s) := \min_{p \in \mathbb{R}_+} \frac{\psi_2(p + s)}{p}$$

$$\overline{G_2^a}(s) := \min_{p \in [0, \overline{p}^*]} \frac{\psi_1(p + s)}{p}$$

כשמשווים את התוצאות האלו לפונקציות ההתפלגות של המשתנה המקרי של הצעת הערך למוכר בחלק 2.2, ההגבלה לא משפיעה על פירמה 1 באשר ההצעה שלה לגבי הרווח אך לגבי פירמה 2 ההצעה שלה גדלה. ההגבלה על פירמה 1 היותר יעילה גורמת לפירמה 2 להיות אגרסיבית יותר.

2.2.3 סיכום ומסקנות

כאשר שתי פירמות בעלות אותה רמת יעילות מתחרות התוצאות מראות שהפירמות יתחרו בצורה אגרסיבית אף יותר כאשר יש מולה פירמה בעלת אותה רמת יעילות מאשר התחרו מול מפירמה פחות יעילה. כמובן זה סימטרי, פירמה פחות יעילה שמתחרה מול פירמה יעילה תתחרה בצורה פחות אגרסיבית. הסבר לתוצאה יכול להיות שכאשר פירמה פחות יעילה מתחרה היא נהיית פסימית לגבי אפשרויות הזכייה שלה ומוותרת מראש על תחרות אגרסיבית וכתוצאה מכך הפירמה היותר יעילה תתחרה בצורה אגרסיבית קצת פחות.

זהות

מבחינת הקונה כדאי לו לבחור 2 פירמות ~~שונות~~ ביעילותן מאשר את 2 הפירמות הכי יעילות, גם אם הפירמות שנבחרו אינן הכי יעילות. במקרה הא-סימטרי יש לבחור את 2 הפירמות היעילות ביותר ולהגביל את הפירמה היעילה יותר מבין השתיים.

ביבליוגרפיה

- Che, Y.-K., and Gale, I. (1998), “Caps on Political Lobbying,” American Economic Review, 88, 643-651.

- Baye, M., Kovenock, D. and De Vries, C. (1996), “The All-Pay Auction with Complete Information,” Economic Theory, 8, 291-305.

- Kaplan, T. and Wettstein, D. (2006), “Comment on ‘Caps on Political Lobbying,’ ” American Economic Review, ~~forthcoming~~

לא נכון,
הופיע מזמן כל ה reference

- CHE, Yeon-Koo; GALE, Ian. Optimal design of research contests. American Economic Review, 2003, 93.3: 646-671.

- Bag, Parimal Kanti. "Optimal auction design and R&D." European Economic Review 41.9 (1997): 1655-1674.

- Baye, Michael R., Dan Kovenock, and Casper G. De Vries. "The all-pay auction with complete information." Economic Theory 8.2 (1996): 291-305.