

Задание 3. Бассейны Ньютона

Написать программу, визуализирующую бассейны Ньютона для полинома 3-ей степени $p(x)=z^3 - 1$.

Программа должна предусматривать возможность раскраски пикселей различными способами, а именно "классическим", "уровневым" и "зеброй".

Для подробного исследования фрактала должно быть реализовано масштабирование.

Метод построения

Для каждого пикселя экрана найти соответствующую точку комплексной плоскости

Определить необходимое количество итераций метода Ньютона, чтобы перевести эту точку в некоторую малую окрестность любого из 3 аттракторов

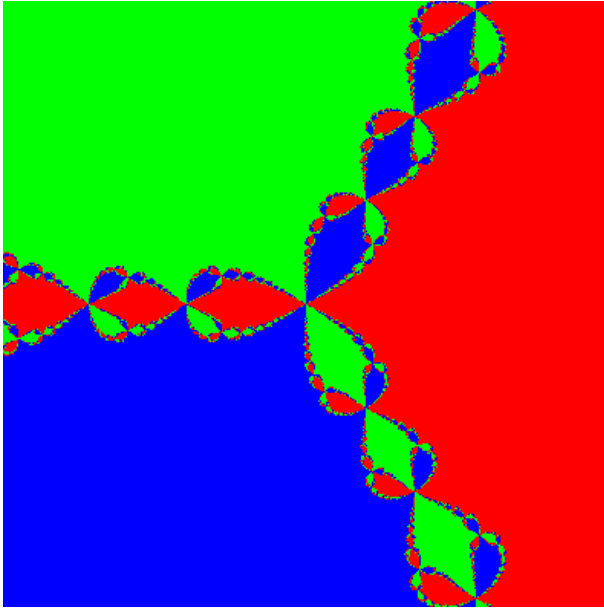
В зависимости от найденного количества итераций аттрактора, а также способа раскраски задать цвет пикселю.

Входные данные

- максимальное количество итераций n
- тип раскраски *colorType*

Раскраска "Классическая"

Данный метод предполагает раскрашивание в один цвет всех точек, относящихся к одному бассейну притяжения. Так как всего имеется 3 аттрактора, для раскрашивания обычно выбирают красный, зеленый и синий цвета.

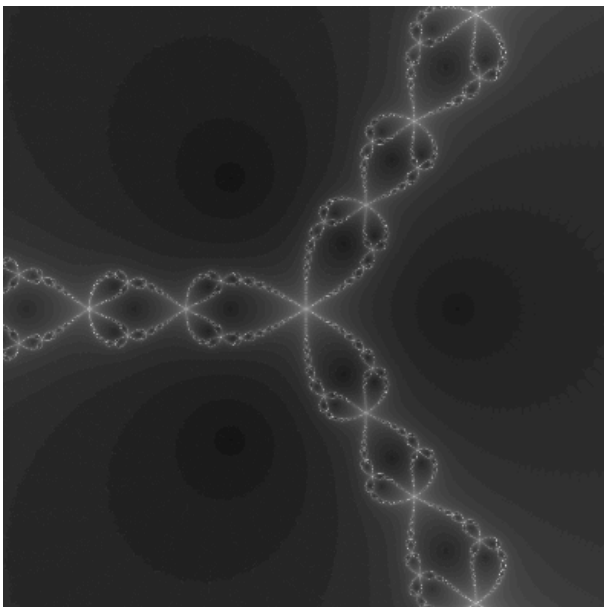


Раскраска "Уровни"

Данный метод предполагает раскрашивание в один цвет всех точек, попадающих в окрестность любого из аттракторов за одинаковое количество шагов метода Ньютона.

При выборе яркости в зависимости от количества итераций можно использовать следующие подходы:

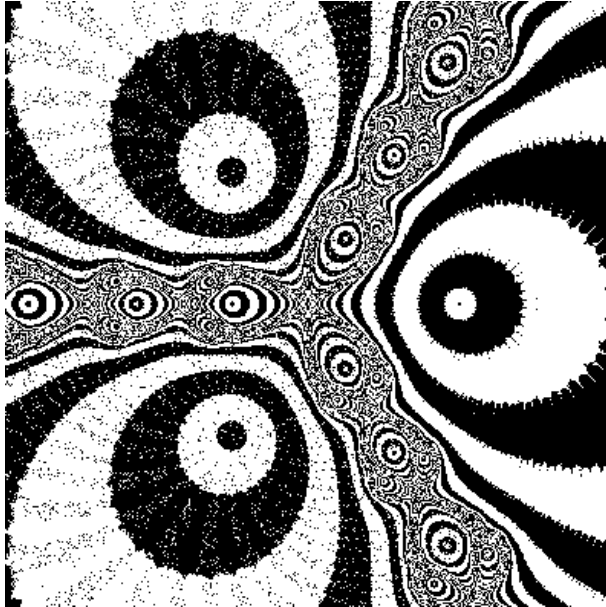
- Линейный
 $\text{brightness} = n \neq 0 ? 255 * k / (n - 1) : 0;$
- Логарифмический
 $\text{brightness} = n > 1 ? 255 * \log(1+k) / \log(n) : 0;$



Раскраска "Зебра"

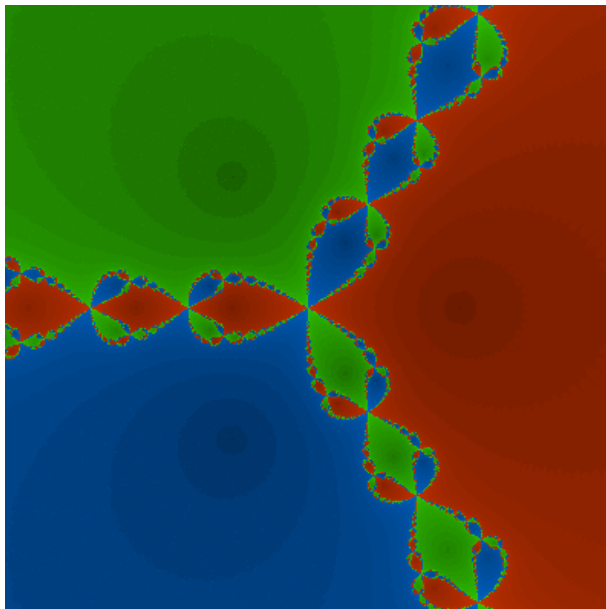
Данный метод предполагает раскрашивание в черный цвет всех точек, попадающих в окрестность любого из аттракторов за четное количество шагов метода Ньютона, а в белый - за нечетное. Или наоборот.

Можно использовать попеременно больше двух цветов. Тогда раскраска будет радужной.



Раскраска "Гибридная"

Гибридную раскраску можно получить, объединив идеи классической и уровневой раскрасок.



Организация пространства координат

Аттракторы фрактала - вполне конкретные точки на комплексной плоскости. Экран, на который производится отрисовка имеет свою дискретную систему координат. Эти две системы надо как-то отобразить друг на друга.

Для этого достаточно сопоставить двум точкам экрана две точки комплексной плоскости, а все остальные точки сопоставить друг другу по линейному закону.

Имеем крайние точки экрана: $(0, 0)$, $(width - 1, height - 1)$.

Назовем соответствующие точки комплексной плоскости так: $(left, top)$, $(right, bottom)$.

Тогда для произвольной точки экрана (i, j) легко определить соответствующую точку (x, y) комплексной плоскости:

$$(x, y) = (i * (right - left) / (width - 1) + left, j * (bottom - top) / (height - 1) + top).$$

Аналогичной формулой можно преобразовать (x, y) к (i, j) .

Как известно на экране ось ординат направлена вниз. Комплексная плоскость обычно изображается наоборот. Приведенная выше формула позволяет легко обойти этот неприятный момент: достаточно правильно задать соответствие между начальными парами точек.

Организация масштабирования

Техническая составляющая масштабирования - это выбор способа. Довольно очевидны следующие:

- Выделение рамкой новой, меньшей области для отображения
- Клик по точке, которая станет новым центром отображения, с одновременным увеличением/уменьшением размеров показываемой области

Любой из способов должен выдавать координаты прямоугольной области, которую следует показать на экране. Зная эти координаты, т.е. левую верхнюю и правую нижнюю точки прямоугольника, достаточно привязать к ним крайние точки экрана, а затем заново построить фрактал.

Замечания

- В методе построения фигурирует некая малая окрестность аттрактора, в которую должна перейти точка после некоторого числа итераций. Так как числа с плавающей точкой имеют ограниченную точность, то можно использовать в качестве радиуса такой окрестности минимальное число с плавающей точкой. Для меньшей окрестности все равно посчитать не удастся. В этом случае попадание в малую окрестность эквивалентно тому, что после очередной итерации метода Ньютона координаты точки останутся прежними.
- Все расчеты можно осуществлять в комплексных числах, используя готовые или свою реализации, либо можно перейти к действительной плоскости.
- Не для каждой точки за отведенное число итераций удастся приблизиться к аттрактору. В худшем случае достаточно будет только бесконечного числа шагов. Такие точки следует раскрашивать в особый цвет. Например, в белый или черный.