

第 14 次作业

1. 假设总体服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 参数 σ^2 已知, X_1, \dots, X_n 为其独立随机

样本, 请给出假设 $H_0: \mu = \mu_0$ vs $H_1: \mu \neq \mu_0$ 的似然比检验, 并将结果与之前

的 Z 检验相比较. 取检验水平 $\alpha = 0.05$.

2. Mendel 把饱满的黄颜色豌豆和皮皱的绿颜色豌豆杂交, 产生四种可能后代: 饱满的黄颜色的、皮皱的黄颜色的、皮皱的绿颜色的、饱满的绿颜色的. 他的遗传理论预测每一种类型的个数服从多项分布, 概率为

$$p_1 = \frac{9}{16}, p_2 = \frac{3}{16}, p_3 = \frac{3}{16}, p_4 = \frac{1}{16}.$$

在 $n = 556$ 次试验中, 观察到的每种类型个数分别为 315, 101, 108, 32. 请利用似然比检验验证 Mendel 的理论.

3. 下面的数据是两家图像制作公司制作图片的运行时间:

公司	时间 (min)							
A	102	86	98	109	92			
B	81	165	97	134	92	87	114	

假设两总体是近似正态分布的, 检验两总体的方差是否相等.

4. 在一台自动机床上加工直径为 2.050mm 的轴, 现相隔 2 小时取容量都为 10 的两组样本, 数据如下表 (单位: mm):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
一组	2.066	2.063	2.068	2.060	2.067	2.063	2.059	2.062	2.062	2.060
二组	2.063	2.060	2.057	2.056	2.059	2.058	2.062	2.059	2.059	2.057

假设轴直径的分布是正态的, 由于样本取自同一台机床, 可以认为方差相同.

- (1) 这台机床的生产是否稳定?
- (2) 数据是否支持前述方差相同的假设?

请通过假设检验分别进行说明, 取检验水平 $\alpha = 0.05$.

5. 将学习能力、爱好等基本条件相近的同学匹配成 10 对, 然后从每对中抽取一人组成甲组, 余下的 10 人组成乙组. 甲组由专业的地理老师讲授地理课, 乙组由数学老师兼讲地理课. 经过一阶段学习后测试, 成绩如下表:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
甲组	93	72	91	65	81	77	89	84	73	70

乙组	76	74	80	52	63	62	82	85	60	72
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

假设两组成绩服从二元正态分布，试问两组成绩是否有差异？请通过假设检验进行说明，取检验水平 $\alpha = 0.05$ 。

6. 考虑课上硬币的例子，已知两种外观一样的硬币装在袋子里，试验设计为随机选取一个独立掷 10 次，观测正面向上次数（表示为随机变量 X ）。请在以下两种情形下进行 Bayes 假设检验： $H_0: p = 0.5$ vs $H_1: p = 0.7$ 。

- (1) 袋子中两种硬币个数相同。
- (2) 袋子中均匀硬币个数是另一种硬币个数的 10 倍。

请构建检验准则，并计算相应的两类错误的概率。

7. 假设有两个正态总体 A 和 B。从总体 A 随机抽取 10 个数据，得到 6 个 100 和 4 个 99；从总体 B 随机抽取 2 个数据，得到的是 -100 和 -200。现在对两个总体均值分别进行单尾 t 分布假设检验： $H_0: \mu = 100$ vs $H_1: \mu < 100$ ，取检验水平 $\alpha = 0.05$ 。

- (1) 你的结论如何？
- (2) *你对题目从提出到结论有何看法？

8. （计算机实验）

背景：一家在线零售商希望评估其新设计的购物页面是否能够提高用户的购买转换率。为了评估这一点，他们进行了 A/B 测试，将访问者随机分配到两个组中，得到如下数据。

控制组（A 组）：旧版页面，共有 2000 名用户，其中 320 名用户进行了购买。

试验组（B 组）：新版页面，共有 2100 名用户，其中 385 名用户进行了购买。

研究人员希望检测新页面是否显著地提高了转换率，采用双尾检验进行假设检验。

实验任务：编写一个程序完成假设检验，按步骤进行读取调查数据，计算样本比例、标准误差、P 值等，给出判断结论。（若使用 Excel 则给出单元格具体设置）