

# Optimizacija rojem čestica

Nevena Soldat, Tijana Živković, Ana Miloradović, Milena Kurtić

Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu

April 20, 2020

- Uvod u optimizaciju rojem čestica
- Osnovni algoritam
- Varijacije parametara
- Primena
- Topologije
- Literatura

Šta je optimizacija rojem čestica?

- optimizaciona tehnika zasnovana na inteligentnom ponašanju nekih organizama, kao što su insekti, ptice i ribe

Nastanak:

- Eugene Marais - The Soul of the White Ant (1926)
- Marco Dorigo - ponašanje kolonije mrava (1990-ih)
- Eberhart i Kennedy - algoritam optimizacije rojem čestica (1995)

Algoritam za optimizaciju rojem čestica je otkriven sasvim slučajno, pri pokušaju da se na računaru simulira kretanje jata ptica.

# Osnovni algoritam

Osnovni koncepti:

- čestice se kreću kroz višedimenzioni prostor pretrage
- svaka čestica predstavlja jedno moguće rešenje

Neka je  $x_i(t)$  pozicija čestice  $i$  u trenutku  $t$ . Pozicija se menja dodavanjem brzine  $v_i(t)$  na trenutku poziciju:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

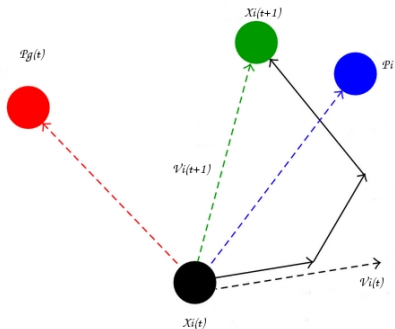
Brzina se računa kao:

$$v_i(t+1) = v_i(t) + c_1 r_1 (p_i(t) - x_i(t)) + c_2 r_2 (p_g(t) - x_i(t))$$

gde su:

- $p_i(t)$  - najbolja pozicija koju je čestica  $i$  pronašla do trenutka  $t$
- $p_g(t)$  - najbolja pozicija u čitavom roju do trenutka  $t$
- $r_1, r_2$  - nasumične vrednosti iz  $U[0,1]$
- $c_1, c_2$  - konstante

# Komponente brzine



- **moment** - prethodno stanje brzine
- **kognitivna** komponenta - tendencija vraćanja u lično najbolje
- **socijalna** komponenta - tendencija ka kretanju ka naboljem globalnom

---

**Algoritam 1** *Osnovni PSO*

---

```
Kreiraj i inicijalizuj  $n_s$  - dimenzioni roj;  
repeat  
  for svaku česticu  $i = 1, \dots, n_s$  do  
    //postavi lokalno najbolju poziciju;  
    if  $f(x_i) < f(p_i)$  then  
       $p_i = x_i$ ;  
    end if  
    //postavi globalno najbolju poziciju;  
    if  $f(p_i) < f(p_g)$  then  
       $p_g = p_i$ ;  
    end if  
  end for  
  for svaku česticu  $i = 1, \dots, n_s$  do  
    ažuriraj poziciju;  
    ažuriraj brzinu;  
  end for  
until nije ispunjen zahtev za zaustavljanje
```

---

# Osnovne varijacije: Smanjenje brzina

Modifikacije osnovnog algoritma optimizacija rojem čestica

- **Eksploracija** - istraživanje različitih delova prostora pretrage
- **Eksplotacija** - koncentrisanje oko regije koje garantuje nalaženje rešenja

Smanjenje brzina uvodi se da bi se sprečilo da čestice napuste prostor pretrage usled čestog ažuriranja položaja

$$v_i(t+1) = \begin{cases} v'_i(t+1), & v'_i(t+1) < V_{max} \\ V_{max}, & v'_i(t+1) \geq V_{max} \end{cases} \quad (1)$$

# Osnovne varijacije: Inercijske težine

U osnovnu formulu ažuriranja brzine uvodi se težina  $w$  koji kontroliše koliko će prethodni pravac leta uticati na novu brzinu, kao i sam balans izmeu istraživanja i eksploatacije

$$v_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

Veće vrednosti  $w$  olakšavaju eksploraciju, dok manje vrednosti  $w$  podstiču lokalnu eksploataciju

- $w \geq 1$  - roj divergira, brzine idu ka maksimalnoj brzini
- $0 < w < 1$  - čestice usporavaju, pa konvergencija zavisi od  $c_1$  i  $c_2$
- $w < 0$  - brzine opadaju sve dok ne stignu do nule i time se algoritam zaustavlja



# Osnovne varijacije: Koeficijent suženja i model brzine

Ovaj princip je sličan inercijskoj težini, ali se brzine ograničavaju konstantom  $\chi$

$$v_{ij}(t+1) = \chi[v_{ij}(t) + \phi_1(y_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + \phi_2(\hat{y}_j(t) - x_{ij}(t))]$$

gde je

$$\chi = \frac{2k}{|2 - \phi - \sqrt{\phi(\phi - 4)}|},$$

sa  $\phi = \phi_1 + \phi_2$ ,  $\phi_1 = c_1 r_1$  i  $\phi_2 = c_2 r_2$

Modeli brzina se razlikuju u komponentama koje su uključene u jednačinu brzine

- **Kognitivni** model - isključuje socijalnu komponentu
- **Socijalni** model- isključuje kognitivnu komponentu
- model u kojoj sama **čestica neće sebe izabrati za najbolju** - najbolje rešenje se bira iz susedstva

- Kontinualni i diskretni problemi
- **Oblasti primene:** Neuronske mreže, telekomunikacije, istraživanje podataka, dizajn(antene, bluetooth), kombinatorna optimizacija, biomedicina itd.
- **Primer:** PSO koji rešava problem planiranja razvoja distributivnih mreža
- Šta je **distributivna mreža**?
  - deo elektroenergetskog sistema koji omogućava da se električna energija distribuira do srednjih i malih potrošača.
- **Proces planiranja** razvoja distributivnih mreža:
  - Šta?
  - Gde?
  - Kada?

- **Formulacija problema**
  - Multigranski graf
  - **Faktori** - minimizacija gubitaka energije, ulaganja u nove objekte i distributivne vodove, maksimizacija pouzdanosti sistema
  - **Ograničenja** - kapacitet vodova, naponski nivo opterećenja u čvorovima, radijalnost mreže
  - **Funkcije cilja** - gubitak energije, pouzdanost sistema
- **Šema kodiranja čestica** - kodira topologiju mreže, direktno i indirektno kodiranje
- **Šema dekodiranja čestica** - troškovno pristrasno dekodiranje

---

**Algoritam 2** *PSO koji rešava problem planiranja razvoja distributivne mreže*

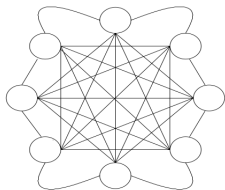
---

**Početak:** /\*Inicijalizacija - podešavanje veličine populacije i maksimalnog broja iteracija  $k_{max}$  \*/  
 $k = 0$ ;  
 $s^k = s^0$ ; /\*Generisanje početne tačke pretrage za celu populaciju po predloženoj šemi kodiranja \*/  
 $v^k = v^0$ ; /\*Generisanje početne brzine pretrage za celu populaciju po predloženoj šemi kodiranja \*/  
Dekodiranje svih čestica; /\*Po predloženoj šemi dekodiranja\*/  
Oceniti  $f(k)$ ; /\* Izračunati vrednosti funkcije cilja svake čestice u tekućoj populaciji \*/  
**Ponavljati:** /\*Globalna iteracija, k\*/  
 $v_i^k + 1 = wv_i^k + c_1rand_1x(pbest_i - s_i^k) + c_2rand_2x(gbest_i - s_i^k)$ ; /\*Ažuriraj brzinu za sve čestice \*/  
 $s_i^{k+1} = s_i^k + v_i^{k+1}$ ; /\*Ažuriraj poziciju za sve čestice\*/  
Oceniti  $f(k)$ ; /\* Izračunati vrednost funkcije cilja svake čestice u tekućoj populaciji \*/  
if  $f(k) > pbest(k)$  then  
     $pbest(k+1) = f(k)$  /\*Prihvatiti funkciju cilja  $f(k)$  čestice kao  $pbest(k+1)$  za tu česticu\*/  
end if  
if  $pbest(k) > gbest(k)$  then  
     $gbest(k+1) = pbest(k)$  i pamti k-tu česticu /\*Prihvatiti  $pbest(k)$  kao  $gbest(k+1)$  i sačuvaj k-tu česticu kao najbolju.\*/  
end if  
 $k = k + 1$ ;  
Dok nije ispunjen zahtev za zaustavljanje; /\* $k > k_{max}$  \*/  
**Izlaz:** Najbolje nađeno rešenje.

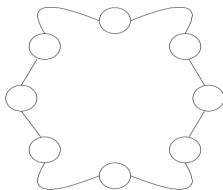
---

- Na PSO direktno utiče raznolikost populacije kao i socijalna interakcija čestica.
- Čestice u roju uče jedne od drugih tako što razmenjuju informacije o uspešnosti svake čestice i na osnovu dobijenih saznanja postaju više slične svojim boljim susedima.
- Stoga, bitno nam je kako izgleda sama struktura populacije pa imamo više izučavanih topologija uticaja. Neke od njih su:
  - Zvezda
  - Prsten
  - Točak
  - Piramida
  - Četiri klastera
  - Fon Nojmanova struktura

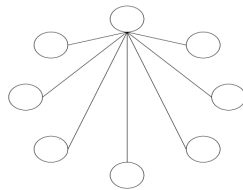
# Topologije uticaja



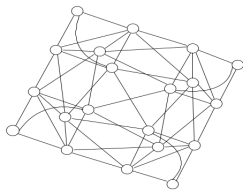
(a) Star



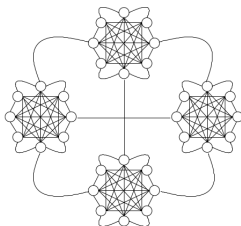
(b) Ring



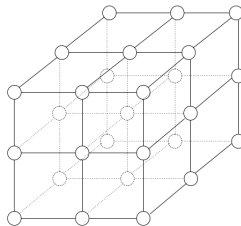
(c) Wheel



(d) Pyramid



(e) Four Clusters



(f) Von Neumann

- PSO se u nekim slučajevima pokazao bolji od ostalih tehnika, te postaje zanimljiv za istraživanje i izučavanje.
- Integriše sa različitim algoritmima kako bi ih poboljšao.
- Pored svojih dobrih strana ima i one loše, da brzo konvergira, luta i usporava dok se približava optimumu.