

1) Enunciado del Problema

Un chico de 21 años se dispone a circular por el carril bici del Paralelo de Barcelona con un patinete eléctrico. El patinete tiene un ordenador interno para conocer en todo momento la velocidad y el estado de la batería. La autonomía que permite la batería es de **25 km**, la velocidad máxima es de **25 km/h** y tiene 3 tipos de sistemas de frenos. El chico está en un semáforo parado, sube al patinete inicialmente en reposo y cuando el semáforo se pone en verde, es capaz de acelerar de **0 km/h** a **15,3 km/h** en **1,7** segundos en un tramo sin fricción.

1a) Conversiones

- Autonomía: $25 \text{ km} = 25 \times 1000 \text{ m} = 25000 \text{ m}$
- $V_{\text{max}} : 25 \text{ km/h} = 6.94 \text{ m/s} \left(25 \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right)$
- $V_0 : 0 \text{ km/h} = 0 \text{ m/s}$
- $V : 15.3 \text{ km/h} = 4.25 \text{ m/s} \left(15.3 \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right)$
- Tiempo: $1.7 \text{ segundos} = 1.7 \text{ s}$

1b) Cálculo de la aceleración media

Para calcular la aceleración media (a) que experimenta el patinete, podemos utilizar la fórmula de la aceleración media, que se da por:

$$a = \frac{V - V_0}{t - t_0}$$

Donde:

- ΔV es la variación de la velocidad ($V - V_0$),
- Δt es la variación de tiempo ($t - t_0$).

Sustituyendo los valores:

- $V = 4.25 \text{ m/s}$ (velocidad final después de la aceleración),
- $V_0 = 0 \text{ m/s}$ (inicialmente en reposo),
- $t = 1.7 \text{ s}$ (tiempo final de la aceleración),
- $t_0 = 0 \text{ s}$ (tiempo inicial, en que el patinete empieza a acelerar),

Ahora podemos calcular:

$$a = \frac{4.25 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{1.7 - 0 \text{ s}} = \frac{4.25 \text{ m/s}}{1.7 \text{ s}} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

Justificación del Signo del Resultado

El signo de la aceleración es positivo, lo que indica que el patinete está acelerando. Una aceleración positiva significa que la velocidad del patinete está aumentando, lo que es coherente con el hecho de que el patinete comenzó desde el estado de inactividad y aumentó su velocidad al acelerar. Por lo tanto, la justificación del signo del resultado es que el patinete está en movimiento acelerado, saliendo del estado de reposo y aumentando su velocidad a lo largo del tiempo.

1c) Cálculo de la distancia recorrida por el patinete durante el tiempo de aceleración

Para calcular la distancia recorrida por el patinete durante el tiempo en que estuvo acelerando, utilizamos la ecuación del movimiento uniformemente acelerado:

$$S(t) = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

En este caso, estamos interesados en la variación de la posición (ΔS), que se calcula como:

$$\Delta S = S(t) - S(0)$$

Donde:

- ΔS es la distancia recorrida,
- $S(0)$ es la posición inicial en $t = 0$ (que consideramos como cero),
- V_0 es la velocidad inicial (también cero, 0 m/s),
- t es el tiempo que el patinete estuvo acelerando (1,7 s),
- a es la aceleración (2,5 m/s²).

Sustituyendo los valores en la ecuación:

$$S(1,7) = 0 + 0 \times 1,7 + \frac{1}{2} \times 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (1,7 \text{ s})^2 \approx 3,61 \text{ m}$$

Por lo tanto, la distancia recorrida por la patineta durante el tiempo de aceleración es aproximadamente 3,61 metros.

1d) Aceleración de frenado

Para calcular la aceleración de frenado (a_{frenado}) que experimenta el patinete al detenerse, podemos utilizar la ecuación de Torricelli dada por:

$$V^2 = V_0^2 + 2a_{\text{frenado}} S$$

Demostración de la fórmula $V^2 = V_0^2 + 2ad$

Partimos de las definiciones de aceleración y de las ecuaciones del movimiento.

Definiciones

$$a = \frac{V - V_0}{t}$$

$$d = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Demostración

1. Reordenando la ecuación de la aceleración:

$$V - V_0 = at \implies t = \frac{V - V_0}{a}$$

2. Sustituyendo t en la fórmula de la distancia:

$$d = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$d = V_0 \left(\frac{V - V_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{V - V_0}{a} \right)^2$$

3. Desarrollando la ecuación:

$$d = \frac{V_0(V - V_0)}{a} + \frac{(V - V_0)^2}{2a}$$

4. Multiplicando toda la ecuación por $2a$ para eliminar los denominadores:

$$2ad = 2V_0(V - V_0) + (V - V_0)^2$$

$$2ad = (2V_0V - 2V_0^2) + (V^2 - 2V_0V_0 - V_0^2)$$

5. Simplificando la ecuación:

$$2ad = V^2 + (2V_0^2 - V_0^2)$$

$$2ad = V^2 - V_0^2$$

$$\boxed{V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S}$$

“

1d) Resolución del cálculo de la aceleración de frenado

Para calcular la aceleración de frenado del patinete, utilizamos la ecuación de Torricelli que acabamos de demostrar:

$$V^2 = V_0^2 + 2ad$$

Donde:

- V es la velocidad final (0 m/s, ya que el patinete se detiene),
- V_0 es la velocidad inicial (19,5 km/h),
- a es la aceleración (que deseamos calcular),
- d es la distancia recorrida durante la frenada (11 m).

Primero, convertimos la velocidad inicial V_0 de km/h a m/s:

$$V_0 = 19,5 \text{ km/h} = 19,5 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \approx 5,416 \text{ m/s}$$

A partir de aquí, podemos ignorar las unidades de medida, ya que todas las cantidades están en el sistema internacional. Por lo tanto, la aceleración que calcularemos también se expresará en este sistema. Al sustituir los valores en la fórmula, obtenemos:

$$0 = 5,416^2 + 2a * 11$$

$$0 = 29,340 + 22a$$

Despejamos a :

$$22a = -29,340 \implies a = \frac{-29,34}{22} \approx \boxed{-1,333 \text{ m/s}^2}$$

Por lo tanto, la aceleración de frenada es aproximadamente $-1,33 \text{ m/s}^2$.

Justificación del signo del resultado

El signo negativo de la aceleración indica que el patinete está desacelerando. Esto es coherente con el hecho de que se está deteniendo. Una aceleración negativa indica que la velocidad del patinete está disminuyendo, lo que corresponde a un proceso de frenado.

1e) Cálculo del tiempo que ha tardado el patinete en el apartado 1d

- Velocidad inicial (V_0): 19,5 km/h = 5,416 m/s
- Velocidad final (V): 0 m/s

- Aceleración (a): $-1,333 \text{ m/s}^2$

Usamos la fórmula:

$$V = V_0 + at$$

Sustituyendo los valores:

$$0 = 5,416 \text{ m/s} + (-1,333 \text{ m/s}^2)t$$

Aislado $t(S.I)$, obtendremos:

$$1,333 t = 5,416$$

$$t = \frac{5,416}{1,333} \approx 4,06 \text{ s}$$

Por lo tanto, el tiempo que el patinete tardó en detenerse durante el frenado es aproximadamente 4,06 segundos.