

# Capacitación en Estadística 2024

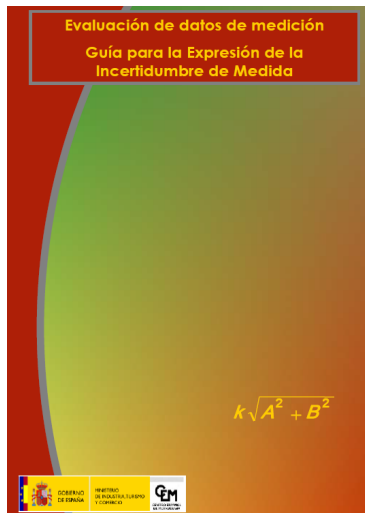
## Incertidumbre de la Medición

Ing. Industrial Never Alberto Urueta Peña

Esp. en alta gerencia  
Mgtr. en Estadística aplicada  
Invima - Uniremington  
Biolab Laboratorio Metrológico S.A.S.

July 5, 2024

# Incertidumbre de la medición - GUM



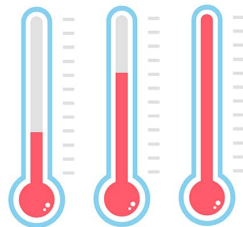
# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Mensurando

### Mensurando

Magnitud particular sometida a medición.

Frecuentemente, la definición de un mensurando incluye ciertas condiciones y estados físicos.



# Incertidumbre de la medición - GUM

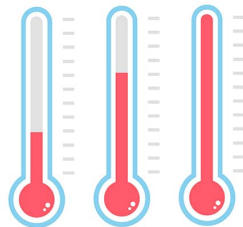
## Conceptos - Mensurando

### Mensurando

Magnitud particular sometida a medición.

Frecuentemente, la definición de un mensurando incluye ciertas condiciones y estados físicos.

**Ejemplo:** La velocidad del sonido en aire seco de composición (fracción molar)  $N_2 = 0,780\ 8$ ,  $O_2 = 0,209\ 5$ ,  $Ar = 0,009\ 35$  y  $CO_2 = 0,000\ 35$  a la temperatura  $T = 273,15\ K$  y presión  $p = 101\ 325\ Pa$ .



# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Mensurando

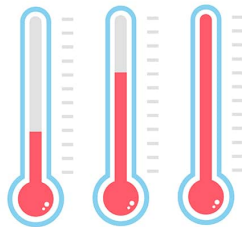
### Mensurando

Magnitud particular sometida a medición.

Frecuentemente, la definición de un mensurando incluye ciertas condiciones y estados físicos.

**Ejemplo:** La velocidad del sonido en aire seco de composición (fracción molar)  $N_2 = 0,780\ 8$ ,  $O_2 = 0,209\ 5$ ,  $Ar = 0,009\ 35$  y  $CO_2 = 0,000\ 35$  a la temperatura  $T = 273,15\ K$  y presión  $p = 101\ 325\ Pa$ .

Sucede frecuentemente, que el valor de magnitud (Mensurando) no puede obtenerse, y la medición se lleva a cabo sobre una magnitud que es una aproximación del mensurando.



# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Incertidumbre de medida

Parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando.

La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando

Tenemos las siguientes expresiones o evaluaciones:

- ③ Incertidumbre típica
- ③ Evaluación Tipo A (de incertidumbre)
- ③ Evaluación Tipo B (de incertidumbre)
- ③ Incertidumbre típica combinada
- ③ Incertidumbre expandida



# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

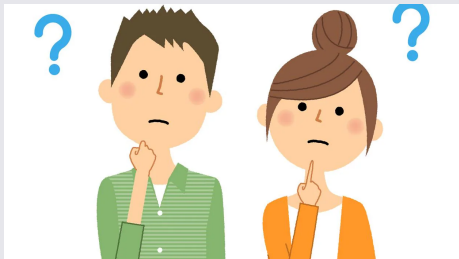
### Incertidumbre de medida

Parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando.

La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando

Tenemos las siguientes expresiones o evaluaciones:

- 1 Incertidumbre típica
- 2 Evaluación Tipo A (de incertidumbre)
- 3 Evaluación Tipo B (de incertidumbre)
- 4 Incertidumbre típica combinada
- 5 Incertidumbre expandida



# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

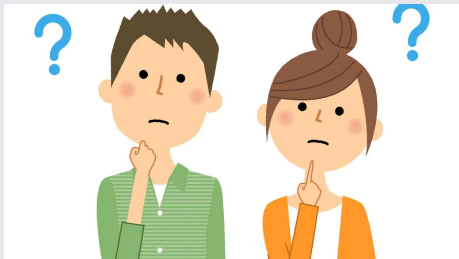
### Incertidumbre de medida

Parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando.

La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando

Tenemos las siguientes expresiones o evaluaciones:

- 1 Incertidumbre típica
- 2 Evaluación Tipo A (de incertidumbre)
- 3 Evaluación Tipo B (de incertidumbre)
- 4 Incertidumbre típica combinada
- 5 Incertidumbre expandida





# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Incertidumbre de medida

Parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando.

La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando

Tenemos las siguientes expresiones o evaluaciones:

- 1 Incertidumbre típica
- 2 Evaluación Tipo A (de incertidumbre)
- 3 Evaluación Tipo B (de incertidumbre)
- 4 Incertidumbre típica combinada
- 5 Incertidumbre expandida



# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

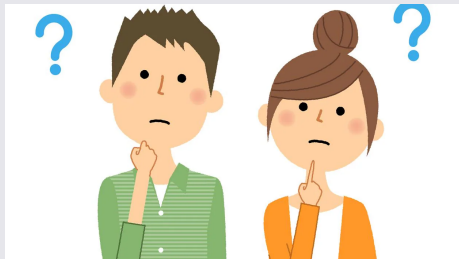
### Incertidumbre de medida

Parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando.

La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando

Tenemos las siguientes expresiones o evaluaciones:

- 1 Incertidumbre típica
- 2 Evaluación Tipo A (de incertidumbre)
- 3 Evaluación Tipo B (de incertidumbre)
- 4 Incertidumbre típica combinada
- 5 Incertidumbre expandida



# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Incertidumbre de medida

Parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando.

La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando

Tenemos las siguientes expresiones o evaluaciones:

- 1 Incertidumbre típica
- 2 Evaluación Tipo A (de incertidumbre)
- 3 Evaluación Tipo B (de incertidumbre)
- 4 Incertidumbre típica combinada
- 5 Incertidumbre expandida



# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.



# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Incertidumbre

### Algunas posibles fuentes de incertidumbre

- a Definición incompleta del mensurando;
- b realización imperfecta de la definición del mensurando;
- c muestra no representativa del mensurando, la muestra analizada puede no representar al mensurando definido;
- d conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o medición imperfecta de dichas condiciones ambientales;
- e lectura sesgada de instrumentos analógicos, por parte del técnico;
- f resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación;
- g valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia;
- h valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de los datos;
- i aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida;
- j variaciones en las observaciones repetidas del mensurando, en condiciones aparentemente idénticas.

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Mediciones y errores

### Valor verdadero (de una magnitud)

Es un valor que se obtendría mediante una medición perfecta.

**Valor convencionalmente verdadero**

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Mediciones y errores

### Valor verdadero (de una magnitud)

Es un valor que se obtendría mediante una medición perfecta.

**Valor convencionalmente verdadero**

### Error(de medida)

Resultado de una medición menos un valor verdadero del mensurando

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Conceptos - Mediciones y errores

### Valor verdadero (de una magnitud)

Es un valor que se obtendría mediante una medición perfecta.

**Valor convencionalmente verdadero**

### Error(de medida)

Resultado de una medición menos un valor verdadero del mensurando

### Error relativo

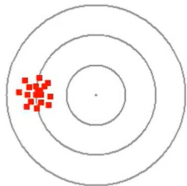
Relación entre el error de medida y un valor verdadero del mensurando



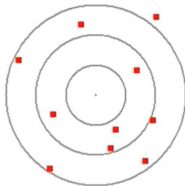
## Conceptos - Mediciones y errores

## Error(de medida)

Resultado de una medición menos un valor verdadero del mensurando



### Error sistemático



### Error aleatorio

## Error aleatorio

Resultado de una medición menos la media de un número infinito de mediciones del mismo mensurando, efectuadas bajo condiciones de repetibilidad

*error aleatorio = error - error sistemático*

## Error sistemático

Media que resultaría de un número infinito de mediciones del mismo mensurando efectuadas bajo condiciones de repetibilidad, menos un valor verdadero del mensurando

*error sistemático = error - error aleatorio*

## Conceptos - Mediciones y errores

Resultado de una medición menos un valor verdadero del mensurando



Errores debido a numerosas causas imprevisibles que dan lugar a resultados distintos cuando se repiten las medidas

### Posibles causas:

- Acumulación incertidumbres incontroladas
- Variabilidad de las condiciones ambientales
- Variaciones aleatorias intrínsecas a nivel microscópico
- Falta de definición de la magnitud a medir

# Conceptos - Mediciones y errores

Resultado de una medición menos un valor verdadero del mensurando



Equivocaciones debidas a métodos o instrumentos de medida inadecuados, cambiando las medidas en la misma dirección

- Cero de la escala incorrecto
- Calibración defectuosa del instrumento
- Utilización de fórmulas aproximadas
- Utilización de datos incorrectos

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Evaluación de la incertidumbre típica

En la mayor parte de los casos, un mensurando  $Y$  no se mide directamente, sino que se determina a partir de otras  $N$  magnitudes  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , por medio de una relación funcional  $f$ :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

por lo general cada una de las variables independientes son estimadas, lo que conlleva a una estimación del mensurando dada por:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

### DESVIACIÓN ESTANDAR

Población

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}}$$

Muestra

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

### Evaluación tipo A de la incertidumbre típica

En la mayor parte de los casos, para una magnitud  $k$  obtenida a partir de  $n$  observaciones la mejor estimación para la esperanza matemática  $\mu_k$  es la media aritmética de las  $n$  observaciones:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_k$$

### Evaluación tipo A de la incertidumbre típica

En la mayor parte de los casos, para una magnitud  $k$  obtenida a partir de  $n$  observaciones la mejor estimación para la esperanza matemática  $\mu_k$  es la media aritmética de las  $n$  observaciones:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_k$$

La estimación de la varianza de la distribución de probabilidad de  $q$ , es decir,  $\sigma^2$ , viene dada por la varianza experimental de las observaciones:

$$S^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2$$

### Evaluación tipo A de la incertidumbre típica

En la mayor parte de los casos, para una magnitud  $k$  obtenida a partir de  $n$  observaciones la mejor estimación para la esperanza matemática  $\mu_k$  es la media aritmética de las  $n$  observaciones:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_k$$

La estimación de la varianza de la distribución de probabilidad de  $q$ , es decir,  $\sigma^2$ , viene dada por la varianza experimental de las observaciones:

$$S^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2$$

Estimación de la desviación típica estándar:

$$S(q_k) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2}$$

### Evaluación tipo A de la incertidumbre típica

La mejor estimación de  $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2/n$ , varianza de la media, viene dada por:

$$S^2(\bar{q}) = \frac{S^2(q_k)}{n}$$



### Evaluación tipo A de la incertidumbre típica

La mejor estimación de  $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2/n$ , varianza de la media, viene dada por:

$$S^2(\bar{q}) = \frac{S^2(q_k)}{n}$$

La La varianza experimental de la media  $S^2(\bar{q})$  y la **desviación típica experimental de la media**  $S(\bar{q})$ , determinan la bondad con que  $\bar{q}$  estima la esperanza matemática  $\mu_q$  de  $q$ , y una u otra pueden ser utilizadas como medida de la incertidumbre de  $\bar{q}$ .

### Evaluación tipo A de la incertidumbre típica

La mejor estimación de  $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2/n$ , varianza de la media, viene dada por:

$$S^2(\bar{q}) = \frac{S^2(q_k)}{n}$$

La varianza experimental de la media  $S^2(\bar{q})$  y la **desviación típica experimental de la media**  $S(\bar{q})$ , determinan la bondad con que  $\bar{q}$  estima la esperanza matemática  $\mu_q$  de  $q$ , y una u otra pueden ser utilizadas como medida de la incertidumbre de  $\bar{q}$ .

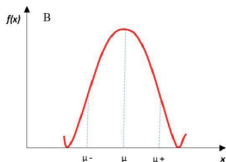
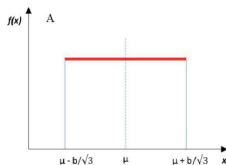
de este modo, para una magnitud de entrada  $X_i$  obtenida a partir de  $n$  observaciones repetidas e independientes, la incertidumbre típica  $\mu(x_i)$  de su estimación  $x_i = \bar{X}_i$  es  $\mu(x_i) = S(\bar{X}_i)$  y  $\mu^2(x_i) = S^2(\bar{X}_i)$ . Estas son a veces llamadas *varianza Tipo A* e *incertidumbre típica tipo A*

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Evaluación de la incertidumbre típica

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

Para una estimación  $x_i$  de una magnitud de entrada  $X_i$  no obtenida a partir de observaciones repetidas, la varianza estimada asociada  $\mu^2(x_i)$  o la incertidumbre típica  $\mu(x_i)$  se establecen mediante decisión científica basada en toda la información disponible acerca de la variabilidad posible de  $X_i$ .

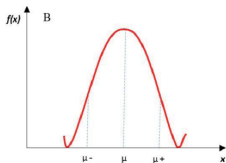
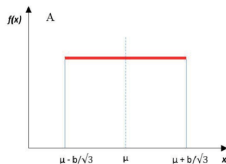


# Incertidumbre de la medición - GUM

## Evaluación de la incertidumbre típica

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

El conjunto de la información puede comprender:



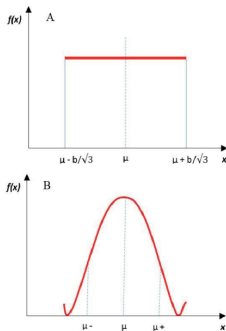
● Resultados de mediciones anteriores;

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Evaluación de la incertidumbre típica

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

El conjunto de la información puede comprender:



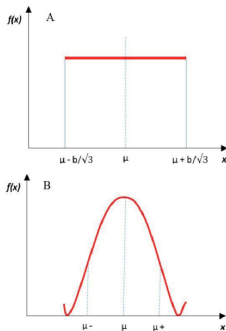
- Resultados de mediciones anteriores;
- experiencia o conocimientos generales sobre el comportamiento y las propiedades de los materiales e instrumentos utilizados;

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Evaluación de la incertidumbre típica

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

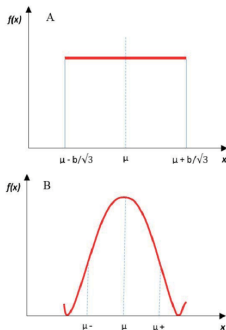
El conjunto de la información puede comprender:



- Resultados de mediciones anteriores;
- experiencia o conocimientos generales sobre el comportamiento y las propiedades de los materiales e instrumentos utilizados;
- especificaciones del fabricante;

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

El conjunto de la información puede comprender:



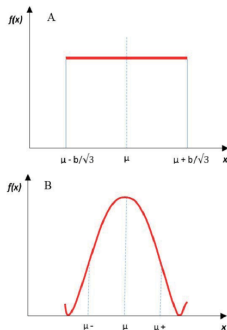
- Resultados de mediciones anteriores;
- experiencia o conocimientos generales sobre el comportamiento y las propiedades de los materiales e instrumentos utilizados;
- especificaciones del fabricante;
- datos suministrados por certificados de calibración u otros tipos de certificados;

# Incertidumbre de la medición - GUM

## Evaluación de la incertidumbre típica

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

El conjunto de la información puede comprender:



- Resultados de mediciones anteriores;
- experiencia o conocimientos generales sobre el comportamiento y las propiedades de los materiales e instrumentos utilizados;
- especificaciones del fabricante;
- datos suministrados por certificados de calibración u otros tipos de certificados;
- incertidumbres asignadas a valores de referencia procedentes de libros y manuales.



### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

Si la estimación  $x_i$  se obtiene a partir de una especificación del fabricante, de un certificado de calibración, de una publicación o de otra fuente, y su incertidumbre viene dada como un múltiplo específico de una desviación típica, la incertidumbre típica  $\mu(x_i)$  es simplemente el cociente entre el valor indicado y el factor multiplicador, y la varianza estimada  $\mu^2(x_i)$  es el cuadrado de dicho cociente.

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

Si la estimación  $x_i$  se obtiene a partir de una especificación del fabricante, de un certificado de calibración, de una publicación o de otra fuente, y su incertidumbre viene dada como un múltiplo específico de una desviación típica, la incertidumbre típica  $\mu(x_i)$  es simplemente el cociente entre el valor indicado y el factor multiplicador, y la varianza estimada  $\mu^2(x_i)$  es el cuadrado de dicho cociente.

**EJEMPLO:** Un certificado de calibración indica que la masa de un patrón de acero inoxidable, de valor nominal igual a un kilogramo, es  $m_S = 1000,000325g$ , y que “la incertidumbre de este valor es de  $240 \mu g$ , para un nivel de tres desviaciones típicas”.

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

La incertidumbre de  $x_i$  no siempre viene expresada como un múltiplo de una desviación típica. En su lugar, puede definir un intervalo correspondiente a un nivel de confianza del 90, 95 ó 99 por ciento. Salvo indicación en contra, puede suponerse que se ha utilizado una distribución normal para calcular la incertidumbre, obteniéndose la incertidumbre típica de  $x_i$  mediante simple división del valor de incertidumbre dado por el factor correspondiente de la distribución normal. Dicho factor, para los tres niveles de confianza citados, es 1,64; 1,96 y 2,58.

Tal hipótesis no es necesaria si la incertidumbre se da siguiendo las recomendaciones de esta Guía, la cual subraya que siempre debe citarse el factor de cobertura utilizado

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

La incertidumbre de  $x_i$  no siempre viene expresada como un múltiplo de una desviación típica. En su lugar, puede definir un intervalo correspondiente a un nivel de confianza del 90, 95 ó 99 por ciento. Salvo indicación en contra, puede suponerse que se ha utilizado una distribución normal para calcular la incertidumbre, obteniéndose la incertidumbre típica de  $x_i$  mediante simple división del valor de incertidumbre dado por el factor correspondiente de la distribución normal. Dicho factor, para los tres niveles de confianza citados, es 1,64; 1,96 y 2,58.

Tal hipótesis no es necesaria si la incertidumbre se da siguiendo las recomendaciones de esta Guía, la cual subraya que siempre debe citarse el factor de cobertura utilizado

**EJEMPLO:** Un certificado de calibración indica que el valor RS de una resistencia patrón de valor nominal  $10\Omega$  es  $10,000742\Omega \pm 129\mu\Omega$  a  $23^\circ\text{C}$ , y que “la incertidumbre indicada de  $129\mu$  define un intervalo con nivel de confianza del 99%”.

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

Sí, en base a las informaciones disponibles, puede afirmarse que “existe una probabilidad del 50% de que el valor de la magnitud de entrada  $X_i$  esté comprendido en el intervalo de  $a_-$  a  $a_+$ ”. Si puede suponerse que los valores posibles de  $X_i$  se distribuyen aproximadamente según una distribución normal, entonces la mejor estimación  $x_i$  de  $X_i$  puede tomarse en el centro del intervalo. Además, si la semiamplitud del intervalo es  $a = (a_+ - a_-)/2$ , puede tomarse  $\mu(x_i) = 1,48a$ , ya que, para una distribución normal de esperanza matemática  $\mu$  y desviación típica  $\sigma$ , el intervalo  $\mu \pm \sigma/1,48$  cubre aproximadamente el 50% de la distribución

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

Sí, en base a las informaciones disponibles, puede afirmarse que “existe una probabilidad del 50% de que el valor de la magnitud de entrada  $X_i$  esté comprendido en el intervalo de  $a_-$  a  $a_+$ ”. Si puede suponerse que los valores posibles de  $X_i$  se distribuyen aproximadamente según una distribución normal, entonces la mejor estimación  $x_i$  de  $X_i$  puede tomarse en el centro del intervalo. Además, si la semiapertura del intervalo es  $a = (a_+ - a_-)/2$ , puede tomarse  $\mu(x_i) = 1,48a$ , ya que, para una distribución normal de esperanza matemática  $\mu$  y desviación típica  $\sigma$ , el intervalo  $\mu \pm \sigma/1,48$  cubre aproximadamente el 50% de la distribución

**EJEMPLO:** Un mecánico que determina las dimensiones de una pieza estima que su longitud se sitúa, con una probabilidad de 0,5 en el intervalo de 10,07 mm a 10,15 mm, y expresa ésta como  $l = (10,11 \pm 0,04)$  mm; esto significa que  $\pm 0,04$  mm define un intervalo que tiene un nivel de confianza del 50%.

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

Puede que únicamente sea posible estimar límites (inferior y superior) para  $X_i$ , en particular, para poder decir que “la probabilidad de que el valor de  $X_i$  esté comprendido en el intervalo de  $a_-$  a  $a_+$  es a todos los efectos prácticamente igual a uno y la probabilidad de que  $X_i$  se encuentre fuera de este intervalo es esencialmente cero”. Si no se posee ningún conocimiento específico sobre los valores posibles de  $X_i$  dentro del intervalo, puede asumirse que  $X_i$  puede encontrarse con igual probabilidad en cualquier punto del mismo (*distribución uniforme o rectangular de los valores posibles*).

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

Puede que únicamente sea posible estimar límites (inferior y superior) para  $X_i$ , en particular, para poder decir que “la probabilidad de que el valor de  $X_i$  esté comprendido en el intervalo de  $a_-$  a  $a_+$  es a todos los efectos prácticamente igual a uno y la probabilidad de que  $X_i$  se encuentre fuera de este intervalo es esencialmente cero”. Si no se posee ningún conocimiento específico sobre los valores posibles de  $X_i$  dentro del intervalo, puede asumirse que  $X_i$  puede encontrarse con igual probabilidad en cualquier punto del mismo (*distribución uniforme o rectangular de los valores posibles*).

La esperanza matemática de  $X_i$ , está en el punto medio del intervalo:

$$x_i = (a_- + a_+)/2,$$

con varianza asociada:

$$\mu^2(x_i) = (a_+ - a_-)^2/12$$



### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

Puede que únicamente sea posible estimar límites (inferior y superior) para  $X_i$ , en particular, para poder decir que “la probabilidad de que el valor de  $X_i$  esté comprendido en el intervalo de  $a_-$  a  $a_+$  es a todos los efectos prácticamente igual a uno y la probabilidad de que  $X_i$  se encuentre fuera de este intervalo es esencialmente cero”. Si no se posee ningún conocimiento específico sobre los valores posibles de  $X_i$  dentro del intervalo, puede asumirse que  $X_i$  puede encontrarse con igual probabilidad en cualquier punto del mismo (*distribución uniforme o rectangular de los valores posibles*).

La esperanza matemática de  $X_i$ , está en el punto medio del intervalo:

$$x_i = (a_- + a_+)/2,$$

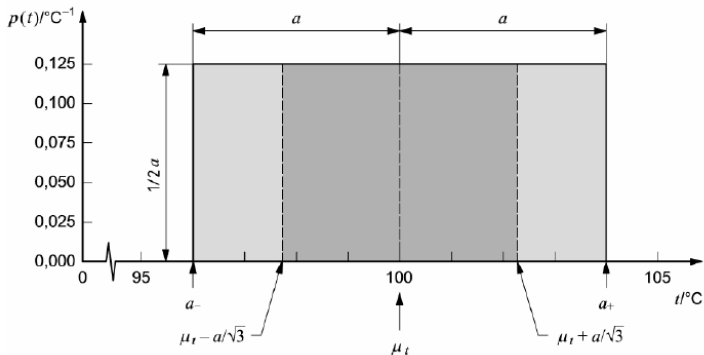
con varianza asociada:

$$\mu^2(x_i) = (a_+ - a_-)^2/12$$

Si la diferencia entre los límites,  $a_+ - a_-$ , se considera como  $2a$ , entonces la ecuación anterior se convierte en:

$$\mu^2(x_i) = a^2/3$$

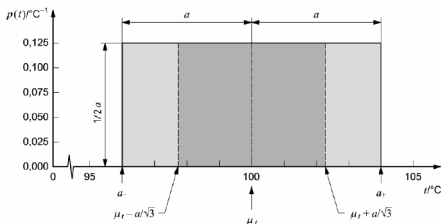
### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica Distribución uniforme - rectangular



# Incertidumbre de la medición - GUM

## Evaluación de la incertidumbre típica

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica Distribución uniforme - rectangular



#### EJEMPLO:

Un manual da como valor del coeficiente de dilatación lineal del cobre puro a  $20^{\circ}\text{C}$ ,  $\alpha_{20}(\text{Cu}) = 16,5210 - 6^{\circ}\text{C}^{-1}$ , y dice que “el error de este valor no es mayor de  $0,4010 - 6^{\circ}\text{C}^{-1}$ ”.

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

En numerosos casos, es más realista suponer que los valores cerca de los límites son menos probables que los situados en torno al centro. Es entonces razonable reemplazar la distribución rectangular simétrica por una distribución trapezoidal simétrica de pendientes iguales (*un trapecio isósceles*), con una base mayor de anchura  $a_+ - a_- = 2a$  y una base menor de anchura  $2a\beta$ , donde  $0 \leq \beta \leq 1$ . Cuando  $\beta \rightarrow 1$  esta distribución trapezoidal se aproxima a la (*distribución rectangular*), mientras que para  $\beta = 0$  es una (*distribución triangular*).

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

En numerosos casos, es más realista suponer que los valores cerca de los límites son menos probables que los situados en torno al centro. Es entonces razonable reemplazar la distribución rectangular simétrica por una distribución trapezoidal simétrica de pendientes iguales (*un trapezio isósceles*), con una base mayor de anchura  $a_+ - a_- = 2a$  y una base menor de anchura  $2a\beta$ , donde  $0 \leq \beta \leq 1$ . Cuando  $\beta \rightarrow 1$  esta distribución trapezoidal se aproxima a la (*distribución rectangular*), mientras que para  $\beta = 0$  es una (*distribución triangular*).

Suponiendo tal distribución trapezoidal para  $X_i$ , la esperanza matemática de  $X_i$  es: new-line

$$x_i = (a_- + a_+)/2,$$

y su varianza:

$$\mu^2(x_i) = a^2(1 + \beta^2)/6$$

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica

En numerosos casos, es más realista suponer que los valores cerca de los límites son menos probables que los situados en torno al centro. Es entonces razonable reemplazar la distribución rectangular simétrica por una distribución trapezoidal simétrica de pendientes iguales (*un trapezio isósceles*), con una base mayor de anchura  $a_+ - a_- = 2a$  y una base menor de anchura  $2a\beta$ , donde  $0 \leq \beta \leq 1$ . Cuando  $\beta \rightarrow 1$  esta distribución trapezoidal se aproxima a la (*distribución rectangular*), mientras que para  $\beta = 0$  es una (*distribución triangular*).

Suponiendo tal distribución trapezoidal para  $X_i$ , la esperanza matemática de  $X_i$  es: new-line

$$x_i = (a_- + a_+)/2,$$

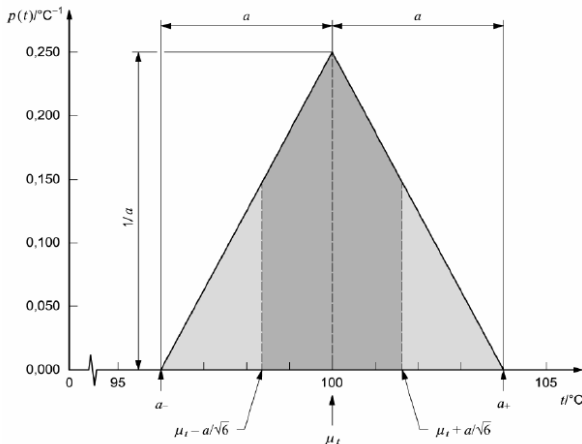
y su varianza:

$$\mu^2(x_i) = a^2(1 + \beta^2)/6$$

que se convierte, para la distribución triangular con  $\beta = 0$ , en:

$$\mu^2(x_i) = a^2/6$$

### Evaluación tipo B de la incertidumbre típica Distribución triangular



# Determinación de la incertidumbre típica combinada

La incertidumbre típica combinada  $\mu_c(y)$  es la raíz cuadrada positiva de la varianza combinada  $\mu_c^2(y)$ , dada por:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)$$



# Determinación de la incertidumbre típica combinada

La incertidumbre típica combinada  $\mu_c(y)$  es la raíz cuadrada positiva de la varianza combinada  $\mu_c^2(y)$ , dada por:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)$$

Las derivadas parciales se denominan coeficientes de sensibilidad, describen cómo varía la estimación de salida  $y$ , en función de las variaciones en los valores de las estimaciones de entrada  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . Reescribiendo la ecuación anterior:

$$u_c^2(y) = \sum_{j=1}^N [c_i u(x_i)]^2 \equiv \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$$

donde

$$c_i \equiv \partial f / \partial x_i, \quad u_i(y) \equiv |c_i| u(x_i)$$

# Incertidumbre expandida



Se obtiene.

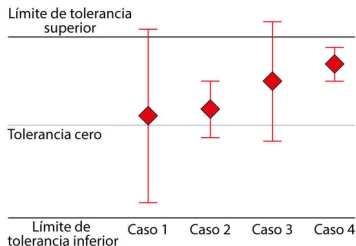
$$U = k\mu_c(y)$$

El resultado de la medición se escribe:

$$Y = y \pm U$$

Y puede esperarse en el intervalo  $y - U$  a  $y + U$

$$y - U \leq Y \leq y + U$$



# Incertidumbre expandida

## Grados de libertad y niveles de confianza

### Suponiendo una distribución normal

Para una magnitud  $z$  descrita por una distribución normal, de esperanza matemática  $\mu_z$  y desviación típica  $\sigma$ ,

$$\mu_z \pm k_p \sigma$$

Nivel de confianza $p$ (en porcentaje)	Factor de cobertura $k_p$
68,27	1
90	1,645
95	1,960
95,45	2
99	2,576
99,73	3

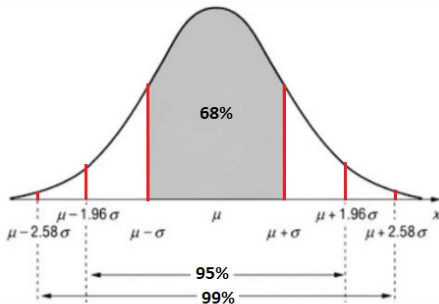
## Grados de libertad y niveles de confianza

## Suponiendo una distribución normal

Para una magnitud  $z$  descrita por una distribución normal, de esperanza matemática  $\mu_z$  y desviación típica  $\sigma$ ,

$$\mu_z \pm k_p \sigma$$

Nivel de confianza $p$ (en porcentaje)	Factor de cobertura $k_p$
68,27	1
90	1,645
95	1,960
95,45	2
99	2,576
99,73	3





### Teorema del Límite Central

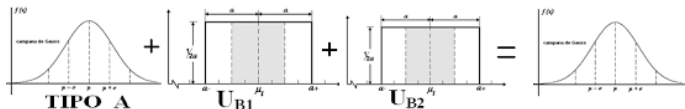
Si  $Y = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_NX_N = \sum_{i=1}^N c_iX_i$ , y todas las  $X_i$  vienen caracterizadas por distribuciones normales, la distribución de  $Y$ , resultante de la convolución, también es normal. No obstante, aunque las distribuciones de  $X_i$  no sean normales, es posible suponer una distribución normal para  $Y$ , teniendo en cuenta el Teorema del Límite Central. Este teorema establece que la distribución de  $Y$  será aproximadamente normal, con esperanza matemática  $E(Y) = \sum_{i=1}^N c_iE(X_i)$  y varianza  $\sigma^2(Y) = \sum_{i=1}^N c_i^2\sigma^2(X_i)$ , donde  $E(X_i)$  es la esperanza matemática de  $X_i$  y  $\sigma^2(X_i)$  es la varianza de  $X_i$ , siempre que:

- la función sea lineal
- las  $X_i$  sean independientes y
- $\sigma^2(Y)$  sea mucho mayor que cualquier otra componente  $c_i^2\sigma^2(X_i)$  de una  $X_i$  cuya distribución no sea normal

# Incertidumbre expandida

## Grados de libertad y niveles de confianza

### Teorema del Límite Central



Una forma de comprobar las propiedades del teorema del limite central es mirar la relación entre la contribución total de incertidumbre  $\mu_R(y)$  de los términos no dominantes y la contribución de incertidumbre  $\mu_1(y)$ .

$$\text{si } \frac{\mu_1(y)}{\mu_R(y)} > 0.3$$

la distribución de  $Y$ , resultante de la convolución se puede suponer normal.

### La distribución t y los grados de libertad

Para obtener una aproximación mejor que la debida a la simple utilización de un valor de  $k_p$  deducido de la distribución normal, debe tenerse presente que el cálculo de un intervalo de nivel de confianza específico necesita, no la distribución de la variable  $[Y - E(Y)]/\sigma(Y)$ , sino la distribución de la variable  $(y - Y)/\mu_c(y)$ .

$$U_p = k_p u_c(y) = t_p(v) u_c(y)$$

$$Y = y \pm U_p$$



### Grados efectivos de libertad - ecuación de Welch-Satterthwaite

La distribución t no describe la distribución de la variable si esta es la suma de dos o más componentes de varianzas estimadas.

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}}$$

## Grados de libertad y niveles de confianza

Tabla G.2: Valor de  $t_p(v)$  de la distribución  $t$ , para  $v$  grados de libertad, que define un intervalo de  $-t_p(v)$  a  $+t_p(v)$ , que comprende la fracción  $p$  de la distribución

Grados de libertad	Fracción $p$ (%)					
$\nu$	68,27 <sup>2)</sup>	90	95	95,45 <sup>2)</sup>	99	99,73 <sup>2)</sup>
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
$\infty$	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

a) Para una magnitud  $x$  descrita por una distribución normal de esperanza matemática  $\mu_x$  y desviación típica  $\sigma$ , el intervalo  $\mu_x \pm k\sigma$  comprende respectivamente las fracciones  $p = 68,27\%$ ;  $95,45\%$  y  $99,73\%$  de la distribución, para los valores  $k = 1, 2$  y  $3$ .

$$V_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{V_i}}$$

# Incertidumbre expandida

Grados de libertad y niveles de confianza

## EJEMPLO:

En la calibración del punto de 50,000 V de un multímetro digital se obtuvieron los siguientes datos:

Dato #	1	2	3	4	5	6
Valor (V)	50,000	49,999	49,998	50,000	49,998	49,999

Las especificaciones son las siguientes:

- Resolución instrumento bajo prueba: 0,001 V
- Exactitud del patrón:  $\pm (18 \text{ ppm salida} + 150 \text{ V})$

Aplique el teorema del limite central para determinar el factor de cobertura a utilizar en el calculo de la incertidumbre expandida

## Incertidumbre expandida

## Grados de libertad y niveles de confianza

### EJERCICIO:

En la calibración del punto de 50,000 V de un multímetro digital se obtuvieron los siguientes datos:

<b>Dato #</b>	1	2	3	4	5	6
<b>Medida (V)</b>	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99	49,99