Órai Jegyzet | 2024

Emelt Matematika

Tanár: Szende Gabriella
Jegyzetelte: Sándor Mátyás

Tartalomjegyzék

0.2 Hatvány, Gyök, Logarithmus 3
Hatvány — 3 • Gyök — 4 • Logarithmus — 5

0.2 Hatvány, Gyök, Logarithmus

0.2.1 Hatvány

Definíció 0.2.1: Hatvány

① Ha $n \in (\mathbb{N}^+ \setminus \{1\})$:
a^n egy n tényezős szorzat, amelynek minden tényezője a

② Ha $n = 1$:

$$a^1 = 1$$

③ Ha $n = 0$:

$$a^0 = 1, \ (a \neq 0)$$

④ Ha $n \in \mathbb{N}^+$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \ (a \neq 0)$$

Note:-

Később $n \in \mathbb{Z}$ és $n \in \mathbb{Q}^*$-ra is kiterjesztjük

Azonosságok

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Theorem 0.2.1 Permanecia Elv

A definició bővítés során az eddigi azonosságok általánosságára kell törekedni

0.2.2 Gyök

Definíció 0.2.2: Négyzetgyök

Az x nem-negatív szám négyzetgyöke az a nem-negatív szám, amelynek négyzete x.

$$\left(\sqrt{x}\right)^2 = x(x \geq 0)$$

$$\sqrt[2]{x} \geq 0$$

Azonosságok

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

Kikötés:
$a \geq 0$ és $b \geq 0$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Kikötés:
$a \geq 0$ és $b > 0$

$$\sqrt{a^b} = \left(\sqrt{a}\right)^b$$

Kikötés:
$a \geq 0$

Definíció 0.2.3: n-edik gyök

1. Ha $n = 2k\,(k \in \mathbb{N}^+)$, akkor:
   Az x nem-negatív szám $2k$-adik gyöke az a nem-negatív szám, mely $2k$-ra emelve x.
2. Ha $n = 2k+1\,(k \in \mathbb{N}^+)$, akkor:
   Az x valós szám $2k+1$-edik gyöke az a valós szám, mely $2k+1$-edik hatványkitevője x.

Példa 0.2.1

$$\sqrt[3]{64} = 4 \tag{1}$$
$$\sqrt[3]{-64} = -4 \tag{2}$$

Azonosságok

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}(b \neq 0)$$

$$\sqrt[n]{a^b} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^b$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

0.2.3 Logarithmus