

**PROJEKAT SA PROJEKTNOM DOKUMENTACIJOM TIMA**  
**BOSNE I HERCEGOVINE**  
**OSNOVNE ŠKOLE**

## I. OSNOVNI PODACI

1.	Naziv projekta	Sat
2.	Tema projekta:	Istraživanje sata na Sahat-kuli u Sarajevu
3.	Autori projekta:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Faris Ramić, VI razred</li><li>▪ Adil Sumbuljević, VII razred</li><li>▪ Muhamed Nuhić, VIII razred</li><li>▪ Lejla Dupanović, IX razred</li></ul>
4.	Mentori:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Senada Džajić, nastavnica matematike i fizike, e-mail: senadadzajic@gmail.com</li><li>▪ Irma Jusić, bachelor matematike i informatike, e-mail: basic_irma@windowslive.com</li><li>▪ Ilvada Mehić, bachelor matematike i informatike, e-mail: ilvada90@hotmail.com</li><li>▪ Huso Bakija, nastavnik tehničke kulture, e-mail: husobakija1111@hotmail.com</li></ul>
5.	Naziv i adresa škole:	JU „Druga osnovna škola“ Zahum bb 77240 Bosanska Krupa E-mail: druga_osnovna_skola@hotmail.com

## II. O projektu

### 1. Opis problema

*„Vrijeme je jedina stvar koju ne možemo kontrolisati, ne možemo je zaustaviti niti promijeniti. Ono teče svojim tokom i prolazi bez obzira na sve. Gledajući na njega objektivno-vrijeme je mjerljiva veličina, možemo na njega gledati kao na prošlost, sadašnjost i budućnost, a njegov tempo prolaženja je uvijek isti. Međutim, gledajući na vrijeme subjektivno, ono prolazi uvijek drugačije, u zavisnosti od toga šta radimo, gdje smo, sa kim smo...“*

*Kahlil Gibran*

Ove uvodne riječi veoma dobro opisuju sat na sarajevskoj Sahat-kuli. Mnogi prolaznici misle da je pokvaren, ni ne sluteći svu ljepotu i unikatnost koju on nosi. Mjeri vrijeme prema lunarnom kalendaru, a da bi radio potrebno je konstantno podešavati mehanizam, za šta je zadužen muvekit (osoba koja podešava vrijeme). Kada nastupi zalazak Sunca, sat otkucava ponoć i tada nastupa novi dan. Sljedeći put otkucava 12 sati u vrijeme izlaska Sunca. Današnji sat su nabavili sarajevski trgovci 1875. godine u Londonu, marke „*Gillete & Bland Croydon*“. Interesantno je istaći da su jedina dva takva sata u svijetu; sat na sarajevskoj Sahat-kuli i londonski Big Ben. Sama Sahat-kula je nastala mnogo prije, čiji je prvi pisani trag iz 17. stoljeća, a njen graditelj je Gazi Husrev-beg. Kroz historiju, više puta je oštećena i obnovljana. Sa visinom od 30 metara predstavlja najveću Sahat-kulu na Balkanu, a ujedno je i jedini javni sat u Evropi koji mjeri vrijeme prema lunarnom kalendaru.



Željeli smo bolje upoznati ovu znamenitost, koja je 5. jula 2006. godine proglašena nacionalnim spomenikom. Naročito smo željeli pobliže upoznati lunarni sat, te način funkcionisanja pozlaćenih kazaljki dok pokazuju vrijeme pokazujući na Hindu-arapske brojeve. Zar vas nije zaintrigirao spoj arhitekture, tradicije, kulture; susret Zapada i Istoka?

Zato nas je interesovalo da izračunamo koliki ugao zatvori minutna kazaljka na lunarnom satu, dok minutna kazaljka po našem kalendaru uvijek pravi konstantan ugao veličine  $6^\circ$ .

Kada izračunamo minimalni i maksimalni ugao, da li će se te veličine uglova ponavljati svake godine?

## 2. Ciljevi projekta

- Odrediti formulu za računanje ugla koji opiše minutna kazaljka za jednu minutu vremena po lunarnom mjerenju vremena u odnosu na vrijeme izlaska i vrijeme zalaska Sunca (u daljem tekstu traženi ugao),
- osmisлити algoritam za računanje veličine traženog ugla i isti predstaviti u C++,
- izračunati minimalni i maksimalni traženi ugao za nekoliko godina unazad i vidjeti da li ima ponavljanja,
- predstaviti jednačinu kružnice, koja opisuje lunarni sat,
- izraditi model Sahat-kule prepoznajući geometrijske likove i figure,
- izračunati površinu Sahat-kule (arhitekturu bez prozora, sata, otvora i krova),
- izračunati površinu krova,
- napraviti maketu Sahat-kule u Sarajevu,
- kroz grupni rad i druženje njegovati ljubav prema matematici, nauci, arhitekturi, tradiciji, kulturi.

## 3. Plan projekta

Faze projekta	Vremenski period	Aktivnosti
I	5.3.2019. – 2.4.2019.	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Prijava ekipe JU „Druge osnovne škole“ na takmičenje,</li><li>▪ odabir teme projekta,</li><li>▪ istraživanje literature, odabir slika,</li><li>▪ analiza crteža modela Sahat-kule,</li><li>▪ priprema materijala za izradu makete,</li><li>▪ dogovor o pisanju algoritma za računanje ugla kojeg napravi minutna kazaljka za 1' vremena po našem mjerenju vremena – Individualni rad učenice Lejle Dupanović,</li></ul>
II	3.4. – 9.4.2019.	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ crtanje tehničkog crteža za izradu makete,</li><li>▪ izrada makete,</li></ul>
III	10.4. – 15.4.2019.	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ razrada matematičkih problema,</li><li>▪ matematički pojmovi,</li><li>▪ pisanje algoritma i izrada zadatka u C++ - individualni rad učenice Lejle Dupanović,</li></ul>
IV	16.4.2019.	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ kompletiranje projektne dokumentacije, prezentacije i analiza svega što je rađeno.</li></ul>

## 4. Izvođenje projekta

### 4.1. Istraživanje sata na Sahat-kuli u Sarajevu

*„ Satovi ubijaju vrijeme. Vrijeme je mrtvo u onom trenutku kada ga te male stvarčice otklikaju. Vrijeme oživi jedino kada satovi stanu.“*

*Vilijam Fokner*

Objekat Sahat-kule, iako je nastao kasnije od većine objekata, prema kompoziciji i koncepciji je usko povezan sa objektom Gazi Husrev-begove džamije i ostalih objekata Gazi Husrev-begovog vakufa. Zajedno sa munarom Begove džamije predstavlja glavni vertikalni akcenat Bašćaršije. Sa visinom od 30 metara predstavlja najvišu sahat-kulu u Bosni i Hercegovini.

Sahat-kula je jednoprostoran objekat, kvadratične osnovice, dimenzija 3,32 x 3,20 metara. U donjem dijelu uglovi objekta su blago stesani. U gornjem dijelu, na visini od oko 18 metara, objekat dobija čistu kvadratnu osnovu.

Jedna od karakteristika ove kule je da se ona, za razliku od ostalih sahat-kula u Bosni i Hercegovini, prema vrhu postepeno širi, i to na dijelovima iznad prvog i ispod završnog – krovnog vijenca. Ta razlika na pojedinim mjestima iznosi 10 cm. Nije poznato da li je ova razlika postojala kod prvobitne Sahat-kule.

Ulaz u Sahat-kulu se nalazi sa južne strane, iz prostora imareta (današnje pekare), odakle se kroz gvozdena vrata, spoljne širine 58 cm, a visine 150 cm, ulazi u objekat i uskim drvenim stepeništem, širine oko 50 cm, penje na gornje etaže na kojima su smješteni časovni mehanizam i zvono. Širina vrata u unutrašnjem dijelu Sahat-kule iznosi 80 cm.

Sa istočne strane Sahat-kule, na visini od 18 metara, nalazi se otvor spoljne širine 83 cm, koji je služio kao vrata dok nije povećana visina objekta... Unutrašnja širina ovog otvora iznosi 98 cm. Sa spoljne strane otvor je zatvoren gvozdenim kapkom. Iznad otvora, na visini od oko 20 metara, postavljen je jednostavno profilisan vijenac debljine 24 cm, urađen, takođe, od sedre.

Iznad vijenca su izvedena po dva prozorska otvora orijentisana na svaku od strana svijeta. Širina prozora iznosi 65 cm, a njihova visina oko 1,73 metra. Natprozornici su izvedeni u formi polukružnog luka. Iznad ovih prozora, u geometrijskom središtu kule, nalaze se ležišta za časovnike.

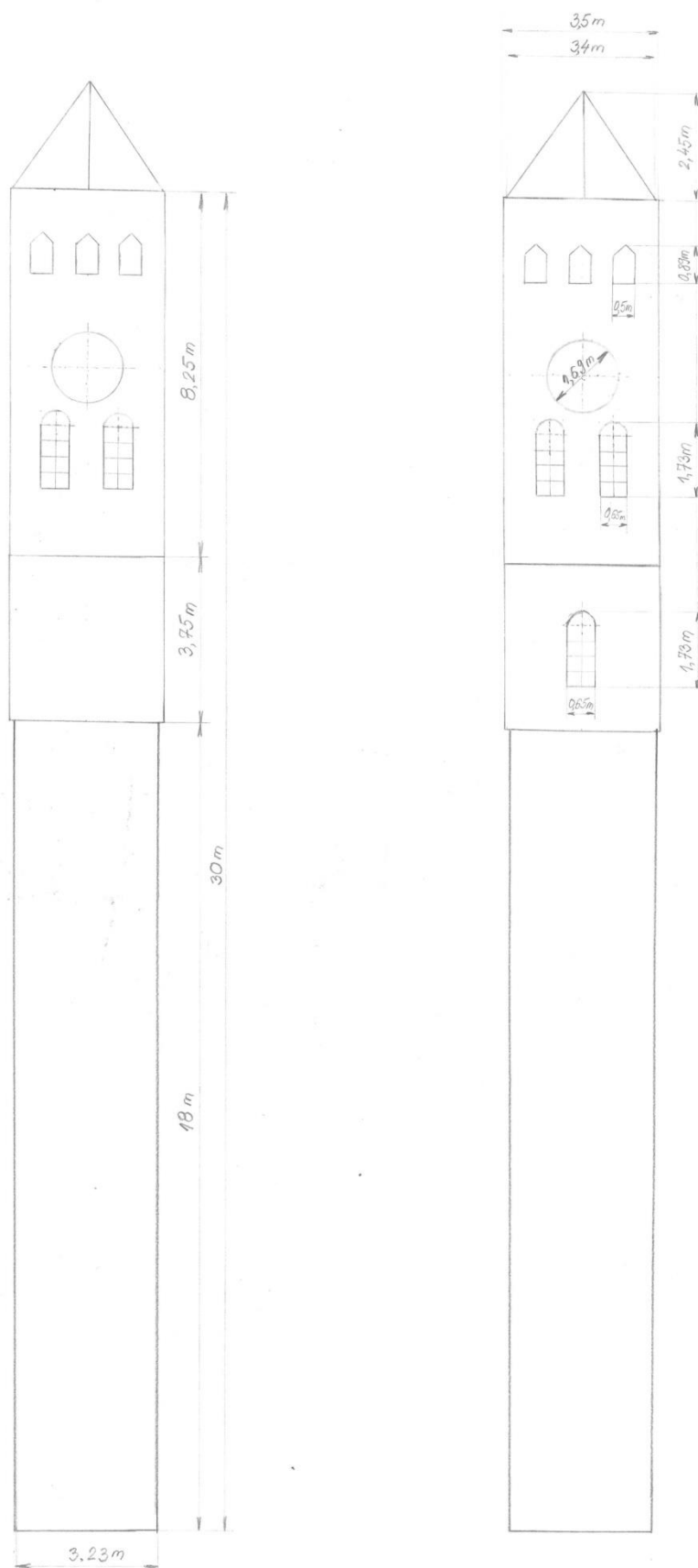
Iznad časovnika se nalazi još jedan vijenac, visine 20 cm, iznad koga su izvedeni nizovi od po tri prozorska otvora sa završetkom u formi prelomljenog luka. Širina prozorskih otvora, u prosjeku, iznosi od 47 do 50 cm, a njihova visina u sredini otvora 89 cm. Zidani dio Sahat-kule je završen profilisanim krovnim vijencem.

Sahat-kula je završena četvorostrešnim šatorastim krovom i pokrivena je bakarnim limom. Na vrhu krovića se nalazi alem sa tri jabuke.

Dušan Grabrijan o sarajevskoj Sahat-kuli kaže: “Čovjek sa zapada se nekako ne snalazi ispred sarajevske sahat-kule, koja je, takoreći, bez volumena – u tome joj sliče još daleko značajniji visinski objekti islamske arhitekture, a to su munare.“

#### 4.2. Model Sahat-kule u Sarajevu

Model Sahat-kule u Sarajevu uradio je učenik Adil Sumbuljević. Prema ovom modelu, računali smo površine Sahat-kule u Sarajevu.



### 4.3. Matematička razrada problema

- **Formula za računanje ugla koji minutna kazaljka pređe za minutu**

Po analognom satu, minutna kazaljka obiđe dvanaest krugova za dvanaest sati, to jest  $12 \cdot 60 = 720$  minuta. Po lunarnom satu, minutna kazaljka obiđe dvanaest krugova za razliku vremena od izlaska do zalaska Sunca.

Neka je  $h_1$  i  $m_1$  vrijeme izlaska Sunca, a  $h_2$  i  $m_2$  vrijeme zalaska Sunca. Kako će nam za računanje biti potrebne minute, odmah izrazimo vrijeme u minutama.

Vrijeme izlaska Sunca izraženo u minutama:  $t_1 = 60 \cdot h_1 + m_1$

Vrijeme zalaska Sunca izraženo u minutama:  $t_2 = 60 \cdot h_2 + m_2$

Razlika  $t = t_2 - t_1$  je vrijeme za koje minutna kazaljka napravi punih dvanaest krugova. Da bismo izračunali koliki ugao zatvori minutna kazaljka, potrebno je da izračunamo za koliko vremena će minutna kazaljka preći jedan puni krug, to jest ugao od  $360^\circ$ .

Prema tome, ugao koji pređe za minutu vremena će biti  $\varphi = 360^\circ: \frac{t}{12} = 360^\circ \cdot \frac{12}{t} = \frac{4320^\circ}{t}$ .

- **Računanje najvećeg i najmanjeg ugla koji opiše minutna kazaljka**

Zanimalo nas je kad minutna kazaljka za minutu našeg vremena opiše najveći i najmanji ugao na Sahat- kuli u Sarajevu. To će se desiti kad je najkraći dan u godini (prvi dan zime) i najduži dan u godini (prvi dan ljeta). Kako je lunarni sat u Sarajevu, za računanje uzimamo vrijeme izlaska i zalaska sunca u Sarajevu.

- **Minimalni ugao**

Vrijeme izlaska Sunca izraženo minutama:  $t_1 = 60 \cdot h_1 + m_1 = 60 \cdot 5 + 57 = 357$

Vrijeme zalaska Sunca izraženo minutama:  $t_2 = 60 \cdot h_2 + m_2 = 60 \cdot 20 + 38 = 1238$

$$t = t_2 - t_1 = 1238 - 357 = 881$$

$$\varphi = \frac{4320^\circ}{t} = \frac{4320^\circ}{881} = 4^\circ 54' 12''$$

- **Maksimalni ugao**

Vrijeme izlaska Sunca izraženo minutama:  $t_1 = 60 \cdot h_1 + m_1 = 60 \cdot 7 + 11 = 431$

Vrijeme zalaska Sunca izraženo minutama:  $t_2 = 60 \cdot h_2 + m_2 = 60 \cdot 17 + 51 = 1071$

$$t = t_2 - t_1 = 1071 - 431 = 640$$

$$\varphi = \frac{4320^\circ}{t} = \frac{4320^\circ}{640} = 6^\circ 45'$$

- **Da li će se kazaljke lunarnog sata kretati brzinom kao i kazaljke analognog sata?**

Istražili smo kad se kazaljke lunarnog sata kreću odprilike istom brzinom kao i kazaljke analognog sata. Znamo da minutna kazaljka treba da zatvori ugao  $\varphi = \frac{4320^\circ}{t}$ , a po analognom satu to je za  $t = 720$ . Trebali smo pronaći u takvimu (islamskom kalendaru) razliku 720.

Nismo uspjeli pronaći tačnu razliku od 720, ali jesmo približnu, to jest 721. To će se dogoditi dva puta tokom 2019. godine, i to: 14. marta i 30. septembra.

Kad je razlika između zalaska i izlaska Sunca 721 minuta, dobijemo da je ugao

$$\varphi = 5^\circ 59' 30''$$

- **Formula za računanje ugla koji minutna kazaljka pređe za minutu u C++**

Sva računanja uglova, koji minutna kazaljke pređe za minutu našeg vremena, potvrdila je Lejla Dupanović uz pomoć softverskog alata C++.

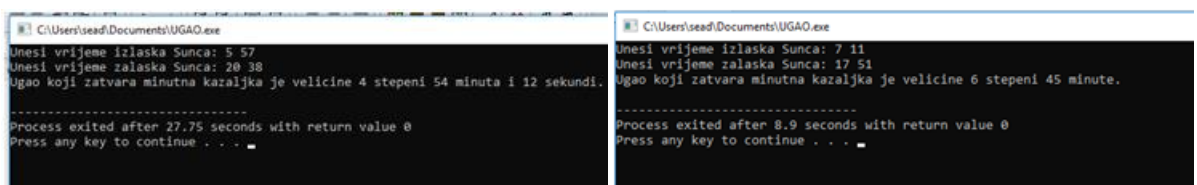


Kod u C++ izgleda na sljedeći način:

```

1  #include<iostream>
2  using namespace std;
3  int main()
4  {
5      int h1,h2,m1,m2;
6      cout<<"Unesi vrijeme izlaska Sunca: ";
7      cin>>h1>>m1;
8      cout<<"Unesi vrijeme zalaska Sunca: ";
9      cin>>h2>>m2;
10     double t1=60*h1+m1;
11     double t2=60*h2+m2;
12     double t=t2-t1;
13     double U=4320/t;
14     int Stepeni=U;
15     double Minute1=(U-Stepeni)*60;
16     int Minute=Minute1;
17     double Sekunde1=(Minute1-Minute)*60;
18     int Sekunde=Sekunde1;
19     cout<<"Ugao koji zatvara minutna kazaljka je velicine ";
20     if (Minute==0 && Sekunde==0)
21         cout<<Stepeni<<" stepeni."<<endl;
22     if (Sekunde==0)
23         cout<<Stepeni<<" stepeni "<<Minute<<" minute."<<endl;
24     else cout<<Stepeni<<" stepeni "<<Minute<<" minuta i "<<Sekunde<<" sekundi."<<endl;
25     return 0;
26     system("Pause");
27 }
```

Provjeravanje rezultata u programu.





- **Računanje površine omotača Sahat-kule u Sarajevu**

Na osnovu našeg modela Sahat-kule u Sarajevu uočili smo različite geometrijske likove i oblike, te smo računali njihove površine i na kraju smo izračunali površinu omotača Sahat-kule bez otvora. U daljem pisanju ćemo umjesto površine omotača koristiti izraz površina Sahat-kule.

- Površina sata

$$d = 1,69 \text{ m} \Rightarrow r = \frac{d}{2} = 0,845 \text{ m}$$

$$P_{\text{sata}} = r^2 \pi \approx 2,242 \text{ m}^2$$

- Površina prozora

$$P_{\text{prozora}} = P_{\text{pravougaonika}} + P_{\text{krug}/2} = 0,65 \text{ m} \cdot 1,384 \text{ m} + \frac{(0,346 \text{ m})^2 \pi}{2} \approx 1,088 \text{ m}^2$$

- Površina vrata

$$P_{\text{vrata}} = 0,58 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} = 0,87 \text{ m}^2$$

- Površina otvora

$$P_{\text{otvora}} = 0,83 \text{ m} \cdot 0,98 \text{ m} \approx 0,813 \text{ m}^2$$

- Površina gornjeg otvora

$$P_{\text{otvora}} = P_{\text{pravougaonika}} + P_{\text{trougla}} = 0,5 \text{ m} \cdot 0,64 \text{ m} + \frac{0,5 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m}}{2} \approx 0,382 \text{ m}^2$$

- Površina krova

Krov Sahat-kule ima oblik pravilne četverostrane piramide. Poznato nam je da osnovica iznosi  $3,4 \text{ m}$  i visina  $2,45 \text{ m}$ .

$$h^2 = H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = 8,8925 \text{ m}^2 \Rightarrow h \approx 2,98 \text{ m}$$

$$P_{\text{krova}} = \frac{4ah}{2} = \frac{4 \cdot 3,4 \text{ m} \cdot 2,98 \text{ m}}{2} \approx 20,26 \text{ m}^2$$

- Površina dijela Sahat-kule na kojem se nalazi sat

$$P_{\text{gornji dio}} = 4 \cdot 12 \text{ m} \cdot 3,2 \text{ m} = 153,6 \text{ m}^2$$

- Površina donjeg dijela Sahat-kule

Donji dio Sahat-kule ima oblika zarubljene četverostrane piramide. Pošto se u osnovnoj školi uče samo pravilne piramide, mi smo računanje ove površine uradili preko površine trapeza.

$$P_{donji\ dio} = 2 \cdot \frac{(a+c) \cdot h}{2} + 2 \cdot \frac{(b+c) \cdot h}{2}$$

$$P_{donji\ dio} = (a+c) \cdot h + (b+c) \cdot h = (a+c+b+c) \cdot h = (a+b+2c) \cdot h$$

$$P_{donji\ dio} = (3,23m + 3,2m + 2 \cdot 3,5m) \cdot 18m$$

$$P_{donji\ dio} = 241,74m^2$$

○ Ukupna površina

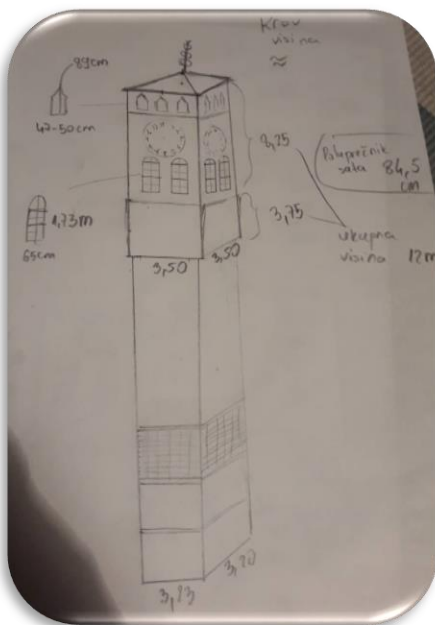
$$P = P_{donji\ dio} + P_{gornji\ dio} + P_{krova} - 4 \cdot (P_{sata} + 4 \cdot P_{prozora} + 3 \cdot P_{gornjeg\ otvora}) - P_{vrata} - P_{otvora}$$

$$P = 241,74m^2 + 153,6m^2 + 20,26m^2 - 4 \cdot (2,242m^2 + 4 \cdot 1,088m^2 + 3 \cdot 0,382m^2) - 0,87m^2 - 0,813m^2$$

$$P = 382,957m^2$$

#### 4.4. Pravljenje makete Sahat-kule u Sarajevu

Pristupili smo pravljenju makete uz pomoć našeg modela Sahat-kule u Sarajevu.

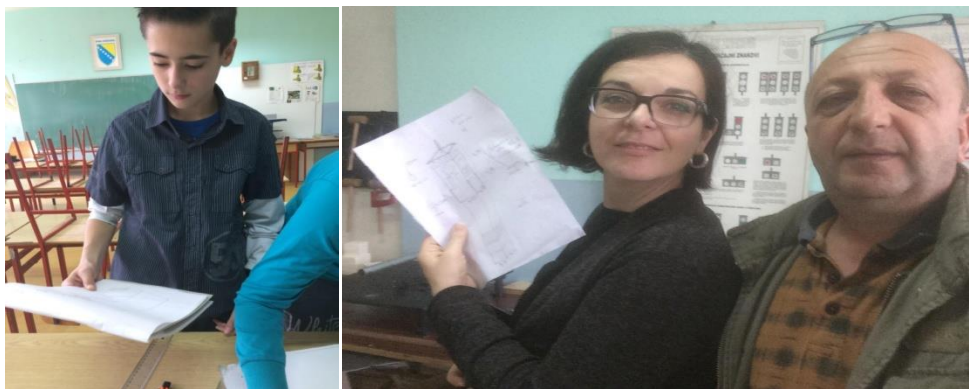


Zbog takmičenja Lejla nije bila prisutna, pa smo se dogovorili da maketu pravimo na sljedećem našem sastanku.

#### 4.5. Materijali i pribori korišteni u pravljenju makete

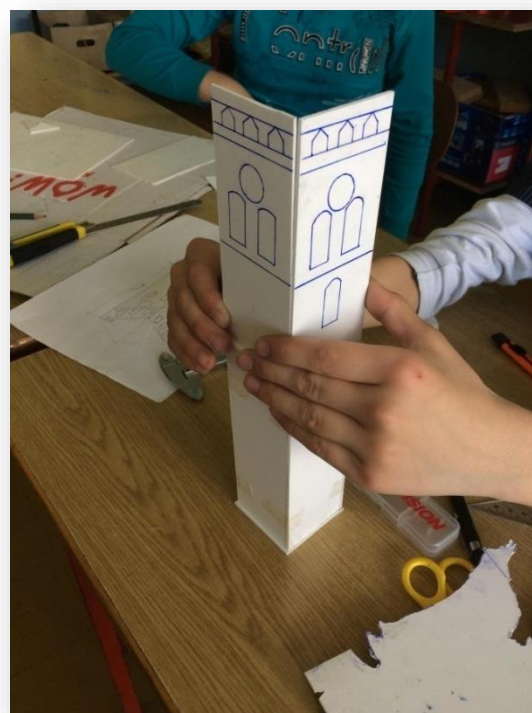
Materijali korišteni za izradu makete su: plastične ploče, kolaž papir, glinamol, bakrena žica, drvofix ljepilo i vruće ljepilo, a pribori koje smo koristili su: šestar, skalpel i metalni linijar. Zbog nestrpljivosti nismo uspjeli uslikati sve materijale na jednom mjestu 😊.

Dok se neki mentori slikaju, mi pokušavamo uzeti prave mjere i započeti našu maketu 😊.



Odlučili smo da dužina i širina naše sahat-kule budu 5,7 cm, a visina 33 cm.

Pristupamo pravljenju makete.







Pošto maketi treba vremena da se osuši, ostavili smo je i s nestrpljenjem čekali naredni čas da nastavimo sa radom.



Ne obraćajte pažnju na okolinu u kojoj se suši maketa 😊.

Sljedećeg dana smo odlučili da završimo maketu, pa smo tako i uradili.



#### 4.6. Predstavljanje projekta

Predstavljanje projekta smo pripremili u PowerPoint prezentaciji sa pratećim materijalima.

#### 4.7. Refleksija o projektu

Kroz projekt smo napravili istraživanje o Sahat-kuli u Sarajevu, tačnije jedinom javnom satu u Evropi koji mjeri vrijeme prema lunarnom kalendaru. Uspjeli smo, uz pomoć projekta, da pokažemo da sat na Sahat-kuli u Sarajevu nije pokvaren, da izračunamo ugao koji minutna kazaljka prođe za minutu analognog sata, te najveći i najmanji taj ugao, odredimo dan ili dane u ovoj godini kad minutna kazaljka na Sahat-kuli u Sarajevu se kreće istom brzinom kao i kazaljka analognog sata, i na kraju smo izračunali površinu omotača Sahat-kule u Sarajevu. Poteškoća koju smo imali u realizaciji je odsustvo članova grupe radi ostalih takmičenja u koja su uključeni. U toku izvođenja projekta učenici su imali priliku da rade individualno, u paru i u grupnom obliku rada. Učenici osmog i devetog razreda su ponovili postojeće znanje u C++ iz informatike i uz pomoć mentora produbili svoja znanja. Kroz projekat učenici su povezali svijet koji nas okružuje sa matematikom, matematiku sa tehničkom kulturom i informatikom, te ostalim naukama i umjetnostima.

### III. MATEMATIČKI POJMOVI

**Geometrija u ravni:** tačka, duž, prava, trougao (jednakokraki), pravougaonik, kvadrat, ugao (centralni ugao), trapez (jednakokraki), polukrug, krug.

**Geometrija u prostoru:** prizma (pravilna četverostrana), piramida (pravilna četverostrana), zarubljena piramida (četverostrana).

### IV. SOFTVERSKI ALATI

1. MS Word
2. MS PowerPoint
3. C++

## V. IZVORI

### 5.1.Literatura

- Udžbenici za osnovne škole iz matematike u Bosni i Hercegovini
  - Robert Onodi, Edin Galijatović: Matematika 6, za šesti razred devetogodišnje osnovne škole, Bosanska riječ, Tuzla, 2009.
  - Atija Fako: Matematika 7, za sedmi razred devetogodišnje osnovne škole, Bosanska riječ, Tuzla, 2010.
  - M. Kešina, S. Babović, E. Kljajić, A. Pirija, M. Ibrišimović: Matematika 8, osmi razred devetogodišnje osnovne škole, Nam Tuzla/ Vrijeme Zenica, 2011.
  - Šefket Arslanagić: Matematika 9, za deveti razred devetogodišnje osnovne škole, Dječija knjiga, Bosanska riječ, 2012.
  - [http://old.kons.gov.ba/main.php?id\\_struct=6&lang=1&action=view&id=2847](http://old.kons.gov.ba/main.php?id_struct=6&lang=1&action=view&id=2847)
  - [https://bs.wikipedia.org/wiki/Sarajevska\\_sahat-kula](https://bs.wikipedia.org/wiki/Sarajevska_sahat-kula)
  - <https://bnn.ba/kultura/nacionalni-spomenik-sarajevska-sahat-kula-posljednji-lunarni-sat-na-svijetu?fbclid=IwAR05ON-U7m7CfPOIQ7SeRWwotQZTaoFGiIKMNPzcoV4vclo4YZeilM8uQw>

### 5.2.Slike

- [https://scontent-vie1-1.xx.fbcdn.net/v/t1.0-9/13043370\\_641277136027456\\_6202862828555867421\\_n.jpg?\\_nc\\_cat=102&\\_nc\\_ht=scontent-vie1-1.xx&oh=bda12d32803be65c5be9e26dda4dfe4c&oe=5D3EB503](https://scontent-vie1-1.xx.fbcdn.net/v/t1.0-9/13043370_641277136027456_6202862828555867421_n.jpg?_nc_cat=102&_nc_ht=scontent-vie1-1.xx&oh=bda12d32803be65c5be9e26dda4dfe4c&oe=5D3EB503)
- Slike iz samostalnog rada učenice Lejle Dupanović (C++)

### 5.3.Fotografije

- Izrada modela Sahat-kule u Sarajevu
- Izrada makete Sahat-kule u Sarajevu