

# 一种结合 GMM 和活动轮廓的混合型图像分割方法

陈 明,林益贤

(湖南师范大学 信息科学与工程学院,长沙 410081)

E-mail:chenming@hunnu.edu.cn

**摘 要:** 图像分割是图像处理和计算机视觉中一个基本问题. 高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM)和活动轮廓(Active contour models, ACMs)是两类典型的分割模型,它们在目标函数和分割效果上均表现出互补性. 引入 logistic 函数来衡量 ACM 中前景归属的不确定性,并与 GMM 的隐变量后验概率建立对应关系,从而搭建了 ACM 和 GMM 的双向通信桥梁. 分别利用期望最大算法(Expectation-Maximization, EM)和梯度下降流优化这两类目标,结合区域统计信息和轮廓曲线的几何信息,提出了一个新型分割方法. 首先, GMM 传递自身的状态至 ACM 中,用于初始化活动轮廓曲线并构建区域项,进一步协助重表达 Dirac 函数并用于活动轮廓的演化. 然后, EM 过程从当前梯度下降流中获得反馈信息,用于高斯分支先验分布的动态估计. 实验结果表明,通过双向通信,该分割方法可以快速收敛,在分割效果上也表现良好.

**关键词:** 图像分割;高斯混合模型;活动轮廓;Logistic 函数

中图分类号: TP301

文献标识码: A

文章编号: 1000-1220(2018)08-1855-05

## Image Segmentation Based on a Novel Hybrid of GMM and Active Contour Methods

CHEN Ming, LIN Yi-xian

(College of Information Science and Engineering, Hunan Normal University, Changsha 410081, China)

**Abstract:** Image segmentation is one of classic problems in image processing and computer vision. Gaussian mixture model (GMM)-based methods and active contour methods (ACMs) are two typical technologies, exhibiting complementariness in both the involved objective functions and segmentation results. In this paper, their new combination is proposed based on gradient descend flow and Expectation-Maximization (EM) algorithms. A two-way communicating bridge is built, through introducing the logistic function to measure segmentation uncertainty in ACMs, and corresponding it to the counterpart of GMM. Firstly, GMM delivers its state to ACMs, as an initialization and image appearance model, and further assists in deriving a substitute for Dirac function to help the contour evolve. Secondly, EM gains dynamically a feedback from current gradient descend flow while estimating the priori distribution. The experiments show that our method benefiting from proper communications, converges fast and is comparable to typical ACMs.

**Key words:** image segmentation; gaussian mixture model; active contour methods; Logistic function

## 1 引 言

图像分割是数字图像处理、计算机视觉领域中的基本问题之一,在以图像和视频为研究对象的模式识别系统中扮演重要的角色. 图像分割是根据图像的灰度、颜色、纹理等特征把图像划分成具有某种特性的区域,并根据这些特性提取出有用的目标. 然而实际图像受到硬件条件、观测角度、光照条件、遮挡、复杂背景等因素的影响,因此对图像进行合理的分割,是一个比较困难的问题<sup>[1,2]</sup>.

高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM)和基于水平集的活动轮廓模型(Active contour models, ACMs)是两类典型的图像分割模型<sup>[3]</sup>. GMM 是一个产生式概率聚类模型,一般利用期望最大化(Expectation-Maximization, EM)获得图像特征(例如颜色和纹理)的统计性质,从而分割图像. EM-GMM 方法实现过程简单,常产生粗糙的、缺乏良好几何特性的分割结果,一般用于一些迭代方法的初始化,或者,被纳入

其它能量函数中,用于描述图像的表现模型<sup>[4]</sup>. 不同于 EM-GMM 的概率特性,基于水平集的活动轮廓法则采用了变分模型. ACMs 以高维水平集函数隐式地表达轮廓曲线,基于更新方程不断地演化该轮廓,最终得到平滑的、闭合的、高精度的分割曲线. 这类方法能够自动处理目标边界的拓扑变化<sup>[5]</sup>,但是,对初始化比较敏感,收敛速度慢.

鉴于 EM-GMM 和活动轮廓法所具有的不同特性,一些文献试图结合两者的优点. 文献[6-9]利用 GMM 构建 ACM 的区域项. 其中,文献[7-9]利用水平集函数的反馈信息,更新 GMM 的后验概率. 文献[10]提出曲率平滑项和 GMM 相统一的模型,为 GMM 引入了水平集函数相关的几何先验. 但是,文献[10]的方法忽略了曲线演化过程中的动态信息.

本文针对二相分割提出了一个新型混合体,称为 ACM&GMM. 该分割方法交替地执行 GMM 的 EM 算法和活动轮廓演化方法,并以恰当方式相互通信,从而形成一个混合算法. 对于每一个像素,引入 logistic 函数衡量其属于内部区

域的概率,并将该概率对应到 GMM 中隐变量的后验概率,从而顺利地搭建了 GMM 和活动轮廓之间的桥梁.基于此,按照如下方式关联 GMM 和 ACM:

- 1) 利用 GMM 初始化活动轮廓曲线,免去了活动轮廓的手动初始化;
- 2) 利用 GMM 构建活动轮廓模型中的区域项;
- 3) 利用 GMM 中隐变量的后验,重新表达曲线演化方程中的 Dirac 函数;
- 4) 利用梯度下降流所提供的几何反馈,动态地构建了 GMM 的高斯分支先验分布计算式.在上述过程中,ACM 和 GMM 均利用了对方的最新信息,ACM&GMM 只需要很少的演化次数便可获得较为满意的结果.实验表明,我们的方法能够显著提升 GMM 的粗糙分割结果,在非匀质图像上也表现良好.

本文剩余内容的组织如下:第2节概述 GMM 和 ACM 模型;第3节详细阐述提出的 ACM&GMM 方法;第4节进行详细的实验分析;最后,第5节总结全文.

2 GMM 与 ACM 概述

本节,我们首先概述 GMM 及其 EM 优化过程,然后介绍典型的活动轮廓模型.

2.1 GMM

给定一幅图像,记其所有像素点为  $\Omega = \{1, \dots, N\}$ ,特征为  $\{x_1, \dots, x_N\}$ . GMM 是若干个高斯分布混合而成的模型.若 GMM 具有  $K$  个分支,假设每一个  $x_j$  是从某个高斯分支中抽样得到.设  $z_j$  是  $x_j$  对应的高斯分支, $z_j$  的值不可观测, $z_j \in \{1, \dots, K\}$  是一个隐变量.设  $\Pi = (\pi_1, \dots, \pi_K)$  是  $K$  个高斯分支被选中的先验概率分布,  $\theta_i = \{\mu_i, \Sigma_i\}$  为第  $i$  个分支的高斯分布参数;均值向量和协方差矩阵. GMM 的概率密度函数定义如下:

$$p(x|\Pi, \Theta) = \sum_{i=1}^K \pi_i p(x|\theta_i).$$

为了估计 GMM 的参数  $(\Pi, \Theta) = \{\pi_i, \theta_i\}_{i=1}^K$ , EM 算法反复迭代下面的两步,在  $\{x_1, \dots, x_N\}$  上极大化不完全对数似然.

E-step: 已知  $(\Pi^t, \Theta^t)$ , 计算后验概率  $z_{ji}^t = p(z_j = i | x_j, \Theta^t)$

$$z_{ji}^t = \frac{\pi_i^t p(x_j | \theta_i^t)}{\sum_{m=1}^K \pi_m^t p(x_j | \theta_m^t)}, j = 1 \dots n, i = 1 \dots K \quad (1)$$

M-step: 更新参数  $(\Pi^t, \Theta^t) \rightarrow (\Pi^{t+1}, \Theta^{t+1})$

$$\pi_i^{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z_{ji}^t, \mu_i^{t+1} = \frac{\sum_{j=1}^N z_{ji}^t x_j}{\sum_{j=1}^N z_{ji}^t},$$
  
$$\Sigma_i^{t+1} = \frac{\sum_{j=1}^N z_{ji}^t (x_j - \mu_i^{t+1})(x_j - \mu_i^{t+1})^T}{\sum_{j=1}^N z_{ji}^t}, i = 1 \dots K \quad (2)$$

2.2 基于水平集函数的活动轮廓方法

ACM 将图像平面看成是连续的区域,首先初始化一个轮廓曲线,通过最小化能量函数,令该轮廓演化收敛至目标边界处.水平集方法根据  $t$  的活动轮廓  $C(t)$  以高维的水平集

函数  $\phi(x, t)$  的零水平集来描绘:  $C(t) \triangleq \{x \in \Omega; \phi(x, t) = 0\}$ . 这里,对于任意的点  $x \in \Omega$ ,我们设定:若  $x \in inside(C)$ ,则  $\phi(x, t) > 0$ ;若  $x \in outside(C)$ ,则  $\phi(x, t) < 0$ .

活动轮廓可以分为两类:边缘型和区域型.边缘型模型通过设计了一个边界停止函数,吸引活动轮廓停在目标边界上.测地活动轮廓等(Geodesic Active Contours, GAC)<sup>[11]</sup>使用了如下停止函数:  $g(|\nabla I|) \triangleq 1/(1 + |\nabla G_\sigma * I|^2)$ , 其中,  $G_\sigma$  为 Gaussian 滤波器,  $\sigma$  为标准差,  $I$  为图像特征.区域型模型利用区域统计信息来引导轮廓曲线逼近目标边界,这类模型有著名的 C-V 模型<sup>[12]</sup>:

$$E_{CV}(\phi, c_1, c_2) = \lambda_1 \int_{\Omega} |I(x) - c_1|^2 H(\phi(x)) dx + \lambda_2 \int_{\Omega} |I(x) - c_2|^2 (1 - H(\phi(x))) dx \quad (3)$$

这里,  $C_1(\phi)$ 、 $C_2(\phi)$  分别为轮廓曲线内部和外部的均值.  $H$  为 Heaviside 函数,计算时常以正则形式  $H_{1,\epsilon}(z) = \frac{1}{2} (1 + \frac{2}{\pi} \arctan(\frac{z}{\epsilon}))$  加以替换.最小化(3)的典型迭代方法有:梯度下降流.

C-V 模型不能很好的处理非匀质图片.为了克服这一缺陷, Li 等<sup>[13]</sup>基于核方法提出了 RSF(region-scalable fitting)模型,但该模型的计算量非常大<sup>[14]</sup>. Zhang 等<sup>[14]</sup>所提出的 LIF(local image fitting)模型,是对 RSF 的改进,在计算复杂度和分割效果上取得平衡. LIF 模型在截断的高斯窗口中进行简单的信息统计,在很少的计算代价下,能够取得与 RSF 相似的效果.

3 本文的 ACM&GMM 方法

本文基于 EM-GMM 和梯度下降流,提出了一个混合型分割方法 ACM&GMM,较好的结合了区域统计信息和轮廓曲线的几何信息.用 logistic 函数替代 Heaviside 函数,映射水平集函数值为分割的不确定性,并与 GMM 中隐变量的后验概率建立对应关系,搭建了 ACM 与 EM-GMM 之间的通信桥梁.一方面,输送 GMM 的状态至 ACM;利用 GMM 的当前参数来描述当前的区域项,并用隐变量改写 Heaviside 函数和  $H'(\phi)$ . 另一方面,梯度下降流为 GMM 提供了动态反馈,用于估计 GMM 中高斯分支的先验分布.图1描述了 ACM&GMM

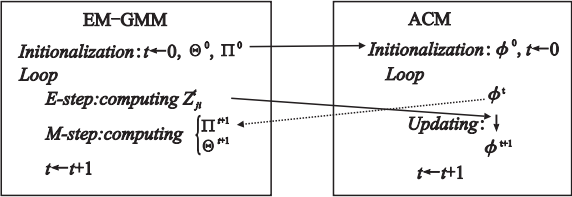


图1 ACM&GMM 算法框架

Fig. 1 Framework of ACM&GMM

的算法框架,以交替方式执行 EM-GMM 和梯度下降流,直至满足停机条件.本文所使用的活动轮廓模型包含两项:边界项和区域项,能量函数及其梯度下降流分别见(4)-(5)式:

$$E(\phi, \Theta) = E_c(\phi, \Theta) + \beta E_e(\phi), \quad (4)$$
  
$$E_r(\phi, \Theta) \triangleq - \int_{\Omega} H(\phi) \log p(x | \theta_1) dx - \int_{\Omega} H(-\phi) \log p(x | \theta_2),$$

$E_{\varepsilon}(\phi) = \int_{\Omega} g \delta(\phi) |\nabla \phi| dx,$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{x_j} = \delta(\phi_j) \left( \log \frac{p(x_j | \theta_1)}{p(x_j | \theta_2)} + \beta \operatorname{div} \left( g \frac{\nabla \phi_j}{|\nabla \phi_j|} \right) \right) \quad (5)$$

这里,  $\delta(\phi) = H'(\phi)$  为 Dirac delta 函数. 边界项是 conformal 度量[13]下的轮廓曲线长度,  $\beta$  为权重.

本文仅考虑二相分割, 设  $p(x_j | \theta_i)$  服从高斯分布. 设定 GMM 中的  $K=2$ , 恰好令每个高斯分支对应 ACM 中的一个分割块. 因此, 在该模型中, 区域项  $p(x_j | \theta_i)$  的计算自然地直接借用 GMM 的两个高斯分支的参数. 这样一来, 不仅避免了分支数的选择问题, 还建立了 EM-GMM 与 ACM 之间的第一层联系.

下面, 我们建立 ACM 与 EM-GMM 之间的深度联系. 首先, logistic 函数替代 Heaviside 函数, 新的 H 函数为  $H_{2,\varepsilon}(\phi) \triangleq 1/(1 + e^{-\phi/\varepsilon})$ . 这一替换由 Lowry 等[10]提出. 图 2 展示了两个函数及其导数的相似性, 因此, 该替换对实验的影响非常小. 下面, 我们会发现,  $H_{2,\varepsilon}$  函数的形式非常有益于 ACM 和 EM-GMM 的通信. 对于任意  $j \in \Omega$ , 简记其水平集函数值为  $\phi_j$ . 观察正则化的 H 函数可知,  $H(\phi_j)$  和  $1 - H(\phi_j)$  可以分别用于衡量  $x_j$  属于前景和背景的概率. 注意到, 在 GMM 中隐变量的后验概率则表达了相同的意义. 因此, 设定  $z_{j1} = H(\phi_j)$  与  $z_{j2} = 1 - H(\phi_j)$ , 从而搭建了 ACM 和 EM-GMM 的桥梁. 进一步的, 由  $H_{2,\varepsilon}(\phi)$  的表达式可得:  $\delta_{2,\varepsilon}(\phi) = z_{j1} z_{j2} / \varepsilon, \phi_j = \varepsilon \log(\frac{z_{j1}}{z_{j2}})$ .

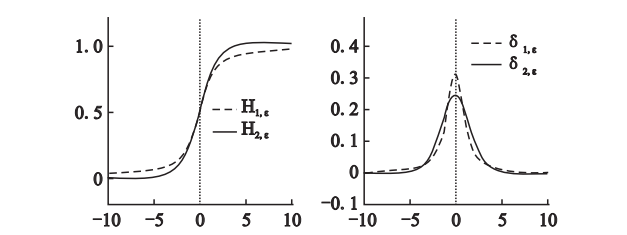


图2 H函数与δ函数

Fig. 2 H function and δfunction

本文中, 以  $\phi_j^0 = \varepsilon \log(z_{j1}^0/z_{j2}^0)$  初始化水平集函数. 基于  $\delta_{2,\varepsilon}(\phi)$  改写水平集函数更新方程:

$$\phi_j^{t+1} = \tau L(\phi_j^t) + \phi_j^t,$$
$$L(\phi_j^t) \triangleq \frac{1}{\varepsilon} z_{j1}' z_{j2}' \left( \log \frac{p(x_j | \theta_1')}{p(x_j | \theta_2')} + \beta \operatorname{div} \left( g \frac{\nabla \phi_j^t}{|\nabla \phi_j^t|} \right) \right) \quad (6)$$

这里,  $\tau$  为演化的步长. 这些设定强化了由 EM-GMM 至 ACM 之间的通信.

为了将 ACM 的状态反馈至 EM-GMM, 基于(1)式改写

$\phi_j = \varepsilon \log(\frac{z_{j1}}{z_{j2}})$  为:

$$\phi_j = \varepsilon \log \frac{p\{x_j | \theta_1\} \pi_1}{p\{x_j | \theta_2\} \pi_2} = \varepsilon \left( \log \frac{\pi_1}{1 - \pi_1} + \log \frac{p\{x_j | \theta_1\}}{p\{x_j | \theta_2\}} \right) \quad (7)$$

上式建立了水平集函数和 GMM 参数之间直接联系. 令梯度下降流为 0, 假定当前的轮廓曲线为局部最优曲线, 得:  $\log(p(x_j | \theta_1)/p(x_j | \theta_2)) = -\beta \operatorname{div}(g \nabla \phi_j / |\nabla \phi_j|)$ .

上式展示了局部最小化(5)时,  $\phi$  和参数  $\Theta$  之间的关系. 将其代入(7), 对于给定像素  $x_j$ , 我们可以按照(8)式估计 GMM 中高斯分支分布先验. 通过求平均, 得(8)式. 利用了活动轮廓曲线的动态演化过程, 为 EM-GMM 的先验估计提供

了一个几何反馈.

$$\pi_1^{t+1}(x_j) = \left( 1 + \exp \left( -\beta \operatorname{div} \left( g \frac{\nabla \phi_j^t}{|\nabla \phi_j^t|} \right) \frac{\phi_j^t}{\varepsilon} \right) \right)^{-1}$$
$$\pi_1^{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{x_j} \pi_1^{t+1}(x_j), \pi_2^{t+1} = 1 - \pi_1^{t+1} \quad (8)$$

4 实验与分析

本文在 MSRA1K 数据集上对算法进行测试, 该数据集曾被用于文献[16,17], 拥有 1000 张图片. 与两个典型的区域模型进行对比: C-V 模型和 LIF 模型[14], 同时, 以 EM-GMM 为测试基准. 活动轮廓所使用的步长  $\tau$  为 0.1, 满足 CFL 条件[15]. Logistic 函数中的  $\varepsilon$  设定为 1.0, 权重参数  $\beta$  为 2.0. 高斯滤波器的  $\sigma$  为 0.3. 所有的算法在下面的条件之一将停机: (i) 连续两次分割结果的改变比率不超过 0.0001; (ii) 迭代次数超过 1000.

为了定量地评估分割结果, 我们基于真实分割结果, 计算了 Jaccard 距离[18], 修正的 Hausdorff 距离[19] 和 F1-measure. 给定有限样本集 A 和 B, Jaccard 距离 (简称 JD) 的定义如下:  $d_J(A, B) = 1 - J(A, B)$ . 其中,  $J(A, B) = |A \cap B| / |A \cup B|$  为 Jaccard 系数, 当 A 与 B 为空时取值为 1. 修正的 Hausdorff 距离 (简称 MHD) 是 Hausdorff 距离的修正版, 定义如下:  $f(A, B) = \max(d(A, B), d(B, A))$ , 其中,  $d(A, B) = \frac{1}{N_a} \sum_{a \in A} d(a, B)$ ,  $d(a, B) = \min_{b \in B} \|a - b\|$ .  $N_a$  为 A 中的点数.  $\|\cdot\|$  为某一种范数, 这里使用 L2 范数.

表1 运行时间和迭代次数		
Table 1 Run time and iteration times		
方法	平均时间(s)	平均迭代次数
ACM&GMM	1.245011	23.77778
LIF	3.025392	116.4074

图 3-图 5 展示了代表性图片上各算法的分割结果及其量化指标. 图 3 分为上下两栏. 每栏表示若干组图像. 每列从上到下的 6 幅图像分别表示一组图像的原图、真实结果、ACM&GMM 方法、C-V 模型、EM-GMM 方法和 LIF 模型生成的二值图结果. 图 5 中每个子图的横坐标是图的标号, 标号顺序对应图 3, 图 4 从左到右每一组图像的排布顺序. 纵坐标为相应的量化指标值, 对应上述三种量化指标的评价结果. 每个子图有四条曲线, 分别表示四种方法的指标值, 曲线的每个点表示每一组图像的指标值. 如果曲线波动越小, 说明该方法在不同图像分割结果的鲁棒性更强些. 越大的 F1 值表示结果越好, 另外两种指标则相反, 越小的值表示结果越好. 二值分割结果和量化指标值均表明, ACM&GMM 优于 GMM 和 CV 模型. 总体上, ACM&GMM 方法的效果与 LIF 模型相当.

图 3 展示了几种算法在不同类型的图片上的分割效果. 与 CV 模型相比, ACM&GMM 在处理非均质密度的图片时, 效果明显要好. 比如, 图 3 第一栏第 6 组图像 (棒棒)、第二栏第 4 组图像 (五角星) 的背景是非均质的, 由于 CV 模型的全局统计特性, 难以分离背景, 而 ACM&GMM 能够较好将其分离. EM-GMM 模型作为全局统计方法, 由于其不能感知空间关联性, 因此难以正确处理具有颜色纹理相近、空间分离特征



的图像.比如,第一栏第9组图像(飞机),山头 and 飞机颜色相近,EM-GMM方法将其归为一类,而ACM&GMM由于具有



图3 分割结果的二值图.每一组包括:原图、真实结果以及来自于 ACM&GMM、C-V 模型、EM-GMM 和 LIF 模型的结果.

Fig. 3 Binary segmentation results. Each group consists of originals, the ground truth, and results from ACM&GMM, CV models, EM-GMM and LIF models.

活动轮廓方法的感知空间的关联能力,因此能够将山头从前景区分出来.再如,EM-GMM 方法不具备平滑边缘的能力,分

割结果粗糙,ACM&GMM 方法由于继承了活动轮廓方法的优 势,因此可在一定程度上改善这一点.

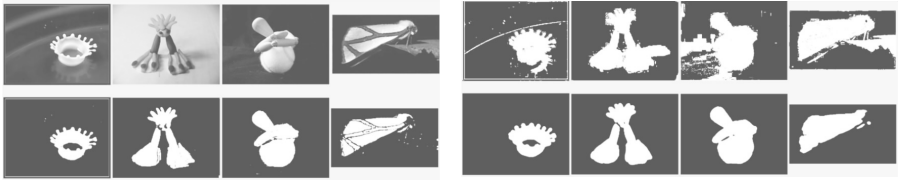


图4 分割边界的比较.每一组图片包括:原始图片(左上)、来自于 ACM & GMM(左上)、GMM(右上)和 LIF 模型的结果(右下).

Fig. 4 Comparisons of segmentation boundaries. Each set of images includes:the original picture and the results from the ACM & GMM, GMM and LIF models

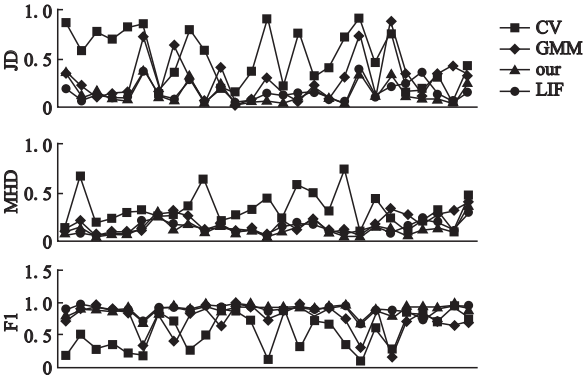


图5 量化指标

Fig. 5 Quantitative indicators

EM-GMM 具有较弱的边界处理能力,分割结果较为复杂. LIF 模型趋向于过于平滑的边界,可能会将目标的两个部分填充掉.例如,第 1、2 组图,齿形的目标在上方, LIF 模型的结果比真实结果要“肥”. LIF 结果过于平滑,难以获得轮廓边缘细节.我们的方法则能更好的保持其几何特性.特别的,最后一组图上,我们的方法则在对比度强的区域上表现出更强的敏感性.

在分割结果的指标度量上看,ACM&GMM 的曲线波动比 EM-GMM 和 CV 模型更小,说明该方法具有较好的鲁棒性. ACM&GMM 方法的效果与 LIF 模型相当,但是有几个图像对应的点,ACM&GMM 方法的指标表现比 LIF 模型稍差,例如:图3中的“雪地飞鸟”、“饮料瓶”以及图4的最后一张. 这些图或者光照不均匀,或者前背景有明显的颜色重叠现象. LIF 是 CV、RSF 模型的改进版,具有更强的抗噪性,因而表现较好.由于 ACM&GMM 方法采用了 EM-GMM 方法的更新方

式,相比 LIF 模型,只需要很少的演化次数便可获得较为满意的结果.表 1 中,我们列出 ACM&GMM 和 LIF 模型在 1000 张图像上停机的平均迭代次数和时间.结果表明,ACM&GMM 所需的时间和次数更少.实际上,我们的方法常在几次迭代后便能得到较为满意的结果.

5 总结与展示

本文基于 EM-GMM 和 ACM,针对二相图像分割提出了一个深度混合的算法. ACM 基于 EM-GMM 的当前状态计算演化曲线,同时,由梯度下降流提供几何反馈给 EM-GMM,用于动态的估计高斯分布的先验分布. 我们的方法能够快速收敛,获得清晰的边界,在非匀质图片上表现良好. 在未来的研究中,我们将提升该方法,用于多标签分割和交互式分割.

References:

[ 1 ] Zhu H, Meng F, Cai J, et al. Beyond pixels: a comprehensive survey from bottom-up to semantic image segmentation and cosegmentation[ J ]. Journal of Visual Communication & Image Representation ( JVCI ), 2016, 34 ( 2 ) : 12-27.

[ 2 ] Ilea D E, Whelan P F. Image segmentation based on the integration of colour-texture descriptors—a review [ J ]. Pattern Recognition, 2011, 44 ( 10 ) : 2479-2501.

[ 3 ] Gao G, Wen C, Wang H. Fast and robust image segmentation with active contours and Student’s-t mixture model[ J ]. Pattern Recognition, 2017, 63 ( 1 ) : 71-86.

[ 4 ] Tang M, Marin D, Ayed I B, et al. Normalized cut meets MRF[ C ]. European Conference on Computer Vision ( ECCV ), Springer, Amsterdam, Netherlands, 2016 : 748-765.

[ 5 ] Cremers D, Rousson M, Deriche R. A review of statistical approaches to level set segmentation: integrating color, texture, motion and shape[ J ]. International Journal of Computer Vision ( Int J Comput Vision Int J Comput Vision ), 2007, 72 ( 2 ) : 195-215.

[ 6 ] Nguyen T N A, Cai J, Zhang J, et al. Robust interactive image segmentation using convex active contours [ J ]. IEEE Transactions on Image Processing ( Ieee T Image Process ), 2012, 21 ( 8 ) : 3734-3743.

[ 7 ] Riklinraviv T, Van L K, Menze B H, et al. Segmentation of image ensembles via latent atlases[ J ]. Medical Image Analysis ( Med Image Anal ), 2010, 14 ( 5 ) : 654-665.

[ 8 ] Xie Z, Wang S, Hu D. New insight at level set and gaussian mixture model for natural image segmentation[ J ]. Signal, Image and Video Processing ( Signal Image Video P ), 2013, 7 ( 3 ) : 521-536.

[ 9 ] Wang Y, Lu X, Zhu M. A fast active contour tracking method based on gaussian mixture model [ C ]. International Conference on Communications ( ICC ), Signal Processing, and Systems, Springer International Publishing, 2014 : 1005-1012.

[ 10 ] Lowry N, Mangoubi R, Desai M, et al. A unified approach to expectation-maximization and level set segmentation applied to stem cell and brain MRI images[ C ]. IEEE International Symposium on Biomedical Imaging ( ISBI ): From Nano To Macro, IEEE, 2011 : 1446-1450.

[ 11 ] V R K G S. Geodesic active contours [ J ]. International Journal of Computer Vision ( Int J Comput Vision Int J Comput Vision ), 1997, 22 ( 1 ) : 61-79.

[ 12 ] Chan T F, Vese L A. Active contour without edges [ J ]. IEEE Transactions on Image Processing ( Ieee T Image Process ), 2001, 10 ( 2 ) : 266-277.

[ 13 ] Li C, Kao C Y, Gore J C, et al. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation[ J ]. IEEE Transactions on Image Processing: A Publication of the IEEE Signal Processing Society ( IEEE Trans Image Process ), 2008, 17 ( 10 ) : 1940-1949.

[ 14 ] Zhang K, Song H, Zhang L. Active contours driven by local image fitting energy [ J ]. Pattern Recognition, 2010, 43 ( 4 ) : 1199-1206.

[ 15 ] Li C, Xu C, Gui C, et al. Level set evolution without Re-initialization: a new variational formulation [ C ]. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR 2005, IEEE, 2005 : 430-436.

[ 16 ] Achanta R, Hemami S, Estrada F, et al. Frequency-tuned salient region detection [ C ]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR 2009, IEEE : 1597-1604.

[ 17 ] Cheng M M, Prisacariu V A, Zheng S, et al. DenseCut: densely connected CRFs for realtime GrabCut [ J ]. Computer Graphics Forum ( Comput Graph Forum ), 2015, 34 ( 7 ) : 193-201.

[ 18 ] Jain A K, Dubes R C. Algorithms for clustering data [ J ]. Technometrics, 1988, 32 ( 2 ) : 227-229.

[ 19 ] Dubuisson M, Jain A. A modified hausdorff distance for object matching [ C ]. International Conference on Pattern Recognition ( ICPR ), 1994 : 566-568.