2D Docking Dynamics for Polar Coordinates System

Ieva Daukantas

July 2023

State Dynamics Equations

r(t) =

$$\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{m^2\,mn^2\,n^4}\left(4\left(\left(mn-mn\,\text{Cos}[nt]\right)F_x+2\left(m\,n^2\,t-mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_y+m\,mn\,n\left(-n\left(-4+3\,\text{Cos}[nt]\right)x_0+\text{Sin}[nt]\,x'_0-2\,(-1+\text{Cos}[nt])\,y'_0\right)\right)^2+\left(\left(-4\,m\,n^2\,t+4\,mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_x+mn\left(8-3\,n^2\,t^2-8\,\text{Cos}[nt]\right)F_y+2\,m\,mn\,n\left(6\,n\left(-n\,t+\text{Sin}[nt]\right)x_0+n\,y_0-2\,x'_0+2\,\text{Cos}[nt]\,x'_0-3\,n\,t\,y'_0+4\,\text{Sin}[nt]\,y'_0\right)\right)^2\right)\right)}$$

r´(t) =

$$\left(4\,m\,F_y\left(\left(mn-mn\,\text{Cos}[nt]\right)F_x+2\left(m\,n^2\,t-mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_y+m\,mn\,n\left(-n\left(-4+3\,\text{Cos}[nt]\right)x_0+\text{Sin}[nt]\,x'_0-2\,(-1+\text{Cos}[nt])\,y'_0\right)\right)-\left(\left(-4\,m\,n^2\,t+4\,mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_x+mn\left(8-3\,n^2\,t^2-8\,\text{Cos}[nt]\right)F_y+2\,m\,mn\,n\left(6\,n\left(-n\,t+\text{Sin}[nt]\right)x_0+n\,y_0-2\,x'_0+2\,\text{Cos}[nt]\,x'_0-3\,n\,t\,y'_0+4\,\text{Sin}[nt]\,y'_0\right)\right)\left(2\,m\,F_x+3\,mn\left(t\,F_y+m\left(2\,n\,x_0+y'_0\right)\right)\right)\right)\Big/\left(m^2\,mn^2\,n^2\sqrt{\left(\frac{1}{m^2\,mn^2\,n^4}\left(4\left(\left(mn-mn\,\text{Cos}[nt]\right)F_x+2\left(m\,n^2\,t-mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_y+m\,mn\,n\left(-n\left(-4+3\,\text{Cos}[nt]\right)x_0+\text{Sin}[nt]\,x'_0-2\,(-1+\text{Cos}[nt])\,y'_0\right)\right)^2+\left(\left(-4\,m\,n^2\,t+4\,mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_x+mn\left(8-3\,n^2\,t^2-8\,\text{Cos}[nt]\right)F_y+2\,m\,mn\,n\left(6\,n\left(-n\,t+\text{Sin}[nt]\right)x_0+n\,y_0-2\,x'_0+2\,\text{Cos}[nt]\,x'_0-3\,n\,t\,y'_0+4\,\text{Sin}[nt]\,y'_0\right)\right)^2\right)\right)}\right)$$

$$\theta(t) =$$

$$\text{ArcTan}\Big[\Big(4\left(m\,n^2\,t - mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_x + mn\left(-8 + 3\,n^2\,t^2 + 8\,\text{Cos}[nt]\right)F_y + 2\,m\,mn\,n\left(6\,n\left(n\,t - \text{Sin}[nt]\right)x_0 - n\,y_0 + 2\,x'_0 - 2\,\text{Cos}[nt]\,x'_0 + 3\,n\,t\,y'_0 - 4\,\text{Sin}[nt]\,y'_0\right)\Big) \Big/ \left(2\,mn\,(-1 + \text{Cos}[nt])\,F_x + \left(-4\,m\,n^2\,t + 4\,mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_y + 2\,m\,mn\,n\left(n\left(-4 + 3\,\text{Cos}[nt]\right)x_0 - \text{Sin}[nt]\,x'_0 + 2\,(-1 + \text{Cos}[nt])\,y'_0\right)\right)\Big]$$

$$\theta'(t) =$$

$$\Big(2\,n^2\Big(2\,m\,F_y\Big(4\left(m\,n^2\,t - mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_x + mn\left(-8 + 3\,n^2\,t^2 + 8\,\text{Cos}[nt]\right)F_y + 2\,m\,mn\,n\left(6\,n\left(n\,t - \text{Sin}[nt]\right)x_0 - n\,y_0 + 2\,x'_0 - 2\,\text{Cos}[nt]\,x'_0 + 3\,n\,t\,y'_0 - 4\,\text{Sin}[nt]\,y'_0\right)\Big) + \left(2\,mn\,(-1 + \text{Cos}[nt])\,F_x + \left(-4\,m\,n^2\,t + 4\,mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_y + 2\,m\,mn\,n\left(n\left(-4 + 3\,\text{Cos}[nt]\right)x_0 - \text{Sin}[nt]\,x'_0 + 2\,(-1 + \text{Cos}[nt])\,y'_0\right)\right)\left(2\,m\,F_x + 3\,mn\left(t\,F_y + m\left(2\,n\,x_0 + y'_0\right)\right)\right)\Big) \Big/ \Big(\left(2\,mn\,(-1 + \text{Cos}[nt])\,F_x + \left(-4\,m\,n^2\,t + 4\,mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_y + 2\,m\,mn\,n\left(n\left(-4 + 3\,\text{Cos}[nt]\right)x_0 - \text{Sin}[nt]\,x'_0 + 2\,(-1 + \text{Cos}[nt])\,y'_0\right)\right)^2 \left(1 + \left(4\left(m\,n^2\,t - mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_x + mn\left(-8 + 3\,n^2\,t^2 + 8\,\text{Cos}[nt]\right)F_y + 2\,m\,mn\,n\left(6\,n\left(n\,t - \text{Sin}[nt]\right)x_0 - n\,y_0 + 2\,x'_0 - 2\,\text{Cos}[nt]\,x'_0 + 3\,n\,t\,y'_0 - 4\,\text{Sin}[nt]\,y'_0\right)\right)^2 \Big/ \left(2\,mn\,(-1 + \text{Cos}[nt])\,F_x + \left(-4\,m\,n^2\,t + 4\,mn\,\text{Sin}[nt]\right)F_y + 2\,m\,mn\,n\left(n\left(-4 + 3\,\text{Cos}[nt]\right)x_0 - \text{Sin}[nt]\,x'_0 + 2\,(-1 + \text{Cos}[nt])\,y'_0\right)\right)^2\Big)\Big)$$