

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

Лабораторная работа №1-6

Определение отношения теплоемкости воздуха при постоянном
давлении к теплоёмкости воздуха при постоянном объёме

Руководитель:
канд. физ.-мат. наук
И. А. Конов
Работу выполнили:
Н. Н. Левин
М. Ю. Высоцкий
гр. 052101

Томск, 2022

1 Теоретическое введение

Цель работы: изучение метода Клемана и Дезорма; применение данного метода для определения отношения $\frac{C_P}{C_V}$ воздуха.

1.1 Внутренняя энергия

Внутренняя энергия тела - это функция макроскопического состояния тела, зависящая от всех его макроскопических параметров. Она связана со всевозможными движениями частиц системы и их взаимодействиями между собой.

В отсутствие электромагнитных полей состояние равновесия газов можно характеризовать всего лишь двумя параметрами - температурой T и объемом V . Зависимость от T обусловлена хаотическим движением частиц тела, то есть наличием у них кинетической энергии. Зависимость от V связана с взаимодействием частиц друг с другом. При изменении объема меняется и расстояние между частицами, что является причиной изменения энергии их взаимодействия.

Число степеней свободы - число минимальных и независимых переменных, которыми определяется состояние системы. При динамическом рассмотрении движения одиночной материальной точки мы получим **три степени свободы**.

В условиях статистического равновесия на каждую степень свободы приходится одинаковая средняя энергия. Если идеальный газ состоит из N частиц, то его средняя внутренняя энергия будет равна:

$$U = \frac{3}{2}NkT \quad (1)$$

Модель идеального газа применима к некоторым двухатомным газам: H_2, N_2, O_2 . В их случае мы имеем 3 *поступательные* степени свободы и 2 *вращательные*. Если температура газа меньше температуры, при которой появляются колебательные степени свободы, то внутреннюю энергию можно считать равной:

$$U = \frac{5}{2}NkT \quad (2)$$

1.2 Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики формулируется так: "В тепловых процессах любое изменение внутренней энергии состоит из переданного системе количества тепла и совершенной работы". Его можно записать в таком виде:

$$dU = \delta Q + \delta A', \quad (3)$$

где dU – бесконечно малое изменение внутренней энергии,
 δQ – элементарное количество теплоты, переданное системе,
 $\delta A'$ – элементарная работа, совершённая **над газом**.
 По определению, элементарная работа равна:

$$\delta A = (\vec{F}, d\vec{r})$$

В случае рассмотрения системы в виде поршня, её можно записать как:

$$\delta A = PSdx = PdV$$

Таким образом, выражение (3) можно записать в виде:

$$\delta Q = dU + PdV \quad (4)$$

Чтобы найти работу для конечного процесса, вычисляется интеграл:

$$A = \int PdV$$

Разница в обозначениях dU и $\delta Q, \delta A$ объясняется тем, что внутренняя энергия является **функцией состояния**, а количество теплоты и работа являются **функциями процесса**. Функция состояния зависит только от *конечных состояний системы*, а функции процесса зависят от *пути проведения* этого процесса.

1.3 Теплоёмкость

При сообщении элементарного количества теплоты δQ системе, её температура изменяется на dT . Величину

$$C = \frac{\delta Q}{dT}$$

называют теплоёмкостью.

Теплоёмкость – величина, которая показывает, какое количество теплоты нужно передать системе, чтобы повысить её температуру на один градус.

Рассмотрим значение теплоёмкости при $V = const$:

$$\delta Q_V = dU + PdV_V = dU$$

Откуда получаем:

$$C_V = \frac{dU}{dT} \quad (5)$$

Найдём соотношение между C_V и C_P . Дифференцируем уравнение состояния идеального газа для одного моля, учитывая, что $P = const$:

$$PdV = RdT$$

$$(\delta Q)_P = (dU = R dT)_P$$

Следовательно,

$$C_P = \frac{(\delta Q)_P}{dT} = \frac{dU}{dT} + R,$$

откуда

$$C_P = C_V + R \quad (6)$$

Данное соотношение называется **уравнением Майера**.

Значения данных теплоёмкостей будут равны:

$$C_V = \frac{i}{2}R; C_P = \frac{i+2}{2}R, \quad (7)$$

где i – количество степеней свободы.

1.4 Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона

Процесс можно называть **равновесным**, если он происходит при достаточно медленном изменении внешних условий. После каждого бесконечно малого изменения параметров следующее изменение не производится, пока система не придет в равновесное состояние (то есть все макроскопические параметры станут постоянными). Иными словами, происходит последовательная смена одних равновесных состояний другими.

Адиабатический процесс – процесс, при котором нет теплообмена с окружающей средой ($\delta Q = 0$). Поэтому (3) можно записать как:

$$dU + PdV = C_V dT + PdV = 0 \quad (8)$$

Работа, совершаемая над газом в условиях данного процесса, приводит к увеличению его внутренней энергии и температуры.

Найдем уравнение равновесного адиабатического процесса для идеального газа.

Продифференцируем уравнение М-К:

$$dT = \frac{PdV + VdP}{R}$$

Тогда (8) можно представить в виде:

$$C_V PdV + C_V V dP + R PdV = 0$$

$$(C_V + R)PdV + C_V V dP = C_P PdV + C_V V dP = 0$$

$$\gamma PdV + V dP = 0,$$

где

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

Решаем данное дифф. уравнение методом разделения переменных:

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \left(\frac{dV}{V} \right)$$

$$\ln P = -\gamma \ln V + Const$$

Откуда получаем

$$PV^\gamma = Const, \quad (9)$$

где $\gamma = \frac{i+2}{i}$ – **показатель адиабаты**.

Уравнение (9) называется **уравнением Пуассона**.

1.5 Метод Клемана и Дезорма

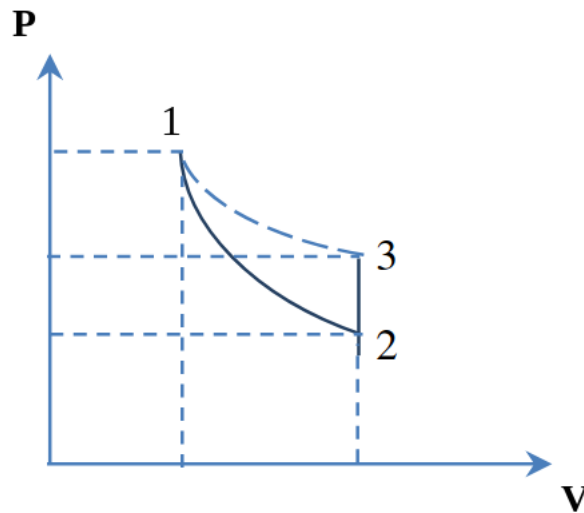


Рис. 1: Диаграмма P–V

Метод Клемана-Дезорма основывается на изучении параметров некоторой массы газа, переходящей из одного состояния в другое двумя последовательными процессами: адиабатический и изохорический. Они изображены кривыми 1–2 и 2–3 соответственно на Рис. 1.

Если в баллон, соединённый с открытым водяным манометром, накачать воздух и подождать до установления теплового равновесия с окружающей средой, то в начальном состоянии газ имеет параметры P_1, V_1, T_1 . При этом температура в баллоне равна температуре окружающей среды $T_1 = T_0$, а давление чуть больше атмосферного: $P_1 = P_0 + P'$. Если теперь на короткое время соединить баллон с атмосферой, то произойдёт адиабатное расширение воздуха. При этом воздух в баллоне перейдёт в

состояние 2, его давление понизится до атмосферного $P_2 = P_0$. Масса воздуха, оставшегося в баллоне, которая в состоянии 1 занимала часть объёма баллона, расширяясь, займёт весь объём V_2 . При этом температура воздуха, оставшегося в баллоне, понизится до T_2 .

Так как процесс 1–2 - адиабатический, к нему можно применить уравнение Пуассона (9):

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

или

$$\frac{T_1^\gamma}{P_1^{\gamma-1}} = \frac{T_2^\gamma}{P_2^{\gamma-1}}$$

Отсюда

$$\left(\frac{P_0 + P'}{P_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^\gamma$$

Затем воздух будет нагреваться (процесс 2–3) до температуры окружающей среды ($T_3 = T_0$) при постоянном объёме ($V_3 = V_2$). При этом давление в баллоне поднимется до $P_3 = P_0 + P''$.

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_0 + P'}{P_0}\right)^{\gamma-1} &= \left(\frac{P_0 + P''}{P_0}\right)^\gamma \rightarrow \\ \rightarrow (\gamma - 1) \ln \left(1 + \frac{P'}{P_0}\right) &= \gamma \ln \left(1 + \frac{P''}{P_0}\right) \end{aligned}$$

Так как избыточные давления P' и P'' очень малы по сравнению с атмосферным давлением, можно разложить логарифмы в ряд Тейлора (ограничившись членами первого порядка малости). Получаем:

$$\begin{aligned} (\gamma - 1)P' &= \gamma P'' \rightarrow \\ \rightarrow \gamma &= \frac{P'}{P' - P''} \end{aligned}$$

Избыточные давления измеряются U-образным манометром по разности уровней жидкости с плотностью ρ :

$$P' = \rho g h_1; P'' = \rho g h_2$$

. Таким образом, получаем рабочую формулу:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (10)$$

2 Ход эксперимента

В данной работе с помощью экспериментальной установки мы определили показатель адиабаты воздуха.

Экспериментальная установка представляет собой водяной манометр с тумблерами, необходимыми для регулировки контакта воды с атмосферой, а также накачивания воздуха.

Для начала мы проконтролировали, чтобы уровни воды в обоих коленах водяного манометра были равны. После чего, ограничив контакт жидкости с атмосферой, произвели накачку воздуха. Через небольшой промежуток времени подача воздуха прекращалась. На данном этапе нам было необходимо дождаться момента, когда уровни воды в обоих коленах придут в состояние покоя. После этого мы определили значение h_1 , равное разности значений в соответствующих коленах.

После определения первой необходимой величины, мы **кратковременно** обеспечили контакт системы с атмосферой и провели аналогичные измерения для новых значений высот h_2 .

Полученные результаты представлены ниже:

№	$(h_1 \pm \Delta h_1)$, 1 мм в.с.	$(h_2 \pm \Delta h_2)$, 1 мм в.с.	$(\gamma \pm \Delta \gamma)$
1	$178 \pm 0,5$	$45 \pm 0,5$	$1,338 \pm 0,005$
2	$149 \pm 0,5$	$52 \pm 0,5$	$1,536 \pm 0,008$
3	$142 \pm 0,5$	$35 \pm 0,5$	$1,327 \pm 0,006$
4	$202 \pm 0,5$	$53 \pm 0,5$	$1,355 \pm 0,005$
5	$167 \pm 0,5$	$47 \pm 0,5$	$1,391 \pm 0,006$
6	$174 \pm 0,5$	$43 \pm 0,5$	$1,328 \pm 0,005$
7	$183 \pm 0,5$	$51 \pm 0,5$	$1,386 \pm 0,005$
8	$203 \pm 0,5$	$60 \pm 0,5$	$1,419 \pm 0,005$
9	$211 \pm 0,5$	$74 \pm 0,5$	$1,540 \pm 0,006$
10	$159 \pm 0,5$	$44 \pm 0,5$	$1,382 \pm 0,006$

где 1 мм в.с. = 10Па.

Далее, используя рабочую формулу (10), мы определили значения показателя адиабаты для каждой серии измерений.

Среднее значение показателя адиабаты воздуха, исходя из данных, будет равно:

$$\gamma = 1,400$$

Данное значение с точностью до тысячных сходится с табличным значением показателя адиабаты сухого воздуха при $t = 20^\circ\text{C}$.

2.1 Погрешности измерений

В данной работе будет фигурировать систематическая погрешность в определении значений h_1, h_2 . А также косвенная погрешность в определении показателя адиабаты γ . Необходимые формулы представлены ниже:

$$\Delta h = \frac{\text{ц.д.}}{2} * \alpha,$$

где ц.д. – цена деления шкалы, α – доверительный интервал.

$$\Delta\gamma = \sqrt{\left(\frac{-h_2}{(h_1 - h_2)^2} \Delta h_1\right)^2 + \left(\frac{h_1}{(h_1 - h_2)^2} \Delta h_2\right)^2},$$

где Δh_1 – систематическая погрешность h_1 , Δh_2 – систематическая погрешность h_2 .

3 Вывод

Целью данной работы являлось определение показателя адиабаты методом Клемана-Дезорма, суть которого заключается в переходе к более удобным для вычисления переменным, а именно – высотам.

Определение показателя адиабаты не вызвало у нас каких-либо трудностей.