 单位代码

学 号



**硕士学位论文**

基于CV水平集图像分割研究

论文作者：高名衍

指导教师：唐雁教授

学科专业：计算机应用技术

研究方向：网络应用与web智能

提交论文日期： 年 月 日

论文答辩日期： 年 月 日

学位授予单位：西南大学

中 国 • 重 庆

年 月

**独创性声明**

学位论文题目：

本人提交的学位论文是在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。论文中引用他人已经发表或出版过的研究成果，文中已加了特别标注。对本研究及学位论文撰写曾做出贡献的老师、朋友、同仁在文中作了明确说明并表示衷心感谢。

学位论文作者： 签字日期： 年 月 日

**学位论文版权使用授权书**

本学位论文作者完全了解西南大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权西南大学研究生院（筹）可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后适用本授权书，本论文：□不保密，□保密期限至 年 月止） 。

学位论文作者签名： 导师签名：

签字日期： 年 月 日 签字日期：

目录

[摘要 I](#_Toc29524)

[Abstract III](#_Toc32237)

[第1章 绪论 1](#_Toc31706)

[1.1研究背景 1](#_Toc23003)

[1.2国内外研究现状 2](#_Toc26027)

[1.3主要工作 6](#_Toc2354)

[1.4论文结构 7](#_Toc24682)

[第2章 相关理论及技术 8](#_Toc4422)

[2.1曲线演化 8](#_Toc10066)

[2.2水平集方法 9](#_Toc18110)

[2.2.1方法介绍 9](#_Toc29051)

[2.2.2函数求解 10](#_Toc3377)

[2.3经典的水平集活动轮廓模型 11](#_Toc377)

[2.3.1 Mumford-Shah模型 11](#_Toc15575)

[2.3.2 Chan-Vese模型 11](#_Toc14029)

[2.3.3 RSF模型 14](#_Toc9900)

[2.4其它相关算法 16](#_Toc22525)

[2.4.1高斯混合模型 16](#_Toc12976)

[2.4.2 KMeans聚类算法 17](#_Toc16977)

[2.4.3 LBP算法 18](#_Toc12592)

[2.5本章小结 19](#_Toc21633)

[第3章 基于高斯混合模型与CV水平集理论的混合模型 20](#_Toc32562)

[3.1模型框架 20](#_Toc21471)

[3.2高斯混合模型处理 21](#_Toc24453)

[3.3图像灰度化处理 21](#_Toc18368)

[3.4改进的CV水平集模型 22](#_Toc13564)

[3.4.1结合区域平均灰度值的CV模型 22](#_Toc25899)

[3.4.2能量泛函求解 23](#_Toc28642)

[3.5算法流程 23](#_Toc13601)

[3.5实验 24](#_Toc20393)

[3.5.1实验环境和实验数据 24](#_Toc12790)

[3.5.2评价标准 24](#_Toc25431)

[3.5.3实验内容 25](#_Toc15501)

[3.5.4实验结果 25](#_Toc18001)

[3.6本章小结 27](#_Toc4225)

[第4章 自适应RSF-CV模型 28](#_Toc17512)

[4.1模型框架 28](#_Toc22141)

[4.2 图像灰度化处理 29](#_Toc11847)

[4.3 KMeans聚类处理 29](#_Toc16635)

[4.4自适应RSF-CV模型 30](#_Toc5719)

[4.2.1 RSF-CV模型 30](#_Toc8528)

[4.2.2动态调参 31](#_Toc1259)

[4.2.3能量泛函求解 31](#_Toc7028)

[4.5实验 32](#_Toc26362)

[4.5.1实验环境和实验数据 32](#_Toc7546)

[4.5.2评价标准 33](#_Toc7024)

[4.5.3实验内容 33](#_Toc14110)

[4.5.4实验结果 33](#_Toc30103)

[4.6本章小结 34](#_Toc20239)

[第5章 总结与展望 36](#_Toc26536)

[5.1总结 36](#_Toc17357)

[5.2展望 36](#_Toc16068)

[参考文献 38](#_Toc23585)

[致谢 42](#_Toc25583)

[攻读硕士学位期间公开发表的论文 44](#_Toc19649)

**基于CV水平集图像分割研究**

**计算机软件与理论 硕士研究生 高名衍**

**指导老师 唐雁 教授**

# 摘要

在图像分割领域，结合水平集方法的活动轮廓模型相关研究成果层出不穷，该理论以图像区域信息作为研究点，具有计算简单、轮廓线拓扑结构平滑、噪声敏感等优点，近年来，受到了国内外图像领域学者们的广泛关注。

水平集方法将低维曲线映射到高维泛函，通过高维函数的变化来演化曲线。利用偏微分方程的求解代替原来的轮廓线求参，有效克服了参数计算复杂等问题。基于水平集方法图像分割理论主要分为结合图像全局信息和结合图像局部信息两类理论。结合图像全局信息的理论以经典的Chan-Vese(以下简称，CV)模型为主，该模型计算简单，具有抗噪声的特点，但类型容易受到灰度不均匀因素的影响，导致图像分割失败。Region-scalable Fitting(以下简称，RSF)模型是结合图像局部信息的图像分割模型，该模型有效克服了灰度不均匀因素对分割结果的影响。但对初始轮廓线敏感，选取不当的初始轮廓线容易引起分割结果不准确。

本文针对上述问题展开研究，引入聚类算法对图像像素进行分类，确定初始的目标区域以及背景区域，得到初始目标区域以及背景区域的灰度均值融入到构建的图像分割模型中。对总能量函数进行改进，结合多能量项共同演化轮廓曲线至目标区域。主要工作如下：

1. 针对模型初始轮廓线的敏感问题，利用高斯混合模型对像素进行二分类，判定初始目标区域以及背景区域，统计初始目标区域以及背景区域的灰度均值，作为图像先验信息融入能量函数中。改进CV模型加入灰度均值能量项，该能量项随着曲线演化调整灰度均值，与传统CV能量项共同推动曲线演化，达到进一步提高分割精度的目的。在BSDS500数据集上进行实验对比，实验结果显示，改进后的模型有效克服初始轮廓线敏感问题，与其它模型相比分割结果更准确。
2. 为了有效降低噪声因素、灰度不均匀因素对分割结果的影响，引入KMeans聚类算法对图像进行像素二分类，得到初始目标区域以及背景区域，将类簇中心作为初始灰度均值融入模型中，进一步提高初始灰度均值的准确度，初始灰度均值会随着曲线演化不断迭代。针对灰度不均匀问题，提出自适应RSF-CV模型，将CV模型与RSF模型结合构建新的能量函数，两个能量项赋予不同的权重系数。权重系数的调整采用LBP算法的思想，使曲线在演化过程中，能够根据所处的区域动态调整权重系数，充分发挥两个能量项各自的优势。在数据集BSDS500以及STARE上进行实验，结果表明，所提出的分割模型能够有效抗躁，有效克服灰度不均匀造成的影响，分割结果更加精准。

**关键词：图像分割；水平集；Chan-Vese模型；Region-scalable Fitting模型；高斯混合模型；KMeans聚类算法**

**Research on Recommendation Model Based on**

**Deep Learning**

***Major:*** Technology of Computer Application

***Supervisor:*** Prof. Yan Tang

***Author:*** Tonghuan Li

# Abstract

The personalized recommendation technology mainly obtains the user's preference characteristics for items by recommendation algorithm and recommends items to users according to user's demands, preferences or other information. It plays an important role in alleviating the problem of "information overload". It has also applied to various fields and attracted much attention of researchers.

In personalized recommendation system, the recommendation model based on collaborative filtering was used widely, especially matrix factorization (MF), SVD++ have made many achievements in Netfix competition, and pushed the research on collaborative filtering model based on matrix factorization to climax. However, the model just only considers the rating information between users and items, and the problem of data sparsely and cold start will greatly affect the recommendation performance of the model. In addition, as a shallow model, it can’t to learn the deeper features of users and items, and the interaction information between users and items to make more accurate recommendation.

With the development and breakthrough of deep learning technology, it has brought new opportunities and challenges for the research of recommendation model. The recommendation model based on deep learning utilizes the structure of multi-layer neural network, which can learn the interactive information between users and items non-linearly, obtain deeper and more abstract hidden feature representations, and show better result. But, most of models are based on the idea of matrix factorization, using a single rating information will reduce the recommendation performance of the model when encountering the problem of data sparsely; only the last latent representation of multi-layer neural networks is interacted, without considering the feature representation learned by each network is also important. In model training, the same weight is applied to all feature interactions between users and items, but for different feature interactions, the importance is different.

In this paper, research on the above problems, combines auxiliary information to alleviate the sparsely problem, constructs a new network structure to effectively utilize the latent representations learned by each layer of network, adding the attention mechanism to judge the importance of different feature interaction, and further improves the recommendation performance of the model by combining shallow model and deep model. The main work of this paper is as follows:

(1) Considering the problem of the rating data sparsely and only using the last latent representation to recommend, we proposed a Multi-interactive Deep Matrix Factorization Model Based on Auxiliary Information. On the basis of deep learning recommendation model based on matrix factorization, we further utilize the rating data and fuse more auxiliary information (user/item attributes, comments, tags, etc.) as the model input, which contains some hidden preference features of users and items, it can not only alleviate the problem of data sparsely, but also extract more attributes of users and items from auxiliary information. Then, we construct parallel multi-layer non-linear network to learn latent representation of users and items respectively, and utilizing dot product operation for latent representation of users and items learned by each layer of network, considering different learning abilities of network layer to obtain interactive results of different layers. Finally, aggregate the interaction results of all layers as the model final result and predict the score. After compared the experiment on Movielens latest 100K dataset and analyzed the model related parameters, the experimental results have proved that the proposed recommendation model can accurately predict the score.

(2) Considering the importance of different interaction features, and further combine the shallow model and deep model to recommend, we proposed an attention multi-interactive neural matrix factorization model. Firstly, based on the multi-interactive network structure proposed by work (1), to obtain the interactive results of users and items learned by each layer of network; using the latent representations learned by multi-layer neural networks as input. Adding an attention network to learn an attention weight matrix, which is used to judge the importance of interaction between user and item features; utilizing the latent representations that learned from the multi-interactive network and the attention weight matrix, to obtain a result of deep model. Secondly, based on the idea of shallow matrix factorization model, we share the same embedding layer with the deep model mentioned above, obtain the latent factor representation of users and items, and directly use the dot product operation to obtain a result of shallow model. Finally, combine the linear shallow model and non-linear deep model, weighted the shallow result and the deep result to obtain the final results of the proposed model and make Top\_N rank recommendation. After compared the experiment on Movielens 1m and Pinterest datasets, and analyzed the model related parameters. The experimental results have proved that the proposed recommendation model can more accurately to recommend items for users.

**Keywords: deep learning; auxiliary information; multi-interaction; matrix factorization; attention mechanism;**

# 

# 第1章 绪论

## 1.1研究背景

科学技术的迅猛发展以及互联网的日益普及，提高了人们信息交互的效率，而图像作为信息的重要载体，满足了人们获取信息的需求，为人们的生活提供了极大的方便[1]，例如，医学图像中的核磁共振图像(MRI)能够辅助医生找到病灶[2]，人脸、指纹图像能够应用于安保联防以及智能支付[3]，数字图像应用于车牌号码识别[4]，视频图像跟踪应用于农业产业自动化以及社交媒体上传图片记录生活中美好瞬间[5]等等。从以上这些方面可以看出图像渗透到人们生活的方方面面，因此，如何通过图像处理技术得到我们所需的信息就显得尤为重要。



图1-1图像处理工程结构

图像处理技术范围很广，是一门多学科交叉的技术，涉及到学科包括生物医学[6]、数学、信息论、计算机科学等多种学科，其技术内容包含了图像分割、图像压缩、图像复原重建、图像分类识别、图像合成等。其中，图像分割是图像处理技术的一个重要环节，如图1-1所示，目的是将图像中目标区域提取出来，为后续的图像处理打下良好的基础。图像分割定义如下：

我们将图像看作各个不同的子区域的结合成的二维空间区域，符合如下关系式：

1. 。



1. 是一个连通集， 。



1. ，对于所有和，



1. ，



1. ，对于任何 和 的邻接区域



其中和表示并集和交集，表示空集， 表示 集合像素点的属性[7]。



图像分割理论上要完全满足上述五个条件，这极大增加了图像分割算法的难度和复杂性，如何攻克这些难题一直是图像分割研究方向的重点。

通过以上分析以及图1-1所展示的内容，可以看出图像分割是呈现目标区域的基础，对其它特征分析起着至关重要的作用，并且，排出了其它背景因素的干扰，为图像进一步分析提供了可能。

图像分割的应用范围非常广泛，例如，人脸识别过程中找出人像区域，医学影像中找到肿瘤、血管位置以及相应器官组织大小的测量，卫星遥感图像中找到道路、河流、森林路径区域[8]，目标检测中定位追踪目标[9]，交通控制系统中找到车牌[4]等。图像分割应用范围之广、应用场景之复杂，也为图像分割的要求提出了严峻挑战，而图像采集以及传播过程中，难免会引入噪声[10]、像素缺失等问题，使图像变得模糊、灰度不均匀[11]，那么如何克服这些不利因素，更加精准快速的得到目标区域是图像分割领域亟待解决的问题。

## 1.2国内外研究现状

图像分割自成像技术出现以来就开始发展，计算机图像分割算法中最早出现在二十世纪七十年代[12]，多年来图像分割算法在国内外专家学者的研究下发展迅速，各种经典算法层出不穷，伴随着计算机硬件运算能力的改进、人工智能时代的来临，涌现出了大量优秀的研究成果，但众所周知，图像类别多样、场景复杂、图像中存在的干扰因素也多种多样，所以学界并没有一个万能的图像分割理论适用于所有类型的图像，按照公认的分类方式，将国内外经典的、效果显著的图像分割算法分为如下几类：

(1)基于阈值的分割方法

阈值分割法思路简单，主要是利用灰度直方图达到分割目的[13]，其基本原理是统计出待处理图像每个灰度值的分布规律映射到灰度直方图上，之后，选取其中的某几个阈值来划定图像不同的区域，从而将图像中的目标区域确定下来，达到分割的作用。可见，如何找到最优阈值是该算法性能提升的关键所在。阈值分割法的研究思路主要是从全局阈值和局部阈值两个方向展开。全局阈值法利用待处理图像全局信息统计灰度直方图，然后选出一个或几个阈值进行切分；局部阈值法是先将大图切分成小图，再对小图进行全局阈值法选取最优阈值。总的来说，阈值分割法简单高效，但在应对灰度不均匀、场景复杂的图像时，该方法分割效果较差。常见的阈值分割法有：最大熵统计阈值法、最小误差法等[14]。

(2)基于边缘检测的分割方法

边缘检测法也是图像分割领域经典的分割方法。观察图像，我们可以发现在图像不同区域的交界处会发生灰度值的突变，这就表明图像像素区域已从背景区域进入目标区域[15]。边缘检测法就是采用这样的思想，找到灰度不连续的地方，这种图像灰度值的阶跃性可以通过导数来检测，因此，常用如下微分算子边缘位置进行检测[16]：Roberts算子、Sobel算子、Laplace算子以及Kirsh算子等。每个算子各具特点，针对一定类型图像的处理效果较好，Laplace算子的特点是各向同性；Prewitt算子、Sobel算子等对噪声图像以及灰度较均匀的图像分割效果较好；Roberts算子适用于前景背景灰度像素差别大并且噪声较少的图片。总的来说，边缘检测法的优势在于检测速度快、准确，但是对图像的要求比较高，噪声以及灰度不均匀等因素会严重影响该类型算法的准确度。

(3)基于区域的分割方法

区域分割法的主要思路是依据图片的特征划将图片划分为不同的子图，其主要的算法是：区域生长法，区域分裂法以及区域合并法[17]。区域生长法的思想是将大图切成小图，找到各个其中相似性较高的子图进行合并，合并完成后便得到不同特征的区域达到了分割的目的。区域生长法的关键点在于切分成多少子图，依据怎样的特征来合并这些区域以及这些特征相似性的准则。该算法的优势在于简单易行，而缺点是需要手工调整种子数。区域分裂合并法的主要思想仿照了四叉树数据结构，将原始图像定义为TreeRoot，将大图切分成四个子图作为四叉树的第一层，然后再对这四个子图进行细分，若其中的子图满足一致性条件则不再细分，若不满足，则进一步将其划分为四个子图，若子图中存在某几块具有一致性特点，则可以讲它们合并，直到所有子图都满足灰度一致性的条件[18]。该方法对复杂图片的分割效果较好，但是计算量大，可能会对前景背景分界区造成破坏。

(4)基于多学科交叉的分割方法

图像分割技术在各个领域都有所涉及，综合而言，图像分割技术是多学科交叉的技术，在图像分割中融合其它学科思想也是提高分割性能的一种思路，随着计算机硬件算力的提升，越来越多的新型算法涌现了出来，例如，基于数学形态学的分割方法[19]，基于人工神经网络的分割方法[20]，基于模糊集理论的分割方法[21]等等，方法不一而足。这些算法各有利弊，例如，数学形态学的方法对噪声比较敏感[22]，人工神经网络分割方法比较准确，但运算周期长、依赖硬件设备。总的来说，我们很难找到一种普适性的图像分割算法适用于所有图像。

(5)基于主动轮廓模型的图像分割方法

基于主动轮廓模型的方法是对传统计算机视觉分层模型理论的一种颠覆式创新，通过构建能量函数，利用局部极值点与模型的交互，并不断迭代其中的能量项来达到满足图像处理成果的目的[23]。在这种思想的引导下，Kass[24]等于1987年提出了Active Contour Model，即主动轮廓模型，又称Snake模型。多年来，学者们对其进行研究和创新，提出了各种改进方法，主要分为两类：参数主动轮廓模型和几何主动轮廓模型。

参数主动轮廓模型主要是通过调整和变化曲线表达式的参数改变曲线形状的目的，其主要形变推动力是依靠图像数据得到的能量泛函偏微分方程以及图像的先验模型[25]。但是，该模型的缺点也显而易见，曲线的拓扑结构变化难以处理，参数变化的计算极其复杂，按照这样的思路进行优化就更加难以推进。

为了有效解决了上述问题，几何主动轮廓模型应运而生,它与水平集方法相结合，将高维曲面的零水平集作为分割曲线，不断演化得到最终的目标区域分割线，其曲线拓扑结构的变化也非常的简单自然，可以说，水平集方法有效推动了无参数几何主动轮廓模型的发展。水平集方法创始于1988年，由美国加州大学Osher教授和Sethian教授首次提出[26]，该方法的主要思想是构建出高维的函数曲面，通过该曲面不断的演化找到低维的目标区域，其演化的主要方式是通过水平集函数的偏微分方程对其进行数值上的实现，这样就可以避免通过调参这样繁琐复杂的方式对曲面方程进行调整。水平集方法创立之后便由Caselle[27]人应用到了活动轮廓模型当中，两者结合共同构成了基于水平集的几何活动轮廓模型，该方法集成了水平集算法的优点，摒弃了分割曲线在演化过程中繁琐的调参计算，通过高维曲面向低维曲面映射的思路，巧妙的处理了分割曲线拓扑结构变化的问题。该思想于1993年提出并延续发展至今，它以强大的数学理论、良好的信息包容性、平滑灵活的分割曲线等优势，逐渐超越参数活动轮廓模型成为活动轮廓模型研究热点，同时，也成为了图像分割理论中非常重要的一个分支。近年来，基于水平集方法的研究理论层出不穷，是图像分割领域热门研究课题。学界对于基于水平集的分割方法分为如下两类：

(a)基于边界的轮廓模型

此类模型主要根据边界区域的陡峭程度来调整曲线的演化速度，当图像边界区域灰度变化较小，曲线演化速度就非常快，当图像边界区域的灰度变化处于突变状态时，曲线演化速度就变慢甚至停止演化。Caselles和Kimmel[28]依据能量最小化的思路，创造性的将水平集方法首次引入活动轮廓模型，提出了Geometric Active Contour Model，成为了边界轮廓模型的经典。但该模型针对边界清晰的图像分割效果较好，如果图像灰度不均匀、目标区域不是特别明显的话，会出现误分割的现象。Siddiqi[29]等人在上述模型的基础上进行调整，增加了面积约束项，能够有效解决图像边界存在的较小缝隙，但如果图像目标区域边界缝隙较大，也会造成该模型分割失败。Liu等人[30]将GAC模型与图像的局部区域信息相结合，并重构边界停止函数因子，提高了对目标区域边界的识别能力以及抗躁能力。

总的来说，基于边界的轮廓模型依然是水平集分割方法研究的热门方向，近年来还是有很多好的改进方法被提出，其分割效果优劣的关键在于目标区域的边界是否清晰，如果没有明确的目标区域边界，会严重影响分割效果，而且如果图像中存在噪声，对该模型的分割效果影响也较大。

(b)基于区域的轮廓模型

区域轮廓模型结合了图像的区域统计信息以及边界梯度信息，避免过度依赖目标区域边界而引起的上述问题。区域轮廓模型又可以细分为两类：全局区域和局部区域[30]。全局区域轮廓模型中最著名的当属由Mumford和Shah两人提出的Mumford-Shah模型[31]，该模型最大的缺陷就是计算复杂度太高，数值求解非常繁琐。为了解决这个问题，Chan和Vese两人在2001年提出了CV模型[32]，相当于简化版的M-S模型，它计算简单、复杂度低，曲线收敛速度快、效果好，充分利用了图像局部梯度以及同质区域的全局信息，堪称最经典的全局模型。但该模型非常依赖初始轮廓曲线位置，若初始轮廓线选择的区域不好，将会影响分割结果。并且，待检测的图像往往前景背景灰度不均匀，这也会造成分割的失败。为了解决这样的问题，研究者采取了将图像局部信息引入模型的思路。Li[33]等人将活动轮廓模型与局部邻域思想相结合，提出了Local Binary Fitting Model，即LBF模型。该模型较好的处理了灰度不均匀图像的分割问题，之后进一步改进提出了RSF模型。Li提出的模型运用核函数进行卷积运算，使得计算非常复杂，且没有很好的解决初始轮廓曲线对分割结果带来的影响。Zhang[34]等人提出了Local Image Fitting Model，即LIF模型，克服了计算复杂度高的问题，但曲线演化速度仍待提升，还需要解决初始轮廓线的问题。Wang[35]等人提出了Local Gaussian Distribution Fitting Energy Model，即LGDF模型，该模型利用高斯分布来表示图像局部灰度值，同时定义了局部高斯适应能量项与水平集函数相结合。该方法计算量较大，对初始轮廓线敏感。袁建军等人[36]提出了亮度信息和梯度信息相结合的活动轮廓模型，贾迪野[37]等人对邻域像素点进行扫描处理，优化Mumford-Shah模型，减少了演化方程计算复杂度。王慧斌[38]等人引入了图像纹理特征信息，提出多区域活动轮廓模型，有效提高了分割效率。Ali[39]等人将单项水平集函数扩展为多项水平集函数，并采用基于全局的交互模型提高对医学图像的分割精度。

当前，国内外主要研究水平集图像分割方法的团队有：Stanley Osher教授和James A.Sethian教授领导的加州大学伯克利分校团队；Tony Chan教授领导的加州大学洛杉矶分校的团队，李纯明教授所在的美国Vanderbilt University图像科学部，以及上海交通大学图像处理与模式识别研究所，重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室等

## 1.3主要工作

目前，广大学者对于基于CV模型的水平集图像分割算法进行了大量研究，提出的各种改进算法也各具成效，但总体来说，依然面临如下几点不足之处：(1)初始轮廓线问题一直都是影响水平集图像分割效果的重大问题，根据大量的实验研究发现同样的模型，如果初始轮廓线不同，会造成分割出的结果千差万别。(2)算法复杂度高、计算过程时间长，尤其是结合图像局部信息的一类算法，计算过于复杂，算法迭代次数较多。(3)大部分模型只是对能量函数进行改进，往往只能解决某一种问题，如果考虑了局部信息，分割结果容易陷入局部极小值，如果考虑全局信息则容易受到图像灰度不均匀的影响。(4)图像灰度不均匀以及噪声问题会影响分割的准确度。针对上述问题，本文的主要研究工作从以下两个方面展开：

(1)为了有效克服模型对初始轮廓线敏感的问题，引入高斯混合模型对图像像素进行分类，确定初始的目标区域以及背景区域。为了进一步提高分割精度，利用了水平集模型信息包容性的优势，引入目标区域以及背景区域的灰度均值 和 到能量泛函公式中，与原始的CV能量项进行权重分配，并结合距离惩罚项和长度惩罚项，共同构成全新能量函数 。该方法克服了初始轮廓曲线选择不当对分割结果的影响，并将高斯混合模型处理得到的先验信息融入到能量泛函中，进一步提高了分割的准确程度。实验数据集采用BSDS500，实验结果显示改进后模型的分割结果更加精准。



(2)考虑到噪声因素对图像分割的影响，引入了KMeans聚类算法对图像像素进行二分类，得到初始目标区域以及背景区域，结合了图像全局信息和局部信息提出了多尺度RSF-CV模型，首先，将KMeans聚类算法引入到模型中对图像进行前景和背景检测，替换掉之前的高斯混合模型，KMeans算法的优势可以得到两个聚簇值 和 ，更加精准求出了前景和背景平均灰度值。能量泛函公式采用改进的CV模型Region-Scaling Fitting Model，简称RSF模型，将图像的局部信息考虑在内以降低图像灰度不均匀、噪声因素带来的影响，然后再加入CV能量项将图像全局信息纳入公式中以防止分割曲线陷入局部极小值，共同构成



能量泛函公式。为了能够在图像的不同区域有效调节CV全局能量项和RSF局部能量项的比重，也就是和的值，本文参考了LBP算法的思想，当分割曲线处在背景区域时，曲线的演化以全局能量项为主，当分割曲线处在目标区域附近时，曲线的演化以局部能量项为主。最后，再加入长度惩罚项和距离惩罚项来保证分割曲线拓扑结构的平滑自然。采用BSDS500数据集和STARE数据集对新模型进行测试，结果显示该模型的分割效果良好，实验结果优于其它模型。



## 1.4论文结构

本文共分成五个章节，每个章节内容如下：

**第1章**：绪论。主要概述了图像分割的研究背景及意义，总结并归纳国内外研究进展并主要分析了水平集图像分割算法的研究成果，介绍了本文所做的主要工作内容，最后简单阐明了全文架构。

**第2章：**相关理论及技术。主要是对本文所涉及到的模型算法以及理论思想进行介绍，主要包括水平集理论以及经典的CV模型和RSF模型，图像前景区域检测的高斯混合模型、KMeans聚类算法，权重调整用到的LBP算法。

**第3章**：提出GMM-CV模型。对该模型的整体结构和算法思想进行了详细说明，并展示了算法流程以及图像分割的结果，在公开数据集上进行了测试，并对比了其它水平集图像分割模型。

**第4章**：提出了多尺度RSF-CV混合模型。与第3章结构类似，主要对模型进行了详细介绍，并展示了算法流程以及图像分割的结果，在公开数据集上测试了该模型并与其它图像分割模型进行了对比分析。

**第5章：**总结与未来展望。将现阶段所做的工作和研究成果进行总结，分析和讨论了模型中存在的问题，阐述了优化的思路和方向，并提出了对未来研究工作的展望。

# 第2章 相关理论及技术

水平集方法由Osher和Sethian[]两位学者在研究热力学方程时首次提出，该方法被运用到曲线的演化中有效克服了曲线演化出现的裂变、拓扑结构改变等问题。基于水平集方法图像分割模型主要是有Mumford-Shah模型(以下简称MS模型)，Chan-Vese模型(以下简称CV模型)以及Region Scalable Fitting模型(以下简称RSF模型)。高斯混合模型与KMeans聚类算法能够对图像像素进行聚类，达到将图像划分为不同区域的目的。LBP算法结合了像素点周围的邻域信息，利用该算法的思想能够引入轮廓线周围的像素信息，起到动态调整模型的作用。

## 2.1曲线演化

曲线的演化是通过单位法矢量和曲率来描述曲线拓扑结构随时间变化的，其中单位法矢量表示各点运动的方向，而曲率则表示曲线的弯曲程度，从图2-1中，可以看出二者的几何关系是互相垂直的[]。这样，曲线就可以在二维图像中受某些驱动力的作用下，随时间逐渐扩张或收缩到我们所想要的目标边界。



图2-1某点的切线和法线

如图2-1所示，定义一条曲线 随时间发生形变，参数 为曲线参数，参数 为曲率，曲线的切线和法线分别用和来表示。



(2-1)



(2-2)



(2-3)

曲线上的点可以通过法向量和切向量的组合来表示，将时间引入到曲线表达式中，对时间求导可得到(2-3)所示公式，其中，和分别表示切向和法向的速率。但是，切向速率并不能引起曲线形状的变化，因此可简化方程为：

(2-4)



其中，和分别表示演化的方向和速度，的正负则表示曲线运动方向是向内收缩和向外扩张。按照的不同取值，可以进一步将曲线演化分为曲率演化和常量演化：若，则为曲率演化，方程表达式为：



(2-5)

其中为系数，表示曲率，反映了曲线弯曲程度。曲线各部分的演化速度根据弯曲程度而变化不一，因此，在曲率的推动下，整条曲线会随着时间逐渐演化近似于圆形；若，表示常系数，曲线按照常量方式演化，方程表达式为：



(2-6)

常量演化机制的主要作用就是避免曲线出现合并或分裂的情况[]。综上所述，常量演化和曲率演化共同作用于曲线的拓扑结构变化。但是，研究学者发现按照这样的方式进行演化，会出现难以攻克的问题，例如，通过参数来引导曲线变化，其数值计算非常复杂；曲线在演化过程中出现分裂或合并，会使造成曲线的根本性改变，而我们难以预估曲线在演化过程中是否会出现这样的情况；曲线演变过程中误差的积累会影响精度。研究者们尝试改变思路应对这些问题，1988年，OSher和Sethian提出了水平集方法，成为了攻克这些问题的利器。

## 2.2水平集方法

### 2.2.1方法介绍

OSsher和Sethian[]两位学者在研究热力学方程时，为了能够描述火苗外部轮廓线飘忽不定的形态而提出了水平集方法。该方法的主要思想是利用高维泛函来描述低维曲线的演化，而低维曲线的表达式则映射到高维泛函的零水平集处，这样就将之前数值求参转变为求解PDE问题[]。这样的描述看似更加复杂，但在曲线演化时简化数值计算，解决了长久以来的问题。

我们将二维平面曲线映射到高一维的水平集函数中 ，给定时间得到，并且将时刻的零水平集定义为演化曲线，即，然后进行复合链式求导，得到：



(2-7)

在公式中，表示的梯度，进一步假设曲线的弧长参数，根据之前的讨论在曲线切线方向的变化量为 ，可得：



(2-8)

由上述公式可知，与切线 相垂直，那么与曲线法线的方向是相同的，进一步假设水平集函数在曲线内部小于0，在曲线外部大于0，可得内部单位法向量 ，根据 ，得到：



(2-9)



其中，



(2-10)

公式(2-9)是Hamilton-Jacobi偏微分方程，综上可知，水平集方法的核心是求解出随时间变化的偏微分方程。

### 2.2.2函数求解

上一小节分析可以看出，偏微分方程求极值是水平集函数求解的核心，那么它主要的求解方法有限差分法、有限元法、谱法等。而图像作为二维网格数据，具有离散化的特点，使得有限差分法成为了偏微分方程求极值的首选方法。

假设有一副二维图像，大小为，水平集函数为，假定空间间距，即步长为，时间间隔为，在时刻，图像在像素点处的水平集函数为 ，那么(2-9)公式可以表示为：



(2-11)



根据(2-11)可以看出，在时刻网格点的速度为。为了避免Hamilton-Jacobi方程出现不连续或者导数不存在的情况，我们采用Upwind Finite Differential Method进行求解[]。水平集函数演化方程如下所示：

(2-12)



其中，



(2-13)



(2-14)

同时，还需要得到中心差分算子、向前差分算子、向后差分算子的一阶公式：



(2-15)



(2-16)

(2-17)



为了保证曲线正常演化，确保水平集函数收敛，就需要令时间步长满足如下Courant-Friedrichs-Levy条件：

(2-18)



其中，为点的最大移动速度。

## 2.3经典的水平集活动轮廓模型

### 2.3.1 Mumford-Shah模型

Mumford和Shah两位学者最早提出基于区域信息的活动轮廓模型，简称M-S模型，其能量泛函表示如下：

(2-19)



其中，第一项作为驱动项，使分割曲线不断靠近目标分割区域，第二项是正则项，保证曲线在演化过程中拓扑结构的平滑，第三项为长度项，限定了轮廓线的长度。该公式通过三个能量项共同约束了分割轮廓线的演化，确保轮廓线的平滑完整准确，但是，该模型的数值求解十分复杂且计算量大，之后，Chan和Vese两位学者在此基础上进行了简化，提出了基于水平集的C-V模型。

### 2.3.2 Chan-Vese模型

M-S模型虽然足够完美，但是复杂的求解过程令众多学者转而研究更加精简的模型，其中最为经典的就是结合了水平集方法的C-V模型[]。

我们将图像定义在上，定义活动轮廓曲线为，待分割的图像由两部分组成目标区域和背景区域，而演化曲线也会将图像分成曲线内部区域和，将能量泛函定义如下：

(2-20)



其中，和均大于0，通常取为1，和分别表示曲线内部和外部的平均灰度值，当演化曲线到达目标区域分割边界时，趋近于0，因为此时曲线各个像素点的灰度值与接近，曲线外部的各个像素点的灰度值与接近，因此，在曲线到达目标区域分割线的时候，取到最小值。我们再加入长度项构成Chan-Vese所提出的能量泛函模型：

(2-21)



其中，，。通过最小化上述公式，可得到参数。CV模型的优势在于速度函数与图像的梯度互不影响，轮廓检测既可以针对梯度有意义的图像也可以检测梯度无意义的图像。

根据上述分析可知，零水平集用来表示分割曲线，将水平集函数用表示，同时引入Heaviside函数来划分演化区域：



(2-22)

Dirac函数来限制零水平集周围的函数值：



(2-23)

能量泛函公式可进一步推导如下：

(2-24)



(2-25)



(2-26)



水平集函数的C-V模型能量泛函表示为：



(2-27)

因此图像水平集函数可以表示为：

(2-28)



保持水平集函数不变，将能量函数最小化，可以得到两个参数的表达式如(2-29)、(2-30)所示。上述提到的Heaviside函数、Dirac函数是一个概念性的函数，因此需要引入向其逼近的，具有表达式的函数，如(2-31)、(2-32)

(2-29)



(2-30)



(2-31)



(2-32)

我们将轮廓线的曲率表示如下：



(2-33)

保持和的值不变，求水平集函数的最小值，得到如下求导方程：



(2-34)

通过以上详尽的分析，可以得到水平集方程的数值解(2-29)、(2-30)、(2-34)。CV模型的数值解都是依据图像的全局信息得到，可以看出CV模型的特点就是图像的全局性。

最后对水平集函数进行离散化处理，采用的方法是有限差分法，假设时间间隔为，空间间隔为，可以得到如下迭代公式：

(2-35)



上述公式中，，表示在坐标处，、次迭代水平集函数值，、表示向前差分、向后差分算子：



(2-36)

以上公式就是CV水平集函数的离散形式。

### 2.3.3 RSF模型

RSF(Region-scalable Fitting)模型是在CV模型上的进一步改进，是Li[]等人为了解决仅考虑全局信息产生的灰度不均匀问题，提出的局部区域拟合模型。该模型将高斯核函数引入能量项，并通过高斯函数与数据拟合项结合的方式，共同驱动曲线的演化，同时，水平集函数中的各类正则项确保了曲线拓扑结构的平滑。我们对该模型进行分析，定义图像，图像区域为，对其中的某个像素点定义为，曲线将图像分为曲线内部和曲线外部。定义RSF的局部拟合能量泛函公式如下：



(2-37)

公式中，和为非负常数，表示轮廓线内部区域灰度均值，表示轮廓线外部区域灰度均值，为周围像素点，表示高斯核函数,引入作为尺度参数，表达式如下：

(2-38)



上述泛函针对的是某个像素点周围的情况，泛函的大小通过，两者的差值计算出来。那么整幅图像的能量泛函需要将所有像素点的局部能量泛函叠加起来，得到总的能量泛函表达式如下：

(2-39)



其中，表示轮廓线的平滑项，然后，按照2.3.2小节CV水平集模型的推到步骤，将水平集函数引入能量泛函中：



(2-40)

其中，以及。选取Heaviside函数和Dirac函数如下：



(2-41)



(2-42)

加入正则项以及(2-39)，(2-40)后，可得能量函数：

(2-43)



(2-44)



(2-45)

在上述公式中，为，为。根据梯度下降流方法，以及欧拉公式，可得

(2-46)



根据上式，可以得到



(2-47)

接着，固定的数值，我们可以再求出水平集函数关于时间的偏微分方程：



(2-48)

其中，为公式(2-40)Dirac函数，其中，，表达式为：

(2-49)



综上所述，就可以利用轮廓线附近的局部图像信息，驱动曲线演化到达最终的目标区域的边界，同时保证了轮廓线拓扑结构的平滑完整。

## 2.4其它相关算法

### 2.4.1高斯混合模型

高斯分布(也称正态分布)是概率论中非常重要的一种分布类型，具有广泛的应用，单一变量的高斯分布如图2-2所示表示均值，表示方差，由于图像特征的特殊性，无法将所有的特征均用同一个高斯分布去描述，因此，采用混合的高斯分布模型能够更加精准的描述图像的特征分布。



图2-2 高斯分布示意图

图像中的每个像素抽取出来的特征向量都有不同的类别，隶属于不同的标签，例如，像素属于目标区域，像素属于背景区域，不同区域之间相互独立，区域内不同像素之间的特征向量也是相互独立，同一区域内的像素服从同一高斯分布，所有区域的高斯分布加权组合得到该图像的整体高斯分布。

高斯混合模型图像分割的原理如下：图像的各个区域可用特征向量进行表示，例如图像纹理、像素点的灰度值等等，这些信息都能反映出图像中各个区域间的差异。假设图像某个区域为，那么它就隶属于高斯混合模型中第个高斯分量，当我们计算某个像素属于各个不同区域的概率，即可得到这些像素的分类，从而达到图像分割的目的。



图2.3高斯混合模型

如图2.3所示，第个像素的观测值用表示，个标记用表示，对应的概率密度为，则它的函数为[]：



(2-50)

像素集的模型是有限混合模型，为某像素属于标记的先验概率，，表示所有的参数，先验概率满足条件：



(2-51)

所有的子分布服从高斯分布，它所对应的就是高斯混合模型：



(2-52)

像素统计之间具有独立性，其中，像素集构成的联合条件密度为[]：

(2-53)



上述公式是在参数似然函数，对(2-51)取对数可以得到对数似然函数：



(2-54)

这里。对上述公式通过EM算法[]进行最大化似然估计，得到各个参数的值。高斯混合模型形式简单，参数少，计算复杂度也相对较小，本文将其作为轮廓线的初始化工具，有效提高了分割精确度。

### 2.4.2 KMeans聚类算法

KMeans聚类算法属于无监督聚类算法，该算法依据某一标准，再学习过程中按照数据的特性，将数据集分为不同类或者簇[]，该算法可用于图像分割。基本原理如下：

将数据集，划分为个分区，，每个分区表示一个类。每一个样本对象对应一个分区，每一个分区最少有一个样本，KMeans算法的执行流程如下：

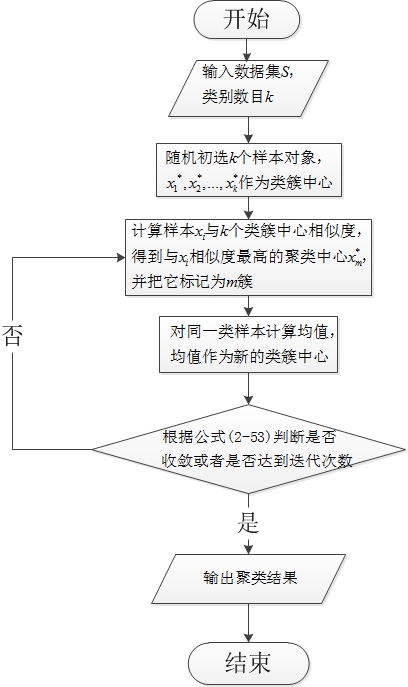


图2.4 KMeans算法流程图(公式标注有误需要更改)

经过上述算法流程后，我们可以得到最终的分类结果，以及对应的类簇中心，聚类结果评价以及迭代终止条件如公式(2-55)，如果聚类效果比较好，那么较小。



(2-55)

### 2.4.3 LBP算法

LBP(Local Binary Patterns)[]能够有效提取图像的特征，算法的主要思想是：在二维图像中，存在一个矩阵，将矩阵中心的灰度值作为阈值，邻域的八个像素点的灰度值与其进行比较，如果灰度值比阈值大，则标价为1，否则标记为2。如下图所示。



图2.5 LBP算法示意图

公式表示如下：

(2-56)



其中，表示矩阵的中心，该像素点的灰度值为，它周围像素点的灰度值为，我们定义符号函数如下：

(2-57)



本文采用了LBP算法的思想，充分考虑轮廓曲线邻域的灰度值分布，对能量项动态调参，在模型中将全局信息和局部信息进行了有效的结合。

## 2.5本章小结

本章主要介绍了曲线演化的理论以及曲线演化存在的参数化问题，详细介绍了水平集方法的主要思想和水平集函数的数值求解过程，总结了结合水平集方法的三个经典活动轮廓模型：Mumford-Shah模型、Chan-Vese模型、RSF模型，最后介绍了与本文模型相关的其它算法和模型：高斯混合模型、KMeans算法、LBP算法。

第3章 基于高斯混合模型与CV水平集理论的混合模型

基于水平集的图像分割方法对于初始轮廓线非常敏感，从图3.1中可以看到，不同的初始轮廓线会产生不同的分割结果，甚至一些不好的初始轮廓线会直接导致分割失败。因此，克服初始轮廓线敏感问题至关重要。



图3.1不同初始轮廓线下的分割结果对比：(a)不同初始轮廓线

(b)传统CV模型的分割结果(c)LBF模型的分割结果

高斯混合模型是一种无监督聚类模型，可有效应用于图像中像素的分类，而且对各种形状分布的数据具有良好的聚类效果，可适用于划分各种形状的目标区域。水平集方法具有良好的信息包容性，将高斯混合模型确定的目标区域灰度均值以及背景区域的灰度均共同演化曲线。

## 3.1模型框架

为了能够克服初始轮廓线敏感问题，引入高斯混合模型对图像进行预判，区分图像目标区域、背景区域的大致范围，确定初始轮廓线，有效规避了不同轮廓线造成分割结果的差异。将得到的初始目标区域灰度均值以及背景区域灰度均值引入CV模型中，提出了Gaussian Mixed Model Chan-Vese模型(以下简称GMMCV模型)，该模型的框架图如图3.2所示。主要步骤：

1. 模型输入：将待处理的图像输入模型中。

2. 高斯混合模型处理：利用高斯混合模型进行图像像素的二分类，即确定图像的目标区域以及背景区域，区域的分界处为初始轮廓线。

3. 对图像进行灰度化处理，如果图像是灰度图像，则跳过这一步。

4. CV水平集方法演化曲线：计算目标区域与背景区域的灰度均值，将两者信息融入到传统CV水平集模型进行改进，两个区域的平均灰度值也随着能量泛函共同迭代，达到更加精准的分割效果。

5. 模型输出：将图像分割最终结果输出。

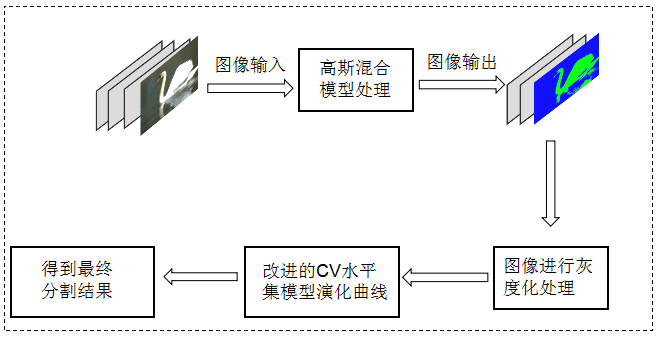


图3.2 GMMCV模型框架

## 3.2高斯混合模型处理



图3.3 高斯混合模型确定目标区域

从图3.3(b)中可以看到高斯混合模型能够很好图像中的像素进行二分类，确定初始的目标区域以及背景区域，而且可以看到背景区域的图像纹理已经被消除，完全达到了灰度均匀，这更加有助于提高CV模型曲线演化的准确度。

## 3.3图像灰度化处理

CV水平集模型演化曲线主要依赖图像的灰度变化信息，与图像的色彩无关。彩色图像灰度化处理可以降低计算复杂度，有效提高计算效率。

## 3.4改进的CV水平集模型

为了能够达到更加精准的分割效果，本文不仅采用高斯混合模型确定的初始轮廓线，同时，充分利用了目标区域与背景区域的灰度均值，改进了传统的CV水平集模型，使最终的分割结果更加精准。

### 3.4.1结合区域平均灰度值的CV模型

高斯混合模型对图像像素聚类后的效果，如图3.2所示，得到该结果后，我们对初始的目标区域以及背景区域计算灰度均值和，公式如下：



(3-1)

其中， 表示目标区域内部像素点的灰度值总和，表示目标



区域内部像素值的个数， 表示背景区域内部像素点的灰度值总和，表示背景区域像素点的个数。之后，我们将这两个数值融入到CV模型中得到新的能量泛函公式：



(3-2)

上述公式中，表示水平集函数，和分别表示曲线内部和外部的平均灰度值，表示像素点在坐标的灰度值，为了能够平衡目标区域、背景区域能量项和曲线轮廓内部、外部区域能量项在函数中的权重，我们加入了权重参数，两个参数的数值均为0.5，公式中均取值为1，表示Heaviside函数，定义如下：



(3-3)

因为Heaviside函数特殊性，没有具体的函数表达式，引入水平集函数后，选取Heaviside函数表达式如下：



(3-4)

### 3.4.2能量泛函求解

上一小节已经介绍了加入先验信息后优化的CV水平集模型，为了保证曲线在演化过程中的稳定，防止水平集函数在曲线演化过程中与符号距离函数偏差越来越大，我们在能量泛函公式加入正则项：

(3-5)



同时，为了保证曲线在演化过程中拓扑结构的平滑自然加入长度惩罚项：



(3-6)

得到最终的能量泛函公式为：

(3-7)



通过变分法以及标准梯度下降流法，可进一步得到水平集函数对时间的求导函数：



(3-8)

其中， 为Dirac函数[]，公式如下：



(3-9)



图像是离散化网格类型的数据，为了能够准确对水平集函数进行数值求解，对水平集函数进行离散化处理，采用的主要方法是有限差分法，假设时间间隔为 ，空间间隔为 ，公式如(2-35)，(2-36)所示。



## 3.5算法流程

GMMCV模型主要步骤如下：首先需要通过高斯混合模型对图像进行像素聚类，确定初始目标区域以及背景区域。然后，对图像进行灰度化处理，根据目标区域以及背景区域确定灰度均值。通过改进的CV模型演化曲线，最后输出图像分割的结果。具体算法流程如表3-1所示。

表3-1 GMMCV模型算法流程

|  |
| --- |
| GMMCV模型算法流程 |
| **输入：**  输入图像  **过程：**  # # # # # # # # # # # # # # # #高斯混合模型确定初始轮廓线# # # # # # # # # # # # # # #  1：初始化分类数目k以及各个分模型参数  2：EM算法迭代计算，求得各个参数直至收敛  3：对像素点标记颜色，得到聚类结果  # # # # # # # # # # # # # # # #改进CV水平集模型演化轮廓线# # # # # # # # # # # #  4：设定初始参数值  5：根据高斯混合模型进行水平集函数初始化  6：依据(3-1)计算和的值  7：依据水平集演化的偏微分方程，更新水平集函数  8：判断是否满足收敛条件，取0.01，否则返回步骤6  **输出：**割后图像 |

## 3.5实验

### 3.5.1实验环境和实验数据

实验硬件环境为:Intel(R) Core(TM) CPU I5-3370 @1.80GHz(2核) CPU、12GB RAM;软件环境为：Windows 7旗舰版操作系统、Matlab 2014a 、Opencv 3.1.0。实验参数若无特殊说明选取如下：Heaviside函数和Dirac函数中为1.0，时间步长取0.01，取0.002\*255\*255，取1.0。

实验数据：采用Berkely Computer Vision Group提供的数据集BSDS500[]，该数据集主要用于图像分割或者轮廓检测方面的研究，包含200张训练图片，200张测试图片，100张验证图片，数据集目标区域的结果由人工进行标注，包括轮廓信息和分割信息，数据集中的图像类型属于自然场景图像。

### 3.5.2评价标准

为了能够展示本文算法的有效性，我们可以通过肉眼观察看到本文模型的分割效果以及其它对比实验的分割效果，另外我们将采取采取以下四种量化指标对实验结果进行评测：



(3-10)



(3-11)



(3-12)

上述公式中，表示图像的真实区域值，表示图像的实验结果，数值越大说明模型分割的效果越好，数值越小说明模型分割的效果越好，则表示分割出的区域与真实区域的相似度。除此之外，本文还采用RMSE(Root Mean Square Error)来验证实验结果，公式如下所示，模型结果像素点的坐标用表示，真实区域坐标用表示，RMSE数值越小，表明实验结果与真是结果偏差越小。



(3-13)

### 3.5.3实验内容

GMMCV模型引入了目标区域和背景区域灰度均值，对经典的CV水平集模型能量项进行了改进，为了证明本文模型改进的有效性，与传统CV模型进行了实验对比。为了验证GMMCV模型比现有的水平集分割模型效果更好，在实验中对比了引入图像局部信息的LBF模型和RSF模型、降低计算复杂度的LIF模型、针对灰度不均匀问题的TPFP模型[]。

### 3.5.4实验结果













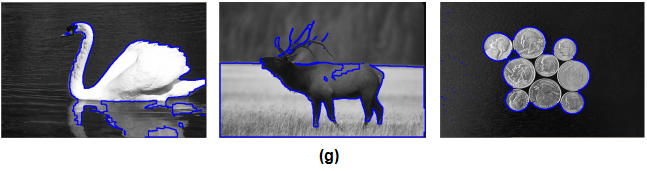


图3.4 各种算法的对比结果：(a)未处理图像,(b)本文模型结果,(c)LIF 模型结果, (d)LBF 模型结果,(e)RSF模型结果,(f)TPFP模型结果,(g)CV模型结果

本文模型与上述其它模型在公开数据集BSDS500上进行了对比实验，实验结果通过RMSE、SI、TPR以及FPR四项评价标准进行展示。实验中，RSF模型参数设置：0.02\*255\*255，8，LIF模型参数设置：0.007\*255\*255。从图3.4中，可以看出本文的模型能够更加精准的找到目标区域，(a)，(b)图中背景区域的纹理会影响曲线的演化，可以看出其它模型均受到干扰，本文模型在高斯混合模型聚类的前提下，有效避免了背景区域无关因素的干扰。(c)图灰度较为均匀、场景简单，图像目标区域和背景区域对比均匀，所有模型都有较好的分割效果。根据下表可以看出，本文模型具有更好的实验效果，TPR和FPR实验结果表明了本文模型确定目标轮廓线相较于其它模型而言更加精准，本文模型RMSE值较小表明分割的结果与真实值偏差较小，SI结果较大说明分割结果与真实值相近。

表3-2 6种方法在BSDS500得到的实验结果

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Method | RMSE | SI/% | TPR/% | FPR/% |
| Our method | 8.09 | 92.78 | 93.11 | 6.89 |
| LIF | 8.73 | 91.09 | 89.26 | 10.74 |
| LFB | 17.27 | 84.28 | 88.89 | 11.11 |
| RSF | 9.91 | 90.04 | 74.37 | 25.63 |
| TPFP | 13.10 | 89.77 | 90.01 | 9.99 |
| CV | 9.98 | 89.90 | 90.57 | 9.43 |

## 3.6本章小结

本章主要介绍了基于高斯混合模型与CV水平集理论的图像分割模型，分析了初始轮廓曲线对图像分割结果的影响。介绍了所提出模型的框架，介绍了高斯混合模型在聚类算法中的优势，分析了在模型中能够有效规避初始轮廓线带来的影响。介绍了结合区域平均灰度值的CV模型，介绍了改进的能量函数，详细推导了能量函数的数值求解。在BSDS500数据集上进行了对比实验，通过实验结果可以看出，高斯混合模型能够有效对图像像素进行二分类，初始目标区域的确定，改进的CV能量函数引入区域灰度均值和，多能量项结合使分割精度得到了较大提升。

# 第4章 自适应RSF-CV模型

结合高斯混合模型聚类方法提供的先验信息能有效提高模型的精确度。但是，高斯混合模型也存在一定局限性：该模型针对单一像素点进行分类，没有参考邻域像素和其它空间信息，容易受到噪声因素的影响。另外，上一章节的模型主要依赖图像的全局信息烟花曲线，对于灰度不均匀的图像处理效果较差。本章主要的研究内容是在模型上兼顾图像全局信息和局部信息，以及在聚类算法上克服噪声因素对图像分割的影响。

因设备采集问题或者图像传播问题，图像噪声的分布特点比较均匀，不会出现某一局部区域出现大面积噪声，而另一部分没有任何噪声的现象，KMeans聚类算法相较于高斯混合模型能够较好的克服这一因素的影响。KMeans聚类算法可知，该算法能够有效结合像素周围邻域信息，并且KMeans聚类方法能够返回类簇中心作为灰度均值，这样相较于之前采用的和区域灰度均值更加精准，由于我们主要将图像分为两个区域，因此初始的聚类数目可确定为2。

RSF模型更加注重图像的局部信息，可以克服灰度不均匀带来的问题，CV模型能够更好的处理图像的全局信息，降低噪声以及初始轮廓线对分割结果的影响。为了能够有效调节两个能量项的作用，引入了LBP算法的思想动态调整两个能量项的权重系数，达到共分割的目的。

## 4.1模型框架

为了进一步提高模型分割的准确度，引入了KMeans聚类方法，该方法不仅能够减小噪声影响，并且算法得到的类簇中心可以作为目标区域和背景区域的灰度均值，分割模型采用基于图像全局信息的CV模型和基于图像局部信息的RSF模型相结合的方式，有效降低灰度不均对图像分割的影响。另外，结合LBP算法的思想动态调整两个能量项的权重系数，使该模型在背景区域以CV模型演化曲线为主，在接近目标区域时以RSF模型烟花曲线为主。框架如图4.2所示。

1. 模型输入：将待处理的图像输入模型中。
2. 图像灰度化处理：对图像进行灰度化处理，如果图像是灰度图像，则跳过这一步。

2. KMeans聚类算法处理：待处理图像经过KMeans聚类算法处理，得到初始目标区域和背景区域，可通过该目标区域确定初始轮廓线，另外，KMeans算法得到的两个类簇中心，作为先验信息放入水平集模型中。

3. RSF-CV模型演化曲线：CV能量项注重图像全局信息，当分割线处在背景区域时，以该能量项驱动为主；RSF能量项注重图像局部信息，当分割线接近目标区域时，以该能量项为主。利用LBP算法思想，动态调整能量项权重。

4. 模型输出：达到迭代终止条件，输出图像分割的结果。

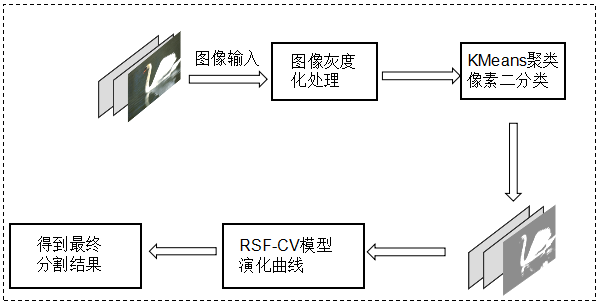


图4.2 模型分割算法框架

## 4.2 图像灰度化处理

水平集模型演化曲线主要依赖图像的灰度变化信息，与图像的色彩无关。彩色图像灰度化处理可以降低计算复杂度，有效提高计算效率。另外，模型首先进行的是KMeans聚类算法，得到目标区域和背景区域的灰度均值。因此，必须进行灰度化处理才能够得到灰度值。

## 4.3 KMeans聚类处理

KMeans聚类算法能够初步对图像像素进行聚类，得到目标区域和背景区域，结果如图4.1所示。



图4.1 KMeans聚类算法确定的目标区域

另外，KMeans聚类算法可直接得到初始目标区域以及初始背景区域的灰度均值也就是类簇中心，相较于之前高斯混合模型的方法更为精确。

## 4.4自适应RSF-CV模型

RSF模型在CV模型的基础上进行改进，更多考虑图像的局部信息。该方法的理论根据就是，图像在足够小的局部区域是满足灰度均匀的，因此只要找到合适的小区域就可以对曲线进行演化。但是，过多的依赖图像局部信息会引起模型的不稳定，噪声因素、初始轮廓线因素都会影响此类模型图像分割的结果。CV模型更多的考虑图像的全局信息，受初始轮廓线和噪声影响较小，但灰度不均匀问题是此类模型面临的重大难题。RSF-CV模型将二者结合，既考虑全局信息又考虑局部信息。RSF-CV模型根据曲线周围的邻域信息，动态调整模型中各个能量项的权重系数引导曲线演化，使得能量函数在背景区域时以CV能量项为主，在接近目标区域时以RSF局部能量项为主。

### 4.2.1 RSF-CV模型

经过KMeans预判目标区域之后，可以得到类簇中心和，将其引入到2.3.3小节介绍的RSF模型，得到改进的RSF模型能量函数如下：



(4-1)

上述公式中的参数，可参考2.3.3小节介绍，新引入的类簇中心为KMeans聚类算法得到的初始化类簇中心，在之后的迭代过程中，我们依然采用对目标区域内部和外部求取灰度均值的方法进行计算：



(4-2)

其中，表示区域的平均灰度值，下标1为目标区域、下标2为背景区域，表示该区域像素点的个数，为该区域像素点的灰度值。得到后续的能量函数如下：



(4-3)

当前模型只考虑了图像局部信息，计算复杂，迭代缓慢，并且容易在分割时陷入局部极小值，因此我们再引入3.2小节提出CV能量项来克服这个问题，能量函数如下：

(4-4)



在上述公式中，我们引入了和对能量项进行动态调参，该数值根据分割曲线所处的位置进行计算。

### 4.2.2动态调参

如上一小节所述，由于在能量函数中，引入了不同的两个能量项，其中一个更多考虑图像全局信息，另一个能量项更多考虑图像局部信息，为了能够保证图像分割的准确度，我们需要调整二者的权重。

调整的方式借鉴了2.4.3小节介绍的LBP算法的思想，首先定义如下公式：

(4-5)



其中，表示周围的8个像素点，为轮廓线上点的坐标，表示背景区域和目标区域的灰度均值差，的值为8。可以看出，当值较大时，周围像素点的灰度值差异较大，比背景区域和目标区域平均灰度值的差值都大，表明轮廓线已演化至目标区域附近，应当迭代以局部能量项为主，反之，当值较小时，值较大，表明此时迭代应当以全局能量项为主。由此可根据轮廓线所处的图像周围信息来动态调整能量项权重。

### 4.2.3能量泛函求解

我们将水平集函数引入上述能量公式中，构造能量泛函，同时，为防止曲线演化过程中的不稳定，加入符号距离项和长度惩罚项，公式如(3-5)，(3-4)所示，能量泛函如下：



(4-6)

其中，，的值为1，Heaviside函数与第三章介绍的Heaviside函数保持一样。的值为CV模型曲线内部区域和外部区域灰度均值，由公式(2-29)，(2-30)计算得到，表示图像中某点的灰度值，为RSF模型高斯核函数，如(2-38)所示，和为RSF模型与CV模型的权重系数。通过变分法以及标准梯度下降流法，可进一步得到水平集函数对时间的求导函数：



(4-7)

其中，表示Dirac函数与第三章介绍的Dirac函数保持一样，由于图像是离散化二维网格数据，为了能够准确对水平集函数进行数值求解，我们采用2.3.2小节介绍的有限差分法进行计算，算法流程如表4-1所示。

表4-1 算法流程

|  |
| --- |
| 模型算法流程 |
| **输入：**  输入图像  **过程：**  # # # # # # # # # # # # # # # #KMeans聚类算法确定初始轮廓线# # # # # # # # # # # # # # #  1：图像进行灰度化处理  2：初始化分类数目k，随机选取k个类簇中心  3：**FOR TRUE DO**  4： 计算样本与类簇中心相似度，得到最高相似度进行归类  5： 对同一类计算均值，得到新的类簇中心  6： **IF** 公式(2-55) **<** 阈值  7：  **BREAK**  8：**END FOR**  9：返回聚类结果  # # # # # # # # # # # # # # # #RSF-CV水平集模型演化轮廓线# # # # # # # # # # # #  10：设定初始参数值  11：根据KMeans聚类算法返回结果将类簇中心引入函数，进行水平集函数初始化  12：依据(3-1)迭代更新和的值  13：依据水平集演化的偏微分方程，更新水平集函数  14：判断是否满足收敛条件，满足退出，否则返回步骤11  **输出：**割后图像 |

## 4.5实验

### 4.5.1实验环境和实验数据

实验硬件环境为:Intel(R) Core(TM) CPU I5-3370 @1.80GHz(2核) CPU、12GB RAM;软件环境为：Windows 7旗舰版操作系统、Matlab 2014a 、Opencv 3.1.0。实验参数若无特殊说明选取如下：Heaviside函数和Dirac函数中为1.0，时间步长取0.01，取0.002\*255\*255，取1.0，取值为3。

实验数据：实验数据集采用自然场景数据集BSDS500数据集以及医学数据集STARE。STARE数据集是眼底视网膜图像数据[]，主要用来做视网膜血管分割研究，数据集图像尺寸大小为605\*700，图像中包括病变图像以及未病变图像，其分割真实结果由专家进行标注。

### 4.5.2评价标准

为了验证本文模型的有效性，我们可以通过肉眼观察看出本文模型的实验效果与其它模型的实验效果的优劣，另外，本文采用DSC(dice similarity coefficient)以及Jaccard(jaccard similarity)[]两种指标进行评估：

(4-8)



(4-9)



其中， 表示模型的分割结果，表示数据集真实结果，表示区域内包含的像素点个数，DSC和JS两个指标越接近于1，说明模型分割的结果与真实结果越接近，分割越精确。



### 4.5.3实验内容

为了验证本文算法的有效性，我们在实验中对比了经典的CV水平集模型，引入局部图像信息的RSF模型、LBF模型，以及降低算法复杂度的LIF模型，主要的实验内容如下所示：

实验一：与上述几个模型在BSDS500自然场景数据集以及STARE医学数据集进行实验对比，模型参数设置与3.3.3小节相同，实验结果通过上一小节介绍的评价标准进行展示。

实验二：为了克服噪声因素的影响，本文模型引入KMeans聚类算法替代高斯混合模型，因此，在本次实验中对图像加入了噪声，并对比了之前高斯混合模型确定目标区域的GMM-CV水平集模型。

实验三：本文模型将图像局部信息与全局信息相结合，并通过权重系数有效调节，为了验证验证本文模型对于图像局部信息的有效利用，本次实验在灰度不均匀图像进行实验对比，对比模型为上述几个模型。

### 4.5.4实验结果

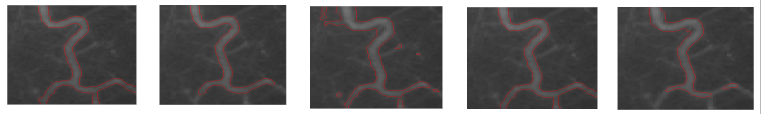






图4.3 (a) 本文模型的分割结果, (b) RSF模型分割结果, (c) LIF模型分割结果, (d) LBF 模型分割结果.(e)CV模型分割结果

从图4.3中我们可以看到本文模型相较于其它模型而言，能够很好的拟合目标轮廓区域，其它模型在飞机那张图片中会受到背景区域白云的影响导致分割不准确。本文模型充分发挥了Kmeans聚类算法对目标区域的初始判断，并且在全局能量项和局部能量项的共同作用下驱动曲线演化达到准确分割的目的。本文模型的在BSDS500数据集上测得的实验结果，如表4-2所示。

表4-2 实验结果

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Method | DSC | JS | 标准差 |
| Our method | 0.9474 | 0.9239 | 1.0864 |
| RSF | 0.8730 | 0.8909 | 1.1854 |
| LIF | 0.8619 | 0.8439 | 2.1321 |
| LBF | 0.8190 | 0.8428 | 1.5433 |
| CV | 0.7443 | 0.7566 | 2.9801 |

## 4.6本章小结

本章主要介绍了所提出模型的框架，分析了KMeans聚类算法在抵抗图像噪声方面的优势，展示了KMeans聚类算法对图像像素二分类的结果，介绍了将类簇中心引入模型中的方式。重点介绍了自适应RSF-CV模型，分析了RSF模型和CV模型的不足之处以及将RSF模型与CV模型相结合的优点，介绍了将两者结合后的能量函数，利用LBP算法思想对RSF能量项以及CV能量项自适应调参，详细推到了能量函数的数值求解。分析了在数据集BSDS500以及STARE数据集上的实验结果，实验结果显示，本文的模型在抗躁性相较于之前的模型有了显著提高，在针对灰度不均匀图像的分割上也具有较好的分割结果，评价指标也显示了本文模型相较于其它模型在BSDS500数据集上的表现更加优异。

# 第5章 总结与展望

## 5.1总结

近年来，随着计算机硬件水平的提高、互联网技术的蓬勃发展，图像日益成为了人类社会不可或缺的信息载体，发展高端的图像处理技术的需求日益增长，各类图像处理的算法层出不穷。结合了水平集方法的图像分割模型作为图像分割领域的一个研究方向，长久以来都是研究的热点。其结合水平集方法演化活动曲线这样天才般的构想，有效解决了曲线演化完全依赖繁琐复杂的参数计算的难题。本文在科研前辈们研究成果的基础上大胆创新，提出了一些改进，现总结工作如下：

（1）初始轮廓线对水平集图像分割的结果至关重要，我们通过高斯混合模型对图像像素进行二分类，分为初始目标区域以及背景区域，起到预判初始轮廓线的作用。从第三章的实验结果中可以看出，在克服初始轮廓线问题上具有一定的效果。之后，考虑到高斯混合模型考虑单一像素而造成了对噪声敏感问题，我们引入KMeans聚类算法取代高斯混合模型。第四章的实验结果可以看到，KMeans聚类方法在处理含噪声图像上具有较好的效果。

（2）因为水平集方法具有良好的信息包容性，本文所提到的两个模型都引入了聚类算法得到的先验信息。在第三章介绍的GMM-CV模型中，将初试目标区域以及背景区域的灰度值加和求平均引入到CV模型中进行改进，并随着轮廓线的演化不断迭代灰度均值，以达到更加精准的分割目的。在第四章介绍的KMRSF-CV模型中，巧妙运用了KMeans聚类方法得到的目标区域和背景区域的灰度均值，相较于之前的求和平均算法而言，效果更加准确。

（3）传统经典的CV水平集模型注重图像的全局信息，曲线演化易受到灰度不均匀因素的影响，RSF模型以及LBF模型更注重图像轮廓线周围的邻域信息，易陷入局部极小值。本文模型将两者进行结合提出RSF-CV模型，充分考虑全局信息和局部信息，并通过LBP算法的思想，在曲线演化过程中，赋予两个能量项不同的权重系数，使图像分割更加精准。

## 5.2展望

本文的工作取得了一定成效，但依然进一步探索的地方，未来的研究工作可以从以下几点进行进一步改进：

（1）本文在确定初始目标区域和背景区域，采用了高斯混合模型以及KMeans聚类算法。在后续的研究工作中，可以尝试采用其它聚类方法甚至非聚类方法得到先验信息。另外，也可以研究分析高斯混合模型和KMeans算法的一些改进算法是否能够与水平集图像分割更好结合。

（2）由于有些图像目标区域与背景区域灰度差别较小，容易引起图像分割失败，可以尝试采用一些图像增强方法对待分割的图像进行预处理，例如直方图均衡化方法，这样可以增加前景区域和背景区域的对比度。但也要考虑到对灰度不均匀图像，采用这样的预处理会加剧不均匀性，因此要做好权衡以及应对措施，这也是下一步工作的研究点。

（3）目前人工神经网络、深度学习非常热门，这一类技术在学习过程中对参数调整非常精准，如果在设备允许的条件下可以尝试结合人工神经网络进行研究。本文模型在曲线演化过程中，采用LBP算法思想进行动态调参，形式上可能略显单薄，如果能够结合人工神经网络，根据轮廓线所处的图像区域进行调整，有可能会进一步优化模型，分割更加准确。

# 参考文献

# 致谢

时光荏苒，岁月穿梭。暮去朝来，几经波折。本科时期的峥嵘岁月犹在眼前，转眼就到研究生毕业的时候了。三年时光，感觉很短，白驹过隙，不经意间就从鲜肉变腊肉。三年时光，感觉很长，只要未曾蹉跎，便也会收获满满，正所谓岁月不饶人，我也未曾饶了岁月。研究生阶段能够有所成长，自然离不开老师的指导、家人的支持、同学的辅助、朋友的鼓励，当然还有自己的苦耕不辍，在此一一感谢你们的付出，愿你们身体健康，幸福快乐。

首先最要感谢恩师——唐雁教授，三年前愿收我为“唐门弟子”，自此求学之路上便点亮了一盏明灯。初为研究生，茫然无知，空有一颗敲代码的心，却不知从何做起。依然记得您对我的谆谆教诲，该看什么，该学什么，该了解什么，当时心里有点小叛逆的我听的似懂非懂，三年后，我懂得了您的良苦用心，确实应该如此。研二面临发表学术论文和毕业论文开题两项重要任务，您悉心指导我及其他同门如何完成一篇优秀的论文，行文逻辑的严谨，字词语句的推敲，作为理工科学生，我学到的不仅是论文的写作，还有思考问题解决问题的能力。毕业论文开题以及写作，也受到您的耐心指导，当我看到其他同学为毕业论文忧心忡忡的时候，我很淡定，我知道有您的指导，一切问题都会迎刃而解，提纲挈领、纲举目张，您的语录我都牢记在心，我收获的不仅是顺利毕业，而且还有正确的世界观和方法论。由衷的祝愿您，身体健康，万事如意，桃李满天下。

然后，感谢父母的支持。虽未出身在书香门第，但父母十分开明，知道读书之重要，也竭尽全力为我的求学之路保驾护航。虽说在这条路上，受过骂，挨过打，经历过低谷，也曾有过巅峰，但致知格物的初心，未曾改变。学历虽然在此告一段落，但学习的脚步不会停止，希望我的表现不会让二老失望。

最后，感谢同门三人，老王、老蒋、航宇一起并肩作战，共同进步，相聚便是缘分，望各位前程似锦，多多保重。感谢师兄师姐，同欢师兄、德磊师兄、书涛师兄，感谢师兄师姐们的指导，特别感谢书涛师兄在实习期间的照顾、编程技术上帮助、秋招时期的就业指导，望友谊长存，也祝你们在工作岗位上一切顺心。感谢师弟师妹们提供的便利和帮助，看到你们在研究生阶段的成长也真心为你们感到开心，祝你们毕业顺利，生活愉快。还要感谢女朋友陈红玲对我的帮助，在你身上我学到了很多优点，希望我们在日后的工作岗位上共同取得进步。

另外还要感谢各位科研前辈对学术做出的重大贡献，感谢科技大佬为我们创造如此便捷的信息化生活。没有各位前辈的日夜奋战，不知疲倦的在科研第一线付出，我也无法感受到科研的魅力，无法享受科技对生活的改变，此时此刻，站在巨人的肩膀上这句话表达我内心的感受，真的再合适不过了。同时，感谢参加论文评审和答辩工作的各位专家和教授，我会虚心听取您的意见，认真雕琢毕业论文，祝各位老师工作顺利，真挚的道一声辛苦了。

行文至此，也该告一段落了，心中纵有千言万语，也无法洋洋洒洒，毕竟篇幅有限，那就让豪言壮语化作行动，让天马行空化作现实，勤勉耕耘自会满仓硕果，追求进步永不停歇。

高名衍

2020年3月于西南大学

# 攻读硕士学位期间公开发表的论文

[1] 李同欢,

[2] Tonghuan

[3] Tonghuan Li,

[1] Kurumisawa T. Image processing apparatus and method, and image processing program[J], 2018, 1(1): 65-70 Vol.1.

[2] Hoseini F, Shahbahrami A, Bayat P J J O D I. An Efficient Implementation of Deep Convolutional Neural Networks for MRI Segmentation[J], 2018, 31(2): 1-10.

[3] Lei L, Correia P L, Hadid A J I B. Face recognition under spoofing attacks: countermeasures and research directions[J], 2018, 7(1): 3-14.

[4] Gupta M R, Jacobson N P, Recognition E K G J P. OCR binarization and image pre-processing for searching historical documents[J], 40(2): 389-397.

[5] Brodhead M T, Kim S Y, Rispoli M J, et al. A Pilot Evaluation of a Treatment Package to Teach Social Conversation via Video-Chat[J], 2019, 49(8).

[6] Bi L, Kim J, Kumar A, et al. Stacked fully convolutional networks with multi-channel learning: application to medical image segmentation[J], 2017, 33(6): 1061-1071.

[7] 冈萨雷斯, ) R C, 伍兹, et al. 数字图像处理 : MATLAB版 : 第2版= Digital image processing using MATLAB,second edition : 英文[M]. 2013.

[8] Scambos T A, Dutkiewicz M J, Wilson J C, et al. Application of image cross-correlation to the measurement of glacier velocity using satellite image data[J], 42(3): 177-186.

[9] Sheng H, Zhang Y, Chen J, et al. Heterogeneous Association Graph Fusion for Target Association in Multiple Object Tracking[J], 2018, PP(99): 1-1.

[10] Cespedes I, Ophir J J U I. Reduction of Image Noise in Elastography[J], 15(2): 89-102.

[11] Uwano I, Kudo K, Yamashita F, et al. Intensity inhomogeneity correction for magnetic resonance imaging of human brain at 7T[J], 2014, 41(2): 022302.

[12] Arbeláez P, Maire M, Fowlkes C, et al. Contour Detection and Hierarchical Image Segmentation[J].

[13] Chen X J, Li D. Medical Image Segmentation Based on Threshold SVM[C]. Biomedical Engineering and Computer Science (ICBECS), 2010 International Conference on, 2010.

[14] 江晓亮. 基于模糊聚类及活动轮廓模型的图像分割技术研究[D]. 西南交通大学, 2016.

[15] 赵雪松, 计算机辅助设计与图形学学报 陈 J. 综合全局二值化与边缘检测的图像分割方法[J](2): 22-25.

[16] 信息技术 龙 J. 图像边缘检测中的微分算子法及其比较[J], 2011(6): 98-101.

[17] Yu X, Yla-Jaaski J. A new algorithm for image segmentation based on region growing and edge detection[C]. Circuits and Systems, 1991., IEEE International Sympoisum on, 1991.

[18] 孙研. 基于智能优化算法的多阈值图像分割技术及其并行加速[D]. 南京理工大学, 2014.

[19] 邓世伟, 电子学报 袁 J. 基于数学形态学的深度图像分割[J](4): 6-9.

[20] 杨治明, 王晓蓉, 彭军, et al. BP人工神经网络在图像分割中的应用[J], 2007, 34(3): 234-236.

[21] Balla-Arabé S, Gao X, Wang B J I T O C. A Fast and Robust Level Set Method for Image Segmentation Using Fuzzy Clustering and Lattice Boltzmann Method[J], 2012, 43(3): 910-920.

[22] 刘志敏, 杨杰, 计算机工程与科学 施 J. 数学形态学的图象分割算法[J](04): 23-29.

[23] 罗红根, 朱利民, 中国图象图形学报 丁 J. 基于主动轮廓模型和水平集方法的图像分割技术[J](3): 7-15.

[24] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D J I J O C V. Snakes: Active Contour Models[J], 1988, 1(4): 321-331.

[25] 孙晓云, 王书朋, 西安科技大学学报 郑 J. 参数轮廓模型的目标跟踪[J], 2010(1): 123-126.

[26] Osher S, Fedkiw R, Piechor K. Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces[J], 2004, 57(3): xiv+273.

[27] Caselles V, Catté F, Coll T, et al. A geometric model for active Contours in image processing[J], 1993, 66(1): 1-31.

[28] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision, 2002.

[29] Siddiqi K, Lauziere Y B, Tannenbaum A, et al. Area and length minimizing flows for shape segmentation[J], 7(3): 433-443.

[30] Liu W, Shang Y, Yang X J P R L. Active contour model driven by local histogram fitting energy[J], 34(6): 655-662.

[31] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J], 42(5): 577-685.

[32] Chan T F, Vese L a J I T O I P a P O T I S P S. Active Contours without Edges[J], 2001, 10(2): 266-277.

[33] Li C, Kao C Y, Gore J C, et al. Implicit Active Contours Driven by Local Binary Fitting Energy[C]. Computer Vision and Pattern Recognition, 2007. CVPR '07. IEEE Conference on, 2007.

[34] Zhang K, Song H, Recognition L Z J P. Active contours driven by local image fitting energy[J], 43(4): 1199-1206.

[35] Wang H J, Liu M J I J O P R, Intelligence A. ACTIVE CONTOURS DRIVEN BY LOCAL GAUSSIAN DISTRIBUTION FITTING ENERGY BASED ON LOCAL ENTROPY[J], 27(06): 1355008.

[36] 袁建军. 基于偏微分方程图像分割技术的研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2012.

[37] 贾迪野, 黄凤岗, 中国图象图形学报 文 J. 一种全局优化的水平集图像分割方法[J](1): 27-32.

[38] 王慧斌, 高国伟, 徐立中, et al. 基于纹理特征的多区域水平集图像分割方法[J], 46(11): 30-38.

[39] Ali H, Rada L, Badshah N J I T O I P. Image Segmentation for Intensity Inhomogeneity in Presence of High Noise[J], 2018, PP(99): 1-1.