



单位代码_____10635_____

学 号_____

西南大学

硕士学位论文

基于 CV 水平集的图像分割研究

论文作者:

指导教师:

学科专业: 计算机软件与理论

研究方向: 网络应用与 web 智能

提交论文日期: 年 月 日

论文答辩日期: 年 月 日

学位授予单位: 西南大学

中 国 • 重 庆

20 年 月

独创性声明

学位论文题目： 基于 CV 水平集的图像分割研究

本人提交的学位论文是在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。论文中引用他人已经发表或出版过的研究成果，文中已加了特别标注。对本研究及学位论文撰写曾做出贡献的老师、朋友、同仁在文中作了明确说明并表示衷心感谢。

学位论文作者：

签字日期： 年 月 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解西南大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权西南大学研究生院（筹）可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

本论文公开时间：☐ 获学位当年； ☐ 推迟 1 年。

学位论文作者签名：

导师签名：

签字日期： 年 月 日 签字日期： 年 月 日

目 录

摘 要.....	I
Abstract.....	III
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 基于阈值的分割方法.....	2
1.2.2 基于边缘检测的分割方法.....	3
1.2.3 基于区域的分割方法.....	3
1.2.4 基于多学科交叉的分割方法.....	3
1.2.5 基于主动轮廓模型的图像分割方法.....	4
1.3 主要工作.....	6
1.4 论文结构.....	7
第 2 章 相关理论及技术.....	9
2.1 曲线演化.....	9
2.2 水平集理论.....	10
2.2.1 方法介绍.....	10
2.2.2 函数求解.....	11
2.3 经典的水平集活动轮廓模型.....	12
2.3.1 Mumford-Shah 模型.....	12
2.3.2 Chan-Vese 模型.....	12
2.3.3 RSF 模型.....	15
2.4 其它相关算法.....	16
2.4.1 高斯混合模型.....	16
2.4.2 K-Means 聚类算法.....	19
2.4.3 LBP 算法.....	20
2.5 本章小结.....	20
第 3 章 基于高斯混合模型与 CV 水平集的图像分割模型.....	21
3.1 模型框架.....	21
3.2 初始区域划分.....	22
3.3 图像灰度化.....	23
3.4 曲线演化.....	24
3.4.1 初始轮廓线确定.....	24
3.4.2 结合区域平均灰度值的 CV 模型.....	24
3.4.3 能量泛函求解.....	25

3.5 算法流程.....	26
3.6 实验.....	27
3.6.1 实验环境和实验数据.....	27
3.6.2 评价指标.....	27
3.6.3 实验内容.....	28
3.6.4 实验结果.....	28
3.7 本章小结.....	30
第4章 自适应 RSF-CV 图像分割模型.....	31
4.1 模型框架.....	31
4.2 图像灰度化.....	32
4.3 初始区域划分.....	32
4.4 曲线演化.....	33
4.4.1 初始轮廓线确定.....	33
4.4.2 能量函数介绍.....	33
4.4.3 自适应动态调参.....	34
4.4.4 能量泛函求解.....	35
4.5 算法流程.....	35
4.6 实验.....	36
4.6.1 实验环境与实验数据.....	36
4.6.2 评价指标.....	37
4.6.3 实验一：对比实验.....	37
4.6.4 实验二：噪声图像与灰度不均匀图像对比实验.....	40
4.7 本章小结.....	44
第5章 总结与展望.....	47
5.1 总结.....	47
5.2 展望.....	47
参考文献.....	49
攻读硕士期间发表论文及科研工作.....	55

基于 CV 水平集的图像分割研究

计算机软件与理论 硕士研究生 XXX

指导老师 XXX

摘要

在图像分割领域，结合水平集理论的图像分割模型相关研究成果层出不穷，该理论以图像区域信息作为研究点，具有计算简单、轮廓线拓扑结构平滑、信息包容性等优点，近年来，受到了国内外图像领域学者们的广泛关注。

水平集理论将低维曲线映射到高维泛函，通过高维函数的变化来演化曲线。利用偏微分方程的求解代替原来的轮廓线求参，有效克服了参数计算复杂等问题。基于水平集理论的图像分割模型主要分为结合图像全局信息的分割模型和结合图像局部信息的分割模型。结合图像全局信息的分割模型以经典的 Chan-Vese(以下简称, CV)模型为主, 该模型计算简单, 具有抗噪声的特点, 但 CV 模型及相关模型容易受到灰度不均匀因素的影响, 导致图像分割不准确。结合图像局部信息的图像分割模型以 Region-scalable Fitting(以下简称, RSF)分割模型为主, 该模型有效克服了灰度不均匀因素对分割结果的影响。但对初始轮廓线敏感, 选取不当的初始轮廓线会造成分割不准确。

本文针对上述问题展开研究, 为了有效克服图像分割模型对初始轮廓线的敏感问题, 引入聚类算法对图像像素进行划分, 确定分割初始轮廓线。为了能够将初始区域的灰度信息融入到能量函数中, 将初始目标区域以及背景区域的灰度均值引入到模型中构造出新的能量项, 优化传统的 Chan-Vese 水平集模型。为了有效降低噪声以及图像灰度不均匀因素带来的影响, 充分考虑图像全局信息以及图像局部信息将 Chan-Vese 模型和 Region-scalable Fitting 模型结合构造出新的能量函数, 通过自适应参数动态调整两个能量项在曲线演化过程中的比重。主要工作如下:

(1) 提出基于高斯混合模型和 CV 水平集理论的图像分割模型(GMMCV 模型)。针对基于水平集理论的图像分割模型对初始轮廓线敏感问题, 采用高斯混合模型对图像像素进行划分, 像素划分后的图像区域分为初始目标区域和初始背景区域, 两个区域的分界线即为初始轮廓线; 为了能将确定的初始目标区域以及初始背景区域的灰度值信息融入到分割模型中, 统计初始目标区域以及背景区域的灰度值, 对两个区域的灰度值分别求均值作为图像先验信息构造出新的能量项融

入能量函数中,新的能量项随着曲线演化不断调整灰度均值,与传统 CV 能量项共同推动曲线演化至真实目标区域。GMMCV 模型与其它相关模型在 BSDS500 数据集上进行对比实验,实验结果显示, GMMCV 模型能够有效克服初始轮廓线敏感问题,提高模型的分割精度。

(2) 提出基于 K-Means 聚类算法、RSF 和 CV 水平集理论的自适应 RSF-CV 模型。为了有效降低噪声因素、灰度不均匀因素对图像分割的影响,引入 K-Means 聚类算法对图像像素进行划分,得到初始目标区域以及背景区域,确定初始轮廓线,为了将初始背景区域以及初始目标区域的灰度值均值融入分割模型中,将 K-Means 聚类算法得到的簇中心作为初始灰度均值引入模型;针对灰度不均匀因素引起的分割不准确问题,将 Chan-Vese 模型与 Region-scalable Fitting 模型结合构建新的能量函数,两个能量项赋予不同的权重系数。权重系数的调整借鉴 LBP 算法思想,计算像素点的灰度与周围像素点的灰度差值 $\mu = \{\mu_1, \mu_2, \mu_3 \dots\}$ 并计算出目标区域和背景区域灰度均值的差值 $\Delta\mu$, 统计 μ 中元素大于 $\Delta\mu$ 的比例,通过比例的大小动态调整权重系数,充分发挥两个能量项各自的优势。自适应 RSF-CV 图像分割模型与其它相关模型在自然场景数据集 BSDS500、加入噪声的 BSDS500、核磁共振血管图以及灰度不均匀图像进行对比实验,实验结果表明,自适应 RSF-CV 模型能够有效抗躁,有效克服灰度不均匀造成的影响,提高模型的分割精度。

关键词: 图像分割; 水平集; Chan-Vese 模型; Region-scalable Fitting 模型; 高斯混合模型; K-Means 聚类算法

Research on Image Segmentation Based on CV Level Set Method

Major: Computer Software and Theory

Master: XXX

Supervisor: XXX

Abstract

In the field of image segmentation, the active contour image segmentation models based on level set method have made great achievement. This kind of method which focuses on the image region information has advantages for lower computation, smooth topology, multi-information communicability. In recent years, the level set method image segmentation models have received attention by the computer vision scholars at home and abroad.

The energy function is applied to map the curve of the low dimension space to the high space as well as the curve is evolved by the energy function in the level set method. The level set method utilizes the partial differential equations to evolve the contour instead of computing the contour parameter equation in order to reduce the computational complexity. The image segmentation models based on the level set method fall into two major categories: the models based on the global region information and the models based on the local region information. The global region-based models such as Chan-Vese model (hereinafter called by CV model) have advantage for noise resisting and lower computation complexity, however, the CV model and the related models fail to segment the images with intensity inhomogeneity. The local region-based models such as Region-scalable Fitting model (hereinafter called by RSF model) overcome the intensity inhomogeneity, nevertheless, the local region-based models are sensitive to the initial contour, in other words, the uncomfortable initial contour may cause the segmentation to fail.

This paper mainly does study the above-mentioned problems. In order to overcome the image segmentation difficulty caused by the initial contour, the novel image

segmentation model introduce the clustering algorithm to divide the image pixels as well as the position of the initial contour is able to be obtained. The target region image gray-mean value and the background region image gray-mean value can be obtained to construct novel energy terms in order to introduce the image gray-mean value of the initial region to the novel energy function which improves the traditional image segmentation model. The novel energy function combines Chan-Vese model and Region-scalable Fitting model to reduce the noise influence, as well as the proportion of each novel energy term is able to be adjusted by the parameters. The main research context is as follows:

(1) GMMCV model based on the Gaussian mixture model and CV level set method is proposed in this paper. GMMCV model introduces the Gaussian mixture model to divide the image pixels for the sake of solving the problem caused by the initial contour. The image region can be divided into the target region and the background region, moreover, the edge between the two regions can be defined the initial contour. In order to introduce the gray mean of the regions to GMMCV model, the gray-mean value of statics in these two regions need to be obtained. The gray-mean value of statics can be updated with the curve evolving. Finally, the contour will evolve to truth target region. In order to test the proposed model and compare with other related models, the experimental data set employed BSDS500 natural scene images. The experimental results show that GMMCV model is able to overcome the initial contour sensitive problem as well as the proposed model improve the accuracy of the segmentation.

(2) The adaptive RSF-CV model based on K-Means clustering algorithm, RSF and CV model is proposed in this paper. Introducing K-Means clustering algorithm which has advantage for reducing the image noise influence and the intensity inhomogeneity, to the adaptive RSF-CV model for dividing the image into target region and background region. The initial contour is able to be obtained by the boundary between the target region and the background region. The RSF-CV model employs the means of the K-Means clusters as the gray-mean values of the target region and the background region. In order to solve problem that image intensity inhomogeneity, a novel energy function consist of Chan-Vese model and Region-scalable model which are given the parameters. The parameters that represent the proportion of the CV model and the RSF model in the energy function can be adjusted through the algorithm related to LBP method. $\mu = \{\mu_1, \mu_2, \mu_3 \dots\}$ is represented as the difference between the intensity of pixel

and the intensity of other pixels around it, at the same time, $\Delta\mu$ can be obtained through the gray-mean values of the target region and the background region. The number of the μ value which is greater than the $\Delta\mu$ value can be figured out, otherwise, it can be utilized to adjust the parameters so as to make the energy terms play role in the curve evolving. The experiment, that shows the adaptive RSF-CV model and other related image segmentation model experimental result, has been performed on natural scene data set BSDS500 and magnetic resonance angiography. The experimental results show that the method proposed in this paper is able to deal with noisy and intensity inhomogeneity images effectively.

Keywords: image segmentation; level set method; Chan-Vese model; Region-scalable Fitting model; Gaussian mixture model; K-means clustering algorithm;

第 1 章 绪论

1.1 研究背景

科学技术的迅猛发展以及互联网的日益普及，提高了人们信息交互的效率，而图像作为信息的重要载体，满足了人们获取信息的需求，为人们的生活提供了极大的方便^[1]，例如，医学图像中的核磁共振图像(MRI)能够辅助医生找到病灶^[2]，人脸、指纹图像能够应用于安保联防以及智能支付^[3]，数字图像应用于车牌号码识别^[4]，视频图像跟踪应用于农业产业自动化以及社交媒体上传图片记录生活中美好瞬间^[5]等等。从以上这些方面可以看出图像渗透到人们生活的方方面面，因此，如何通过图像处理技术得到我们所需的信息就显得尤为重要。

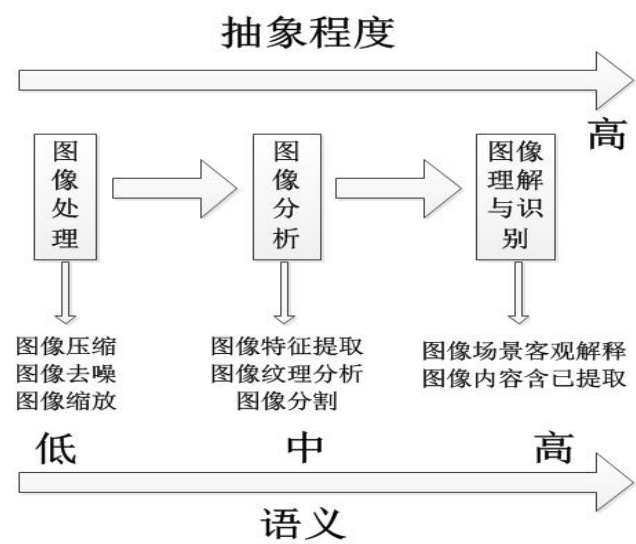


图 1-1 图像处理工程结构

图像处理技术范围很广，是一门多学科交叉的技术，涉及到学科包括生物学^[6]、数学、信息论、计算机科学等多种学科，其技术内容包含了图像分割、图像压缩、图像复原重建、图像分类识别、图像合成等。其中，图像分割作为图像处理技术中至关重要的步骤，将图像的兴趣区域提取出来，如图 1-1 所示，为后续的图像处理打下良好的基础。图像分割定义如下：

我们将图像看作各个不同的子区域 $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ 的结合成的二维空间区域，符合如下关系式：

- (1) $\cup_{i=1}^n I_i = I$ 。
- (2) I_i 是一个连通集， $i = 1, 2, \dots, n$ 。
- (3) $I_i \cap I_j = \emptyset$ ， 对于所有 i 和 j ， $i \neq j$

(4) $Q(I_i) = TRUE$, $i = 1, 2, \dots, n$

(5) $Q(I_i \cup I_j) = FALSE$, 对于任何 I_i 和 I_j 的邻接区域

其中 \cup 和 \cap 表示并集和交集, \emptyset 表示空集, $Q(I_k)$ 表示 I_k 集合像素点的属性^[7]。图像分割理论上要完全满足上述五个条件, 这极大增加了图像分割算法的难度和复杂性, 如何攻克这些难题一直是图像分割研究方向的重点。

通过以上分析以及图 1-1 所展示的内容, 可以看出图像分割是呈现目标区域的基础, 对其它特征分析起着至关重要的作用, 并且, 排出了其它背景因素的干扰, 为图像进一步分析提供了可能。

图像分割的应用范围非常广泛, 例如, 人脸识别过程中找出人像区域, 医学影像中找到肿瘤、血管位置以及相应器官组织大小的测量, 卫星遥感图像中找到道路、河流、森林路径区域^[8], 目标检测中定位追踪目标^[9], 交通控制系统中找到车牌^[4]等。图像分割应用范围之广、应用场景之复杂, 也为图像分割的要求提出了严峻挑战, 而图像采集以及传播过程中, 难免会引入噪声^[10]、像素缺失等问题, 使图像变得模糊、灰度不均匀^[11], 那么如何克服这些不利因素, 更加精准快速的得到目标区域是图像分割领域亟待解决的问题。

1.2 国内外研究现状

图像分割自成像技术出现以来就开始发展, 计算机图像分割算法中最早出现在二十世纪七十年代^[12], 多年来图像分割算法在国内外专家学者的研究下发展迅速, 各种经典算法层出不穷, 伴随着计算机硬件运算能力的改进、人工智能时代的来临, 涌现出了大量优秀的研究成果, 但众所周知, 图像类别多样、场景复杂、图像中存在的干扰因素也多种多样, 所以学界并没有一个万能的图像分割理论适用于所有类型的图像, 按照公认的分类方式, 将国内外经典的、效果显著的图像分割算法分为如下几类:

1.2.1 基于阈值的分割方法

阈值分割法思路简单, 主要是利用灰度直方图达到分割目的^[13], 其基本原理是统计出待处理图像每个灰度值的分布规律映射到灰度直方图上, 之后, 选取其中的某几个阈值来划定图像不同的区域, 从而将图像中的目标区域确定下来, 达到分割的作用。可见, 如何找到最优阈值是该算法性能提升的关键所在。阈值分割法的研究思路主要是从全局阈值和局部阈值两个方向展开。全局阈值法利用待处理图像全局信息统计灰度直方图, 然后选出一个或几个阈值进行切分; 局部阈值法是先将大图切分成小图, 再对小图进行全局阈值法选取最优阈值。总的来说, 阈值分割法简单高效, 但在应对灰度不均匀、场景复杂的图像时, 该方法分割效

果较差。常见的阈值分割法有：最大熵统计阈值法、最小误差法等^[14]。

1.2.2 基于边缘检测的分割方法

图像分割领域中另一类经典的方法是对图像目标区域的边缘信息进行检测，分割出图像的目标区域。观察图像，我们可以发现在图像不同区域的交界处会发生灰度值的突变，这就表明图像像素区域已从背景区域进入目标区域^[15]。边缘检测法就是采用这样的思想，找到灰度不连续的地方，这种图像灰度值的阶跃性可以通过导数来检测，因此，常用如下微分算子边缘位置进行检测^[16]：Roberts 算子、Sobel 算子、Laplace 算子以及 Kirsh 算子等。每个算子各具特点，针对一定类型图像的处理效果较好，Laplace 算子的特点是各向同性；Prewitt 算子、Sobel 算子等对噪声图像以及灰度较均匀的图像分割效果较好；Roberts 算子适用于前景背景灰度像素差别大并且噪声较少的图片。总的来说，边缘检测法的优势在于检测速度快、准确，但是对图像的要求比较高，噪声以及灰度不均匀等因素会严重影响该类型算法的准确度。

1.2.3 基于区域的分割方法

区域分割法的主要思路是依据图片的特征将图片划分为不同的子图，其主要的算法是：区域生长法，区域分裂法以及区域合并法^[17]。区域生长法的思想是将大图切成小图，找到各个子图中相似性较高的进行融合，这样就可以将相似度不高的区域隔离，相似度高的区域合并，从而达到区域分割的目的。区域生长法的关键点在于切分成多少子图，依据怎样的特征来合并这些区域以及这些特征相似性的准则。该算法的优势在于简单易行，而缺点是需要手工调整种子数。区域分裂合并法的主要思想仿照了四叉树数据结构，将原始图像定义为 TreeRoot，将大图切分成四个子图作为四叉树的第一层，然后再对这四个子图进行细分，若其中的子图满足一致性条件则不再细分，若不满足，则进一步将其划分为四个子图，若子图中存在某几块具有一致性特点，则可以讲它们合并，直到所有子图都满足灰度一致性的条件^[18]。该方法对复杂图片的分割效果较好，但是计算量大，可能会对前景背景分界区造成破坏。

1.2.4 基于多学科交叉的分割方法

图像分割技术在各个领域都有所涉及，综合而言，图像分割技术是多学科交叉的技术，在图像分割中融合其它学科思想也是提高分割性能的一种思路，随着计算机硬件算力的提升，越来越多的新型算法涌现了出来，例如，基于数学形态学的分割方法^[19]，基于人工神经网络的分割方法^[20]，基于模糊集理论的分割方法^[21]等等，方法不一而足。这些算法各有利弊，例如，数学形态学的方法对噪声比较

敏感^[22]，人工神经网络分割方法比较准确，但运算周期长、依赖硬件设备。总的来说，我们很难找到一种普适性的图像分割算法适用于所有图像。

1.2.5 基于主动轮廓模型的图像分割方法

基于主动轮廓模型的方法是对传统计算机视觉分层模型理论的一种颠覆式创新，通过构建能量函数，利用局部极值点与模型的交互，并不断迭代其中的能量项来达到满足图像处理成果的目的^[23]。在这种思想的引导下，Kass^[24]等于 1987 年提出了 Active Contour Model，即主动轮廓模型，又称 Snake 模型。多年来，学者们对其进行研究和创新，提出了各种改进方法，主要分为两类：参数主动轮廓模型和几何主动轮廓模型。

其中，参数主动轮廓模型主要根据图像信息动态调整曲线参数，曲线参数的变化引起曲线表达式的改变，从而达到了改变曲线形状的目的，其主要形变推动力是依靠图像数据得到的能量泛函偏微分方程以及图像的先验模型^[25]。但是，该模型的缺点也显而易见，曲线的拓扑结构变化难以处理，参数变化的计算极其复杂，按照这样的思路进行优化就更加难以推进。

为了解决上述问题，几何主动轮廓模型应运而生，它与水平集理论相结合，将高维曲面的零水平集作为分割曲线，不断演化得到最终的目标区域分割线，其曲线拓扑结构的变化也非常的简单自然，可以说，水平集方法有效推动了无参数几何主动轮廓模型的发展。水平集理论创始于 1988 年，由美国加州大学 Osher 教授和 Sethian 教授首次提出^[26]，该理论的主要思想是构建出高维的函数曲面，通过该曲面不断的演化找到低维的目标区域，其演化的主要方式是通过水平集函数的偏微分方程对其进行数值上的实现，这样就可以避免通过调参这样繁琐复杂的方式对曲面方程进行调整。水平集理论被提出之后便由 Caselle^[27]等人应用到了活动轮廓模型当中，两者结合共同构成了基于水平集理论的几何活动轮廓模型，该方法集成了水平集理论的优点，摒弃了分割曲线在演化过程中繁琐的调参计算，通过高维曲面向低维曲面映射的思路，巧妙的处理了分割曲线拓扑结构变化的问题。该思想于 1993 年提出并延续发展至今，它以强大的数学理论、良好的信息包容性、平滑灵活的分割曲线等优势，逐渐超越参数活动轮廓模型成为活动轮廓模型研究热点，同时，也成为了图像分割理论中非常重要的一个分支。近年来，基于水平集理论的研究成果层出不穷，是图像分割领域中非常热门研究课题。学界对于基于水平集理论的图像分割方法主要分为如下两类：

(a) 基于边界的轮廓模型

该类模型在演化曲线时主要参考了图像边界区域的陡峭程度，也就是图像灰度值的变化程度。当图像边界区域灰度变化较小，曲线演化速度就非常快，当图像

边界区域的灰度变化处于突变状态时,曲线演化速度就变慢甚至停止演化。Caselles 和 Kimmel^[28]依据能量最小化的思路,创造性的将水平集理论首次引入活动轮廓模型,提出了 Geometric Active Contour Model,成为了边界轮廓模型的经典。但该模型针对边界清晰的图像分割效果较好,如果图像灰度不均匀、目标区域不是特别明显的话,会出现误分割的现象。Siddiqi^[29]等人在上述模型的基础上进行调整,增加了面积约束项,能够有效解决图像边界存在的较小缝隙,但如果图像目标区域边界缝隙较大,也会造成该模型分割失败。Liu 等人^[30]将 GAC 模型与图像的局部区域信息相结合,并重构边界停止函数因子,提高了对目标区域边界的识别能力以及抗噪能力。

总的来说,基于边界的轮廓模型依然是水平集理论图像分割方法研究的热门方向,近年来还是有很多优秀的改进方法被提出,其分割效果优劣的关键在于目标区域的边界是否清晰,如果没有明确的目标区域边界,会严重影响分割效果,而且如果图像中存在噪声,对该模型的分割效果影响也较大。

(b)基于区域的轮廓模型

图像区域统计信息和边界梯度信息是区域轮廓图像分割模型主要参考的图像信息,该模型有效避免过度依赖目标区域边界而引起的一系列问题。区域轮廓模型又可以细分为两类:全局区域和局部区域^[30]。全局区域轮廓模型中最著名的当属由 Mumford 和 Shah 两人提出的 Mumford-Shah 模型^[31],该模型最大的缺陷就是计算复杂度太高,数值求解非常繁琐。为了解决这个问题,Chan 和 Vese 两人在 2001 年提出了 CV 模型^[32],相当于简化版的 M-S 模型,它计算简单、复杂度低,曲线收敛速度快、效果好,充分利用了图像局部梯度以及同质区域的全局信息演化曲线,堪称最经典的全局模型。但该模型对初始轮廓线非常敏感,若初始轮廓线选择位置不佳,将会降低图像分割精度。并且,待检测的图像往往前景背景灰度不均匀,这也会造成分割的不准确。为了解决这样的问题,研究者采取了将图像局部信息引入模型的思路。Li^[33]等人将活动轮廓模型与局部邻域思想相结合,提出了 Local Binary Fitting Model,即 LBF 模型。该模型较好的处理了灰度不均匀图像的分割问题,之后进一步改进提出了 RSF 模型^[34]。Li 提出的模型运用核函数进行卷积运算,使得计算非常复杂,且没有很好的解决初始轮廓曲线对分割结果带来的影响。Zhang^[35]等人提出了 Local Image Fitting Model,即 LIF 模型,克服了计算复杂度高的问题,但曲线演化速度仍待提升,还需要解决初始轮廓线的问题。Wang^[36]等人提出了 Local Gaussian Distribution Fitting Energy Model,即 LGDF 模型,该模型将图像的局部灰度值用高斯分布函数表示出来,同时构造出新的能量函数将局部高斯适应能量项与水平集函数相结合。该方法计算量较大,对初始轮廓线敏感。袁建军等人^[37]提出了亮度信息和梯度信息相结合的活动轮廓模型,贾

迪野^[38]等人对邻域像素点进行扫描处理，优化 Mumford-Shah 模型，减少了演化方程计算复杂度。王慧斌^[39]等人引入了图像纹理特征信息，提出多区域活动轮廓模型，有效提高了分割效率。Ali^[40]等人将单项水平集函数扩展为多项水平集函数，并采用基于全局的交互模型提高对医学图像的分割精度。Huang 等人^[41]提出了自适应多层水平集理论，层数以及尺度的大小能够根据曲线所处的灰度值进行自适应调整，克服了灰度不均匀的影响。Wang^[42]提出了改进的水平集理论，利用局部高斯混合模型以及 Split Bregman 理论对曲线进行演化提高图像分割的精度。Zhang 等人^[43]将局部信息嵌入轮廓边界信息，提出了改进的水平集分割理论，对灰度不均匀图像的分割具有较好的效果。

当前，国内外主要研究水平集理论图像分割方法的团队有：Stanley Osher 教授和 James A. Sethian 教授领导的加州大学伯克利分校团队；Tony Chan 教授领导的加州大学洛杉矶分校的团队，李纯明教授所在的美国 Vanderbilt University 图像科学部，以及上海交通大学图像处理与模式识别研究所，重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室等。

1.3 主要工作

目前，广大学者对基于 CV 水平集理论的图像分割模型进行了大量研究，提出的各种改进算法也各具成效，但总体来说，依然存在以下几点不足：(1)基于水平集理论的图像分割模型对初始轮廓线非常敏感，根据大量的实验研究发现同样的模型、同样的输入数据，如果初始轮廓线不同，图像分割结果千差万别。(2)算法复杂度高、计算过程时间长，尤其是结合图像局部信息的相关算法，计算过于复杂，算法迭代次数较多。(3)大部分模型只是对能量函数进行改进，往往只能解决某一种问题，如果考虑了局部信息，分割结果容易陷入局部极小值，如果考虑全局信息则容易受到图像灰度不均匀的影响。(4)图像灰度不均匀以及噪声问题会影响分割的准确度。针对上述问题，本文的主要研究工作从以下两个方面展开：

(1) 提出基于高斯混合模型以及 CV 水平集理论的图像分割模型(GMMCV 模型)。为了有效克服模型对初始轮廓线敏感的问题，模型中引入高斯混合模型对图像像素进行划分，确定初始的目标区域以及背景区域。为了在能量模型中融入初始目标区域以及初始背景区域的灰度均值提高分割精度，GMMCV 模型统计初始目标区域以及背景区域的灰度值并求均值得到 $\overline{\mu_{inside}}$ 和 $\overline{\mu_{outside}}$ ，将这两项均值加入能量泛函公式中，构造出新的能量项与原始的 CV 能量项进行权重分配，并结合距离惩罚项和长度惩罚项，共同构成全新能量函数 $E(\phi) = \omega_1 E^{GMMCV} + \omega_2 E^{CV} + \nu L(\phi) + \mu p(\phi)$ ，GMMCV 模型克服了初始轮廓曲线选择不当对分割结果的影响，并将高斯混合模型划分像素得到的初始目标区域以及初

始背景区域的灰度均值融入能量泛函中，进一步提高了分割的准确度。GMMCV 图像分割模型与其它相关模型在数据集 BSDS500 进行了对比实验，实验结果显示 GMMCV 模型的分割结果更准确。

(2) 提出基于K-Means聚类算法、CV模型和RSF模型的图像分割模型(自适应RSF-CV模型)。考虑到噪声因素对图像分割的影响，引入K-Means聚类算法对图像像素进行划分，得到初始目标区域以及背景区域，区域分界线为初始轮廓线。为了将初始区域的灰度均值信息融入到自适应RSF-CV模型中，将K-Means聚类算法得到两个聚簇值 $\mu_{1KMeans}$ 和 $\mu_{2KMeans}$ 加入能量泛函公式。针对图像灰度不均匀问题，采用Region-scalable Fitting模型与Chan-Vese模型结合的方式，引入图像的局部信息以降低图像灰度不均匀因素带来的影响，引入图像全局信息防止分割曲线陷入局部极小值，两个模型相结合共同构成 $E^{KmRSF-CV} = \alpha \varepsilon_x^{Fit}(C, \mu_{1KMeans}, \mu_{2KMeans}) + \beta \varepsilon_x^{CV}(C, c_1, c_2)$ 能量泛函模型。为了能够在图像的不同区域有效调节CV全局能量项和RSF局部能量项的比重，也就是 α 和 β 的值，自适应RSF-CV模型借鉴了LBP算法的思想，计算像素点与周围像素点灰度差值，并对比当前目标区域与背景区域灰度均值差值，动态调整能量项中的权重系数。当分割曲线处在背景区域时，曲线的演化以全局能量项为主，当分割曲线处在目标区域附近时，曲线的演化以局部能量项为主。最后，再加入长度惩罚项和距离惩罚项来保证分割曲线拓扑结构的平滑自然。实验中将自适应RSF-CV图像分割模型与其它相关模型在BSDS500数据集、加入噪声的BSDS500数据集、核磁共振血管图以及灰度不均匀图像上进行对比，实验结果显示自适应RSF-CV图像分割模型的实验结果更加准确。

1.4 论文结构

本文共分成五个章节，每个章节内容如下：

第1章：绪论。主要介绍了图像分割的研究背景及意义，总结并归纳国内外研究进展并主要分析了水平集图像分割理论的研究成果，介绍了本文所做的主要工作内容，最后简单阐明了全文架构。

第2章：相关理论及技术。主要是对本文所涉及到的模型、算法以及理论思想进行介绍，主要包括水平集理论以及经典的 CV 模型和 RSF 模型，高斯混合模型、K-Means 聚类算法，权重调整用到的 LBP 算法。

第3章：提出 GMMCV 模型。对该模型的整体结构和算法思想进行了详细说明，并介绍了算法流程，在公开数据集上进行了实验，并对比了其它基于水平集理论的图像分割模型，展示了实验结果，并对实验结果进行了分析。

第4章：提出自适应 RSF-CV 图像分割模型。对模型进行了详细介绍，介绍

了算法流程，在公开数据集上对该模型以及其它基于水平集理论的分割模型进行了对比实验，展示了实验结果，并对实验结果进行了分析。

第 5 章：总结与展望。将现阶段所做的工作和研究成果进行总结，分析和讨论了模型中有待改进的不足之处，阐述了优化的思路 and 方向，并提出了对未来研究工作的展望。

第 2 章 相关理论及技术

水平集理论由 Osher 和 Sethian^[26]两位学者在研究热力学方程时首次提出，该方法被运用到曲线的演化中有效克服了曲线演化出现的裂变、拓扑结构改变等问题。本文涉及到的基于水平集理论图像分割模型主要包括 Mumford-Shah 模型^[31](以下简称 MS 模型)，Chan-Vese 模型^[32](以下简称 CV 模型)以及 Region-scalable Fitting^[34]模型(以下简称 RSF 模型)。另外，采用高斯混合模型与 K-Means 聚类算法对图像像素进行聚类，达到将图像区域划分为初始目标区域和初始背景区域的目的。LBP 算法结合了像素点周围的邻域信息，利用该算法的思想能够根据像素点周围的信息，起到动态调整模型能量项比重的作用。

2.1 曲线演化

曲线的演化是通过单位法矢量和曲率来描述曲线拓扑结构随时间变化的，从图中可以看出，各点的运动方向可以通过单位法矢量进行描述，曲线的弯曲程度可以用曲率进行表示，从图 2-1 中，可以看出二者的几何关系是互相垂直的^[44]。这样，曲线就可以在二维图像中某些驱动力的作用下，随时间逐渐扩张或收缩到我们所想要的目标边界^[45]。

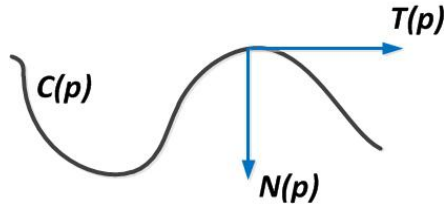


图 2-1 某点的切线和法线

如图 2-1 所示，定义一条曲线 $C(p, t)$ 随时间发生形变，参数 p 为曲线参数，参数 k 为曲率，曲线的切线和法线分别用 T 和 N 来表示。

$$\frac{dC}{dp} = T \quad (2-1)$$

$$\frac{d^2C}{d^2p} = kN \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha T + \beta N \quad (2-3)$$

曲线上的点可以通过法向量和切向量的组合来表示，将时间引入到曲线表达式中，对时间求导可得到(2-3)所示公式，其中， α 和 β 分别表示切向和法向的速率。但是，切向速率并不能引起曲线形状的变化，因此可简化方程为：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = V N \quad (2-4)$$

其中， V 和 N 分别表示演化的方向和速度， V 的正负则表示曲线运动方向是向内收缩和向外扩张。按照 V 的数值变化，曲线演化可以进一步细分为为曲率演化和常量演化：如果 $V = \alpha k N$ ，可以表示为曲率演化，方程表达式为：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha k N \quad (2-5)$$

其中 α 为系数，曲率用 k 表示，曲线弯曲程度可以通过这些参数表示出来。由于曲线自身弯曲程度不同，各个部分在演化过程中速度并不完全一样，因此，在曲率的推动下，整条曲线会随着时间逐渐演化近似于圆形；若 $V = V_0 N$ ， V_0 表示常系数，曲线按照常量方式演化，方程表达式为：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = V_0 N \quad (2-6)$$

常量演化机制的主要作用就是避免曲线出现合并或分裂的情况。综上所述，常量演化和曲率演化共同作用于曲线的拓扑结构变化。但是，研究学者发现按照这样的方式进行演化，会出现难以攻克的问题，例如，通过参数来引导曲线变化，其数值计算非常复杂^[46]；曲线在演化过程中出现分裂或合并，会使造成曲线的根本性改变，而我们难以预估曲线在演化过程中是否会出现这样的情况；曲线演变过程中误差的积累会影响精度。研究者们尝试改变思路应对这些问题，1988 年，OSher 和 Sethian 提出了水平集方法，成为了攻克这些问题的利器。

2.2 水平集理论

2.2.1 方法介绍

OSher 和 Sethian 两位学者在研究热力学方程时，为了能够描述火苗外部轮廓线飘忽不定的形态而提出了水平集理论。该理论的主要思想是利用高维泛函来描述低维曲线的演化，而低维曲线的表达式则映射到高维泛函的零水平集处，这样就将之前数值求参转变为求解 PDE 问题^[47]。这样的描述看似更加复杂，但在曲线演化时简化数值计算，解决了长久以来的问题。

我们将二维平面曲线映射到高一维的水平集函数中 $\phi(C)$ ，给定时间得到 $\phi(C(t), t)$ ，并且将 t 时刻的零水平集定义为演化曲线，即 $\phi(C(t), t) = 0$ ，然后进行复合链式求导，得到：

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \varphi \cdot \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad (2-7)$$

在公式中， $\nabla \varphi$ 表示 φ 的梯度，进一步假设曲线的弧长参数 s ，根据之前的讨论 φ 在曲线切线方向的变化量为 $\frac{\partial \varphi}{\partial s} = 0$ ，可得：

$$0 = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} = \langle \nabla \varphi, \frac{\partial C}{\partial s} \rangle \quad (2-8)$$

由上述公式可知， $\nabla \varphi$ 与切线 $\frac{\partial C}{\partial s}$ 相垂直，那么与曲线 C 法线的方向是相同的，进一步假设水平集函数 φ 在曲线内部小于 0，在曲线外部大于 0，可得内部单位法向量 $N = -\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}$ ，根据 $\frac{\partial C}{\partial t} = V(k)N$ ，得到：

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\nabla \varphi \cdot V(k)N = V(k)|\nabla \varphi| \quad (2-9)$$

其中，

$$k = \text{div}\left(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}\right) = \frac{\varphi_{xx}\varphi_y^2 - 2\varphi_{xy}\varphi_x\varphi_y + \varphi_{yy}\varphi_x^2}{(\varphi_x^2 + \varphi_y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2-10)$$

公式(2-9)是 Hamilton-Jacobi 偏微分方程^[48]，根据以上推导可以看出，水平集理论的本质是要随时间变化的偏微分方程求解出来。

2.2.2 函数求解

上一小节分析可以看出，偏微分方程求极值是水平集函数求解的核心，那么它主要的求解方法有限差分法、有限元法、谱法等。而图像作为二维网格数据，具有离散化的特点，使得有限差分法成为了偏微分方程求极值的首选方法。

假设有一副二维图像 $I(x, y)$ ，大小为 $M \times N$ ，水平集函数为 $\varphi(x, y, t)$ ，假定空间间距，即步长为 h ，时间间隔为 Δt ，在 n 时刻，图像在像素点 (i, j) 处的水平集函数为 $\varphi_{i,j}^n$ ，那么(2-9)公式可以表示为：

$$\frac{\varphi_{ij}^{n+1} - \varphi_{ij}^n}{\Delta t} = F_{ij}^n |\nabla_{ij} \varphi_{ij}^n| \quad (2-11)$$

根据(2-11)可以看出，在 n 时刻网格点 (i, j) 的速度为 F_{ij}^n 。为了避免 Hamilton-Jacobi 方程出现不连续或者导数不存在的情况，我们采用 Upwind Finite Differential Method 进行求解^[49]。水平集函数演化方程如下所示：

$$\varphi_{ij}^{n+1} = \varphi_{ij}^n + \Delta t(\max(F_{ij}^n, 0)\nabla^+ + \min(F_{ij}^n, 0)\nabla^-) \quad (2-12)$$

其中，

$$\nabla^- = [\max(\varphi_x^+, 0)^2 + \min(\varphi_x^-, 0)^2 + \max(\varphi_y^+, 0)^2 + \min(\varphi_y^-, 0)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2-13)$$

$$\nabla^+ = [\max(\varphi_x^-, 0)^2 + \min(\varphi_x^+, 0)^2 + \max(\varphi_y^-, 0)^2 + \min(\varphi_y^+, 0)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2-14)$$

同时，还需要得到中心差分算子、向前差分算子、向后差分算子的一阶公式：

$$\varphi_x^0 = \frac{1}{2h}(\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}) \quad \varphi_y^0 = \frac{1}{2h}(\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}) \quad (2-15)$$

$$\varphi_x^+ = \frac{1}{h}(\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}) \quad \varphi_y^+ = \frac{1}{h}(\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}) \quad (2-16)$$

$$\varphi_x^- = \frac{1}{h}(\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}) \quad \varphi_y^- = \frac{1}{h}(\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}) \quad (2-17)$$

为了保证曲线正常演化，确保水平集函数收敛，就需要令时间步长满足如下 Courant-Friedrichs-Levy 条件：

$$F_{MAX} \cdot \Delta t < h \quad (2-18)$$

其中， F_{MAX} 为点的最大移动速度。

2.3 经典的水平集活动轮廓模型

2.3.1 Mumford-Shah 模型

Mumford 和 Shah 两位研究人员最早提出基于区域信息的活动轮廓模型，简称 M-S 模型，该模型的能量函数表示如下：

$$E_{ms}(u, C) = \int_{\Omega} |I(x, y) - u(x, y)|^2 dx dy + \mu \int_{\Omega \setminus C} |\nabla u(x, y)|^2 dx dy + \nu \cdot \text{Length}(C) \quad (2-19)$$

其中，第一项作为驱动项，使分割曲线不断靠近目标分割区域，第二项是正则项，保证曲线在演化过程中拓扑结构的平滑，第三项为长度项，限定了轮廓线的长度。该公式通过三个能量项共同约束了分割轮廓线的演化，确保轮廓线的平滑完整准确，但是，该模型的数值求解十分复杂且计算量大，之后，Chan 和 Vese 两位学者在此基础上进行了简化，提出了基于水平集的 C-V 模型。

2.3.2 Chan-Vese 模型

M-S 模型虽然足够完美，但是复杂的求解过程令众多学者转而研究更加精简的模型，其中最为经典的就是结合了水平集理论的 C-V 模型^[32]。

我们将图像 I 定义在 Ω 上，定义活动轮廓曲线为 C ，待分割的图像由两部分组成：目标区域和背景区域，而演化曲线也会将图像分成曲线内部区域 $inside(C)$ 和 $outside(C)$ ，将能量泛函定义如下：

$$E^{CV}(C, c_1, c_2) = \lambda_1 \int_{inside(C)} |I(x) - c_1|^2 dx + \lambda_2 \int_{outside(C)} |I(x) - c_2|^2 dx \quad (2-20)$$

其中, λ_1 和 λ_2 均大于 0, 通常取为 1, c_1 和 c_2 分别表示曲线内部和外部的积分平均灰度值, 当演化曲线到达目标区域分割边界时, E^{CV} 趋近于 0, 因为此时曲线各个像素点的灰度值与 c_1 接近, 曲线外部的各个像素点的灰度值与 c_2 接近, 因此, 在曲线到达目标区域分割线的时候, E^{CV} 取到最小值。我们再加入长度项构成 Chan-Vese 所提出的能量泛函模型:

$$E^{CV}(C, c_1, c_2) = \lambda_1 \int_{inside(C)} |u(x, y) - c_1|^2 dx dy + \lambda_2 \int_{outside(C)} |u(x, y) - c_2|^2 dx dy + \mu Length(C) + \nu Area(C) \quad (2-21)$$

其中 $\nu \geq 0$, $\mu \geq 0$, $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ 。通过最小化上述公式, 可得到参数 c_1, c_2 。CV 模型的优势在于速度函数与图像的梯度互不影响, 轮廓检测既可以针对梯度有意义的图像也可以检测梯度无意义的图像。

根据上述分析可知, 零水平集用来表示分割曲线, 将水平集函数用 ϕ 表示, 同时引入 Heaviside 函数^[50]来划分演化区域:

$$H(z) = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ 1 & z \geq 0 \end{cases} \quad (2-22)$$

Dirac 函数^[51]来限制零水平集周围的函数值:

$$\delta = \frac{d}{dz} H(z) \quad (2-23)$$

能量泛函公式可进一步推导如下:

$$\int_{inside(C)} |u(x, y) - c_1|^2 dx dy = \int_{\Omega} |u(x, y) - c_1|^2 H(\phi(x, y)) dx dy \quad (2-24)$$

$$\int_{outside(C)} |u(x, y) - c_2|^2 dx dy = \int_{\Omega} |u(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\phi(x, y))) dx dy \quad (2-25)$$

$$Length(\phi = 0) = \int_{\Omega} |\nabla H(\phi(x, y))| dx dy = \int_{\Omega} \delta(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| dx dy$$

$$Area(\phi \geq 0) = \int_{\Omega} H(\phi(x, y)) dx dy \quad (2-26)$$

水平集函数的 C-V 模型能量泛函表示为:

$$E^{cv}(\phi, c_1, c_2) = \lambda_1 \int_{\Omega} |u(x, y) - c_1|^2 H(\phi(x, y)) dx dy + \lambda_2 \int_{\Omega} |u(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\phi(x, y))) dx dy + \mu \int_{\Omega} \delta(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| dx dy + \nu \int_{\Omega} H(\phi(x, y)) dx dy \quad (2-27)$$

因此图像水平集函数可以表示为:

$$u(x, y) = c_1 H(\varphi(x, y)) + c_2 (1 - H(\varphi(x, y))) \quad (2-28)$$

保持水平集函数不变，将能量函数最小化，可以得到两个参数的表达式如(2-29)、(2-30)所示。上述提到的 Heaviside 函数、Dirac 函数是一个概念性的函数，因此需要引入向其逼近的，具有表达式的函数，如(2-31)、(2-32)。

$$c_1 = \frac{\int_{\Omega} u(x, y) H(\varphi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy} \quad (2-29)$$

$$c_2 = \frac{\int_{\Omega} u(x, y) (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy} \quad (2-30)$$

$$H_{\varepsilon}(z) = \begin{cases} 1 & z > \varepsilon \\ 0 & z < -\varepsilon \\ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{z}{\varepsilon}\right) \right) & |z| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (2-31)$$

$$\delta_{\varepsilon}(z) = \begin{cases} 0 & |z| > \varepsilon \\ \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + z^2} & |z| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (2-32)$$

我们将轮廓线的曲率 κ 表示如下：

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \quad (2-33)$$

保持 c_1 和 c_2 的值不变，求水平集函数的最小值，得到如下求导方程：

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \delta_{\varepsilon}(\varphi) \left[\mu \nabla \cdot \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} - v - \lambda_1 (u(x, y) - c_1)^2 + \lambda_2 (u(x, y) - c_2)^2 \right] \\ \varphi(0, x, y) = \varphi_0(x, y) \end{cases} \quad (2-34)$$

通过以上详尽的分析，可以得到水平集方程的数值解(2-29)、(2-30)、(2-34)。CV 模型的数值解都是依据图像的全局信息得到，可以看出 CV 模型的特点就是图像的全局性。

最后对水平集函数进行离散化处理，采用的方法是有限差分法，假设时间间隔为 Δt ，空间间隔为 h ，可以得到如下迭代公式：

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_{i,j}^{n+1} - \varphi_{i,j}^n}{\Delta t} = & \delta_\varepsilon(\varphi_{i,j}^n) \left[\frac{\mu}{h^2} \Delta_-^x \left(\frac{\Delta_-^x \varphi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_+^x \varphi_{i,j}^{n+1})/h^2 + (\varphi_{i,j+1}^n - \varphi_{i,j-1}^n)/h^2}} \right) + \right. \\ & \left. \frac{\mu}{h^2} \Delta_-^y \left(\frac{\Delta_-^y \varphi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_+^y \varphi_{i,j}^{n+1})/h^2 + (\varphi_{i,j+1}^n - \varphi_{i,j-1}^n)/h^2}} \right) - \lambda_1 (I_{i,j} - c_1(\varphi^n))^2 + \lambda_2 (I_{i,j} - c_2(\varphi^n))^2 \right] \end{aligned} \quad (2-35)$$

上述公式中， $\varphi_{i,j}^n$ ， $\varphi_{i,j}^{n+1}$ 表示在坐标 (x,y) 处， n 、 $n+1$ 次迭代水平集函数值， Δ_+ 、 Δ_- 表示向前差分、向后差分算子：

$$\begin{aligned} \Delta_-^x \varphi_{i,j} &= \varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}, & \Delta_+^x \varphi_{i,j} &= \varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}, \\ \Delta_-^y \varphi_{i,j} &= \varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}, & \Delta_+^y \varphi_{i,j} &= \varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j} \end{aligned} \quad (2-36)$$

以上公式就是 CV 水平集函数的离散形式。

2.3.3 RSF 模型

RSF(Region-scalable Fitting)模型是在 CV 模型上的进一步改进，是 Li^[34]等人为了了解仅考虑全局信息产生的灰度不均匀问题，提出的局部区域拟合模型。该模型将高斯核函数引入能量项，并通过高斯函数与数据拟合项结合的方式，共同驱动曲线的演化，同时，水平集函数中的各类正则项确保了曲线拓扑结构的平滑。我们对该模型进行分析，定义图像 I ，图像区域为 Ω ，对其中的某个像素点定义为 x ，曲线 C 将图像分为曲线内部和曲线外部。定义 RSF 的局部拟合能量泛函公式如下：

$$\varepsilon_x^{Fit}(C, f_1(x), f_2(x)) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int_{\Omega_i} K(x-y) |I(y) - f_i(x)|^2 dy \quad (2-37)$$

公式中， λ_1 和 λ_2 为非负常数， $f_1(x)$ 表示目标区域内的灰度值， $f_2(x)$ 表示目标区域外部的灰度值， $I(y)$ 为 x 周围像素点， K 表示高斯核函数，引入 σ 作为尺度参数，表达式如下：

$$K = K_\sigma(u) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{-|u|^2/2\sigma^2}, (\sigma > 0) \quad (2-38)$$

上述泛函针对的是某个像素点 x 周围的情况，泛函的大小通过 $f_i(x)$ ， $I(y)$ 两者的差值计算出来。那么整幅图像的能量泛函是把该图像中所有点的能量泛函进行汇总，通过积分的方式得到总的能量泛函表达式如下：

$$E_{RSF}(C, f_1(x), f_2(x)) = \int_{\Omega} \varepsilon_x^{Fit}(C, f_1(x), f_2(x)) dx + v |C| \quad (2-39)$$

其中， $|C|$ 表示轮廓线 C 的平滑项，然后，按照 2.3.2 小节 CV 水平集模型的推到步骤，将水平集函数引入能量泛函中：

$$\varepsilon_x^{Fit}(\varphi, f_1(x), f_2(x)) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int_{\Omega_i} K_\sigma(x-y) |I(y) - f_i(x)|^2 M_i(\varphi(y)) dy \quad (2-40)$$

其中, $M_1(\varphi) = H(\varphi)$ 以及 $M_2(\varphi) = 1 - H(\varphi)$ 。选取 Heaviside 函数和 Dirac 函数如下:

$$H_\epsilon(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{\epsilon}\right) \right] \quad (2-41)$$

$$\delta(x) = H'(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\epsilon}{\epsilon^2 + x^2} \quad (2-42)$$

加入正则项 $P(\varphi)$ 以及(2-39), (2-40)后, 可得能量函数:

$$E_{RSF}(\varphi, f_1, f_2) = \varepsilon_\epsilon(\varphi, f_1, f_2) + \mu P(\varphi) \quad (2-43)$$

$$P(\varphi) = \int \frac{1}{2} (|\nabla \varphi(x)| - 1)^2 dx \quad (2-44)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\epsilon(\varphi, f_1, f_2) = & \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int \left(\int K_\sigma(x-y) |I(y) - f_i(x)|^2 M_i^\epsilon(\varphi(y)) dy \right) dx \\ & + v \int |\nabla H_\epsilon(\varphi(x))| dx \end{aligned} \quad (2-45)$$

在上述公式中, $M_1^\epsilon(\varphi)$ 为 $H_\epsilon(\varphi)$, $M_2^\epsilon(\varphi)$ 为 $1 - H_\epsilon(\varphi)$ 。根据梯度下降流方法, 以及欧拉公式, 可得

$$\int K_\sigma(x-y) M_i^\epsilon(\varphi(y)) (I(y) - f_i(x)) dy = 0, \quad i = 1, 2 \quad (2-46)$$

根据上式, 可以得到

$$f_i(x) = \frac{K_\sigma(x) * [M_i^\epsilon(\varphi(x)) I(x)]}{K_\sigma(x) * M_i^\epsilon(\varphi(x))}, \quad i = 1, 2 \quad (2-47)$$

接着, 固定 $f_i(x)$ 的数值, 我们可以再求出水平集函数关于时间的偏微分方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = & -\delta_\epsilon(\varphi) (\alpha(\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2) + \beta(\lambda_1 (u(x, y) - c_1)^2 + \lambda_2 (u(x, y) - c_2)^2)) + \\ & v \delta_\epsilon(\varphi) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right) + \mu (\nabla^2 \varphi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right)) \end{aligned} \quad (2-48)$$

其中, $\delta_\epsilon(\varphi)$ 为公式(2-40)Dirac 函数, 其中, e_1, e_2 表达式为:

$$e_i(x) = \int K_\sigma(y-x) |I(y) - f_i(x)|^2 dy, \quad i = 1, 2 \quad (2-49)$$

综上所述, 就可以利用轮廓线附近的局部图像信息, 驱动曲线演化到达最终的目标区域的边界, 同时保证了轮廓线拓扑结构的平滑完整。

2.4 其它相关算法

2.4.1 高斯混合模型

使用机器学习聚类算法时, 通常把数据集分成三份, 分别是训练集、验证集和测试集。训练集用来构建机器学习模型, 验证集用于在构建过程中评估模型,

为模型提供无偏估计，进而调整模型超参数，测试集用来评估模型的性能。数据集的划分具有一定的标准，不同的划分方法对分类结果也会有一定的影响，常用的划分数数据集的方法有：留出法和交叉验证法。高斯分布(也称正态分布)是概率论中非常重要的一种分布类型，具有广泛的应用，单一变量的高斯分布如图 2-2 所示 μ 表示均值， σ 表示方差，由于图像特征的特殊性，无法将所有的特征均用同一个高斯分布去描述，因此，采用混合的高斯分布模型能够更加精准的描述图像的特征分布^[52]。

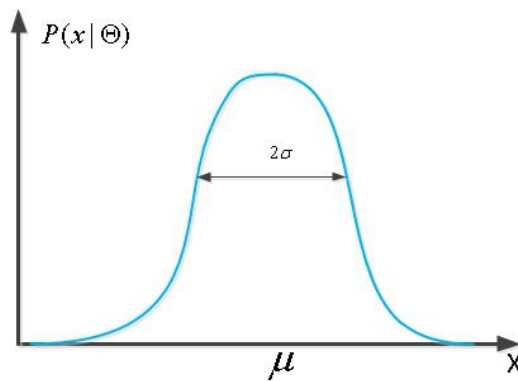


图 2-2 高斯分布示意图

图像中的每个像素抽取出来的特征向量都有不同的类别，隶属于不同的标签，例如，像素 x 属于目标区域，像素 y 属于背景区域，不同区域之间相互独立，区域内不同像素之间的特征向量也是相互独立，同一区域内的像素服从同一高斯分布，而该图像总的高斯分布是通过将所有区域的高斯分布进行加权组合得到的。

高斯混合模型图像分割的原理如下：图像的各个区域可用特征向量进行表示，例如图像纹理、像素点的灰度值等等，这些信息都能反映出图像中各个区域间的差异。假设图像某个区域为 k ，那么它就隶属于高斯混合模型中第 k 个高斯分量，当我们计算某个像素属于各个不同区域的概率，即可得到这些像素的分类，从而达到图像分割的目的。

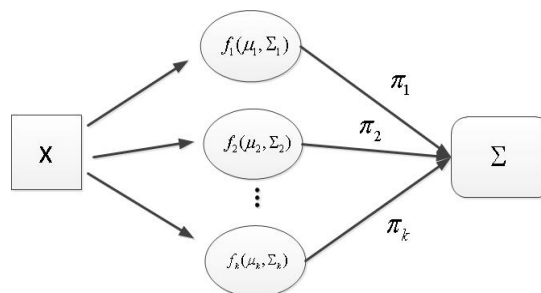


图 2-3 高斯混合模型示意图

如图 2-3 所示，第 i 个像素的观测值用 x_i 表示， K 个标记用 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots, \Omega_K$ 表示，对应的概率密度为 $P(x_i | \Theta_j) (j=1, 2, \dots, K)$ ，则它的函数为^[53]：

$$f(x_i | \Pi, \Theta) = \sum_{j=1}^K \pi_j P(x_i | \Theta_j) \quad (2-50)$$

像素集的模型是有限混合模型， π_j 为某像素属于标记 Ω_j 的先验概率， $\Pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_K\}$ ， $\Theta = \{\Theta_j, j=1, 2, \dots, K\}$ 表示所有的参数，先验概率满足条件：

$$0 \leq \pi_{ij} \leq 1, \sum_{j=1}^K \pi_{ij} = 1 \quad (2-51)$$

所有的子分布服从高斯分布，它所对应的就是高斯混合模型：

$$P(x_i | \Theta_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_j^2}} \exp\left(-\frac{(x_i - \mu_j)^2}{2\sigma_j^2}\right) \quad (2-52)$$

像素统计之间具有独立性，其中 $\Theta_j = \{\mu_j, \sigma_j\}$ ，像素集 $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 构成的联合条件密度为^[54]：

$$p(X | \Pi, \Theta) = \prod_{i=1}^N f(x_i | \Pi, \Theta) = \prod_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^K \pi_j P(x_i | \Theta_j) \right) \quad (2-53)$$

上述公式是 X 在参数 $\{\Pi, \Theta\}$ 似然函数，对(2-51)取对数可以得到对数似然函数：

$$L(\Theta, \Pi | X) = \sum_{i=1}^N \log \left(\sum_{j=1}^K \pi_j P(x_i | \Theta_j) \right) \quad (2-54)$$

这里 $\Theta = \{\Theta_j, j=1, 2, \dots, K\}$ 。对上述公式通过最大期望算法 (Expectation Maximization Algorithm, 以下简称 EM 算法)^[55]进行最大化似然估计，得到各个参数的值。EM 算法是求解高斯混合模型参数最常用的方法，采用 EM 算法可以求出高斯混合模型的参数最优解。EM 算法是由 E-step 和 M-step 两个部分构成。E-step 的作用是对当前未知的参数进行估值并且给当前的参数一个适当的估值，而 M-step 是对分布参数进行重新估值保证数据似然度达到最大。通过这些步骤，就可以得到函数中这些未知参数的估值。

公式中的未知参数以及未知变量，采用 $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_M, w_1, \dots, w_M\}$ 表示。 Θ^t 表示在第 t 次迭代后参数 Θ 的估值。在后续的 $t+1$ 次迭代中，先采用 E-step，通过下列公式计算出数据的对数似然值：

$$LL(\Theta, \Theta^t) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \{\log w_i p(x_j | \theta_i)\} p(i | x_j, \Theta^t) \quad (2-55)$$

其中， $p(i | x_j, \Theta^t)$ 表示像素 x_j 属于区域 i 后验概率值，该后验概率的计算公式如下：

$$p(i | x_j, \Theta^t) = \frac{w_i^t p(x_j | \theta_i^t)}{\sum_{m=1}^M w_m^t p(x_j | \theta_m^t)} \quad (2-56)$$

接下来, 采用 M-step 来估算 Θ^{t+1} 的分布参数, 为了能够不断迭代更新下列先验概率以及分布参数的值, 采用梯度下降理论来最大化公式(2-55)的值:

$$w_i^{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N p(i | x_j, \Theta^t) \quad (2-57)$$

$$\mu_i^{t+1} = \frac{\sum_{j=1}^N x_j p(i | x_j, \Theta^t)}{\sum_{j=1}^N p(i | x_j, \Theta^t)} \quad (2-58)$$

$$(\Sigma_i^{t+1})^2 = \frac{\sum_{j=1}^N x_j p(i | x_j, \Theta^t) (x_j - \mu_i^{t+1})(x_j - \mu_i^{t+1})^T}{\sum_{j=1}^N p(i | x_j, \Theta^t)} \quad (2-59)$$

通过 M-step 迭代更新得到的参数值直接传入到下一步的 E-step 中, 整个过程不断的迭代更新直到满足预先设定的终止条件为止。

总体来说, 高斯混合模型形式简单, 参数少, 计算复杂度也相对较小, 本文将其作为确定初始轮廓线的工具, 有效提高了分割精确度, 而且该方法适用于各种形状数据分布的划分, 对于划分目标区域来说具有非常大的优势。

2.4.2 K-Means 聚类算法

K-Means 聚类算法也是在图像分割领域常见的聚类算法, 该算法依据某一标准, 再学习过程中按照数据的特性, 将数据集分为不同类或者簇^[56], 该算法可用于图像分割。基本原理如下:

将数据集 $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 划分为 k 个分区, $k \leq n$, 每个分区表示一个类。每一个样本对象 x_i 对应一个分区, 每一个分区最少有一个样本, K-Means 算法的执行流程如下:

输入数据集 S , 将数据集 S 划分为 k 个类别, 在数据集 S 上随机初选 k 个样本对象, 将这些样本数据 $x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*$ 定义为簇中心。在图像分割中, 将图像像素划分为目标区域和背景区域两类, 因此, 这里 k 值设置为 2。

计算每一个样本 x_i 与 k 个簇中心的相似度, 找到与 x_i 样本相似度最高的聚类中心 x_m^* , 这个聚类中心定义为 m 簇。相似度的计算方法可采用余弦相似度来计算。

将上一步得到的同一类的所有样本计算均值, 得到新的簇中心。

根据公式(2-60)判断收敛的条件是否满足或者是否达到了迭代次数的限制, 如果还没有达到迭代次数上限, 则按照步骤(2)进入下一次循环, 如果达到迭代限制则结束循环, 输出分类结果。

经过上述算法流程后, 我们可以得到最终的分类结果 $C = \{C_1, C_2, C_3, \dots, C_k\}$, 以及对应的簇中心 $x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*$, 聚类结果评价以及迭代终止条件如公式(2-55), 如果聚类效果比较好, 那么 $E(C)$ 较小^[57]。

$$E(C) = \sum_{m=1}^k \sum_{x_i \in C_m} \sqrt{\|x_i - x_m^*\|^2} \quad (2-60)$$

K-Means 聚类算法是图像分割领域常用的聚类算法，它的主要优势在于计算思想简单，对含有噪声的图像同样能够保持较好的聚类效果，因此，将 K-Means 聚类算法作为初始目标区域的划分方法具有良好的效果。

2.4.3 LBP 算法

LBP(Local Binary Patterns)能够有效提取图像的特征，算法的主要思想是：在二维图像中，存在一个 3×3 矩阵，将矩阵中心像素点的灰度均值作为参考值，周围的八个像素点的灰度值与该值进行比较，如果灰度值比中心点的大，则标价为 1，否则标记为 0^[58]。如下图所示。

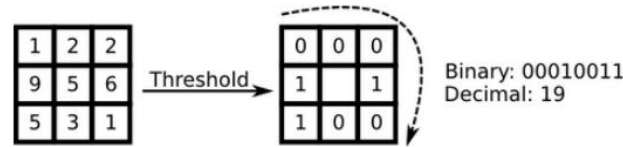


图 2-4 LBP 算法示意图

公式表示如下：

$$LBP(x_c, y_c) = \sum_{p=0}^{p-1} 2^p s(i_p - i_c) \quad (2-61)$$

其中， (x_c, y_c) 表示 3×3 矩阵的中心，该像素点的灰度值为 i_c ，它周围像素点的灰度值为 i_p ，我们定义符号函数 $s(x)$ 如下：

$$s(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (2-62)$$

本文采用了 LBP 算法的思想，充分考虑轮廓曲线邻域的灰度值分布，对能量项动态调参，在模型中将全局信息和局部信息进行了有效的结合^[59]。

2.5 本章小结

本章主要介绍了在二维平面图像中曲线是如何演化以及曲线演化过程中存在的参数化问题，详细介绍了水平集理论的主要思想和水平集函数的数值求解过程，总结了结合水平集理论三个经典活动轮廓模型：Mumford-Shah 模型、Chan-Vese 模型、RSF 模型，最后介绍了与本文模型相关的其它算法和模型：高斯混合模型、K-Means 算法、LBP 算法。

第 3 章 基于高斯混合模型与 CV 水平集的图像分割模型

基于水平集理论的图像分割模型对初始轮廓线非常敏感，从图 3-1 中可以看到，不同的初始轮廓线会产生不同的分割结果，合适的初始轮廓线能够精准的找到目标区域，而初始轮廓线位置不佳则可能会导致分割曲线的最终位置与真实目标区域存在较大偏差。因此，克服初始轮廓线敏感问题至关重要。为了克服初始轮廓线对图像分割的影响以及在模型中引入图像灰度均值信息，将高斯混合模型与基于水平集理论 CV 模型相结合，提出 Gaussian Mixture Model Chan-Vese Image Segmentation Model(以下简称 GMMCV 模型)。GMMCV 模型采用高斯混合模型确定图像初始目标区域以及背景区域，区域边界可看做模型初始轮廓线。另外，为了能够在模型中引入初始目标区域以及初始背景区域的灰度均值信息，GMMCV 模型充分利用水平集理论的图像分割模型具有信息包容性的优势，将灰度均值信息融入到图像分割模型的能量函数中，其中，灰度均值包括初始目标区域以及初始背景区域灰度均值。这两个灰度均值构造出新的能量项加入到传统的 CV 模型中，优化传统的 CV 模型，共同演化分割曲线达到最终的目标区域。

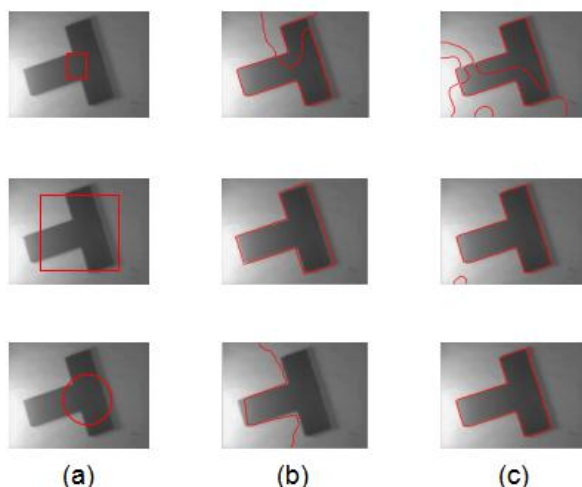


图 3-1 不同初始轮廓线下的分割结果对比：(a)不同初始轮廓线 (b)传统 CV 模型的分割结果(c)LBF 模型的分割结果

3.1 模型框架

本章提出了基于高斯混合模型与 CV 水平集理论的图像分割模型：为了能够克服初始轮廓线敏感问题，引入高斯混合模型对输入图像像素进行划分，划分出图像初始目标区域和背景区域的大致范围；将输入的彩色图片进行灰度化处理，灰度化算法采用加权均值法，灰度化处理后的图像数据维度低、运算简单；将高斯混合模型确定的区域映射到灰度图，划分出灰度图中对应的区域，求轮廓线内的区域以及轮廓线外的区域的灰度均值；将两个区域的灰度均值引入 CV 模型中构造

出新的能量项演化曲线，得到最终的图像分割结果。模型框架如图 3-2 所示。主要步骤如下：

1. 模型输入：输入待处理的图像；
2. 初始区域划分：利用高斯混合模型对图像像素进行划分，确定图像初始目标区域以及初始背景区域；
3. 图像灰度化：如果输入的图像是彩色图像，则对输入的图像进行灰度化处理，灰度化算法采用加权均值法，否则则跳过这一步；
4. 曲线演化：将划分后的初始区域信息与灰度图结合，在灰度图中找到与区域划分后图像对应位置的初始目标区域与背景区域，两个区域的边界作为初始轮廓线，对轮廓线内部区域的所有灰度值求平均值，对轮廓线外部区域的所有灰度值求平均值，再将上述两个灰度均值信息融入到传统 CV 水平集模型构造出新的能量项，两个区域的灰度均值也随着曲线的演化共同迭代，达到更加精准的分割效果；
5. 模型输出：输出图像分割结果。

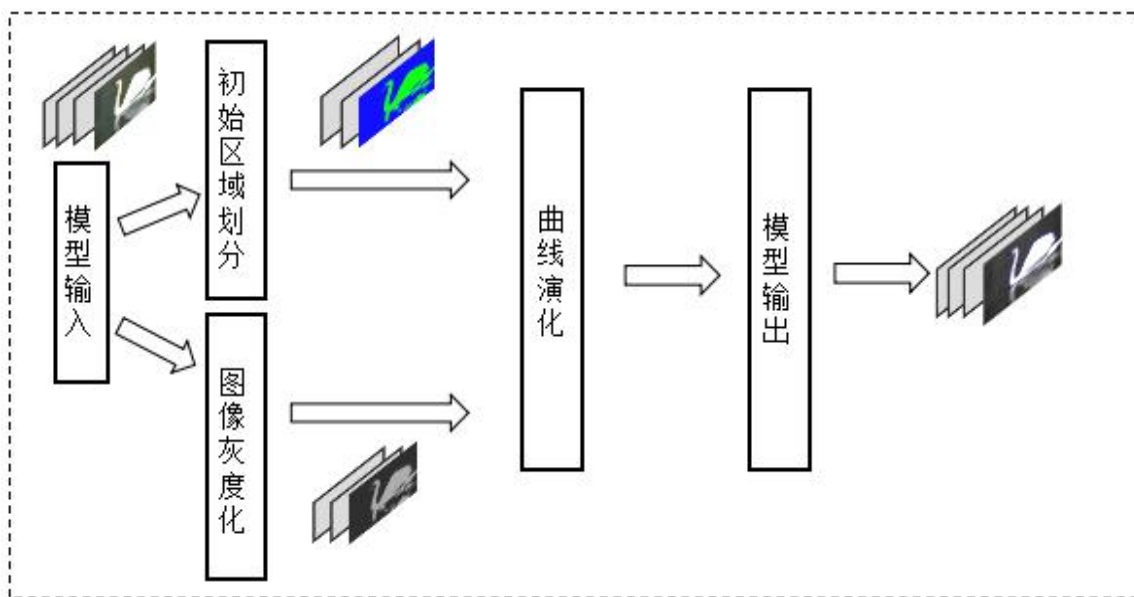


图 3-2 基于高斯混合模型与 CV 水平集理论的图像分割模型(GMMCV 模型)

3.2 初始区域划分

高斯混合模型是一种聚类算法，可有效应用于图像中像素的划分，通过对像素的划分，可以确定初始的目标区域以及背景区域的大致范围，而且高斯混合模型对各种形状分布的数据都具有良好的聚类效果，可适用于划分各种形状的目标区域。

初始区域包括图像初始目标区域以及初始背景区域。采用高斯混合模型对图

像进行像素划分，初步确定图像目标区域以及背景区域的大致范围，由于划分区域个数为 2，因此将像素类别数目设置为 2，遍历所有像素将图像中所有像素的彩色值转化为 EM 算法即最大期望算法(Expectation Maximization Algorithm)所需的样本数据，用 EM 算法进行训练得到像素划分的结果即该像素的标签，最后再次遍历图像中所有的像素，当该像素属于背景区域时赋予背景区域的彩色值，若该像素属于目标区域时，赋予该像素目标区域的彩色值。从图 3-3 中可以看到，图像的目标区域已经初步显现，两个区域的边界可以作为初始轮廓线，为模型后续的处理操作做好了铺垫。

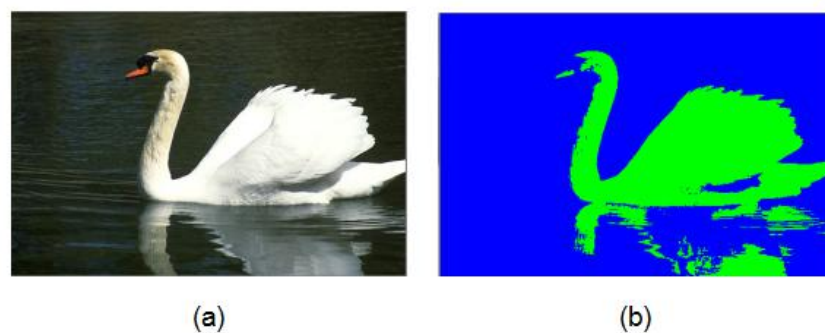


图 3-3 高斯混合模型确定目标区域

3.3 图像灰度化

CV 水平集理论演化曲线与图像的色彩无关，可以将输入的彩色图像进行灰度化处理，转化为灰度图像能够有效降低输入图像数据的维度，减小计算复杂度，如果输入的图像非彩色图像，则可以跳过此步骤。转化方式采用加权均值法，即对每个像素的 R、G、B 三个分量分配不同的权重求得平均值作为的灰度值，参考肉眼对不同颜色的敏感度不同，采用计算公式 $Gray(i, j) = 0.299 * R(i, j) + 0.578 * G(i, j) + 0.114 * B(i, j)$ 得到转化后的灰度值。图 3-4 展示了原始彩色图像经灰度化处理后的灰度图。



图 3-4 原始图像与灰度化处理后的图像

3.4 曲线演化

3.4.1 初始轮廓线确定

通过图 3-1 对初始轮廓线展示，我们已经看到初始轮廓线对实验结果至关重要，为了有效克服初始轮廓线的敏感问题，将上述实验步骤得到的初始目标区域和初始背景区域保留下来，在灰度图中找到对应的位置划分出初始的目标区域和背景区域，两者边界线即为初始轮廓线。通过这样方式得到的初始轮廓线，相比于手工绘制初始轮廓线，更加贴合目标区域，曲线的拓扑形态更加自然，在批量分割图像时，也更加高效。

3.4.2 结合区域平均灰度值的 CV 模型

高斯混合模型对图像像素划分后的结果，如图 3-3 所示，得到该结果后，在灰度图中找到对应的区域划分出初始目标区域和初始背景区域。将初始的目标区域计算灰度均值 $\overline{\mu_{inside}}$ ，再找到对应的背景区域计算灰度均值 $\overline{\mu_{outside}}$ ，公式如下：

$$\overline{\mu_{inside}} = \frac{\sum p_i}{\text{Count}(N_{inside})}, \overline{\mu_{outside}} = \frac{\sum p_i}{\text{Count}(N_{outside})} \quad (3-1)$$

其中， $\sum p_i$ 表示目标区域内部像素点的灰度值总和， $\text{Count}(N_{inside})$ 表示目标区域内部像素值的个数， $\sum p_i$ 表示背景区域内部像素点的灰度值总和， $\text{Count}(N_{outside})$ 表示背景区域像素点的个数。之后，我们将这两个数值融入到 CV 模型中得到新的能量泛函公式：

$$\begin{aligned} E^{GMMC'}(\phi, c_1, c_2, \overline{\mu_{inside}}, \overline{\mu_{outside}}) = & \omega_1(\lambda_1 \int_{\Omega} (I(x, y) - \overline{\mu_{inside}})^2 H(\phi) dx dy + \\ & \lambda_2 \int_{\Omega} (I(x, y) - \overline{\mu_{outside}})^2 (1 - H(\phi)) dx dy) + \omega_2(\lambda_1 \int_{\Omega} (I(x, y) - c_1)^2 H(\phi) dx dy + \\ & \lambda_2 \int_{\Omega} (I(x, y) - c_2)^2 (1 - H(\phi)) dx dy) \end{aligned} \quad (3-2)$$

上述公式中， ϕ 表示水平集函数， c_1 和 c_2 分别表示曲线内部和外部的灰度值， $I(x, y)$ 表示像素点在坐标 (x, y) 的灰度值，为了能够平衡目标区域、背景区域能量项和曲线轮廓内部、外部区域能量项在函数中的权重，我们加入了权重参数 w_1, w_2 ，两个参数的数值均为 0.5，公式中 λ_1, λ_2 均取值为 1， $H(z)$ 表示 Heaviside 函数，定义如下：

$$H(z) = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ 1 & z \geq 0 \end{cases} \quad (3-3)$$

因为 Heaviside 函数特殊性，没有具体的函数表达式，引入水平集函数后，选取 Heaviside 函数表达式如下：

$$H_{\varepsilon}(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \right] \quad (3-4)$$

3.4.3 能量泛函求解

为了保证曲线在演化过程中的稳定，防止水平集函数在曲线演化过程中与符号距离函数偏差越来越大，我们在能量泛函公式加入正则项：

$$p(\phi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \phi(x)| - 1)^2 dx \quad (3-5)$$

同时，为了保证曲线在演化过程中拓扑结构的平滑自然加入长度惩罚项：

$$L(\phi) = \int_{\Omega} \delta_{\varepsilon}(\phi) |\nabla \phi| dx \quad (3-6)$$

得到最终的能量泛函公式为：

$$E(\phi) = E^{GMMC} + \nu L(\phi) + \mu p(\phi) \quad (3-7)$$

通过变分法以及标准梯度下降流法，可进一步得到水平集函数对时间 t 的求导函数：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & \delta_{\varepsilon}(\phi) [\omega_1 (-\lambda_1 (I - \overline{\mu_{inside}})^2 + \lambda_2 (I - \overline{\mu_{outside}})^2) + \omega_2 (-\lambda_1 (I - c_1)^2 + \lambda_2 (I - c_2)^2)] - \\ & \nu \delta_{\varepsilon}(\phi) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \mu (\nabla^2 \phi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right)) \end{aligned} \quad (3-8)$$

其中， c_1, c_2 为积分灰度值由公式(2-29)，(2-30)计算得到， δ_{ε} 为 Dirac 函数^[51]，公式如下：

$$\delta_{\varepsilon}(x) = H'_{\varepsilon}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + x^2} \quad (3-9)$$

图像是离散化网格类型的数据，为了能够准确对水平集函数进行数值求解，需要对水平集函数进行离散化处理，采用的主要方法是有限差分法，假设时间间隔为 Δt ，空间间隔为 h ，将上述公式中所有的空间导数采用中心有限差分进行离散，时间导数采用正向差分进行离散。水平集函数按照下述公式进行迭代：

$$\frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} = L(\phi_{i,j}^n) \quad (3-10)$$

其中， $L(\phi_{i,j}^n)$ 表示在时间上对水平集函数数值的逼近，上述公式在数值等价于公式(3-2)，根据有限差分法，可得到数值求解为：

$$\begin{aligned}
\frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} = & w_1 \delta_\varepsilon(\phi_{i,j}^n) \left[\frac{\mu}{h^2} \Delta_-^x \left(\frac{\Delta_+^x \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_+^x \phi_{i,j}^{n+1})/h^2 + (\phi_{i,j+1}^n - \phi_{i,j-1}^n)/h^2}} \right) + \right. \\
& \frac{\mu}{h^2} \Delta_-^y \left(\frac{\Delta_+^y \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_+^y \phi_{i,j}^{n+1})/h^2 + (\phi_{i,j+1}^n - \phi_{i,j-1}^n)/h^2}} \right) - \lambda_1 (I_{i,j} - \overline{\mu_{inside}})^2 + \lambda_2 (I_{i,j} - \overline{\mu_{outside}})^2 \Big] + \\
& w_2 \delta_\varepsilon(\phi_{i,j}^n) \left[\frac{\mu}{h^2} \Delta_-^x \left(\frac{\Delta_+^x \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_+^x \phi_{i,j}^{n+1})/h^2 + (\phi_{i,j+1}^n - \phi_{i,j-1}^n)/h^2}} \right) + \right. \\
& \frac{\mu}{h^2} \Delta_-^y \left(\frac{\Delta_+^y \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_+^y \phi_{i,j}^{n+1})/h^2 + (\phi_{i,j+1}^n - \phi_{i,j-1}^n)/h^2}} \right) - \lambda_1 (I_{i,j} - c_1(\phi^n))^2 + \lambda_2 (I_{i,j} - c_2(\phi^n))^2 \Big] + \\
& \mu \delta_\varepsilon(\phi_{i,j}^n) k + v(\phi_{i+1,j}^n + \phi_{i-1,j}^n + \phi_{i,j+1}^n + \phi_{i,j-1}^n - \Delta \phi_{i,j}^n - k)
\end{aligned} \tag{3-11}$$

在上述公式中，根据中心二阶差分法可以得到水平集曲率 k ， Δ_+ ， Δ_- 表示向前、向后差分算子：

$$k = \text{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \tag{3-12}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_-^x \phi_{i,j} &= \phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}, & \Delta_+^x \phi_{i,j} &= \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}, \\
\Delta_-^y \phi_{i,j} &= \phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}, & \Delta_+^y \phi_{i,j} &= \phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}
\end{aligned} \tag{3-13}$$

3.5 算法流程

GMMCV 模型主要步骤如下：首先采用高斯混合模型对图像像素进行划分，确定初始目标区域以及背景区域。然后，对输入的彩色图像进行灰度化处理，若输入的图像非彩色图像则跳过此步骤。根据高斯混合模型得到的初始目标区域以及初始背景区域，在灰度图中找到对应的位置，将灰度图划分出目标区域以及背景区域，区域分界线即为初始轮廓线。计算灰度图中相应区域的灰度平均值并将两个区域的灰度平均值作为先验信息放入模型中。通过改进的 CV 模型演化曲线，最后输出图像分割的结果。具体算法流程如表 3-1 所示。

表 3-1 GMMCV 图像分割算法

GMMCV 图像分割算法

输入:

输入图像 I

过程:

#####高斯混合模型确定初始区域#####

1: 初始化分类数目 k 以及各个分模型参数 π, μ, Σ

2: EM 算法迭代计算, 求得各个参数直至收敛

3: 对像素点标记颜色, 得到聚类结果 U

#####图像灰度化#####

4: 若输入图像为彩色图, 对图像 I 采用加权均值法转化为灰度图, 若输入图像非彩色图, 则跳过此步骤

#####改进 CV 水平集模型演化轮廓线#####

5: 设定初始参数值 μ, ν

6: 根据聚类结果得到灰度图中的初始区域并对水平集函数初始化 φ_0

7: 根据灰度图中对应的初始目标区域和背景区域, 依据(3-1)计算 $\overline{\mu_{inside}}$ 和 $\overline{\mu_{outside}}$ 的值

8: 依据水平集演化的离散化偏微分方程, 更新水平集函数 φ

9: 判断是否满足收敛条件 $|\varphi_{n+1} - \varphi_n| \leq T$, T 取 0.01, 否则返回步骤 7

输出: 图像分割结果

3.6 实验

3.6.1 实验环境和实验数据

实验硬件环境为 Intel(R) Core(TM) CPU I5-3370 @1.80GHz(2 核) CPU、12GB RAM;软件环境为: Windows 7 旗舰版操作系统、Matlab 2014a 、Opencv 3.1.0。实验参数若无特殊说明选取如下: Heaviside 函数和 Dirac 函数中 ε 为 1.0, 时间步长取 0.01, ν 取 $0.002 \times 255 \times 255$, μ 取 1.0。

实验数据: 采用 Berkely Computer Vision Group 提供的数据集 BSDS500^[12], 该数据集主要用于图像分割或者轮廓检测方面的研究, 包含 200 张训练图片, 200 张测试图片, 100 张验证图片, 数据集真实的目标区域由人工进行标注, 包括轮廓信息和分割信息, 数据集中的图像类型属于自然场景图像。

3.6.2 评价指标

为了能够客观、准确地展示GMMCV模型的实验结果, 本章采用行业公认的评价指标DSC(dice similarity coefficient)和JS(jaccard similarity)^[60]对图像分割模型的实验结果进行展示, 评价指标如下:

$$DSC = \frac{2 \cdot N(S_g \cap S_m)}{N(S_g) + N(S_m)} \quad (3-14)$$

$$JS = \frac{N(S_g \cap S_m)}{N(S_g \cup S_m)} \quad (3-15)$$

其中, S_g 表示模型的分割结果, S_m 表示数据集真实结果, $N(\cdot)$ 表示区域内包含的像素点个数, DSC和JS两个指标越接近于1, 说明模型分割的结果与真实结果越接近, 分割准确度越高。另外, 为了能够更加直观地看到图像分割的实验结果, 采用图片展示的方法将GMMCV模型与其它对比模型得到的图像分割实验结果展示出来。

3.6.3 实验内容

GMMCV 模型引入了目标区域和背景区域灰度均值, 对传统基于水平集理论的 CV 图像分割模型进行了改进, 为了验证本章模型对图像分割的实验效果, 采用了 BSDS500 自然场景数据集进行对比实验, 对比模型采用行业内经典的水平集理论图像分割模型以及近年来较为优秀的水平集理论图像分割模型, 包括:

传统 CV 模型^[32]: 传统 CV 模型是水平集理论图像分割模型中的经典模型, 该模型假设图像不同区域是灰度均匀的, 曲线的演化主要根据图像的全局信息;

LBF 模型^[33]、RSF 模型^[34]: LBF、RSF 两个模型是由 Li 等人提出的基于图像局部信息的分割模型, 该类模型假设图像在足够小的区域内灰度均匀, 曲线演化依赖于图像的局部信息;

LIF 模型^[35]: LIF 模型是由 zhang 等人提出的模型, 采用局部拟合函数近似的逼近待分割图像;

TPFP 模型^[40]: TFPF 模型是由 Ali 等人提出的模型, 将单项水平集函数扩展为多项水平集函数, 并采用基于全局的交互模型提高对图像的分割精度。

3.6.4 实验结果

本章模型与上述对比模型在公开数据集 BSDS500 上进行对比实验。实验中, RSF 模型参数设置: $\nu = 0.02 \times 255 \times 255$, $\sigma = 8$, LIF 模型参数设置: $\nu = 0.007 \times 255 \times 255$ 。实验结果如下:

图 3-5 展示各个模型图像分割的结果, 可以直观看到图像分割结果优劣。表 3-2 为各个模型图像分割的数据结果, 采用 DSC、JS 和标准差进行展示, DSC 与 JS 的值取各个模型对所有图片实验结果的平均值。

从表 3-2 中可以看出, GMMCV 模型的 DSC 与 JS 数值最高, 表明本章所提出的模型实验效果最好, 相比于其它水平集图像分割模型来说, 分割准确度更高。另外, GMMCV 模型的标准差相较于其它模型而言是最小的, 这也反映出 GMMCV 模型的实验结果非常稳定。而传统 CV 模型仅考虑图像全局信息, 模型的分割准确度相对较低; LBF 模型、RSF 模型更依赖于图像局部信息, 分割准确度较低; TFPF、

LIF 是近年来提出的较为优秀的模型，但依然存在初始轮廓线问题，分割准确度仍有待提高。

从图 3-5 中，可以看到最右侧图像场景简单，背景区域色彩单一，各个模型分割的效果都不错，而自然图像的场景比较复杂，背景区域有很多干扰因素，例如草原、湖面波纹，从图中可以看到其它基于水平集理论的模型分割容易受到图像中无关因素的干扰，实验结果欠佳，而且，这些模型对初始轮廓线敏感，如果初始轮廓线选取不当，对实验结果造成很大影响。

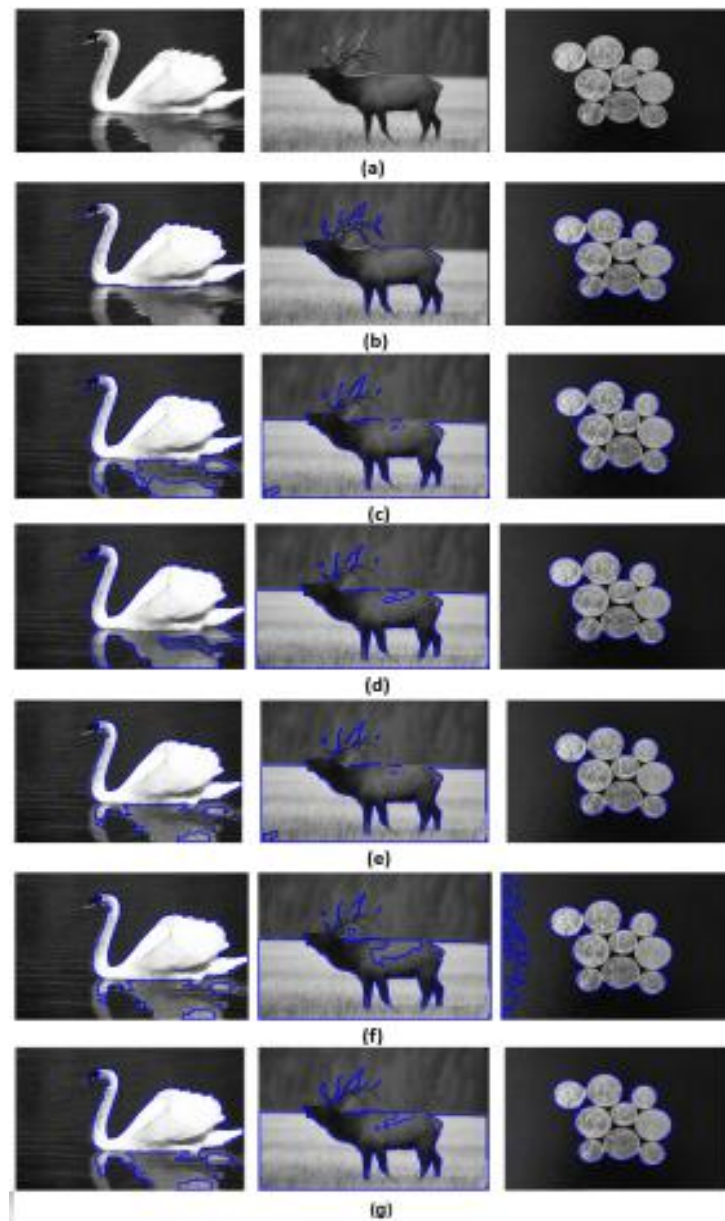


图 3-5 对比实验结果：(a)原始图像, (b)本章模型, (c)LIF 模型, (d)LBF 模型, (e)RSF 模型, (f)TFPF 模型, (g)CV 模型

总之，本章模型演化曲线至目标区域更加贴合真实的目标区域，图 3-5 和表 3-2 的实验结果充分说明本章模型确定初始目标区域和背景区域以及在 CV 能量函数中引入灰度平均值都发挥了作用，提高了图像分割的准确度。

表 3-2 BSDS500 数据集上的实验结果

Method	DSC	标准差	JS	标准差
本章模型	0.9429	0.0677	0.9378	0.0625
LIF	0.8824	0.1871	0.8726	0.1795
LBF	0.8553	0.2019	0.8477	0.1977
RSF	0.8621	0.1720	0.8423	0.1801
TPFP	0.9074	0.1285	0.8895	0.1423
CV	0.7598	0.2499	0.7096	0.2698

3.7 本章小结

针对水平集理论图像分割模型对初始轮廓线敏感的问题，本章提出了基于高斯混合模型与 CV 水平集理论的图像分割模型即 GMMCV 图像分割模型。为了能够找到合适的初始轮廓线，本章模型采用高斯混合模型对初始目标区域和背景区域进行划分，排除了复杂背景因素的干扰，确定了初始轮廓线，为模型后续的步骤做好铺垫，另外，为了能够将初始目标区域和初始背景区域的灰度平均值引入模型中，采用对这两个区域进行灰度值求平均的方法构造新的能量项引入到模型。最后将 GMMCV 模型与其它基于水平集理论的相关模型在 BSDS500 数据集上进行了对比实验，通过实验结果可以看出，GMMCV 模型的分割结果与其它模型相比更加准确，高斯混合模型对像素的划分有助于确定合适的初始轮廓线，有效克服了初始轮廓线敏感问题。引入区域平均灰度值构造新的能量项，也充分发挥了水平集理论信息包容性的特点，提高了模型分割的精度。

第 4 章 自适应 RSF-CV 图像分割模型

基于水平集理论的图像分割模型对图像中的噪声较为敏感，因为图像噪声会减小图像信息的完整性，降低图像分割的准确度，尤其是 RSF、LBF 等模型受到噪声的影响更为严重，因为该类模型是基于图像局部信息的分割模型，噪声的存在会使曲线演化发生错乱。另外，灰度不均匀因素也是影响水平集理论图像分割模型准确度的因素，灰度不均匀会使轮廓线误认为达到了目标区域而停止演化，造成模型分割不准确。

为了有效克服噪声和灰度不均匀问题，本章提出自适应 RSF-CV 图像分割模型，采用 K-Means 聚类算法对图像像素进行划分，充分考虑像素周围的邻域信息，有效提高模型的抗噪声性。采用 CV 能量项与 RSF 能量项相结合的方式，充分考虑图像的全局信息和局部信息，减小图像灰度不均匀因素带来的影响，并采用权重系数自适应调整两个能量项的比重。除此之外，将聚类算法得到的簇中心作为灰度均值引入能量函数中，进一步提高图像分割的准确度。

4.1 模型框架

本章提出基于 K-Means 聚类算法、RSF 模型和 CV 模型的自适应 RSF-CV 图像分割模型：如果输入的图像为彩色图像则转化为灰度图，否则跳过此步骤；之后采用 K-Means 聚类算法对灰度图进行像素划分，划分区域的个数设置为 2，得到初始目标区域、初始背景区域以及两个区域的簇中心；然后，根据得到的初始目标区域和背景区域映射到之前的灰度图，找到相应的位置划分出该灰度图初始目标区域和背景区域，区域的边界即为初始轮廓线；初始轮廓线确定之后，将簇中心作为灰度均值引入能量函数中，能量函数结合 RSF 能量项与 CV 能量项，并且对这两个能量项赋予权重系数；在曲线演化的过程中，当前目标区域的灰度均值与背景区域的灰度平均值都会随着曲线演化迭代，并且能量项的权重系数会根据像素点与周围像素点的灰度差值进行调整。主要步骤如下：

1. 模型输入：输入待处理的图像；
2. 图像灰度化：若输入图像是彩色图，则进行灰度化处理，灰度化算法采用加权均值法，否则跳过这一步；
3. 初始区域划分：将灰度图通过 K-Means 聚类算法进行像素划分，得到初始目标区域和背景区域以及两个区域的簇中心，将簇中心保留作为两个区域的灰度均值；
4. 自适应曲线演化：根据上一步划分好的初始目标区域与初始背景区域，在之前的灰度图中找到对应位置划分出目标区域以及背景区域，区域边界即为初始

轮廓线。将上一步的簇中心作为灰度均值加入到模型中，借鉴 LBP 算法思想，根据像素点与周围像素差值动态调整能量项权重，达到在背景区域以 CV 能量项演化为主、在接近目标区域以 RSF 能量项演化为主的目的，直至曲线演化至真正的目标区域；

5. 模型输出：输出图像分割的结果。

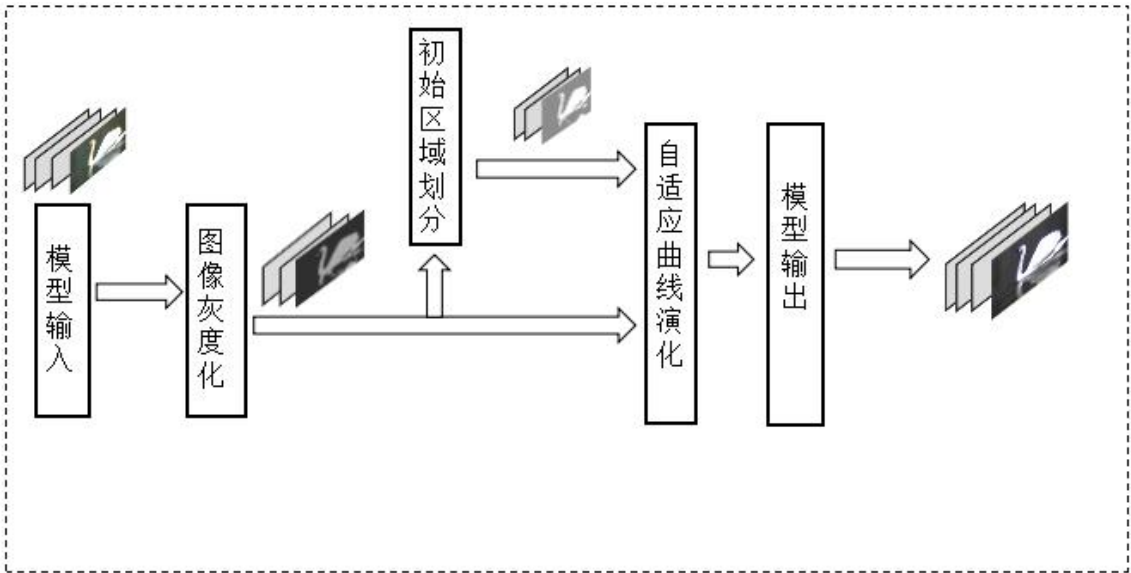


图 4-1 自适应 RSF-CV 图像分割模型

4.2 图像灰度化

考虑到模型后续的处理过程对图像色彩信息没有要求，而且，灰度图与彩色图像相比，数据维度小，能够有效降低计算复杂度，因此，模型首先对输入的彩色图像进行灰度化处理，若输入的图像非彩色图，则跳过此步骤。彩色图像灰度化算法采用加权均值法，即根据肉眼对不同颜色敏感度不同，采用 $Gray(i,j)=0.299*R(i,j)+0.578*G(i,j)+0.114*B(i,j)$ 对每个像素的 R、G、B 三个分量进行加权平均。

4.3 初始区域划分

在设备采集图像以及图像传播的过程中，图像难免会产生一些噪声，这些噪声会对图像分割带来很大的影响，通过观察含有噪声的图片可以发现这些噪声的特点是分布非常均匀，不会出现某一局部区域出现大面积噪声，而另一部分没有任何噪声的现象。K-Means 聚类算法能够有效结合像素周围邻域信息，不会受到某一个噪声点的影响而造成像素划分不准确。因此，采用 K-Means 聚类算法在处理含有噪声图像具有更好的效果。综合以上分析，自适应 RSF-CV 模型采用该聚类算法划分图像像素，将待分割的图像区域分为初始目标区域和初始背景区域，

之后将聚类算法得到的簇中心 $\overline{\mu_{inside}}$ 和 $\overline{\mu_{outside}}$ 保留下来，作为初始目标区域以及初始背景区域的灰度均值加入到水平集能量泛函中。

采用 K-Means 聚类算法对灰度图进行像素划分的步骤如下：设置划分区域的数目为 2，随机初始化 K-Means 簇中心，将其它像素作为样本计算簇中心与这些像素样本的相似度，相似度高的归为一类，再计算同一类的像素点得到新的簇中心，接着进行下一轮迭代，直至满足迭代次数或者满足样本与簇中心相似度条件为止。K-Means 聚类算法得到的结果如图 4-2 所示。可以看到，通过 K-Means 算法聚类处理之后，图像初始目标区域的大致轮廓能够显现出来，目标区域与背景区域的边界即为曲线演化需要的初始轮廓线，这样的轮廓线是面向目标区域绘制的，更加的具有针对性，相比于手工绘制的初始轮廓线，例如一些矩形或者圆形之类的轮廓线更加自然，这就为后续的曲线演化至真实目标区域打下了很好的基础。



图 4-2 划分示例：(a)原始图像，(b)划分后的初始目标区域和初始背景区域

另外，K-Means 聚类算法可直接得到初始目标区域以及初始背景区域的簇中心，将这两个簇中心保留下来，作为初始目标区域以及初始背景区域的灰度均值，放到下一步实验操作中。

4.4 曲线演化

4.4.1 初始轮廓线确定

根据上一步得到初始目标区域以及初始背景区域，在灰度图中，找到对应的区域划分出灰度图中的初始目标区域以及背景区域，两个区域的边界即为初始轮廓线。

4.4.2 能量函数介绍

初始轮廓线确定之后，轮廓线通过能量函数进行演化。传统的 CV 水平集图像分割模型及其相关模型假设图像不同区域的灰度值都是均匀的，只考虑图像的全

局信息，容易受到灰度不均匀因素的影响，造成图像分割不准确。而 RSF 图像分割模型及其相关模型假设图像在局部区域灰度均匀，仅考虑图像的局部信息，容易受到噪声影响陷入局部极小值。本小节介绍的能量函数将这两个能量项结合，充分考虑了图像全局信息和局部信息，降低灰度不均匀、噪声等因素的影响，并充分利用聚类算法得到的簇中心作为灰度均值，融入到能量函数中，进一步提高图像分割的准确度。

经过聚类算法划分图像像素之后，可以得到簇中心 $\mu_{1KMeans}$ 和 $\mu_{2KMeans}$ ，将其引入到 2.3.3 小节介绍的 RSF 模型，得到改进的 RSF 模型能量函数如下：

$$\varepsilon_x^{Fit}(C, \mu_{1KMeans}, \mu_{2KMeans}) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int_{\Omega_i} K(x-y) |I(y) - \mu_{iKMeans}|^2 dy \quad (4-1)$$

上述公式中的参数，可参考 2.3.3 小节介绍，新引入的灰度均值采用聚类算法得到的初始化簇中心，在之后的迭代过程中，我们依然采用对目标区域内部和外部求取灰度平均值的方法进行计算：

$$\overline{\mu_i} = \frac{\sum_{\Omega_i} P_i}{Count(\Omega_i)} \quad (4-2)$$

其中， $\overline{\mu_i}$ 表示区域的平均灰度值，下标 1 为目标区域、下标 2 为背景区域， $Count(\Omega_i)$ 表示当前该区域像素点的个数， P_i 为当前该区域像素点的灰度值。得到后续的能量函数如下：

$$\varepsilon_x^{Fit}(C, \overline{\mu_1}, \overline{\mu_2}) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int_{\Omega_i} K(x-y) |I(y) - \overline{\mu_i}|^2 dy \quad (4-3)$$

目前模型只考虑了图像局部信息，计算复杂，迭代缓慢，并且容易在分割时陷入局部极小值，因此我们再引入 3.2 小节提出 CV 能量项来克服这个问题，能量函数如下：

$$\varepsilon^{RSF-CV} = \alpha \varepsilon_x^{Fit}(C, \mu_{1KMeans}, \mu_{2KMeans}) + \beta \varepsilon_x^{CV}(C, c_1, c_2) \quad (4-4)$$

在上述公式中，引入了 α 和 β 对各个能量项进行权重分配，这两个权重参数的大小采用自适应动态调参的方式进行调整。

4.4.3 自适应动态调参

为了能够充分考虑图像的全局信息和局部信息，在能量函数中，引入了两个不同的能量项并为两个能量项赋予权重系数，其中 CV 能量项更多考虑图像全局信息，另一个 RSF 能量项更多考虑图像局部信息，而随着曲线不断演化至目标区域，两个能量项在函数中的权重也应当做出相应调整，通过这样的方式达到自适应的目的，因此，为了能够提高图像分割精度，我们需要调整二者的权重。

调整的方式借鉴了 2.4.3 小节介绍的 LBP 算法的思想，首先定义如下公式：

$$N_\alpha = \text{Count}(|P(i, j) - P(x_0, y_0)| > |\bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1|) \quad \alpha = \frac{N_\alpha}{N} \quad \beta = 1 - \alpha \quad (4-5)$$

其中, $P(i, j)$ 表示像素 (x_0, y_0) 周围的 8 个像素点的灰度值, $P(x_0, y_0)$ 为中心像素点的灰度值, $|\bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1|$ 表示当前背景区域和目标区域的灰度均值差, N 的值为 8。可以看出, 当 α 值较大时, 周围像素点的灰度值差异较大, 比背景区域和目标区域平均灰度值的差值还要大, 该区域像素点的位置可能接近真实的目标区域, 在权重分配上, 应当更多考虑图像的局部信息, 能量函数以 RSF 能量项为主, 而 α 值较小时, β 值较大, 表明像素点的位置可能处在背景区域, 不需要过多的考虑局部信息, 在权重分配上, 能量函数应当以 CV 能量项为主。通过这样的方式, 就可以根据像素周围的信息达到自适应调整能量权重的目的。

4.4.4 能量泛函求解

我们将水平集函数 ϕ 引入上述能量公式中, 构造能量泛函, 同时, 为防止曲线演化过程中的不稳定, 加入符号距离项和长度惩罚项, 公式如(3-5), (3-4)所示, 能量泛函如下:

$$\begin{aligned} E^{RSF-CV} = & \alpha \left(\sum_{i=1}^2 \lambda_i \left(\int_{\Omega_i} K_\sigma |u(x, y) - \mu_{iKMeans}|^2 M_i^\varepsilon(\phi(x, y)) dx dy \right) + \right. \\ & \left. \beta \left(\sum_{i=1}^2 \lambda_i \int_{\Omega_i} |u(x, y) - c_i|^2 M_i^\varepsilon(\phi(x, y)) dx dy \right) + \nu L(\phi) + \mu P(\phi) \right) \end{aligned} \quad (4-6)$$

其中, $M_1^\varepsilon(\phi) = H_\varepsilon(\phi)$, $M_2^\varepsilon = 1 - H_\varepsilon(\phi)$, λ_i 的值为 1, Heaviside 函数与第三章介绍的 Heaviside 函数保持一样。 c_i 的值为曲线内部区域和外部区域积分灰度值, 由公式(2-29), (2-30)计算得到, $u(x, y)$ 表示图像中某点的灰度值, K_σ 为 RSF 模型高斯核函数, 如(2-38)所示, α 和 β 为 RSF 模型与 CV 模型的权重系数。通过变分法以及标准梯度下降流法, 可进一步得到水平集函数对时间 t 的求导函数:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & -\delta_\varepsilon(\phi) (\alpha (\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2) + \beta (\lambda_1 (u(x, y) - c_1)^2 - \lambda_2 (u(x, y) - c_2)^2) + \\ & \nu \delta_\varepsilon(\phi) \text{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \mu (\nabla^2 \phi - \text{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right)) \end{aligned} \quad (4-7)$$

其中, $\delta_\varepsilon(\phi)$ 表示 Dirac 函数与第三章介绍的 Dirac 函数保持一样, $e_i(x) = \int_{\Omega_i} K_\sigma |u(x, y) - \bar{u}_i|^2 dx dy$ 由于图像是离散化二维网格数据, 为了能够准确对水平集函数进行数值求解, 依然采用上一章介绍的有限差分法进行计算。

4.5 算法流程

自适应 RSF-CV 图像分割模型流程如下: 首先对输入的彩色图像采用加权均值法进行灰度化处理, 如果输入图像为非彩色图像, 则跳过此步骤; 之后通过

K-Means 聚类算法对灰度图进行像素划分，划分出图像的初始目标区域以及初始背景区域，并保留聚类算法得到的两个簇中心；然后，根据聚类算法得到初始区域，在上一步得到的灰度图中找到对应位置划分出初始目标区域和背景区域，两个区域的边界为初始轮廓线；引入簇中心作为灰度均值构造新的能量项，并结合 RSF 模型和 CV 模型构造全新的能量函数演化曲线；演化过程中，充分考虑像素周围的邻域信息自适应调整不同能量项的权重系数使曲线演化至真实的目标区域，最后，将图像分割的结果输出。算法流程如表 4-1 所示。

表 4-1 自适应 RSF-CV 图像分割算法

自适应 RSF-CV 图像分割算法
输入： 输入图像 I
过程： #####K-Means 聚类算法确定初始轮廓线##### 1: 对彩色图像进行灰度化处理，得到灰度图 U_0 ，若输入图像非彩色，则跳过此步骤 2: 对 U_0 初始化分类数目 k ，随机选取 k 个簇中心 3: FOR TRUE DO 4: 计算样本与簇中心相似度，得到最高相似度进行归类 5: 对同一类计算均值，得到新的簇中心 6: IF 公式(2-55) < 阈值 7: BREAK 8: END FOR 9: 返回聚类结果 U_1 #####RSF-CV 水平集模型演化轮廓线##### 10: 设定初始参数值 μ, ν, σ 11: 根据初始区域 U_1 ，在 U_0 中找到对应位置划分出初始区域。 12: 根据聚类结果将簇中心引入函数，进行水平集函数初始化 φ_0 13: 依据(3-1)迭代更新 $\overline{\mu_{inside}}$ 和 $\overline{\mu_{outside}}$ 的值，若流程为第一次迭代，则跳过该步骤 14: 依据水平集演化的离散化偏微分方程公式，更新水平集函数 φ 15: 判断是否满足 $\varphi_{t+1} - \varphi_t \leq 0.01$ 或者迭代次数等于 500 次，若满足退出，否则返回步骤 13 输出： 图像分割结果

4.6 实验

4.6.1 实验环境与实验数据

实验硬件环境：Intel(R) Core(TM) CPU I5-3370 @1.80GHz(2 核) CPU、12GB RAM;实验软件环境：Windows 7 旗舰版操作系统、Matlab 2014a 、Opencv 3.1.0。实验参数若无特殊说明选取如下：Heaviside 函数和 Dirac 函数中 ε 为 1.0，时间步长取 0.01， ν 取 $0.002*255*255$ ， μ 取 1.0， σ 取值为 3。

实验数据：实验数据集采用自然场景数据集 BSDS500 数据集、医学数据集核

磁共振血管图以及行业内常用的灰度不均匀图像。

4.6.2 评价指标

为了能够客观准确地验证自适应 RSF-CV 图像分割模型的有效性，采用 DSC(dice similarity coefficient)和 JS(jaccard similarity)^[60]两个评价指标：

$$DSC = \frac{2 \cdot N(S_g \cap S_m)}{N(S_g) + N(S_m)} \quad (4-8)$$

$$JS = \frac{N(S_g \cap S_m)}{N(S_g \cup S_m)} \quad (4-9)$$

其中， S_g 表示模型的分割结果， S_m 表示数据集真实结果， $N(\cdot)$ 表示区域内包含的像素点个数，DSC 和 JS 两个指标越接近于 1，说明模型分割的结果与真实结果越接近，分割越精确。另外，为了能够更直观的看到各个模型的图像分割结果，采用图片的方式将实验结果展示出来。

4.6.3 实验一：对比实验

实验内容：为了验证自适应 RSF-CV 图像分割模型的准确性，采用 BSDS500 自然场景数据集以及核磁共振血管数据集进行对比实验，模型参数设置与 3.5.3 小节相同。对比模型采用行业内经典的水平集理论图像分割模型以及近年来较为优秀的水平集理论图像分割模型，包括：

传统 CV 模型^[32]：传统 CV 模型是水平集理论图像分割模型中的经典模型，该模型假设图像不同区域是灰度均匀的，曲线的演化主要根据图像的全局信息；

RSF 模型^[34]、LBF 模型^[33]：LBF、RSF 两个模型是由 Li 等人提出的基于图像局部信息的分割模型，该类模型假设图像在足够小的区域内灰度均匀，曲线演化依赖于图像的局部信息；

LIF 模型^[35]：LIF 模型是由 zhang 等人提出，采用局部拟合函数近似的逼近待分割图像；

LGDF 模型^[36]：LGDF 模型由 wang 等人提出，将图像的局部灰度值用高斯分布函数表示出来，改进了水平集函数；

Split Bregman 模型^[42]：Split Bregman 模型利用局部高斯混合模型以及 Split Bregman 理论对曲线进行演化提高图像分割的精度；

GLR 模型^[61]：GLR 模型通过引入全局、局部能量项以及曲线正则项优化水平集函数。

实验的结果通过 DSC、JS 以及标准差进行数据对比以及通过分割轮廓线结果展示进行图片对比。

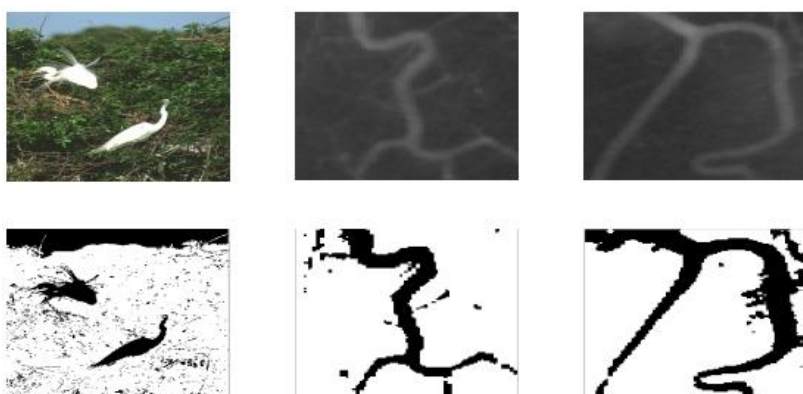


图 4-3 确定初始目标区域和初始背景区域

实验结果: 图 4-3 为聚类算法在自然场景图片以及核磁共振血管图片划分的初始目标区域和初始背景区域; 图 4-4 展示了自适应 RSF-CV 模型及其它基于水平集理论模型的图像分割结果, 图 4-4 (a) 为自然场景图像, 自然场景图像的背景区域较为复杂, 图 4-4 (b)、(c) 为医学图像, 场景较为简单, 目标区域与背景区域界线较为分明, 但是该类图像灰度不均匀; 表 4-2 展示了各个模型在 BSDS500 数据集上的实验数据结果。

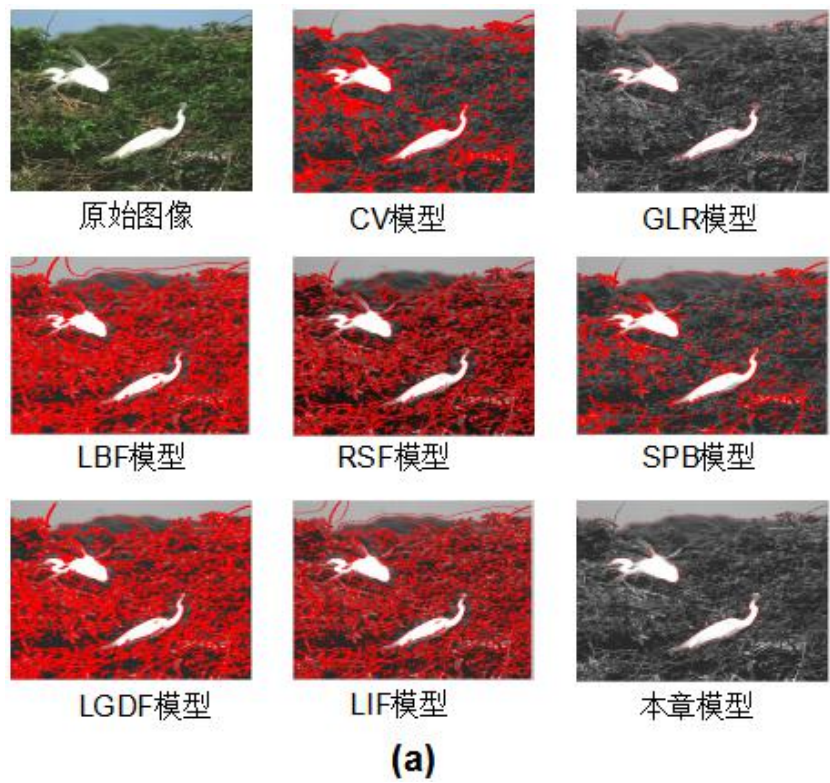
根据表 4-2, 可以看到自适应 RSF-CV 模型的 DSC 和 JS 数值相比其它模型更高, 充分说明本章模型的分割准确度是最高的, 并且标准差最小, 也清晰地反映出本章模型分割结果非常稳定。

从图 4-3 可以看到聚类算法在划分目标区域时充分发挥了作用, 图中黑色的区域为目标区域、白色部分为背景区域。可以看到确定的初始目标区域更加贴合真实目标区域, 相比于其它模型, 通过这样的划分方式, 能够确定出更为合适的初始轮廓线, 有效克服初始轮廓线敏感问题。

通过图 4-4 也可以看到, 自适应 RSF-CV 图像分割模型在处理自然场景图片以及医学图片时, 轮廓线均能准确找到目标区域。LBF、RSF 模型仅依赖图像局部信息, 在处理背景区域复杂的自然场景图片时, 出现了分割曲线错乱的情况。CV 模型更加注重全局信息, 在处理医学图像时, 由于灰度不均匀因素导致分割结果不够准确。

综上所述, 本章提出的自适应 RSF-CV 模型充分发挥图像全局和局部信息相结合的优势, 有效克服灰度不均匀以及复杂背景因素的影响, 自适应调参的优化也进一步提高了图像分割的准确度。另外, 聚类算法划分区域的方式既确定出合适的初始轮廓线, 提高了图像分割的准确度, 也避免了通过手动调整初始轮廓线这样繁琐的实验步骤, 提高了实验效率。

表 4-2 对比实验结果				
Method	DSC	标准差	JS	标准差
本章模型	0.9474	0.0625	0.9239	0.0864
RSF	0.8621	0.1720	0.8423	0.1801
LIF	0.8824	0.1871	0.8726	0.1795
LBF	0.8553	0.2019	0.8477	0.1977
CV	0.7598	0.2499	0.7096	0.2698
GLR	0.8979	0.0977	0.8799	0.1179
SPB	0.8729	0.1034	0.8698	0.0920
LGDF	0.7933	0.1834	0.7632	0.1210



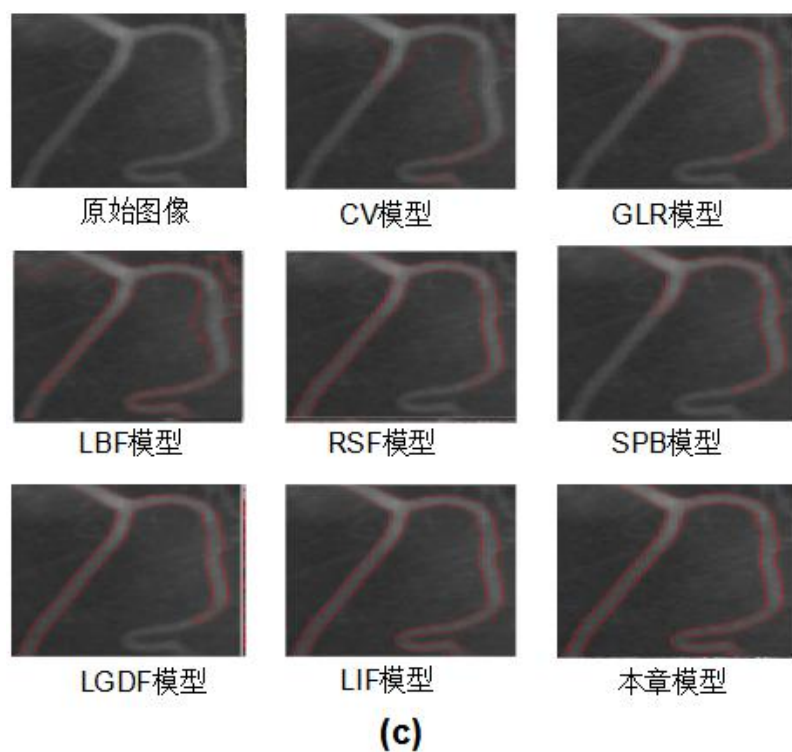
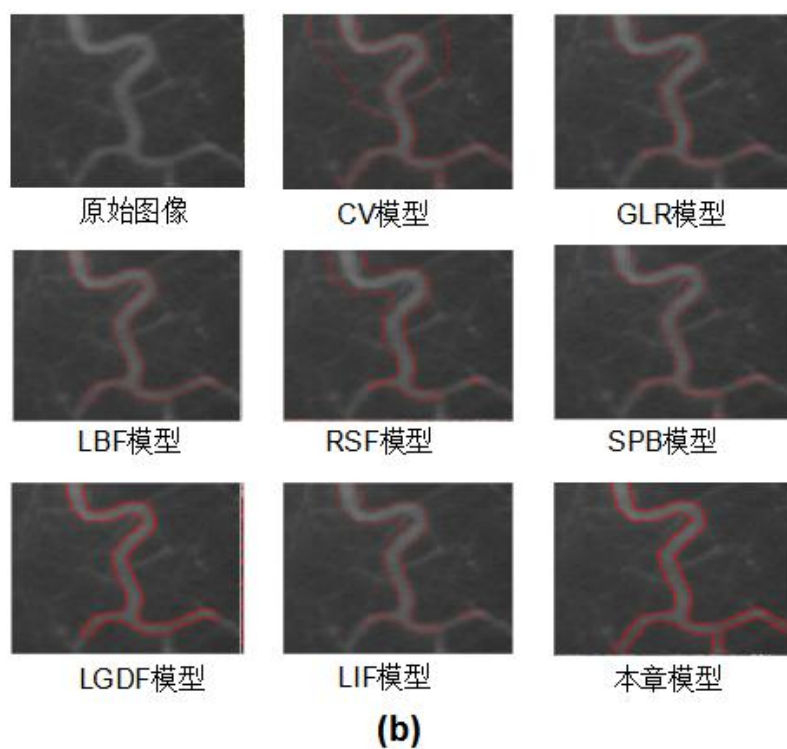


图 4-4(a) 自然场景分割结果, (b) 核磁共振血管分割结果, (c) 核磁共振血管分割结果,

4.6.4 实验二：噪声图像与灰度不均匀图像对比实验

实验内容：为了验证自适应 RSF-CV 模型的抗躁性，本实验采用 BSDS500 自然场景数据集以及核磁共振血管数据集进行对比，并在数据集中加入噪声。另外，

为了测试自适应 RSF-CV 模型对灰度不均匀图像的分割效果，实验中采用了行业内常用的灰度不均匀图像数据进行对比。实验中对比的模型采用抗躁性较强的模型、基于图像局部信息的模型和基于图像全局信息的模型，包括：

TPFP 模型^[40]：TPFP 模型是由 Ali 等人提出的模型，将单项水平集函数扩展为多项水平集函数，并采用基于全局的交互模型提高对图像的分割精度。

GLR 模型^[61]：GLR 模型通过引入全局、局部能量项以及曲线正则项优化水平集函数；

RSF 模型^[34]、LBF 模型^[33]：LBF、RSF 两个模型是由 Li 等人提出的基于图像局部信息的分割模型，该类模型假设图像在足够小的区域内灰度均匀，曲线演化依赖于图像的局部信息；

CV 模型^[32]：传统 CV 模型是水平集理论图像分割模型中的经典模型，该模型假设图像不同区域是灰度均匀的，曲线的演化主要根据图像的全局信息。

GMMCV 模型：本文第三章提出的 GMMCV 模型，采用高斯混合模型进行初始区域的划分，并引入区域灰度平均值优化传统 CV 能量函数。。

实验结果：图 4-5 展示聚类算法对加入了噪声的自然场景图片以及核磁共振血管图片进行初始区域划分后的实验结果。图 4-6 展示各个模型对加入噪声后的图像数据集进行分割后的对比实验结果，其中图 4-6(a)为自然场景图像，图 4-6(b)、(c)为医学图像。图 4-7 为各个模型在含噪声的 BSDS500 数据集上评价指标对比结果。图 4-8 展示各个模型在灰度不均匀图像上的分割结果。

图 4-7 通过 DSC、JS 等评价指标客观准确地反映了各个模型在含噪声图片的实验结果，可以看到噪声的存在确实降低了图像分割的准确度，各个模型的评价指标相对于无噪声的图片实验结果均有所下降。但通过模型之间的评价指标对比可以发现自适应 RSF-CV 模型的 DSC 与 JS 均高于其它模型，充分说明了本章模型相对于其它模型实验结果更佳，更具有抗躁性。另外，自适应 RSF-CV 模型的标准差最小也表明本章模型的分割结果最为稳定。

根据图 4-6 对比实验结果也可以直观的看到自适应 RSF-CV 模型的轮廓线相比于其它模型来说更加贴近真实目标区域，从图中也可以看到 RSF 模型依赖图像的局部信息，若局部信息的干扰因素较大，例如出现噪声这样的情况，就会严重降低图像分割的准确度，而 CV 模型以图像全局信息为主，受到噪声影响相对较小。除此之外，上一章提出的 GMMCV 模型在聚类算法的帮助下规避了图像背景区域复杂信息的干扰，但其抗躁性较弱，因此在处理噪声图像上也出现了分割曲线错乱的情况。

根据图 4-5 可以看到聚类算法对于确定初始目标区域起到一定的辅助作用，从图中可以看出，噪声对于划分的效果造成了一定的干扰，影响整个目标区域的轮

廓完整性，但聚类算法对于目标区域以及背景区域的大致范围能够确定出来，这样的初始轮廓线相较于手动绘制或随机生成的初始轮廓线而言，更加贴近于目标区域，这样的划分处理对后续的实验步骤做了很好的铺垫。

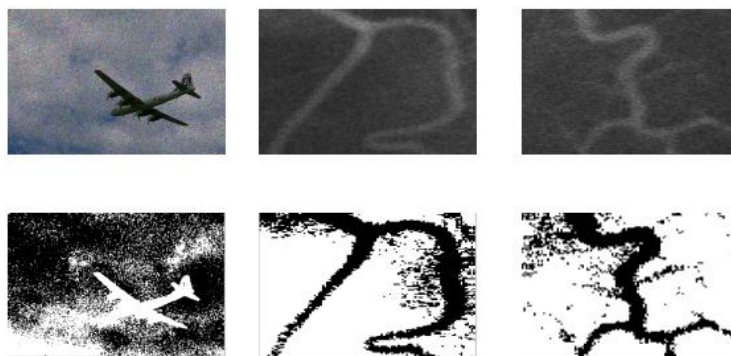


图 4-5 K-Means 聚类算法划分噪声图像目标区域和背景区域

最后，图 4-8 展示各个模型对灰度不均匀图像的实验结果，从图 4-8 中可以看到，原始图像一些区域亮度较大、一些区域亮度较小，这也是图像处理中由于光照等原因产生的比较常见灰度不均匀现象。CV 模型的分割结果受到灰度不均匀影响较大，主要原因在于 CV 模型以全局信息为主，默认整个图像背景区域以及目标区域灰度各自都是均匀的。RSF 模型和 LBF 模型均为基于水平集理论的图像分割模型主要依据图像局部信息演化分割曲线，受到灰度不均匀因素影响较小，但是这两种模型都过度依赖初始轮廓线，如果初始轮廓线选取不当，就会造成分割不准确。根据图 4-8 最后一列可以看到，本章提出的自适应 RSF-CV 模型实验结果相比于其它模型更为准确。图像的全局信息与局部信息相互结合，以及通过自适应权重系数调参控制曲线演化，均对提高图像分割的准确度起到了至关重要的作用。同时，聚类算法对像素进行划分，也克服了初始轮廓线带来的问题。

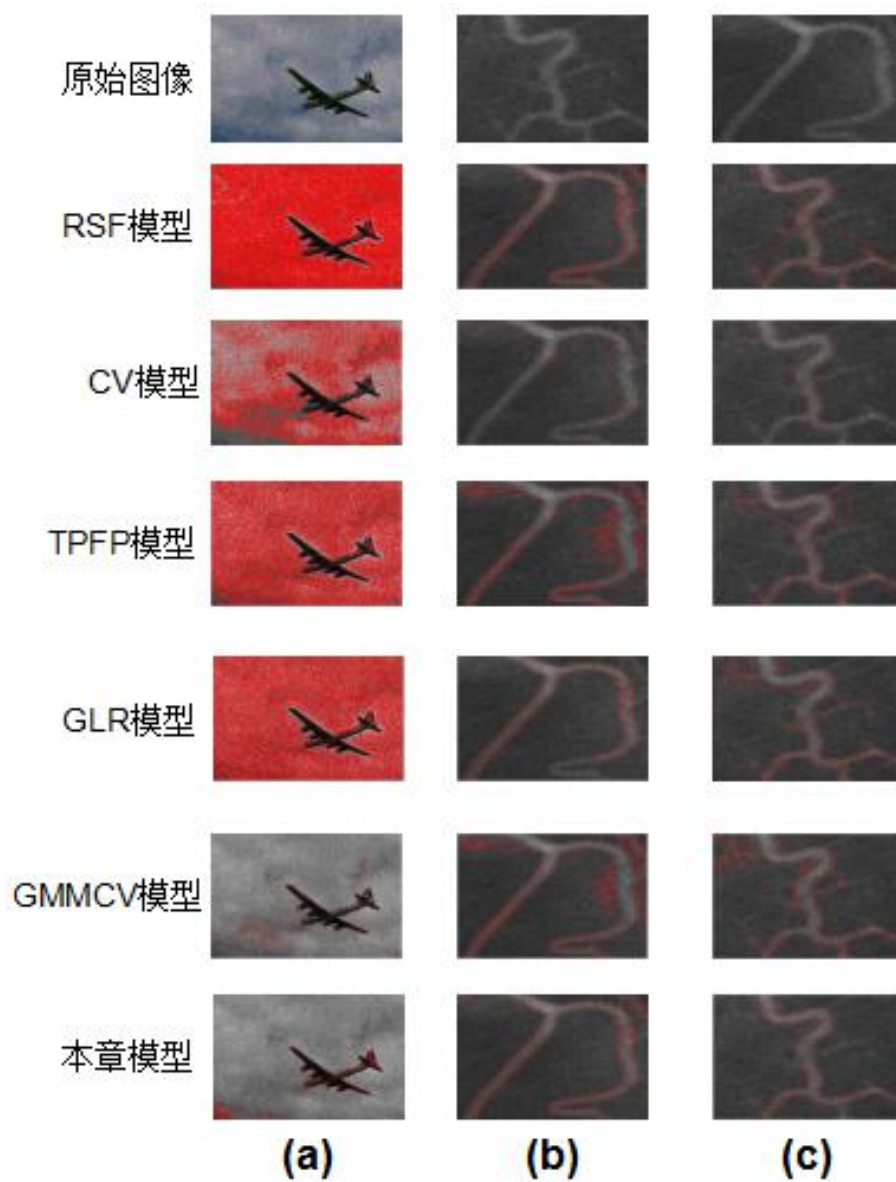


图 4-6 噪声图像对比实验结果

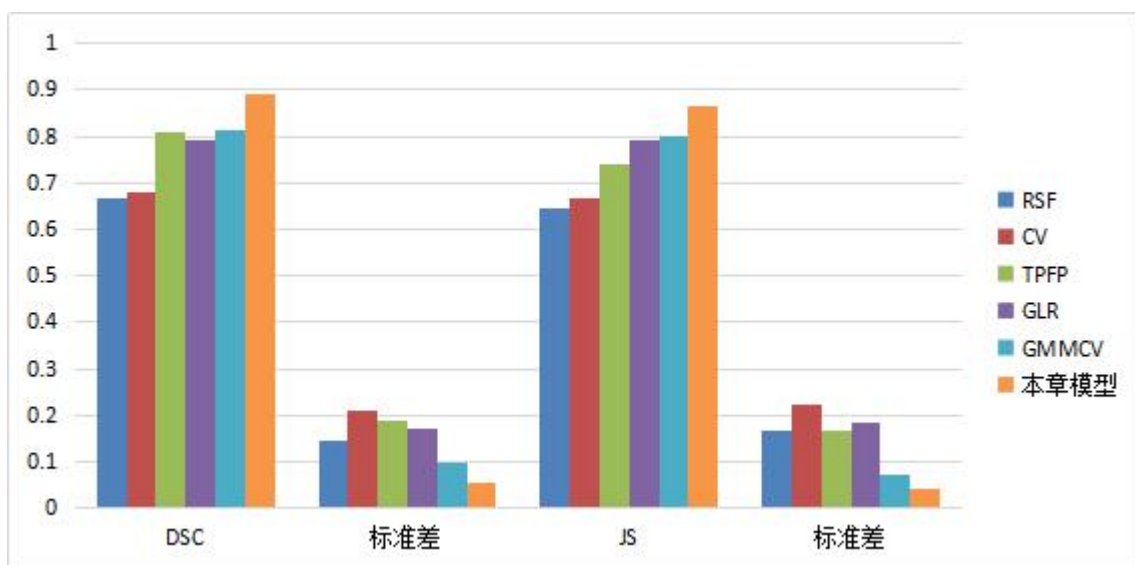


图 4-7 加噪声的 BSDS500 自然场景数据集对比实验结果

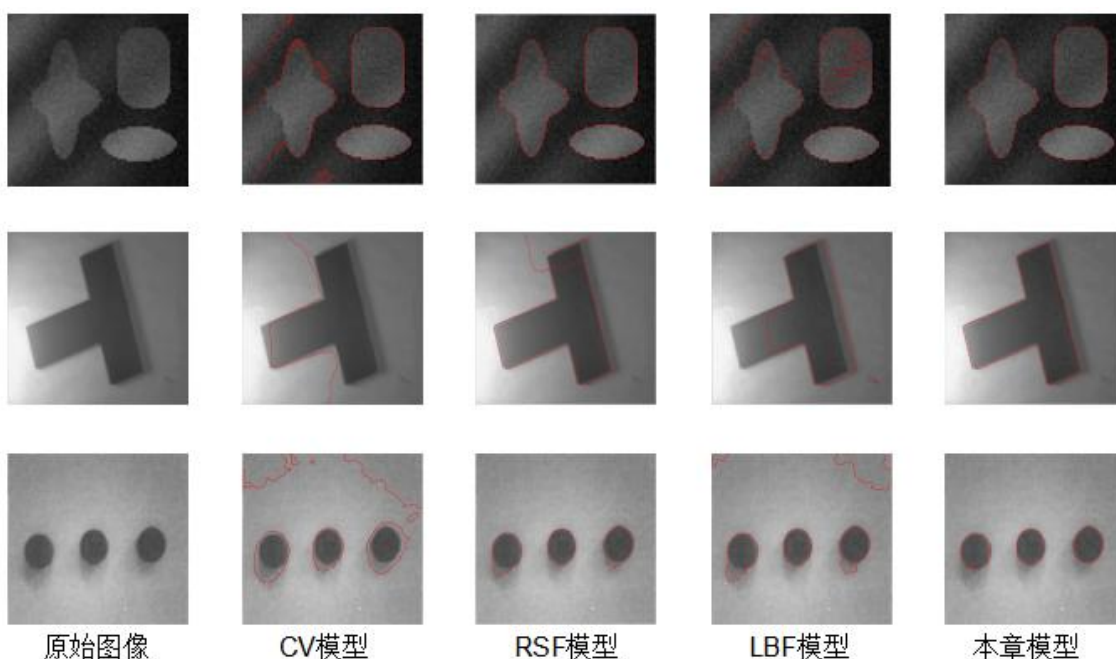


图 4-8 灰度不均匀图像分割结果

4.7 本章小结

本章主要针对图像的噪声问题以及灰度不均匀问题，提出了基于 K-Means 聚类算法、CV 模型和 RSF 模型的图像分割模型即自适应 RSF-CV 图像分割模型。为了有效克服噪声对图像分割的影响，本章模型利用 K-Means 聚类算法参考像素邻域信息的优势，采用该算法进行图像像素的划分，确定初始目标区域和背景区域。为了有效克服灰度不均匀因素对图像分割的影响，采用 RSF 模型与 CV 模型相结合的方式，充分考虑图像局部信息与全局信息，有效规避了上述问题，并且引入

自适应权重调参的方式，根据像素的邻域信息改变各个能量项的权重。另外，将聚类算法的簇中心也引入到分割模型中，进一步提高模型分割的准确度。实验中采用了 BSDS500 图像数据集、加入噪声的 BSDS500 图像数据集、核磁共振血管图像和灰度不均匀图像，对比了行业内多个经典的水平集理论模型以及近年来提出优秀的水平集理论图像分割模型。实验结果显示，本章模型在抗躁性方面相较于其它模型有了显著提高，在处理灰度不均匀图像以及噪声图像的实验结果也比其它模型更好，评价指标也显示了本章模型相较于其它模型在 BSDS500 数据集上的表现更加优异。

第 5 章 总结与展望

5.1 总结

近年来,随着计算机硬件水平的提高、互联网技术的蓬勃发展,图像日益成为了人类社会不可或缺的信息载体,发展高端的图像处理技术的需求日益增长,各类图像处理的算法层出不穷。基于水平集理论的图像分割模型作为图像分割领域的一个研究方向,长久以来都是研究的热点。通过水平集理论演化曲线这样天才般的构想,有效解决了曲线演化完全依赖繁琐复杂的参数计算的难题。本文在科研前辈们研究成果的基础上提出了一些改进,现总结工作如下:

(1) 为了有效克服水平集理论的图像分割模型对初始轮廓线敏感问题,本文采用聚类算法对图像像素进行划分,图像区域可通过聚类算法分为初始目标区域和初始背景区域,然后在输入图像的灰度图中,找到对应的区域划分出灰度图的初始目标区域和背景区域,两个区域的边界即为初始轮廓线。从实验结果中可以看出,聚类算法在克服初始轮廓线问题上具有较好的效果,相比手动绘制轮廓线或者随机生成的初始轮廓线,通过聚类算法得到初始轮廓线更加快捷方便,更加贴近真实目标区域。另外,聚类算法对含噪声图像同样具有较好的实验效果,更加有利于模型对含有噪声图像的分割。

(2) 由于水平集方法具有良好的信息包容性,本文所提到的两个模型都引入了聚类算法得到的先验信息。在第三章介绍的GMMCV模型中,将初始目标区域以及背景区域的灰度值加和求平均引入到CV模型中进行改进,并随着轮廓线的演化不断迭代灰度均值,以达到更加精准的分割目的。在第四章介绍的自适应RSF-CV图像分割模型中,将聚类算法得到的簇中心作为目标区域和背景区域的灰度均值放入模型中,相较于之前的求和平均算法而言,效果更加优异。

(3) 针对CV模型灰度不均匀问题以及RSF模型的局部极小值问题,自适应RSF-CV图像分割模型将图像全局信息与局部信息结合起来,有效克服了只考虑单一图像信息的不足,并且通过权重系数调整能量项也使得分割结果更加精准。通过实验结果,可以看到自适应RSF-CV图像分割模型对图像信息复杂的自然场景图像分割结果相比其它模型更加优异,对灰度不均匀图像的分割结果也更加精确。

5.2 展望

总体来看,本文的工作在提高图像分割精确度方面取得了一定成效,但依然存在一些值得进一步探索的地方,未来的研究工作可以从以下几点进行改进:

(1) 本文在确定初始目标区域和背景区域,采用了高斯混合模型以及 K-Means 聚类算法。在后续的研究工作中,可以尝试采用其它聚类方法甚至非聚类方法得

到先验信息。另外，也可以研究分析高斯混合模型和 K-Means 算法的一些改进算法，来验证其它聚类方法是否能够与水平集理论结合取得更好的实验效果。

(2) 由于有些图像目标区域与背景区域灰度差别较小，容易引起图像分割准确度降低，可以尝试采用一些图像增强方法对待分割的图像进行预处理，例如直方图均衡化方法，这样可以增加前景区域和背景区域的对比度。但也要考虑到对灰度不均匀图像，采用这样的预处理会加剧不均匀性，因此要做好权衡以及应对措施，这也是下一步工作的研究点。

(3) 目前人工神经网络、深度学习非常热门，这一类技术在学习过程中对参数调整非常精准，如果在设备允许的条件下可以尝试结合人工神经网络进行研究。本文模型在曲线演化过程中，采用 LBP 算法思想进行动态调参，形式上可能略显单薄，如果能够结合人工神经网络，根据轮廓线所处的图像区域进行调整，有可能会进一步优化模型，分割更加准确。

参考文献

- [1] Kurumisawa T. Image processing apparatus and method, and image processing program[J], 2018, 1(1): 65-70 Vol.1.
- [2] Farnaz Hoseini A S, Peyman Bayat. An Efficient Implementation of Deep Convolutional Neural Networks for MRI Segmentation[J]. Digital Imaging, 2018, 31(2): 738-747.
- [3] Lei Li P L C, Abdenour Hadid. Face recognition under spoofing attacks: countermeasures and research directions[J]. IET Biometrics, 2018, 7(1): 3-14.
- [4] Maya R Gupta N P J, Eric Garcia. OCR binarization and image pre-processing for searching historical documents[J]. Pattern Recognition, 2007, 40(2): 389-397.
- [5] Matthew T. Brodhead S Y K, Mandy J. Rispoli, Emma S. Sipila, M. Y. Savana Bak. A Pilot Evaluation of a Treatment Package to Teach Social Conversation via Video-Chat[J]. Autism and Developmental Disorders, 2019, 49(8): 3316-3327.
- [6] Lei Bi J K, Ashnil Kumar, Michael J Fulham, Dagan Feng. Stacked fully convolutional networks with multi-channel learning: application to medical image segmentation[J]. The Visual Computer, 2017, 33(6): 1061-1071.
- [7] 冈萨雷斯. 数字图像处理:MATLAB 版[M]. 电子工业出版社, 2011.
- [8] T a Scambos M D, Jeremy C Wilson, Robert Bindschadler. Application of image cross-correlation to the measurement of glacier velocity using satellite image data[J]. Remote Sensing of Environment, 1992, 42(3): 177-186.
- [9] Hao Sheng Y Z, Jiahui Chen, Zhang Xiong, Jun Zhang. Heterogeneous Association Graph Fusion for Target Association in Multiple Object Tracking[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2018, 29(11): 3269-3280.
- [10] I Cespedes J O. Reduction of Image Noise in Elastography[J]. Ultrasonic Imaging, 1993, 15(2): 89-102.
- [11] Ikuko Uwano K K, Fumio Yamashita, Jonathan Goodwin, Satomi Higuchi, Kenji Ito, Taisuke Harada, Akira Ogawa, Makoto Sasaki. Intensity inhomogeneity correction for magnetic resonance imaging of human brain at 7T[J]. Medical Physics, 2014, 41(2): 022302.
- [12] Pablo Arbelaez M M, Charless C Fowlkes, Jitendra Malik. Contour Detection and Hierarchical Image Segmentation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and

-
- Machine Intelligence, 2011, 33(5): 898-916.
- [13] Xiaojuan Chen D L. Medical Image Segmentation Based on Threshold SVM[C]. international conference on biomedical engineering and computer science, 2010: 1-3.
- [14] 江晓亮. 基于模糊聚类及活动轮廓模型的图像分割技术研究[D]. 西南交通大学, 2016.
- [15] 赵雪松 陈. 综合全局二值化与边缘检测的图像分割方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2001(2): 118-121.
- [16] 龙清. 图像边缘检测中的微分算子法及其比较[J]. 信息技术, 2011, 35(6): 98-101.
- [17] X. Yu, J. Yla-Jaaski. A new algorithm for image segmentation based on region growing and edge detection[C]. IEEE International Symposium On Circuits and Systems, 1991: 516-519.
- [18] 孙研. 基于智能优化算法的多阈值图像分割技术及其并行加速[D]. 南京理工大学, 2014.
- [19] 邓世伟, 袁保宗. 基于数学形态学的深度图像分割[J]. 电子学报, 1995(04): 6-9.
- [20] 杨治明, 王晓蓉, 彭军, 陈应祖. BP 人工神经网络在图像分割中的应用[J]. 计算机科学, 2007(03): 234-236.
- [21] Ballaarabe S, Gao X, Wang B, et al. A Fast and Robust Level Set Method for Image Segmentation Using Fuzzy Clustering and Lattice Boltzmann Method[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2013, 43(3): 910-920.
- [22] 刘志敏, 杨杰, 施鹏飞. 数学形态学的图象分割算法[J]. 计算机工程与科学, 1998(04): 23-29.
- [23] 罗红根, 朱利民, 丁汉. 基于主动轮廓模型和水平集方法的图像分割技术[J]. 中国图像图形学报, 2006(03): 301-309.
- [24] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D, et al. Snakes: Active Contour Models[J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4): 321-331.
- [25] 孙晓云, 王书朋, 郑棋. 参数轮廓模型的目标跟踪[J]. 西安科技大学学报. 2010, 30(01): 123-126.
- [26] Stanley Osher, Ronald Fedkiw. Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces[M]. Springer, 2004.
- [27] Caselles V, Catte F, Coll T, et al. A geometric model for active Contours in image processing[J]. Numerische Mathematik, 1993, 66(1): 1-31.

-
- [28] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G, et al. Geodesic active contours[C]. International Conference On Computer Vision, 1995, 22(1): 61-79.
- [29] Siddiqi K, Lauziere Y B, Tannenbaum A, et al. Area and length minimizing flows for shape segmentation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 433-443.
- [30] Liu W, Shang Y, Yang X, et al. Active contour model driven by local histogram fitting energy[J]. Pattern Recognition Letters, 2013, 34(6): 655-662.
- [31] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42(5): 577-685.
- [32] Chan T F, Vese L A. Active contours without edges[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277.
- [33] Li C, Kao C, Gore J C, et al. Implicit Active Contours Driven by Local Binary Fitting Energy[C]. Computer Vision And Pattern Recognition, 2007: 1-7.
- [34] Li C, Kao C, Gore J C, et al. Minimization of Region-Scalable Fitting Energy for Image Segmentation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(10): 1940-1949.
- [35] Zhang K, Song H, Zhang L, et al. Active contours driven by local image fitting energy[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(4): 1199-1206.
- [36] Wang H, Liu M. Active Contours Driven By Local Gaussian Distribution Fitting Energy Based On Local Entropy[J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2013, 27(06).
- [37] 袁建军. 基于偏微分方程图像分割技术的研究[D].重庆大学,2012.
- [38] 贾迪野,黄凤岗,文小芳.一种全局优化的水平集图像分割方法[J].中国图象图形学报,2005(01):25-30.
- [39] 王慧斌,高国伟,徐立中,文成林.基于纹理特征的多区域水平集图像分割方法[J].电子学报,2018,46(11):2588-2596.
- [40] Ali H, Rada L, Badshah N, et al. Image Segmentation for Intensity Inhomogeneity in Presence of High Noise[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2018, 27(8): 3729-3738.
- [41] Huang G, Ji H, Zhang W, et al. Adaptive multilayer level set method for segmenting images with intensity inhomogeneity[J]. Iet Image Processing, 2019, 13(10): 1714-1724.
- [42] Wang D. Efficient level-set segmentation model driven by the local GMM and split

-
- Bregman method[J]. *Iet Image Processing*, 2019, 13(5): 761-770.
- [43] Zhang W, Wang X, You W, et al. RESLS: Region and Edge Synergetic Level Set Framework for Image Segmentation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2020, 29(1): 57-71.
- [44] 原野. 基于区域的活动轮廓模型研究[D].重庆大学,2009.
- [45] 王芳梅,范虹,王凤妮.水平集在图像分割中的应用研究[J].*计算机应用研究*,2012,29(04):1207-1210.
- [46] 丁畅. 图像处理的偏微分方程方法研究[D].大连海事大学,2014.
- [47] Rai P K, Tripathi S. Gaussian process for estimating parameters of partial differential equations and its application to the Richards equation[J]. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 2019: 1629-1649.
- [48] Zhao K, Cheng W. On the vanishing contact structure for viscosity solutions of contact type Hamilton-Jacobi equations I: Cauchy problem.[J]. *arXiv: Analysis of PDEs*, 2018.
- [49] Chen L, Schaefer L. Godunov-type upwind flux schemes of the two-dimensional finite volume discrete Boltzmann method[J]. *Computers & Mathematics With Applications*, 2018, 75(9): 3105-3126.
- [50] Deng L, Vivone G, Guo W, et al. A Variational Pansharpening Approach Based on Reproducible Kernel Hilbert Space and Heaviside Function[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2018, 27(9): 4330-4344.
- [51] Pechentsov A S. Regularized Traces of the Airy Operator Perturbed by the Dirac Delta Function[J]. *Differential Equations*, 2019, 55(4): 483-489.
- [52] Ribeiro H, Gonzaga A. Hand Image Segmentation in Video Sequence by GMM: a comparative analysis[C]. *Brazilian Symposium On Computer Graphics And Image Processing*, 2006: 357-364.
- [53] Murty M N , Devi V S . Introduction to pattern recognition and machine learning[M]. Co-Published with Indian Institute of Science (IISc), Bangalore, India, 2015.
- [54] Titterington D M , Smith A F M , Makov U E . Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions[J]. *Biometrics*, 1985, 82(398).
- [55] Fujimoto M, Riki Y A. Robust speech recognition in additive and channel noise environments using GMM and EM algorithm[C]. *international conference on acoustics, speech, and signal processing*, 2004: 941-944.
- [56] Manju V N, Fred A L. AC coefficient and K-means cuckoo optimisation

-
- algorithm-based segmentation and compression of compound images[J]. *Iet Image Processing*, 2018, 12(2): 218-225.
- [57] Lei T, Jia X, Zhang Y, et al. Significantly Fast and Robust Fuzzy C-Means Clustering Algorithm Based on Morphological Reconstruction and Membership Filtering[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(5): 3027-3041.
- [58] Liu P, Guo J, Chamnongthai K, et al. Fusion of color histogram and LBP-based features for texture image retrieval and classification[J]. *Information Sciences*, 2017: 95-111.
- [59] Werghi N, Berretti S, Bimbo A D, et al. The Mesh-LBP: A Framework for Extracting Local Binary Patterns From Discrete Manifolds[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2015, 24(1): 220-235.
- [60] Wang X, Huang D, Xu H, et al. An efficient local Chan-Vese model for image segmentation[J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(3): 603-618.
- [61] Chen B, Huang S, Liang Z, et al. A fractional order derivative based active contour model for inhomogeneous image segmentation[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019: 120-136.

攻读硕士期间发表论文及科研工作

发表的学术论文:

1. A Hybrid Image Segmentation Model Based on GMM and CV[C].
2. Rotation Face Detection Based on Three-Window Convolutional Neural Network[C]