第12次作业

- 1. 假设总体服从指数分布(参数为 λ), $X_1, \cdots X_n$ 为其独立随机样本,请给出 λ 的假设检验(仿照课上正态总体均值检验的例子分别讨论双边和单边两种情形).
- 2. 假设总体服从均匀分布 $U(0,\theta)$ (参数为 θ), X_1,\cdots,X_n 为其独立随机样本,给定 $\theta_0>0$,定义检验的功效为 $1-\beta(R)$ (这里 $\beta(R)$ 是拒绝域R 所对应的检验的第二类错误发生概率),考虑假设检验: $H_0:\theta=\theta_0$ v. s. $H_1:\theta>\theta_0$,检验水平为 α .
 - (1) 请基于矩估计量建立检验并给出检验的功效.
 - (2) 请基于极大似然估计量建立检验并给出检验的功效.
- 3. 假设全国年人均病假为 5.1 天,病假天数服从正态分布. 而某公司随机调查了雇员 49 人,年人均病假 7 天,标准差为 2.5 天. 问:该公司雇员是否比常人容易生病?请通过假设检验说明理由.
- 4. 从一批灯泡中随机地取5只作寿命试验,测得寿命(小时)为

1050 1100 1120 1250 1280

假设灯泡寿命服从正态分布,灯泡批次合格标准是平均寿命不少于1180小时.

- (1) 这批灯泡合格吗?请通过假设检验说明理由.
- (2) 如果将(1)中的原假设与备择假设互换,结论如何?请尝试说明原因.
- (3) 如果将 (1) (2) 中假设检验的检验水平 α 选得很大,甚至接近于 1, 结果如何呢?
- 5. 某种元件的寿命(小时)服从正态分布,现测得16只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264

222 362 168 250 149 260 485 170

问:是否有理由认为元件的寿命大于 225 小时?请利用临界值法进行检验.取检验水平 $\alpha=0.05$.

6. 假设总体服从 $P(\lambda)$ (Poisson 分布), X_1, \cdots, X_n 为其独立随机样本,考虑假

设检验: H_0 : $\lambda=\lambda_0$ v. s. H_1 : $\lambda\neq\lambda_0$, 请给出基于*大样本*方法的检验水平为 α 的检验.

- 7. 针对某一个检验准则假设我们测试了 4000 个真的原假设, 1000 个假的原假设 (现实中我们当然不会知道所检验的原假设中有多少为真多少为假), 结果如 表所示.
 - (1) 原假设为真的情况下第一类错误的比例是多少?
 - (2) 拒绝了原假设时第一类错误的比例是多少? 你能从中得到什么启示呢?
 - (3) 原假设为假的情况下第二类错误的比例是多少?
 - (4) 这个检验的功效大概是多少?

	真实情况	
决策	H_0 为真	H_0 为假
不拒绝 H_0	3800	500
拒绝 H_0	200	500
合计	4000	1000

- 8. 对于某种癌症疾病,过去一直用外科方法进行治疗,治愈率为 2%,某医生用化学疗法治疗了 200 名患者,有 6 人被治愈,从而新方法治愈率为 3%,比外科方法治愈率高,因此化学疗法比外科疗法更有效.
 - (1) 上述判断是否科学?请设计一个科学的判断方法.
 - (2) 请依据你的判断方法给出判断结果.
- 9. (计算机实验)考虑题 6 中检验, 令 $\lambda_0 = 1$, n = 20 和 $\alpha = 0.05$. 随机模拟

 $X_1, \dots, X_n \sim P(\lambda_0)$,并重复 1000 次检验,记录拒绝原假设的次数. 犯第一类错误的比例与 0.05 有多接近?