

第 13 次作业

1. 假设总体服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 参数 μ , σ^2 均未知. 尝试给出参数 μ 的单侧假设检验与单侧区间估计的对偶关系. (一种情形即可)
2. 某种元件的寿命 (小时) 服从正态分布, 现测得 16 只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264

222 362 168 250 149 260 485 170

- (1) 是否有理由认为元件的寿命大于 225 小时? 取检验水平 $\alpha = 0.05$.
- (2) 计算检验的 P 值
3. 将病人分为没有明显心脏病的和有明显心脏病的两组, 分别有 50 人和 320 人, 其血液胆固醇平均含量分别为 195.27 和 216.19 个单位, 方差分别为 1250 和 1843.2. 两组病人血液胆固醇平均含量是否有显著不同? 请利用假设检验予以说明. 取检验水平 $\alpha = 0.01$. 并计算检验的 P 值.
4. *考虑某个关于两总体均值是否有差异的假设检验: $H_0: \mu_1 = \mu_2$ v. s. $H_1:$

$\mu_1 \neq \mu_2$, 取检验水平 $\alpha = 0.05$, 采集样本后通过计算得到 P 值为 0.001. 请

判断以下说法的对错并简要说明理由.

- (1) 已经完全排除了原假设 (两总体均值之间没有差异).
- (2) 已经得到了原假设为真的概率.
- (3) 已经完全证明了备择假设 (两总体均值之间存在差异).
- (4) 能够推断出备择假设为真的概率.
- (5) 当你拒绝原假设时, 你知道自己出错的概率.
- (6) 你得到了一个可靠的实验结果 (即备择假设), 即假设大量重复这个实验, 那么你将在 99.9% 的情况下得到显著的结果 (即备择假设).
5. Mendel 把饱满的黄颜色豌豆和皮皱的绿颜色豌豆杂交, 产生四种可能后代: 饱满的黄颜色的、皮皱的黄颜色的、皮皱的绿颜色的、饱满的绿颜色的. 他的遗传理论预测每一种类型的个数服从多项分布, 概率为

$$p_1 = \frac{9}{16}, p_2 = \frac{3}{16}, p_3 = \frac{3}{16}, p_4 = \frac{1}{16}.$$

在 $n = 556$ 次试验中, 观察到的每种类型个数分别为 315, 101, 108, 32. 请利用卡方检验验证 Mendel 的理论.

6. (1) 投掷骰子 60 次, 观测频数如下表所示, 计算卡方统计量的值, 自由度以及检验的 P 值, 并判断该骰子均匀.

点数	1	2	3	4	5	6
----	---	---	---	---	---	---

频数	9	11	10	8	12	10
----	---	----	----	---	----	----

(2) 如果投掷次数为 600, 数据如下表所示, 计算卡方统计量的值, 自由度以及检验的 P 值, 并判断该骰子均匀.

点数	1	2	3	4	5	6
频数	90	110	100	80	120	100

(3) *比较 (2) 与 (1) 中的数据及结果, 你有什么评论?

7. 和为了研究慢性支气管炎与吸烟量的关系, 调查 385 人, 记录如下表:

类型\人数\烟量	x 支/日	y 支/日	z 支/日	总计
患病者人数	26	147	37	210
健康者人数	30	123	22	175
总计	56	270	59	385

试问慢性支气管炎与吸烟量是否有关? 取检验水平 $\alpha = 0.1$.

8. *一项 Mendel 的繁殖试验结果如下. 做卡方检验核实一下这些数据是否伪造. 证据指出是哪一种情况? 取检验水平 $\alpha = 0.05$.

豌豆类型	观察频数	期望频数
光滑黄色	315	313
起皱黄色	101	104
光滑绿色	108	104
起皱绿色	32	35

9. (计算机实验) 考虑假设检验: $H_0: \mu \leq 5.2$ v. s. $H_1: \mu > 5.2$, 用 $N(5,1)$

生样本容量为 $n = 100$ 的样本, 在总体方差未知的情况下计算检验的 P 值.

- (1) 分别利用 \bar{X} 和 $\frac{1}{2}(X_1 + X_n)$ 作为检验统计量, 完成假设检验, 取检验水平 $\alpha = 0.05$, 并比较两种检验的 P 值大小.
- (2) 重复 1000 次检验, 记录拒绝原假设的次数, 犯第一类错误的比例与 0.05 有多接近?