

Emelt Matematika

Tanár: Szende Gabriella

Jegyezetelte: Sándor Mátyás

Tartalomjegyzék

0.2 Hatvány, Gyök, Logarithmus Hatvány — 3 • Gyök — 4 • Logarithmus — 5

3

0.2 Hatvány, Gyök, Logarithmus

0.2.1 Hatvány

Definíció 0.2.1: Hatvány

- ① Ha $n \in (\mathbb{N}^+ \setminus \{1\})$: a^n egy n tényezős szorzat, amelynek minden tényezője a
- **2**) Ha n = 1:

$$a^1 = 1$$

(3) Ha n = 0:

$$a^0 = 1, (a \neq 0)$$

(4) Ha $n \in \mathbb{N}^+$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \left(a \neq 0 \right)$$

Note:-

Később $n \in \mathbb{Z}$ és $n \in \mathbb{Q}^*$ -ra is kiterjesztjük

Azonosságok

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

3

Theorem 0.2.1 Permanecia Elv

A definició bővítés során az eddigi azonosságok általánosságára kell törekedni

0.2.2 Gyök

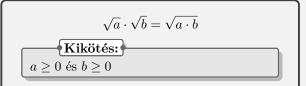
Definíció 0.2.2: Négyzetgyök

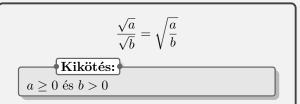
Az x nem-negatív szám négyzetgyöke az a nem-negatív szám, amelynek négyzete x.

$$\left(\sqrt{x}\right)^2 = x(x \ge 0)$$

$$\sqrt[2]{x} \geq 0$$

Azonosságok





$$\sqrt{a^b} = \left(\sqrt{a}\right)^b$$
Kikötés:
 $a \ge 0$

Definíció 0.2.3: n-edik gyök

- ① Ha $n=2k\,(k\in\mathbb{N}^+)$, akkor: Az x nem-negatív szám 2k-adik gyöke az a nem-negatív szám, mely 2k-ra emelve x.
- ② Ha n=2k+1 $(k\in\mathbb{N}^+)$, akkor: Az x valós szám 2k+1-edik gyöke az a valós szám, mely 2k+1-edik hatványkitevője x.

Példa 0.2.1

$$\sqrt[3]{64} = 4\tag{1}$$

$$\sqrt[3]{-64} = -4$$
 (2)

Azonosságok

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}(b \neq 0)$$

$$\sqrt[n]{a^b} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^b$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n+m]{a}$$

0.2.3 Logarithmus