Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

Лабораторная работа на тему

Определение коэффициента внутреннего трения газа капиллярным вискозиметром

Руководитель:
канд. физ.-мат. наук
И. А. Конов
Работу выполнили:
Н. Н. Левин
М. Ю. Высоцкий
гр. 052101

Томск, 2022

1 Теоретическое введение

Цель работы: определение коэффициента вязкости воздуха при комнатной температуре. Вычисление средней длины свободного пробега молекул воздуха.

1.1 Вязкость

В равновесном состоянии различные части фазы покоятся друг относительно друга. При их относительном движении возникают силы торможения (вязкость), которые стремятся снизить относительную скорость. Механизм возникновения внутреннего трения между слоями газа заключается в обмене молекул между ними (в силу хаотичного тепловогодвижения). Таким образом, импульс более быстрого слоя уменьшается, а медленного - увеличивается. Данный процесс можно рассматривать как передачу импульса за единицу времени от слоя к слою, что по второму закону Ньютона дают нам силу, направленную по касательной к поверхности слоёв. Величина данной силы была установлена Ньютоном, и был ввыведен закон:

$$F = \eta \frac{dU}{dx} S, \tag{1}$$

где $\frac{dU}{dx}$ - градиент скорости, η - **коэффициент вязкости**.

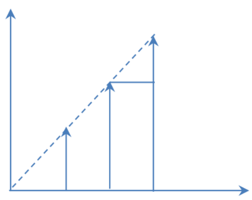

Рис. 1: зависимость u(x)

Из формулы (1) следует, что размерность коэффициента вязкости - Паскаль-секунда. Физический смысл коэффициента вязкости выявляется при рассмот рении хаотического движения молекул газа, переносящих импульс упорядоченного движения mU.

На рисунке 1 показаны векторы скоростей слоёв, перпендикулярных оси x. Произвольно выбранный слой движется медленнее, чем слой, расположенный справа, и быстрее, чем слой, расположенный слева. Разбиение на слои сделано условно, Δx - расстояние между слоями, скорости которых отличаются на ΔU. Из-за теплового движения молекулы перемещаются из слоя в слой, притом каждая частица переносит свой импульс mU.

Сила трения τ, отнесенная к площади соприкасающихся повехностей газа, равна плотности потока импульса G_{mU} упорядоченного движения, переносимого молекулами в перпендикулярном скорости направлении.

В идеальном газе для плотности G_{mU} получено выражение:

$$G_{mU} = -\frac{1}{3} n_0 < v >< l > m \frac{\partial U}{\partial x}, \tag{2}$$

где n_0 - концентрация газа, $< v >$ - средняя скорость хаотичного движения молекул, m - масса молекулы, $< l >$ - средняя длина свободного пробега.

Таким образом,

$$\tau = -\eta \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{3} n_0 < v >< l > m \frac{\partial U}{\partial x} \tag{3}$$

Знак τ указывает, что сила трения направлена **против скорости**.

Как следует из (4), динамическая вязкость может быть представлена в виде:

$$\eta = \frac{1}{3} n_0 < v >< l > m = \frac{1}{3} \rho < v >< l > \tag{4}$$

Динамическая вязкость не зависит от давления и растет в основном пропорционально квадратному корню от температуры.

1.2 Протекание газа через капилляр. Формула Пуазейля

Рассмотрим движение в трубке. Она изображена на рисунке 2. Движение газа будем считать **ламинарным**. Выделим внутри трубки два коаксиальных цилиндра: первый - радиуса r, а второй - радиуса R.

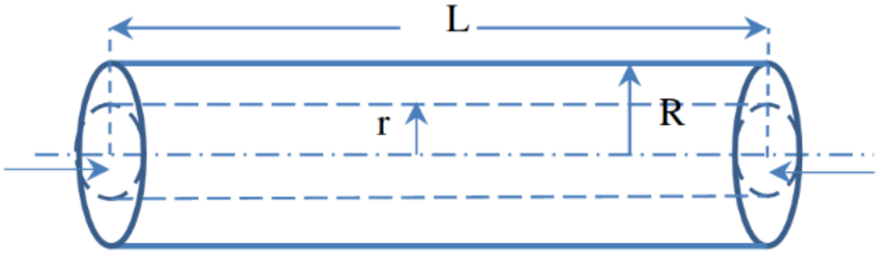

Рис. 2: зависимость u(x)

При ламинарном (стационарном) течении сумма всех сил, действующих на поверхность выделенного объема, будет равна нулю. Следовательно:

$$P_1\pi r^2 - P_2\pi r^2 - F_{\text{тр}} = 0,$$

где $P_1\pi r^2$, $P_2\pi r^2$ – силы давления на торцы цилиндра, $F_{\text{тр}}$ – сила внутреннего трения, действующая по боковой поверхности цилиндра.

$$F_{\text{тр}} = \tau S,$$

где $S = 2\pi r L$ – площадь боковой поверхности цилиндра и, согласно уравнению (4),

$$\tau = -\eta\frac{\partial U}{\partial r}$$

Таким образом, получаем дифференциальное уравнение:

$$\pi r^2 P_1 - P_2 + \eta 2\pi r L\frac{dU}{dr} = 0,$$

которое решается методом разделение переменных и интегрированием. После чего находится постоянная интегрирования:

$$dU = -\frac{P_1 - P_2}{2L\eta} r dr$$

$$U = -\frac{P_1 - P_2}{4L\eta} r^2 + C$$

При r = R скорость равна нулю, следовательно:

$$C = \frac{P_1 - P_2}{4L\eta} R^2$$

В результате имеем закон распределения скоростей по сечению трубы:

$$U = \frac{P_1 - P_2}{4L\eta}(R^2 - r^2) \tag{5}$$

Найдем зависимость между расходом газа и разностью давлений на концах капилляра. **Расходом газа** Q называется объем газа, протекающий в единицу времени через поперечное сечение трубы. Выделим кольцевую площадку с внутренним радиусом r и внешним $r + dr (dS = 2\pi r dr)$. Тогда:

$$dQ = UdS = U2\pi r dr$$

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \pi \frac{P_1 - P_2}{2L\eta}(R^2 - r^2)\Big|_0^R$$

После интегрирования:

$$Q = \pi \frac{P_1 - P_2}{8L\eta} R^4 \tag{6}$$

Полученное выражение (6) носит название **формулы Пуазейля**. На применении данной формулы основан один из экспериментальных методов определения коэффициента вязкости:

$$\eta = \pi \frac{(P_1 - P_2)\Delta t}{8L\Delta V} R^4 \tag{7}$$

2 Ход эксперимента

№	dP, 1 мм в.с.	dt, с	dV, $\frac{м^3}{с} * 10^{-5}$	$(\eta + \Delta\eta)$, Па $*$ с
1	106	3,49	0,5	0,000088 ± 0,000008
2	110	4,37	0,5	0,000115 ± 0,000005
3	106	4,04	0,5	0,0001151 ± 0,0000013
4	106	3,87	0,5	0,000098 ± 0,000003
5	104	4,42	0,5	0,000110 ± 0,000002
6	108	4,54	0,5	0,000117 ± 0,000006