

Seleção de Carteiras

O Modelo de Markowitz

Setembro de 2019

1 Introdução

O objetivo principal do projeto é: Como formar a uma carteira com a menor variância possível com a 10 ações mais transacionadas na *Bovespa*.

O número de ações foram definido aleatoriamente. Outra escolha que poderia ser feita era 10 ações que tiveram melhor desempenho, entretanto, essas ações podem possuir alta correlação positiva dependendo do período em que essa métrica foi calculada, assim, haveria poucos efeitos de diversificação ao colocar elas em uma carteira.

Entre os objetivos secundários estão:

1. Dado um retorno esperado, qual a composição de carteira que tem o menor risco;
2. Dado um nível de risco qual o melhor retorno esperado;
3. Em que circunstância é vantajoso adicionar uma ação a um portfólio já otimizado.

2 O modelo de Markowitz

2.1 Risco e retorno

Em seu artigo, Markowitz postula uma forma de selecionar portfólios. E propõe uma medida de risco para carteira usada até os dias atual.

O retorno esperado de uma carteira é dada por:

$$R_c = \sum_{i=1}^n x_i R_i \quad (1)$$

Em que n é a quantidade de ativos que compõem a carteira, x_i a participação do ativo i na carteira e R_i o retorno esperado do ativo i .

Já o variância da carteira - quadrado do risco - é definido como:

$$Var(R_c) = \sum_i \sum_j cov(R_i, R_j) \quad (2)$$

O risco total de um ativo é definido como o desvio padrão dos retornos do ativo. Da mesma forma, é medido o risco de carteira de ativos. Poderia se pensar que o retorno de carteira poderia ser apenas uma média ponderada dos risco dos ativos que a compõem, entretanto, as correlações existentes entre os retornos dos ativos que compõem a carteira acabam por reduzir o risco da carteira além da média ponderada os riscos dos ativos individualmente. Isso é conhecido como efeito diversificação.

2.2 Risco diversificável e sistêmico

Markowitz definiu dois tipos de risco: o risco diversificável e o risco sistêmico. A maioria dos ativos possui os dos tipos de risco.

O risco diversificável é aquele que pode ser reduzido ao combinar um ativo com outros. O risco diversificável de um ativo pode mede a variabilidade do retorno do ativo em função de fatores que afetam apenas aquele ativo. Por exemplo, existem alguns fatores que afetam a indústria de mineração, mas não afetam outras indústrias.

Por essa razão, ao combinar ativos de diferentes setores da economia os riscos específico de cada ativo é atenuado pelos os riscos de ativos de outros setores. Produzindo um efeito de diversificação.

Por outro lado, o risco sistêmico é aquele que não pode ser reduzido por diversificação. Ele pode ser entendido como a parcela de risco que permeia todos os ativos da economia. Assim, ele mede a variabilidade dos ativos a fatores que influencia todos os ativos da economia, como por exemplo, recessão econômica, mudanças na política econômica e etc.

Dado essa distinção, Markowitz chega a conclusão de que apenas o risco não diversificável é remunerado. Isto é, o retorno de um ativo não depende do seu risco total, mas do seu risco não diversificável. Isso decorre doo fato de que o investidor pode se livrar do risco diversificável.

Considere dois ativos A e B , o primeiro possui apenas risco não diversificável e segundo como mesma quantidade de risco não diversificável e com um certa quantidade de risco diversificável. Se risco diversificável for remunerado então o retorno do ativo B é maior que do ativo A , entretanto seria possível reduzir o risco de B colocando ele em uma carteira com outros ativos.

Assim, o ativo B seria preferível ao ativo A , isso faria com que procura pelo ativo B fosse maior que a do ativo A . Assim, o preço de B cresceria - ao mesmo tempo em que seu retorno cairia - até o ponto que o retorno de A e B fossem os mesmo. Dessa forma, a remuneração pelo risco diversificável se tornaria nulo.

2.3 Carteiras eficientes

Em construção..

Falta abordar:

1. Princípio da dominância
2. Carteiras eficiente

3 Metodologia

Serão selecionadas 10 ações mais transacionadas na *Bovespa* para compor uma carteira. Serão gerados 100.000 simulações de carteiras variando a composição de cada ativo na carteira.

Após isso, será construída a fronteira eficiente dos ativos e selecionada a carteira que possuir o menor risco, assim como a carteira com maior retorno esperado.

O problema de encontrar a carteira com o menor risco implica e resolver um problema de minimização do risco de modo que a solução são as participações de cada ativo na carteira. Entretanto para o problema ser resolvido analiticamente seria necessário a mesma quantidade de restrições que a quantidade de ativos. Devido a isso se optou por usar simulações para o obter um valor aproximado para esses pesos.

4 Resultados

Em construção..