

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

**Лабораторная работа на тему**  
Определение коэффициента внутреннего трения газа капиллярным  
вискозиметром

Руководитель:  
канд. физ.-мат. наук  
И. А. Конов  
Работу выполнили:  
Н. Н. Левин  
М. Ю. Высоцкий  
гр. 052101

Томск, 2022

# 1 Теоретическое введение

**Цель работы:** определение коэффициента вязкости воздуха при комнатной температуре. Вычисление средней длины свободного пробега молекул воздуха.

## 1.1 Вязкость

В равновесном состоянии различные части фазы покоятся друг относительно друга. При их относительном движении возникают силы торможения (вязкость), которые стремятся снизить относительную скорость. Механизм возникновения внутреннего трения между слоями газа заключается в обмене молекул между ними (в силу хаотичного теплового движения). Таким образом, импульс более быстрого слоя уменьшается, а медленного - увеличивается. Данный процесс можно рассматривать как передачу импульса за единицу времени от слоя к слою, что по второму закону Ньютона дают нам силу, направленную по касательной к поверхности слоёв. Величина данной силы была установлена Ньютоном, и был выведен закон:

$$F = \eta \frac{dU}{dx} S, \quad (1)$$

где  $\frac{dU}{dx}$  - градиент скорости,  $\eta$  - **коэффициент вязкости**.

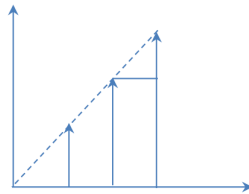


Рис. 1: зависимость  $u(x)$

Из формулы (1) следует, что размерность коэффициента вязкости - Паскаль-секунда. Физический смысл коэффициента вязкости выявляется при рассмотрении хаотического движения молекул газа, переносящих импульс упорядоченного движения  $mU$ .

На рисунке 1 показаны векторы скоростей слоёв, перпендикулярных оси  $x$ . Произвольно выбранный слой движется медленнее, чем слой, расположенный справа, и быстрее, чем слой, расположенный слева. Разбиение на слои сделано условно,  $\Delta x$  - расстояние между слоями, скорости которых отличаются на  $\Delta U$ . Из-за теплового движения молекулы перемещаются из слоя в слой, притом каждая частица переносит свой импульс  $mU$ .

Сила трения  $\tau$ , отнесенная к площади соприкасающихся поверхностей газа, равна плотности потока импульса  $G_{mU}$  упорядоченного движения, переносимого молекулами в перпендикулярном скорости направлении.

В идеальном газе для плотности  $G_{mU}$  получено выражение:

$$G_{mU} = -\frac{1}{3}n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle m \frac{\partial U}{\partial x}, \quad (2)$$

где  $n_0$  - концентрация газа,  $\langle v \rangle$  - средняя скорость хаотичного движения молекул,  $m$  - масса молекулы,  $\langle l \rangle$  - средняя длина свободного пробега.

Таким образом,

$$\tau = -\eta \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{3}n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle m \frac{\partial U}{\partial x} \quad (3)$$

Знак  $\tau$  указывает, что сила трения направлена **против скорости**.

Как следует из (4), динамическая вязкость может быть представлена в виде:

$$\eta = \frac{1}{3}n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle m = \frac{1}{3}\rho \langle v \rangle \langle l \rangle \quad (4)$$

Динамическая вязкость не зависит от давления и растет в основном пропорционально квадратному корню от температуры.

## 2 Протекание газа через капилляр. Формула Пуазейля

Рассмотрим движение в трубке. Она изображена на рисунке 2. Движение газа будем считать **ламинарным**. Выделим внутри трубки два коаксиальных цилиндра: первый - радиуса  $r$ , а второй - радиуса  $R$ .

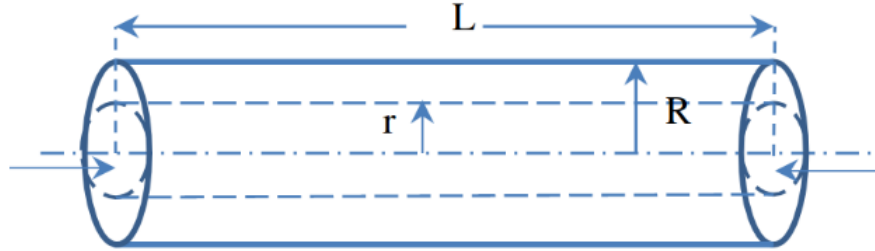


Рис. 2: зависимость  $u(x)$

При ламинарном (стационарном) течении сумма всех сил, действующих на поверхность выделенного объема, будет равна нулю. Следовательно:

$$P_1 \pi r^2 - P_2 \pi r^2 - F_{\text{тр}} = 0,$$

где  $P_1 \pi r^2$ ,  $P_2 \pi r^2$  – силы давления на торцы цилиндра,  $F_{\text{тр}}$  – сила внутреннего трения, действующая по боковой поверхности цилиндра.

$$F_{\text{тр}} = \tau S,$$

где  $S = 2\pi r L$  – площадь боковой поверхности цилиндра и, согласно уравнению (4),

$$\tau = -\eta \frac{\partial U}{\partial r}$$

Таким образом, получаем дифференциальное уравнение:

$$\pi r^2 P_1 - P_2 + \eta 2\pi r L \frac{dU}{dr} = 0,$$

которое решается методом разделение переменных и интегрированием. После чего находится постоянная интегрирования:

$$dU = -\frac{P_1 - P_2}{2L\eta} r dr$$

$$U = -\frac{P_1 - P_2}{4L\eta} r^2 + C$$

При  $r = R$  скорость равна нулю, следовательно:

$$C = \frac{P_1 - P_2}{4L\eta} R^2$$

В результате имеем закон распределения скоростей по сечению трубы:

$$U = \frac{P_1 - P_2}{4L\eta} (R^2 - r^2) \quad (5)$$

Найдем зависимость между расходом газа и разностью давлений на концах капилляра. **Расходом газа**  $Q$  называется объем газа, протекающий в единицу времени через поперечное сечение трубы. Выделим кольцевую площадку с внутренним радиусом  $r$  и внешним  $r + dr$  ( $dS = 2\pi r dr$ ). Тогда:

$$dQ = U dS = U 2\pi r dr$$

$$Q = \frac{\Delta V}{\delta t} = \pi \frac{P_1 - P_2}{2L\eta} (R^2 - r^2) \Big|_0^R$$

После интегрирования:

$$Q = \pi \frac{P_1 - P_2}{8L\eta} R^4 \quad (6)$$

Полученное выражение (6) носит название **формулы Пуазейля**. На применении данной формулы основан один из экспериментальных методов определения коэффициента вязкости:

$$\eta = \pi \frac{(P_1 - P_2) \Delta t}{8L \Delta V} R^4 \quad (7)$$