Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

Лабораторная работа на тему
Определение коэффициента внутреннего трения газа капиллярным вискозиметром

Руководитель:
канд. физ.-мат. наук
И. А. Конов
Работу выполнили:
Н. Н. Левин
М. Ю. Высоцкий
гр. 052101

Томск, 2022

1 Теоретическое введение

Цель работы: определение коэффициента вязкости воздуха при комнатной температуре. Вычисление средней длины свободного пробега молекул воздуха.

1.1 Вязкость

В равновесном состоянии различные части фазы покоятся друг относительно друга. При их относительном движении возникают силы торможения (вязкость), которые стремятся снизить относительную скорость. Механизм возникновения внутреннего трения между слоями газа заключается в обмене молекул между ними (в силу хаотичного тепловогодвижения). Таким образом, импульс более быстрого слоя уменьшается, а медленного - увеличивается. Данный процесс можно рассматривать как передачу импульса за единицу времени от слоя к слою, что по второму закону Ньютона дают нам силу, направленную по касательной к поверхности слоёв. Величина данной силы была установлена Ньютоном, и был ввыведен закон:

$$F = \eta \frac{dU}{dx} S, \tag{1}$$

где $\frac{dU}{dx}$ - градиент скорости, η - **коэффициент вязкости**.

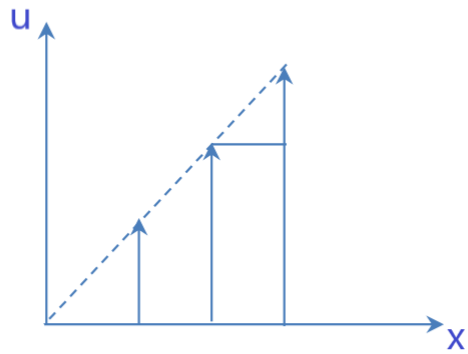

Рис. 1: зависимость u(x)

Из формулы (1) следует, что размерность коэффициента вязкости - Паскаль-секунда. Физический смысл коэффициента вязкости выявляется при рассмот рении хаотического движения молекул газа, переносящих импульс упорядоченного движения mU.

На рисунке 1 показаны векторы скоростей слоёв, перпендикулярных оси x. Произвольно выбранный слой движется медленнее, чем слой, расположенный справа, и быстрее, чем слой, расположенный слева. Разбиение на слои сделано условно, Δx - расстояние между слоями, скорости которых отличаются на ΔU. Из-за теплового движения молекулы перемещаются из слоя в слой, притом каждая частица переносит свой импульс mU.

Сила трения τ, отнесенная к площади соприкасающихся повехностей газа, равна плотности потока импульса G_{mU} упорядоченного движения, переносимого молекулами в перпендикулярном скорости направлении.

В идеальном газе для плотности G_{mU} получено выражение:

$$G_{mU} = -\frac{1}{3} n_0 < v >< l > m \frac{\partial U}{\partial x}, \tag{2}$$

где n_0 - концентрация газа, $< v >$ - средняя скорость хаотичного движения молекул, m - масса молекулы, $< l >$ - средняя длина свободного пробега.

Таким образом,

$$\tau = -\eta \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{3} n_0 < v >< l > m \frac{\partial U}{\partial x} \tag{3}$$

Знак τ указывает, что сила трения направлена **против скорости**.

Как следует из (4), динамическая вязкость может быть представлена в виде:

$$\eta = \frac{1}{3} n_0 < v >< l > m = \frac{1}{3} \rho < v >< l > \tag{4}$$

Динамическая вязкость не зависит от давления и растет в основном пропорционально квадратному корню от температуры.

1.2 Протекание газа через капилляр. Формула Пуазейля

Рассмотрим движение в трубке. Она изображена на рисунке 2. Движение газа будем считать **ламинарным**. Выделим внутри трубки два коаксиальных цилиндра: первый - радиуса r, а второй - радиуса R.

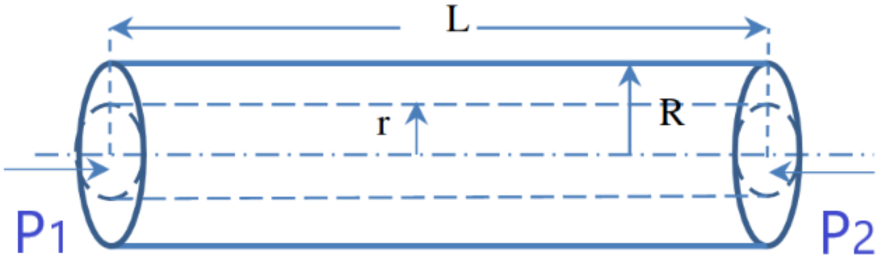

Рис. 2: зависимость u(x)

При ламинарном (стационарном) течении сумма всех сил, действующих на поверхность выделенного объема, будет равна нулю. Следовательно:

$$P_1\pi r^2 - P_2\pi r^2 - F_{\text{тр}} = 0,$$

где $P_1\pi r^2$, $P_2\pi r^2$ – силы давления на торцы цилиндра, $F_{\text{тр}}$ – сила внутреннего трения, действующая по боковой поверхности цилиндра.

$$F_{\text{тр}} = \tau S,$$

где $S = 2\pi r L$ – площадь боковой поверхности цилиндра и, согласно уравнению (4),

$$\tau = -\eta\frac{\partial U}{\partial r}$$

Таким образом, получаем дифференциальное уравнение:

$$\pi r^2 P_1 - P_2 + \eta 2\pi r L\frac{dU}{dr} = 0,$$

которое решается методом разделение переменных и интегрированием. После чего находится постоянная интегрирования:

$$dU = -\frac{P_1 - P_2}{2L\eta} r dr$$

$$U = -\frac{P_1 - P_2}{4L\eta} r^2 + C$$

При r = R скорость равна нулю, следовательно:

$$C = \frac{P_1 - P_2}{4L\eta}R^2$$

В результате имеем закон распределения скоростей по сечению трубы:

$$U = \frac{P_1 - P_2}{4L\eta}(R^2 - r^2) \tag{5}$$

Найдем зависимость между расходом газа и разностью давлений на концах капилляра. **Расходом газа** Q называется объем газа, протекающий в единицу времени через поперечное сечение трубы. Выделим кольцевую площадку с внутренним радиусом r и внешним $r + dr(dS = 2\pi rdr)$. Тогда:

$$dQ = UdS = U2\pi rdr$$

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \pi\frac{P_1 - P_2}{2L\eta}\int_0^R (R^2 - r^2)rdr$$

После интегрирования:

$$Q = \pi\frac{P_1 - P_2}{8L\eta}R^4 \tag{6}$$

Полученное выражение (6) носит название **формулы Пуазейля**. На применении данной формулы основан один из экспериментальных методов определения коэффициента вязкости:

$$\eta = \pi\frac{(P_1 - P_2)\Delta t}{8L\Delta V}R^4 \tag{7}$$

2 Ход эксперимента

2.1 Результаты эксперимента

Данную работу мы начали со снятия показаний приборов. Нам было необходимо определить разность давлений в манометре, а также время истечения воды из заданного объема. В данной серии опытов мы произвели 6 измерений. Полученные результаты представлены в таблице ниже:

№	ΔP, 1 мм в.с.	Δt, с	ΔV, м$^3 * 10^{-5}$	$(\eta + \Delta\eta)$, Па $*$ с
1	106	3,49	0,5	0,000088 ± 0,000008
2	110	4,37	0,5	0,000115 ± 0,000005
3	106	4,04	0,5	0,0001151 ± 0,0000013
4	106	3,87	0,5	0,000098 ± 0,000003
5	104	4,42	0,5	0,000110 ± 0,000002
6	108	4,54	0,5	0,000117 ± 0,000006

Таким образом, мы можем получить среднее значение коэффициента вязкости воздуха.

$$\eta = 0,000105 \text{ Па} * \text{с}$$

Полученное значение коэффициента вязкости воздуха **не соответствует** табличному значению. В методических материалах было указано, что в таком случае необходимо оценить число Рейнольдса Re, что мы и сделаем.

$$Re = \frac{< U > \rho d}{\eta},$$

где средняя скорость течения газа:

$$< U >= \frac{\Delta V}{\pi R^2 \Delta t};$$

ρ - плотность воздуха при комнатной темрературе;
d - диаметр капиляра;
η - коэффициент вязкости воздуха;

2.2 Рассчет числа Рейнольдса и средней скорости течения газа

Значения средней скорости течения газа и числа Рейнольдса представлены ниже:

№	$< U >, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	Re
1	2,59	32
2	2,07	19
4	2,23	24
4	2,33	26
5	2,04	20
6	1,99	18

Так как полученное значение коэффициента вязкости не совпадает с табличным, мы оценили число Рейнольдса. Оно получилось меньше 2000, следовательно **течение ламинарное**. Так как течение ламинарное, мы можем утверждать, что все вышеприведенные рассуждения будут справедливы.

По предоставленным в методических материалах формулам (приведены ниже), мы рассчитали среднее значение скорости молекулы воздуха, и далее рассчитали длину свободного пробега, используя полученный ранее коэффициент вязкости воздуха.

Средняя длина свободного пробега $< l >$ молекул воздуха:

$$< l >= \frac{3 < \eta >}{\rho < v >},$$

где

$$< v >= \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}},$$

где R - универсальная газовая постоянная, μ - молярная масса молекулы, T - температура газа.

Среднее значение скорости и значение длины свободного пробега представлены ниже:

$< v >, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$< l >$, м
462,74	0,000000609

3 Вывод

В данной работе мы изучили метод определения вязкости воздуха при комнатной температуре, а также вычислили среднюю длину пробега молекул воздуха.

В ходе выполнения работы у нас возникли трудности с определением коэффициента вязкости воздуха. Из возможных причин несовпадения полученного значения и табличного мы исключаем неточность расчетов, так как при анализе размерностей было установлено, что полученное значение коэффициента имеет необходимую размерность. Мы предполагаем, что причиной несовпадения может служить неопределенность со значениями шкал прибора, а также пренебрежение определением температуры воздуха и воды опытным путем.

Если принять, что полученное значение коэффициента вязкости воздуха справедливо, то расчет длины свободного пробега никаких трудностей не вызывает.

3.1 Погрешности

Для значения коэффициента вязкости воздуха η были найдены случайные погрешности, которые рассчитывались по формуле:

$$\Delta\eta = t_{a,n}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\eta_i - \eta_{\text{ср}})^2}{n(n-1)}},$$

где $t_{a,n} = 2{,}6$ - коэффициент Стьюдента.