

Университет ИТМО

Кафедра ВТ

Моделирование
Домашнее задание №1
Вариант 17

Выполнил студент 3 курса
Группы Р3311 Романов Олег

Преподаватель:
Муравьева-Витковская Л.А.

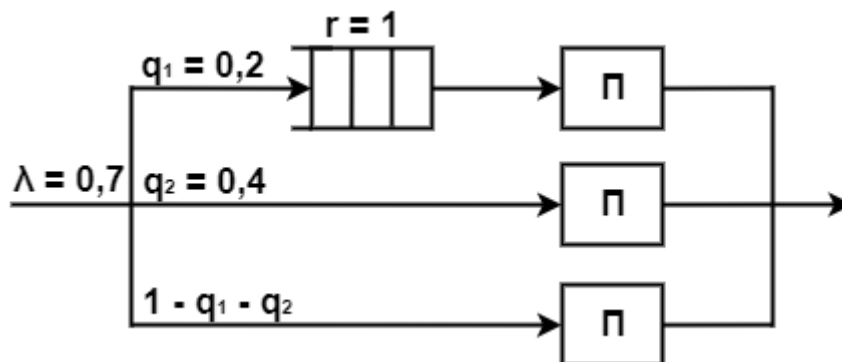
Санкт-Петербург
2017 год

Постановка задачи и исходные данные

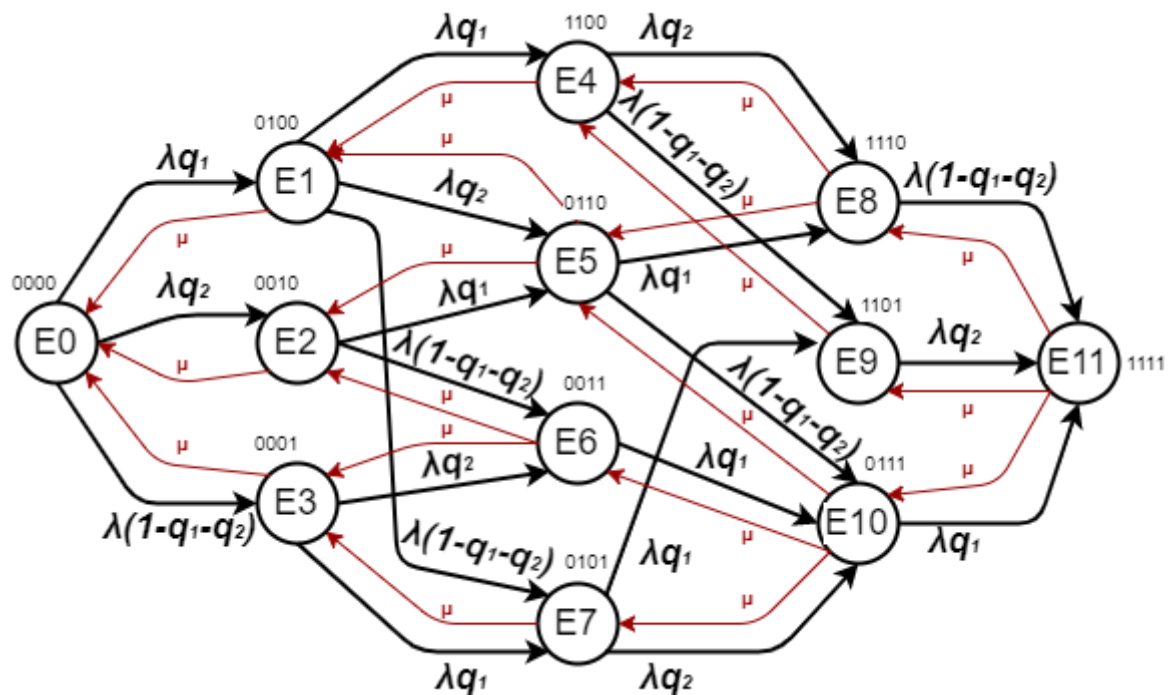
Вариант 17		
	Система 1	Система 2
Кол-во приборов	3	2
Емкости накопителей	1/0/0	1/1
Критерий эффект.	Минимальные потери заявок	

Интен. потока, λ [1/с]	0,7	
Ср. длит. обслуж, b [с]	8	
Вероятн. занятия приборов q	$P_1 = 0,2$ $P_2 = 0,4$ $P_3 = 0,4$	$P_1 = 0,2$ $P_2 = 0,8$

СИСТЕМА 1



РАЗМЕЧЕННЫЙ ГРАФ ПЕРЕХОДОВ МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА



МАТРИЦА ИНТЕНСИВНОСТИ ПЕРЕХОДОВ

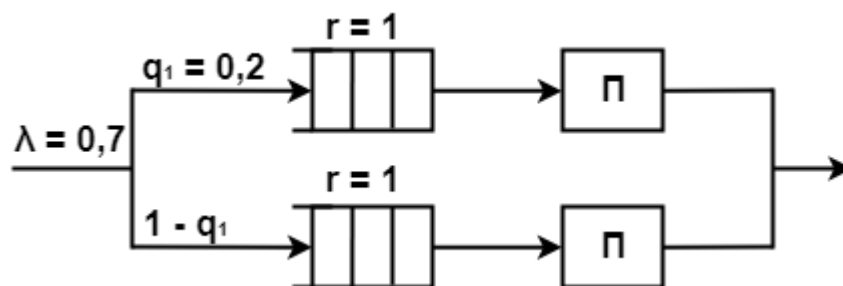
G=

$-\lambda$	λq_1	λq_2	$\lambda - \lambda q_1 - \lambda q_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μ	$-\mu - \lambda$	0	0	λq_1	λq_2	0	$\lambda - \lambda q_1 - \lambda q_2$	0	0	0	0	0	0
μ	0	$-\mu - \lambda + \lambda q_2$	0	0	λq_1	$\lambda - \lambda q_1 - \lambda q_2$	0	0	0	0	0	0	0
μ	0	0	$-\mu - \lambda q_1 - \lambda q_2$	0	0	λq_2	λq_1	0	0	0	0	0	0
0	μ	0	0	$-\mu - \lambda + \lambda q_1$	0	0	0	λq_2	$\lambda - \lambda q_1 - \lambda q_2$	0	0	0	0
0	μ	μ	0	0	$-2\mu - \lambda + \lambda q_2$	0	0	λq_1	0	$\lambda - \lambda q_1 - \lambda q_2$	0	0	0
0	0	μ	μ	0	0	$-2\mu - \lambda q_1$	0	0	0	λq_1	0	0	0
0	μ	0	μ	0	0	0	$-2\mu - \lambda q_1 - \lambda q_2$	0	λq_1	λq_2	0	0	0
0	0	0	0	μ	μ	0	0	$-2\mu - \lambda + \lambda q_1 + \lambda q_2$	0	0	$\lambda - \lambda q_1 - \lambda q_2$	0	0
0	0	0	0	μ	0	0	0	μ	$-2\mu - \lambda q_2$	0	λq_1	0	0
0	0	0	0	0	μ	μ	0	0	0	0	0	$\lambda - \lambda q_1 - \lambda q_2$	0
0	0	0	0	0	0	μ	μ	μ	0	$-3\mu - \lambda q_1$	λq_1	λq_2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	μ	μ	μ	-3μ	0

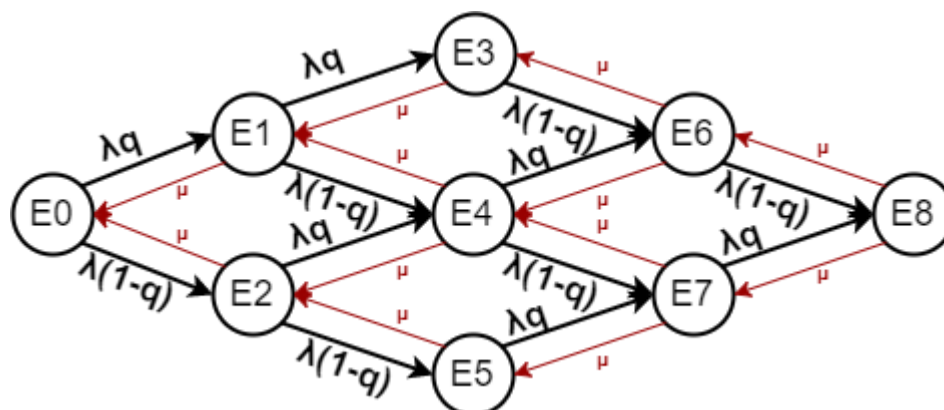
$$\lambda = 0,7 \left[\frac{1}{c} \right]; \mu = \frac{1}{b} = 0,125 \left[\frac{1}{c} \right]; q_1 = 0,2; q_2 = 0,4$$

$$\begin{cases} -p_0\lambda + p_1\mu + p_2\mu + p_3\mu = 0 \\ p_0\lambda q_1 - p_1(\lambda + \mu) + p_4\mu + p_5\mu + p_7\mu = 0 \\ p_0\lambda q_2 - p_2(\lambda + \mu - \lambda q_2) + p_5\mu + p_6\mu = 0 \\ p_0\lambda(1 - q_1 - q_2) - p_3(\mu + \lambda q_1 + \lambda q_2) + p_6\mu + p_7\mu = 0 \\ p_1\lambda q_1 - p_4(\lambda + \mu - \lambda q_1) + p_8\mu + p_9\mu = 0 \\ p_1\lambda q_2 + p_2\lambda q_1 - p_5(2\mu + \lambda - \lambda q_2) + p_8\mu + p_{10}\mu = 0 \\ p_2\lambda(1 - q_1 - q_2) + p_3\lambda q_2 - p_6(2\mu + \lambda q_1) + p_{10}\mu = 0 \\ p_1\lambda(1 - q_1 - q_2) + p_3\lambda q_1 - p_7(2\mu + \lambda q_1 + \lambda q_2) + p_9\mu + p_{10}\mu = 0 \\ p_4\lambda q_2 + p_5\lambda q_1 - p_8(2\mu + \lambda - \lambda q_1 - \lambda q_2) + p_{11}\mu = 0 \\ p_4\lambda(1 - q_1 - q_2) + p_7\lambda q_1 - p_9(2\mu + \lambda q_2) + p_{11}\mu = 0 \\ p_5\lambda(1 - q_1 - q_2) + p_6\lambda q_1 + p_7\lambda q_2 - p_{10}(3\mu + \lambda q_1) + p_{11}\mu = 0 \\ p_8\lambda(1 - q_1 - q_2) + p_9\lambda q_2 + p_{10}\lambda q_1 - 3p_{11}\mu = 0 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} = 1 \end{cases}$$

СИСТЕМА 2



РАЗМЕЧЕННЫЙ ГРАФ ПЕРЕХОДОВ МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА



МАТРИЦА ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ПЕРЕХОДОВ

$$G = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda q & \lambda - \lambda q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & -\lambda - \mu & 0 & \lambda q & \lambda(1 - q) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 0 & -\lambda - \mu & 0 & \lambda q & \lambda(1 - q) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & -(\lambda + \mu + \lambda \mu) & 0 & 0 & \lambda(1 - q) & 0 & 0 \\ 0 & \mu & \mu & 0 & -(2\mu + \lambda) & 0 & \lambda q & \lambda(1 - q) & 0 \\ 0 & 0 & \mu & 0 & 0 & -(\mu + \lambda q) & 0 & \lambda q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & \mu & 0 & -(2\mu + \lambda - \lambda \mu) & 0 & \lambda(1 - q) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & \mu & 0 & -(2\mu + \lambda \mu) & \lambda q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & \mu & -2\mu \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 0,7 \left[\frac{1}{c} \right]; \mu = \frac{1}{b} = 0,125 \left[\frac{1}{c} \right]; q = 0,2$$

$$\begin{cases} -p_0\lambda + p_1\mu + p_2\mu = 0 \\ p_0\lambda q - p_1(\lambda + \mu) + p_3\mu + p_4\mu = 0 \\ p_0\lambda(1 - q) - p_2(\mu + \lambda) + p_4\mu + p_5\mu = 0 \\ p_1\lambda q - p_3(\lambda + \mu + \lambda q) + p_6\mu = 0 \\ p_1\lambda(1 - q) + p_2\lambda q - p_4(2\mu + \lambda) + p_6\mu + p_7\mu = 0 \\ p_2\lambda(1 - q) - p_5(\mu + \lambda q) + p_7\mu = 0 \\ p_3\lambda(1 - q) + p_4\lambda q - p_6(2\mu + \lambda - \lambda \mu) + p_8\mu = 0 \\ p_4\lambda(1 - q) + p_5\lambda q - p_7(2\mu + \lambda \mu) + p_8\mu = 0 \\ p_6\lambda(1 - q) + p_7\lambda q - 2p_8\mu = 0 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 = 10 \end{cases}$$

ЗНАЧЕНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Номер состояния	Система 1		Система 2	
	Обозначение	Вероятность	Обозначение	Вероятность
1	E ₀	0,0282	E ₀	0,0116
2	E ₁	0,0316	E ₁	0,0130
3	E ₂	0,0632	E ₂	0,0520
4	E ₃	0,0632	E ₃	0,0145
5	E ₄	0,0354	E ₄	0,0582
6	E ₅	0,0708	E ₅	0,2328
7	E ₆	0,1416	E ₆	0,0652
8	E ₇	0,0708	E ₇	0,2607
9	E ₈	0,0793	E ₈	0,2920
10	E ₉	0,0793		
11	E ₁₀	0,1586		
12	E ₁₁	0,1777		

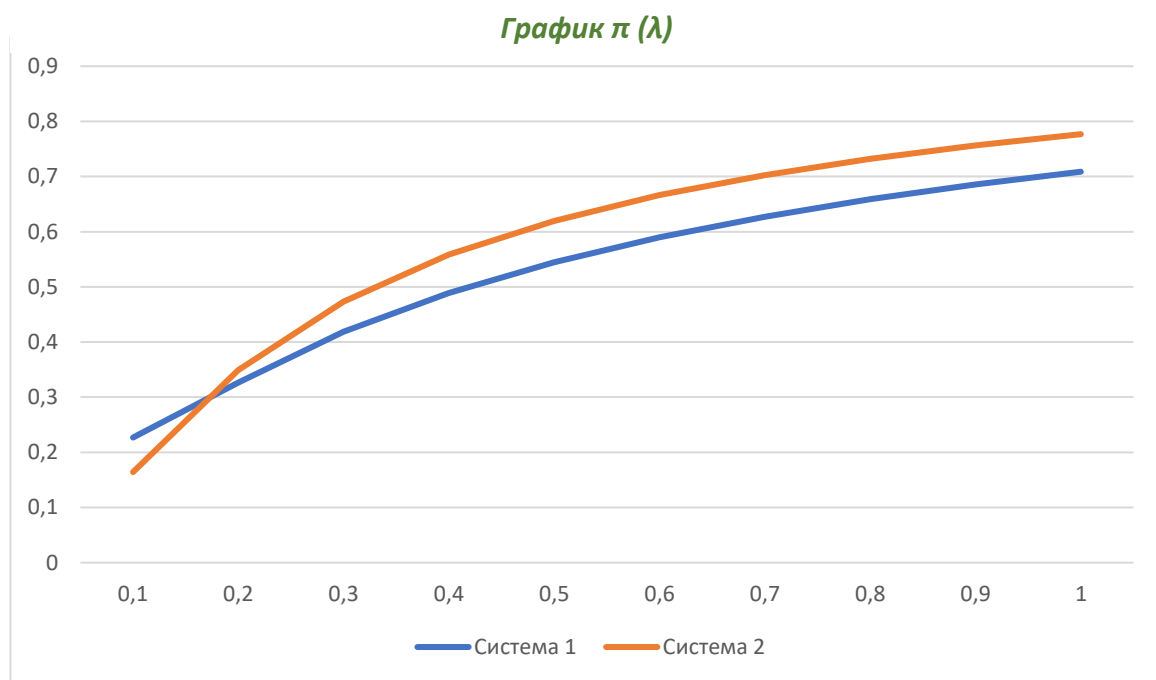
ФОРМУЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ И ЗНАЧЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ, СВЕДЕННЫЕ В ТАБЛИЦЫ (ФОРМА 2)

Характеристика	Прибор	Расчет. формула	Сис. 1	Сис. 2
Нагрузка	П1	$y_1 = \frac{\lambda q_1}{\mu} = \lambda q_1 b$	1,12	1,12
	П2	$y_2 = \frac{\lambda q_2}{\mu} = \lambda q_2 b$	2,24	4,48
	П3	$y_3 = \frac{\lambda(1 - q_1 - q_2)}{\mu} = \lambda(1 - q_1 - q_2)b$	2,24	

	Сумм.	$y = y_1 + y_2 + y_3 = \lambda b$	5,6	5,6
Загрузка	П1	$\rho_1 = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во состояний}} \begin{pmatrix} p_i - \text{если П1 активен} \\ \text{в этом состоянии,} \\ 0 - \text{если нет} \end{pmatrix}$	0,7035	0,7036
	П2	$\rho_2 = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во состояний}} \begin{pmatrix} p_i - \text{если П2 активен} \\ \text{в этом состоянии,} \\ 0 - \text{если нет} \end{pmatrix}$	0,6912	0,9609
	П3	$\rho_3 = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во состояний}} \begin{pmatrix} p_i - \text{если П3 активен} \\ \text{в этом состоянии,} \\ 0 - \text{если нет} \end{pmatrix}$	0,6912	
	Сумм.	$\rho = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во состояний}} (p_i \cdot \Pi_i) / (\text{Кол. прибор})$ где Π_i – кол – во активных приборов в i – том состоянии	0,6953	0,8322
Длина очереди	П1	$l_1 = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во состояний}} \begin{pmatrix} p_i - \text{если накопитель} \\ \text{П1 содержит заявку,} \\ 0 - \text{если нет} \end{pmatrix}$	0,3717	0,3717
	П2	$l_2 = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во состояний}} \begin{pmatrix} p_i - \text{если накопитель} \\ \text{П2 содержит заявку,} \\ 0 - \text{если нет} \end{pmatrix}$	0	0,7855
	П3	$l_3 = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во состояний}} \begin{pmatrix} p_i - \text{если накопитель} \\ \text{П3 содержит заявку,} \\ 0 - \text{если нет} \end{pmatrix}$	0	
	Сумм.	$l = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} l_i$	0,3717	1,1572
Число заявок	П1	$m_1 = \rho_1 + l_1$	1,0752	1,0753
	П2	$m_2 = \rho_2 + l_2$	0,6912	1,7464
	П3	$m_3 = \rho_3 + l_3$	0,6912	
	Сумм.	$m = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} m_i$	2,4576	2,8217
Вероятность потери	П1	$\pi_1 = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} \begin{pmatrix} p_i - \text{если П1 активен} \\ \text{и накопитель полон} \end{pmatrix}$	0,3717	0,3717
	П2	$\pi_2 = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} \begin{pmatrix} p_i - \text{если П2 активен} \\ \text{и накопитель полон} \end{pmatrix}$	0,6912	0,7855
	П3	$\pi_3 = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} \begin{pmatrix} p_i - \text{если П3 активен} \\ \text{и накопитель полон} \end{pmatrix}$	0,6912	
	Сумм.	$\pi = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} \pi_i \cdot q_i$	0,6273	0,7024
Производит. системы	П1	$\lambda'_1 = \lambda q_1 (1 - \pi_1)$	0,0880	0,0880
	П2	$\lambda'_2 = \lambda q_2 (1 - \pi_2)$	0,0865	0,1201
	П3	$\lambda'_3 = \lambda q_3 (1 - \pi_3)$	0,0865	
	Сумм.	$\lambda' = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} \lambda'_i = \lambda (1 - \pi)$	0,261	0,2083
Интенсивность потерянных заявок	П1	$\lambda''_1 = \lambda q_1 \pi_1$	0,0520	0,0520
	П2	$\lambda''_2 = \lambda q_2 \pi_2$	0,1935	0,4399
	П3	$\lambda''_3 = \lambda q_3 \pi_3$	0,1935	
	Сумм.	$\lambda'' = \sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} \lambda''_i = \lambda \pi$	0,4391	0,4917
Время ожидания	П1	$w_1 = \frac{l_1}{\lambda_1}$	4,2239	4,2239
	П2	$w_2 = \frac{l_2}{\lambda_2}$	0	6,540

	ПЗ	$w_3 = \frac{l_3}{\lambda_3}$	0	
	Сумм.	$w = \frac{\sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} (\lambda'_i w_i)}{\lambda'} = \frac{l}{\lambda'}$	1,4241	5,5554
Время пребывания	П1	$u_1 = \frac{m_1}{\lambda'_1} = w_1 + b$	12,2239	12,2193
	П2	$u_2 = \frac{m_2}{\lambda'_2} = w_2 + b$	8	14,5412
	ПЗ	$u_3 = \frac{m_3}{\lambda'_3} = w_3 + b$	8	
	Сумм.	$u = \frac{\sum_{i=0}^{\text{Кол-во приборов}} (\lambda'_i u_i)}{\lambda'} = \frac{m}{\lambda'} = w + b$	9,4161	13,5463

РЕЗУЛЬТАТЫ (ГРАФИКИ И ВЫВОДЫ) СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИК ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИССЛЕДУЕМЫХ СИСТЕМ



Почти при всех значениях интенсивности потока вероятность потери во 2 системе выше чем в 1 системе. Отсюда следует, что система 1 является лучшим вариантом организации системы.