

Tahir Ali

Allouche Nethanel

Morat Julien

L2 SPI 02

TP Etude d'une poutre en flexion et identification du module de Young

Plan:

- 1)Introduction
- 2)Mesure
- 3)PFS
- 4)Effort interne
- 5)Calcul de la déformée
- 6)Etude du modèle a partir de recherches bibliographiques
- 7)Modèle de Young
- 8)Conclusion

1)Introduction:

Tout d'abord, une poutre est un support horizontal allongé en bois, en métal ou en béton armé, de section étudiée pour une bonne résistance à la flexion.

L'étude des structures en flexion est un sujet important dans le domaine de la mécanique des matériaux. Une poutre en flexion est une structure couramment utilisée dans les bâtiments, les ponts et les structures de support pour supporter des charges transversales. La compréhension du comportement de la poutre en flexion est essentielle pour garantir la sécurité et la fiabilité des structures.

Le but de ce TP est d'étudier le comportement d'une poutre en flexion et d'identifier le modèle de Young du matériau utilisé. Nous allons mesurer les déformations de la poutre en réponse à une charge connue, puis utiliser ces données pour calculer le module de Young du matériau.

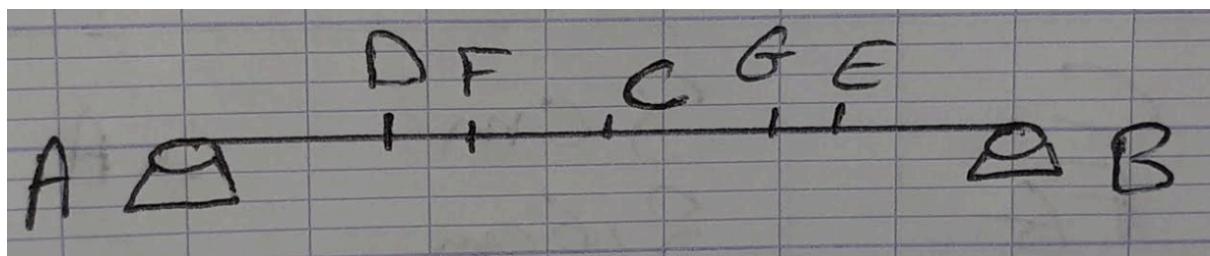
Voici les matériaux que l'on a utilisés au cours de ce TP:

- Structure de soutien pour la poutre
- Poutre (à choisir parmi les modèles disponibles)
- Poids
- Outils pour les réglages et les prises de mesures

2) Mesure

Tout d'abord, nous avons effectué notre montage afin d'obtenir une poutre sur deux supports simples A et B.

Puis nous avons mesuré notre poutre, on a aussi nommé des points dans notre poutre.



Distance en cm:

A et B	C	D	E	F	G
32.5	16.25	8.125	24.375	10.83	21.6

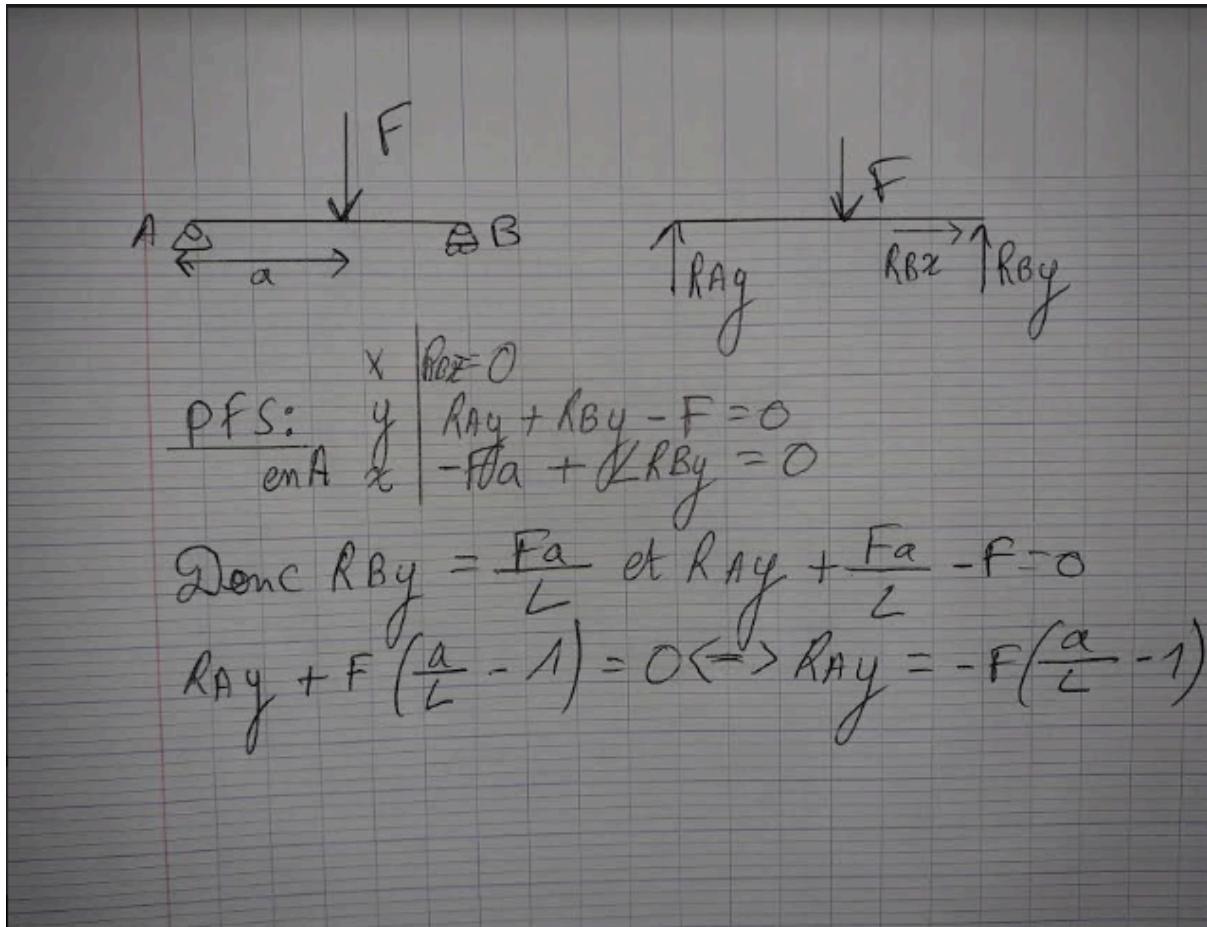
Longueur en cm:

Largeur	Epaisseur
3.5	0.4

Masse(g)	Position	Flexion(cm)	Masse(g)	Position	Flexion(cm)
200	ABCDEFG	0	1500	C	1.8
500	C	0.6	1500	FG	1.5
500	FG	0.3	1500	DE	1.1
500	DE	0.2	1900	C	2
700	C	0.8	1900	FG	1.7
700	FG	0.6	1900	DE	1.4
700	DE	0.4	2000	C	2.3
900	C	1	2000	FG	2
900	FG	0.8	2000	DE	1.8
900	DE	0.6	2500	C	3
1000	C	1	2500	FG	2.6
1000	FG	0.9	2500	DE	2.1
1000	DE	0.9	2700	C	3.2
1200	C	1.5	2700	FG	2.8
1200	FG	1	2700	DE	2.3
1200	DE	1	3000	C	3.7
			3000	FG	3.1
			3000	DE	2.6

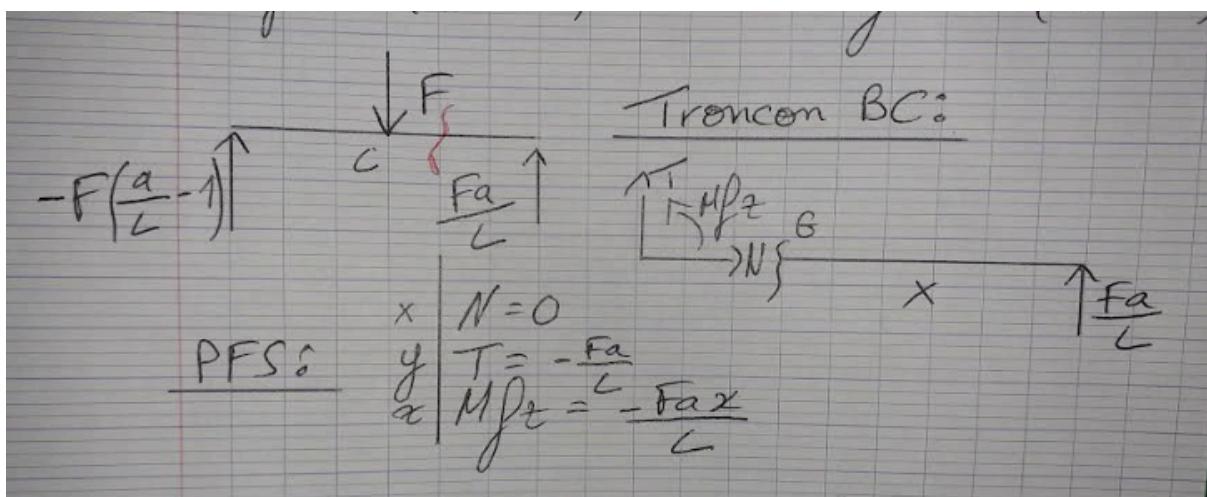
3)PFS

Tout d'abord nous avons représenté notre modèle d'une poutre sur deux appuis avec flexion. Puis nous avons remplacé les appuis par les forces de liaison correspondant à notre cas. Enfin nous avons à l'aide du PFS trouver Ray et Rby.



4)Effort interne

Nous avons repris Ray et Rby que l'on a trouvé et avons fait une coupure sur le tronçon BC ainsi que le tronçon AC et grâce au PFS nous avons trouvé N,T et Mfz.



Effort interne : $x \in [0; a]$

$$A \xrightarrow{\uparrow F} \xrightarrow{\downarrow -Fx} N \quad x \mid N=0$$

$$N \quad \begin{cases} T = F \left(\frac{a}{L} - 1 \right) + F \\ Mfz = -x F \left(\frac{a}{L} - 1 \right) \end{cases}$$

5) Calcul de la déformée

Nous avons pour inconnus les déformées V_{AC} et V_{CB} grâce à la formule ci-dessous nous avons pu retrouver ses vitesses en intégrant. Mais de nouvelles inconnues sont apparues les constantes C_1, C_2, C_3 et C_4 .

$$V_{AC} = ? \quad V_{CB} = ?$$

$$V_{CB} = \frac{M_{CB}}{EI} - \frac{x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

$$EI \quad V_{CB}''(x) = M_{CB}(x)$$

$$EI \quad V_{CB}'' = \frac{F}{2} (L-x)$$

$$EI \quad V_{CB}' = -\frac{F}{4} (L-x)^2 + C_3$$

$$EI \quad V_{CB} = \frac{F}{12} (L-x)^3 + C_3 x + C_4$$

$$EI v_{AC}''(x) = M_{AC}(x)$$

$$EI v_{AC}'(x) = \int_0^x -\frac{F_a x}{2}$$

$$EI v_{AC}'(x) = -\frac{F_a x^2}{4} + C_1$$

$$EI v_{AC}(x) = \int_0^x -\frac{F_a x^2}{4} + C_1$$

$$EI v_{AC}(x) = -\frac{F_a x^3}{12} + C_1 x + C_2$$

Nous avons ici les trois équations sur les conditions qu'il nous faut afin de calculer les constantes C_1, C_2, C_3 et C_4 .

$$\begin{aligned} v_{AC}(x=0) &= 0 \\ v_{CB}(x=L) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Conditions aux limites}$$

$$\text{Continuité du déplacement: } v_{AC}\left(x=\frac{L}{2}\right) = v_{CB}\left(x=\frac{L}{2}\right)$$

$$\text{Continuité de la rotation: } v_{AC}'\left(\frac{L}{2}\right) = v_{CB}'\left(\frac{L}{2}\right)$$

• Soit $v_{AC}(0) = 0$ donc $C_2 = 0$

$$\bullet v_{CB}(x=L) = 0 \Rightarrow C_3L + C_4 = 0 \quad \rightarrow \textcircled{1}$$

$$\bullet \text{Continuité de la rotation : } v'_{AC}\left(\frac{L}{2}\right) = v'_{CB}\left(\frac{L}{2}\right)$$

donc $\frac{FL^2}{16} + C_1 = -\frac{FL^2}{8} + C_3 \quad \rightarrow \textcircled{2}$

$$\bullet \text{Continuité du déplacement : } v_{AC}\left(\frac{L}{2}\right) = v_{CB}\left(\frac{L}{2}\right)$$

donc $\frac{F}{12}\left(\frac{L}{2}\right)^3 + C_1 \frac{L}{2} = \frac{F}{12}\left(\frac{L}{2}\right)^3 + C_3 \frac{L}{2} + C_4$

$$\Rightarrow C_1 \frac{L}{2} = C_3 \frac{L}{2} + C_4 \quad \rightarrow \textcircled{3}$$

Avec les équations $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$, on a le système suivant

$$\begin{cases} C_2L + C_4 = 0 \\ \frac{FL^2}{16} + C_1 = -\frac{FL^2}{8} + C_3 \\ C_1 \frac{L}{2} = C_3 \frac{L}{2} + C_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_4 = -C_2L \\ C_3 = C_1 + \frac{2FL^2}{16} \\ C_1 \frac{L}{2} = C_3 \frac{L}{2} + C_4 \end{cases}$$

$$C_1 \frac{L}{2} = C_3 \frac{L}{2} - C_3L = -C_3 \frac{L}{2}$$

$$\Leftrightarrow C_1 = -C_3$$

$$C_3 = -C_3 + \frac{2FL^2}{16}$$

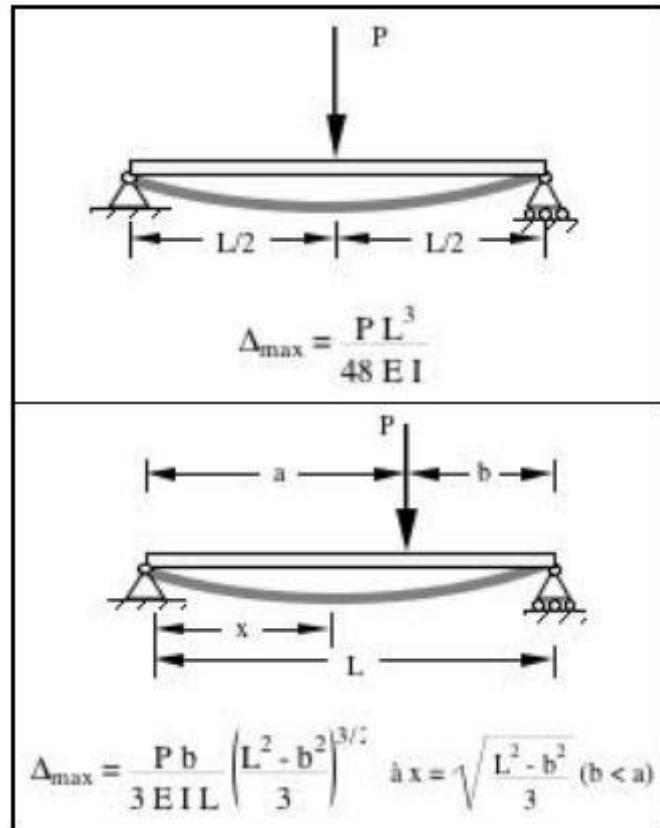
$$\Leftrightarrow 2C_3 = \frac{2FL^2}{16}$$

$$\Leftrightarrow C_3 = \frac{FL^2}{16}$$

$$\text{Ainsi, } C_1 = -\frac{FL^2}{16}, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = \frac{FL^2}{16}, \quad C_4 = -\frac{FL^2}{16}$$

6)Etude du modèle à partir de recherches bibliographiques

Les recherches nous donnent les relations pour la valeur de la déformation Δ_{\max} lorsque la force est appliquée en $L/2$ et lorsque celle-ci est appliquée en un point quelconque.



source: <https://appx.cchic.ca/svilleneuve/materiaux/chap10.pdf>

7)Modèle de Young

$$\bar{J} = \int_A y^2 dA \Leftrightarrow \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} y^2 dy$$

$$\Leftrightarrow \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} x^2 dx = \frac{Bh^3}{12}$$

$$I = \frac{Bh^3}{12} \text{ c'est le moment quadratique.}$$

$$EI_{VCB} = \frac{F}{12} (L - x^3) + C_3 x + C_4$$

$$EI = \frac{F}{12 \times VCB} (L - x^3) + C_3 x + C_4$$

$$F = \frac{F}{12 \times VCB \times I} (L - x^3) + C_3 x + C_4$$

$$\bar{E} = \frac{Fa(L-x)}{6V_{CB}IL} \left(b(L+a) - (L-x)^2 \right)$$

$$F = m \times g \quad V_{CB} = \text{flexion (m)} \quad b = 3,5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$L = 32,5 \times 10^{-2} \text{ m} \quad x = 16,25 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$a = 16,25 \times 10^{-2} \text{ m} \quad I = \frac{3,5 \times 10^{-2} \times (4 \times 10^{-3})^3}{12}$$

$$h = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$I = 1,187 \times 10^{-10} \text{ m}$$

On a calculé le module de young pour différente position de a

Calcul de E pour a=L/2	Calcul de E pour a=L/4	Calcul de E pour a=L/3
3126475288	7988277577	4298903521
3282799053	5591794304	3009232465
3376593311	4792966546	2901759877
3751770346	3550345590	2865935681
3001416277	3834373237	3095210535
3126475288	4357242315	2579342113
3564181829	4336493542	2882794126
3262408996	3550345590	2579342113
3126475288	3803941703	2480136647
3165556229	3751017297	2487222752
3041975956	3686897343	2496137529
moyenne :		
3537752735		

On a un module de young moyen d'environ $E=3,54 \text{ GPa}$.

La valeur exacte du module de young pour le plexiglas étant de $3,1 \text{ GPa}$, notre résultat est cohérent.

Cette différence est notamment due aux potentielles erreurs de lectures ou imprécisions dans les mesures.

8)Conclusion

En conclusion, l'étude de la poutre en flexion nous a permis d'identifier le module de Young du matériau utilisé. En appliquant différentes masses à la poutre et en mesurant les déformations induites, nous avons pu en déduire la valeur du module de Young. Cette expérience nous a également permis de mieux comprendre les mécanismes de la flexion des poutres et de l'importance du choix des matériaux pour la construction de structures résistantes.