

中图分类号：TP391.4

学校代码：10406

学号：130085201004

南昌航空大学  
硕士学位论文  
(专业学位研究生)

结合分数阶微分和 **RSF** 模型的图像分割  
方法研究

硕士研究生： 徐继元

导 师： 张桂梅 教授

申请学位级别： 硕 士

学科、专业： 机械工程

所在单位： 航空制造工程学院

答辩日期： 2016.05.31

授予学位单位： 南昌航空大学

# **Research on RSF model image segmentation algorithm based on fractional order differentiation**

A Dissertation

Submitted for the Degree of Master

On Manufacturing Engineering of Aerospace

**by Xu Jiyan**

Under the Supervision of

Prof. **Zhang Guimei**

School of Aeronautic Manufacturing Engineering  
Nanchang Hangkong University, Nanchang, China

May, 2016

# 摘要

**基金资助：**本论文得到国家自然科学基金项目(61462065)和江西省自然科学基金项目(20151BAB207036)的资助。

图像分割是计算机视觉和图像处理研究领域的重要问题之一，分割结果对后续的图像分析以及理解起着关键性的作用。在自然场景中，由于成像设备和环境的原因，造成图像存在噪声、灰度不均匀、边缘模糊、纹理结构不清晰。在分割此类图像时，传统的分割方法往往得不到理想的分割结果。近年来，基于活动轮廓模型的 RSF(Region-Scalable Fitting)图像分割算法得到了广泛的应用。但由于 RSF 模型存在对初始曲线的位置选择敏感、易造成图像边界模糊、且曲线演化容易陷入局部最优等问题，从而限制了 RSF 模型在实际中的应用。故进一步探索这些问题并提出解决方案，其实际意义重大。

本文以灰度不均匀、边缘模糊、存在纹理结构的图像为研究对象，针对 RSF 模型对这些图像分割存在的不足展开研究，具体的工作及研究成果如下：

1、RSF 模型在分割弱纹理、弱边缘图像时，对曲线初始位置选择很敏感，优化易陷入局部极小导致演化速度缓慢。本文将全局 Grünwald-Letnikov(G-L)分数阶梯度融合到 RSF 模型中，增加了全局的分数阶梯度拟合项，以增强灰度不均匀和弱纹理区域的梯度信息，从而提高对曲线初始位置选择的鲁棒性，并提高图像分割的速度。另外，通过研究不同阶次  $\alpha$  对分割结果的影响，得出能实现正确分割的阶次  $\alpha$  是在 0~1 之间的区间段。理论分析和实验结果均表明，提出的算法可以用于灰度不均匀和弱纹理区域的图像分割，能解决 RSF 模型对曲线初始位置敏感问题，且能缩短分割时间，提高分割效率，并对噪声图像具有一定的鲁棒性。

2、RSF 模型在演化过程中存在模糊边界问题，并且融合 G-L 分数阶之后人工选择合适的分数阶阶次费时费力。本文首先通过利用双边滤波器替换局部拟合项的高斯核函数，增强保边性能，避免高斯核函数在演化过程中造成边界模糊，从而提高 RSF 模型的边界定位能力。然后根据图像的梯度模值和信息熵构建自适应分数阶阶次的数学模型，并计算出最佳分数阶阶次。理论分析和实验结果均表明，提出的算法可以用于灰度不均匀和弱纹理区域的图像分割，并能根据图像的特征自适应计算最佳分数阶阶次，从而缩短分割时间，避免陷入局部最优，提高分割效率。

**关键词：**分数阶微分，RSF 模型，分数阶梯度，自适应，图像分割

# Abstract

Image segmentation plays an important role in computer vision research, an ideal segmentation result is helpful for one to analyze and understand image. In the process of actual application, the factors come from imaging equipment or environment may result in image noise, intensity inhomogeneities, fuzzy edge and texture. However, the traditional method is limited to obtain ideal segmentation results in these cases. Recently, the RSF (Region - Scalable Fitting) algorithm based on the active contour model has been widely used in image segmentation. But the RSF model has some limitations in the process of optimization, such as it is sensitive to the initial location of evolution curve, blurred image boundary, and easy to fall into local optimum. Aiming at these problems, this paper tries to deal with the limitations as described above, detailed research contents and achievements are as follows:

(1) RSF model is sensitive to the initial location of evolution curve, it tends to fall into local optimal with slow evolution. Aims at this problem, this paper adds the global Grümwald-Letnikov(G-L) fractional gradient into the RSF model, which can strengthen the gradient of the intensity inhomogeneities and weak texture regions. As a result, both the robustness of initial location of evolution curve and efficiency of image segmentation are improved. In addition, the relation curve between order and segmentation accuracy is given, which indicates that the order of getting correct segmentation is between 0~1. Theoretical analysis and experimental results show that the proposed algorithm is capable of segmenting the intensity inhomogeneities and weak texture images. It can deal with the problem that RSF model is sensitive to initial location of evolution curve, and improve the efficiency of segmentation and robustness to image noise.

(2) There exit fuzzy boundaries in the RSF model application process, as well, after the applying of G - L fractional order, it is still keep open to get the optimal fractional order. This paper uses bilateral filter to substitute the Gauss kernel function in local fitting items, which can enhance the performance of edge preserving and avoid fuzzy boundaries in the evolution process caused by the Gauss kernel function, thus the boundary localization ability of RSF model is improve. Then an adaptive fractional order mathematical model is constructed based on the gradient modulus value and information entropy of image, therefore the optimal fractional order is

calculated adaptively. Theoretical analysis and experimental results show that the proposed algorithm is capable of segmenting the intensity inhomogeneities and weak texture images. It is capable of getting an optimal fractional order adaptively in term of the image's local features, and avoiding falling into local optimum, thus the efficiency of image segmentation is improved.

**Key words:** Fractional order differential, RSF model, Fractional gradient, adaptive Image segmentation

南昌航空大学

## 目 录

|  |    |
|--|----|
| 摘要.....  | I  |
| Abstract.....                                  | II |
| 目 录.....                                       | IV |
| 第一章 绪论.....                                    | 1  |
| 1.1 研究背景及意义.....                               | 1  |
| 1.2 图像分割方法的研究现状.....                           | 3  |
| 1.2.1 基于阈值的图像分割方法.....                         | 3  |
| 1.2.2 基于边缘的图像分割方法.....                         | 4  |
| 1.2.3 基于区域的图像分割方法.....                         | 4  |
| 1.2.4 基于特定理论的图像分割方法.....                       | 5  |
| 1.3 论文的结构安排.....                               | 7  |
| 第二章 预备知识.....                                  | 8  |
| 2.1 活动轮廓模型的基本原理.....                           | 8  |
| 2.1.1 曲线演化理论.....                              | 8  |
| 2.1.2 水平集方法.....                               | 10 |
| 2.2 常见的活动轮廓分割模型.....                           | 12 |
| 2.2.1 Snake 模型.....                            | 12 |
| 2.2.2 梯度活动轮廓模型(Gradient Vector Flow, GVF)..... | 13 |
| 2.2.3 测地线轮廓模型(GAC 模型).....                     | 14 |
| 2.2.4 Mumford - Shah 模型.....                   | 15 |
| 2.3 分数阶微分定义.....                               | 15 |
| 2.3.1 Grmwald-Letnikov 定义.....                 | 16 |
| 2.3.2 Riemann-Liouville 定义.....                | 17 |
| 2.3.3 Caputo 定义.....                           | 18 |
| 2.3.4 分数阶导数的 Fourier 变化域定义.....                | 18 |
| 2.4 本章小结.....                                  | 19 |
| 第三章 融合 G-L 分数阶和 RSF 模型的图像分割算法研究.....           | 20 |
| 3.1 引言.....                                    | 20 |
| 3.2 相关理论.....                                  | 22 |
| 2.1.1 CV 模型.....                               | 22 |
| 3.2.2 RSF 模型.....                              | 23 |
| 3.3 分数阶微分特性.....                               | 24 |
| 3.3.1 分数阶微分对信号的作用.....                         | 24 |
| 3.3.2 G-L 微分掩膜构造.....                          | 25 |
| 3.3.3 G-L 分数阶微分增加梯度幅值的实验验证.....                | 26 |
| 3.4 本文分割模型.....                                | 27 |
| 3.4.1 融合分数阶梯度的 RSF 模型.....                     | 28 |
| 3.4.2 算法实现.....                                | 29 |
| 3.5 实验结果与分析.....                               | 29 |
| 3.5.1 分割性能验证.....                              | 29 |
| 3.5.2 对演化曲线初始位置选择的敏感性验证.....                   | 31 |

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 3.5.3 抗噪性能验证.....               | 32 |
| 3.5.4 分数阶阶次对分割结果的影响.....        | 34 |
| 3.6 本章小结.....                   | 35 |
| 第四章 基于自适应分数阶微分的 RSF 模型分割算法..... | 36 |
| 4.1 引言.....                     | 36 |
| 4.2 双边滤波定义.....                 | 38 |
| 4.3 本文算法.....                   | 38 |
| 4.3.1 自适应分数阶微分的推导.....          | 38 |
| 4.3.2 基于双边滤波的拟合项.....           | 41 |
| 4.3.3 算法步骤.....                 | 42 |
| 4.4 实验结果与分析.....                | 42 |
| 4.4.1 自适应分数阶梯度增强.....           | 42 |
| 4.4.2 分割性能的验证.....              | 43 |
| 4.4.3 自适应分数阶阶次实验分析.....         | 44 |
| 4.5 本章小结.....                   | 46 |
| 第五章 总结与展望.....                  | 47 |
| 5.1 本文工作总结.....                 | 47 |
| 5.2 研究展望.....                   | 47 |
| 参考文献.....                       | 49 |
| 攻读硕士期间撰写的论文和参加科研情况.....         | 54 |
| 一 攻读硕士学位期间撰写的论文.....            | 54 |
| 二 攻读硕士学位期间参加科研情况.....           | 54 |
| 致谢.....                         | 55 |



# 第一章 绪论

## 1.1 研究背景及意义

21 世纪计算机技术得到空前的发展，其中基于计算机视觉的数字图像处理技术在各个领域得到广泛应用，如安防系统，医学诊断，智能识别，军事打击等<sup>[1]</sup>。数字图像处理技术包括图像增强、图像去噪、图像分割、图像修复等，其中图像分割扮演着非常重要的角色，它是后续图像分析和图像理解的基础，其结果的好坏直接决定着后续工作的成功与否。因此图像分割技术一直是研究学者关注的热点和重点研究方向：之所以重点是因为图像分割是图像分析和图像理解正确性的基础；之所以热点是因为到现在为止，没有统一的分割方法和评价标准，还具有很大的研究空间。

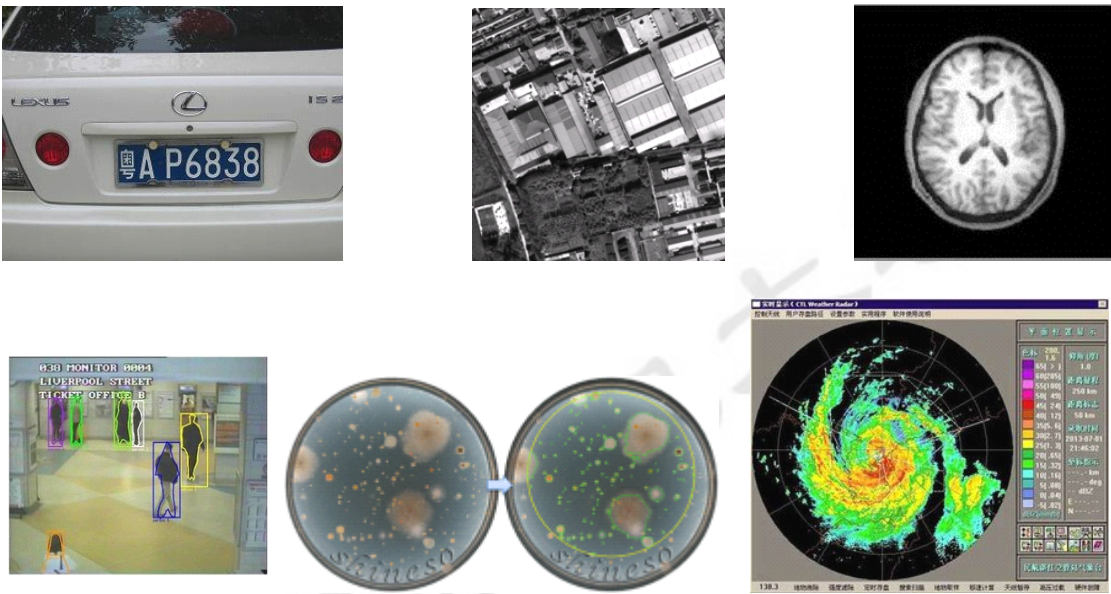


图 1-1 图像分割在各个领域的应用

图像分割在现实生活中有着直接的应用，如图 1-1 所示，如车牌识别、遥感和生物医学图像分析、天气雷达图像处理、视频跟踪与监控、工业生产自动化、以及军事、刑侦、航空航天工程等方面<sup>[2]</sup>。图像分割技术在发展进程中，其理论的发展有着以下不可避免的瓶颈：其一是没有一种普遍通用的分割算法，对于不同的目标，不同的分割算法往往会得到不同的结果；其二是没有一种普遍公认的评价标准，最常用的评判标准是将算法分割结果和人工分割的结果进行对比，但是对于复杂的、多目标的图像，不同的人分割的结果不一样的。其三图像分割的“病态性”，即关注的目标不一样，正确的分割结果不唯一，如图 1-2 所示。



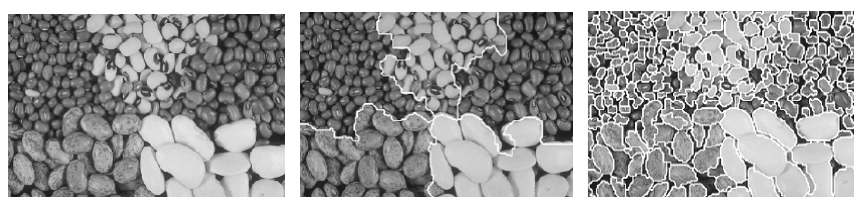


图 1-2(左)待分割图像；(中)分割结果一；(右)分割结果二

从图像分割的发展趋势的发展历程来看,图像分割的技术一直受到研究学者的高度关注,分割技术的研究主要有以下几个趋势:一是针对原有算法的缺陷和不足提出改进,以达到更好的分割结果,并提高分割效率;二是不同算法之间的相互结合,弥补某种算法只能单一的解决某些问题,拓展算法的功能。三是不断地提出新方法、新概念应用到图像分割中。总之研究学者已经认识到任何一种单一的算法在分割一些复杂图像时都难以得到令人满意的结果。比如刘松涛等人<sup>[3]</sup>综合介绍了基于图割的图像分割算法,并指出了图像分割的发展方向。郑毅等<sup>[4]</sup>结合模糊数学理论和最大模糊熵,提出一种双阈值图像分割方法,降低了计算复杂度,能自动有效的计算出双阈值,更好的分割火靶图像中标定的图案和激光光斑。宋艳涛等人<sup>[5]</sup>为解决高斯混合模型(Gaussian mixture model,GMM)算法对噪声敏感的问题,融合了马尔科夫随机场(Markov random field,MRF)模型,是一种新的基于图像片权重的马尔科夫随机场图像分割模型,该算法具有较强的自适应性,能够有效克服对噪声敏感的问题,并且分割精度得到了有效的提高。马文萍等人<sup>[6]</sup>在差分免疫克隆聚类算法的基础上,结合粗糙集模糊聚类,提出了基于粗糙集模糊聚类与差分免疫克隆聚类的图像分割算法,实验结果表明该算法不仅提高了正确率,分割效率也得到有效的提升。唐利明等人<sup>[7]</sup>通过利用具有空间约束特征的模糊 C 均值聚类算法,并结合变分水平集图像分割模型,从而可以获取精确的局部图像的空间特征,使得本文模型对噪声图像的聚类分割具有较强的鲁棒性。张迎春等<sup>[8]</sup>人在粗糙集数据离散化基础上引入了针对图像数据的离散化方法,提出了新的能量公式和水平集函数,从而使得该模型可以分割多类型的图片,同时水平集迭代速度快,迅速收敛,实现快速高效的分割。

在众多分割算法中,活动轮廓模型的图像分割算法有着其独有的优势,是一种人机交互式,自上而下的分割模型。该模型利用了人的高级识别能力,将我们的注意力放在需要分割的对象上,因而提高了分割结果的准确率和可靠性。同时最后的分割结果是闭合的光滑曲线或者曲面,对于噪声具有较强的鲁棒性。因此活动轮廓模型在医学图像上得到了广泛的应用。但是活动轮廓模型也有一定的缺陷,比如对于曲线初始位置选择敏感、容易陷入局部最优、迭代次数较多等。很多国内外研究学者一直在致力解决这些问题,比如美国劳伦斯伯克利国家实验室、Brown 大学、英国牛津大学、哈佛医学院、中国科学院、浙江大学、复旦大学中法应用数学研究所、上海交通大学等对活动轮廓模型进行了大量的研究,

并取得了不错的成绩。本文站在巨人的肩膀上对活动轮廓模型加以研究，将分数阶微分应用到活动轮廓模型中，改进 Li 在 2008 年提出的区域可调拟合的分割模型 (Region Scalable Fitting, 简称 RSF) 模型<sup>[9]</sup>，克服 RSF 模型在分割弱纹理、弱边缘的对象时，对曲线初始位置敏感，容易陷入局部最优的问题。

## 1.2 图像分割方法的研究现状

图像分割是把感兴趣的目标分割出来，图像分割的定义如下<sup>[10]</sup>：用  $R$  表示整个图像区域， $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  是  $R$  的子集，将图像分成  $n$  个区域，满足以下条件：

- (i)  $\bigcup_{i=1}^n R_i = R$ 。
- (ii)  $R_i$  是一个连接区域， $i=1, 2, \dots, n$ 。
- (iii)  $R_i \cap R_j = \Phi$ ，对任意的子集  $R_i$  和  $R_j, i \neq j$ 。
- (iv)  $P(R_i) = TRUE$ ，任意的  $i=1, 2, 3, \dots, n$ 。
- (v)  $P(R_i \cup R_j) = FALSE$ ，任何邻接区域  $R_i$  和  $R_j$ 。

其中， $P(R_i)$  是定义在集合  $R_i$  中的点上逻辑谓词， $\Phi$  是空集。条件 (i)~(v) 体现了图像分割是按照一定的准则下进行的完整性，区域间的独立性以及区域间的一致性。

图像分割与日常的生活联系如此紧密，随着分割对象的复杂化，图像分割也和其他图像处理技术一样，面临着各式各样的困难，比如噪声，边界模糊，灰度不均匀，图像成像不清晰等。为了解决这些问题，提出了多种多样的图像分割算法，主流的分割方法主要分为以下几类。

### 1.2.1 基于阈值的图像分割方法

图像阈值分割方法是一种传统的分割方法，以计算简单，容易实现而得到广泛的应用。阈值分割是按照灰度值进行分类，其关键技术是怎么合理地确定阈值，将阈值和各灰度值进行比较，如何按照一个或者几个阈值将图像分为一类或者几类。基于图像的全局信息确定的阈值称为全局阈值分割。基于图像的局部信息得到不同区域相对应的不同阈值称为局部阈值分割。基于图像的特征信息自适应选择阈值称为自适应阈值分割。阈值分割的主要方法有最小误差阈值方法<sup>[11]</sup>、熵方法<sup>[12-13]</sup>、Otsu 阈值方法<sup>[14]</sup>、灰度直方图的峰谷法<sup>[15]</sup>。目前已经提出了很多新的阈值分割方法，研究学者关注的核心是阈值的选取，对一些经典算法进行改进。比如阳树洪<sup>[16]</sup>指出 Otsu 方法及其衍生方法产生偏差的根本原因，在此基础上，提出一种基于最小类内指数方差的自适应阈值方法，并将其扩展到二维。最后通

过图像的直方图分布类型自适应调节指数参数,提高算法的自适应能力。陈恺等人<sup>[17]</sup>提出了基于萤火虫算法的二维熵多阈值快速图像分割方法,用来改善分割复杂图像和多目标图像时存在计算量大、计算时间长的问题。黄河等人<sup>[18]</sup>针对图像全局 Otsu 分割算法和传统的局部阈值分割算法在复杂背景图像分割中的不足,提出了一种采用局部动态阈值的图像分割算法。实验结果表明,该算法对复杂背景图像的分割效果好于全局 Otsu 分割算法和传统局部阈值分割算法,是一种有效的分割算法。阈值分割虽然计算简单且容易实现,但是由于处理的结果大多数为二值图像,同时仅仅利用了图像的灰度值,对于目标复杂或者彩色图像,分割的结果不尽人如意。

### 1.2.2 基于边缘的图像分割方法

边缘的存在是由于不同区域之间的分界或者说不同区域灰度值发生阶跃性变化。人的视觉系统对于边界比较敏感,因此可以通过检测图像的边缘信息实现图像分割。基于边缘的图像分割方法主要分为并行边缘检测和串行边缘检测。通过求图像的一阶导数的极值或者二阶导数的过零点进行判断是否为边缘的方法称为并行边缘检测技术。比较著名的微分算子有 Sobel 算子、Roberts 算子、Prewitt 算子、Laplacian 算子、Krisch 算子和 Canny 算子等<sup>[19]</sup>;通过像素信息的联系性进行边缘检测称为串行边缘检测技术,边界跟踪<sup>[20]</sup>是非常典型的串行边缘检测算法。基于边缘检测的图像分割算法存在着一些缺陷,并行边缘检测通常要用到梯度信息,对噪声敏感,边界定位不准确;串行边缘检测在检测一些不封闭的边界时准确率大大降低,同样对噪声敏感。近年来,也提出了一些新的边缘检测算法,王斌等人<sup>[21]</sup>提出了一种基于边缘和区域信息的先验水平集图像分割方法,该方法首先将图像的区域信息融入基于边缘的水平集方法,然后将其与形状先验结合,能够更好地完成部分遮挡目标的分割,对于与背景灰度相近的目标也能达到更好的效果。徐丽燕等人<sup>[22]</sup>提出了结合边缘流与区域归并的彩色图像分割方法,克服边缘流各向异性扩散(EAD,edge flow-driven anisotropic diffusion)过分割和最小生成树(MST,minimum spanning tree)方法计算复杂度高的缺点,能够取得理想的分割效果,而且消耗的时间成本较少。

### 1.2.3 基于区域的图像分割方法

基于区域的图像分割方法的主要特点是利用像素点的内在连续性,按照某种理论或者规则实现像素点的合并和分裂,将图像分为各个不同的区域。主要方法有分水岭算法<sup>[23]</sup>、种子区域生长法<sup>[24]</sup>、区域分裂合并算法<sup>[25]</sup>、随机场建模方法<sup>[26]</sup>。

分水岭方法是在拓扑理论的基础上提出的,该方法的最大缺点是在分割时容易过分割。种子区域生长法是先确定一个种子,然后按着理想的准则使得种子像素通过迭代的方法归类到种子像素集中,最终把所有的像素点分类到不同的像素集中。区域分裂合并算法是通过先分裂后合并的两步分割方法,对于含有丰富纹理特征的图像具有较好的分割结果。随机场建模方法是将像素特征比作符合一定分布的随机变量,通过像素和邻域像素的关联性,计算出最大后验概率分布,以便求得该像素的划分。近年来基于区域的分割方法通常是将这几种主要的分割方法相互结合,以解决一些复杂的难题。比如孙杨等人<sup>[25]</sup>提出了一种改进的分裂-合并算法对舌像进行区域分割,用来对舌像区域进行自动化分割,降低了时间的复杂度。许凯等人<sup>[27]</sup>针对区域分割的结果存在一些不确定性问题,提出了一种基于云模型的区域分割方法,该方法相比于传统的分割方法能较准确的分割出目标。孔俊等人<sup>[28]</sup>将分水岭和种子区域生长法结合起来,提出一种自动种子区域生长法用于分割彩色图像,该方法以区域作为种子生长单位进行区域自动生长,实验结果表明分割速度快且精度较高。

#### 1.2.4 基于特定理论的图像分割方法

计算机技术的不断发展,新学科,新理论的提出为图像分割奠定了理论基础,近年来,图像分割与一些特定的新理论或方法相结合提出了一些新的算法,下面主要列举了一些新的主流算法。

(1)基于神经网络的图像分割方法:神经网络因具有自组织、自学习、自适应的优点,非常适用于分割背景内容不明确,推理准则不浅显等比较复杂的目标。神经网络用于图像分割首先用训练样本集对神经网络进行训练,用来确定各层网络之间的连接和权值,最后将训练好的神经网络用于分割新的图像。温长吉等人<sup>[29]</sup>为更好的表现病害的外部形态特征以及保留更加细致的病害区域的颜色和纹理信息,提出一种基于改进人工蜂群算法的脉冲耦合神经网络图像分割算法。北京交通大学杨娜提出基于脉冲耦合神经网络的车辆图像分割研究<sup>[30]</sup>。山东大学曹贵宝将随机森林和神经网络用于分割神经细胞,用于解决传统分割方法对噪声敏感、数据冗余、处理效率低等问题,起到较好的分割结果。

(2) 基于聚类的图像分割方法:聚类是一种数学统计划分的方法,将属于同一的,相似度高的划分在一类,不同类之间的相似低。对于图像分割来说,研究者关注的是聚类划分的算法,大体上可以分为三类:硬聚类 HCM(hard c-means)、模糊聚类与可能性聚类。硬聚类算法相对较为简单,其判断类别的隶属函数值只能取 0 或 1,样本点只能属于一个样本集。传统的硬聚类算法有 K 均值聚类算法<sup>[31]</sup>、ISODATA 算法<sup>[32]</sup>。由于硬聚类只能分为两类,所以分割的结果只能是二值



图像,同时由隶属度函数的影响,分割的结果往往会造成过分割或者欠分割的现象。为解决硬聚类的不足,提出了模糊聚类的概念,模糊聚类的隶属度函数的取值区间是 $[0,1]$ ,但是每个样本点的隶属度之和为1。模糊聚类算法是一种对目标函数进行迭代优化的无监督的学习方法,模糊C均值聚类算法<sup>[33,34]</sup>是比较著名的算法。在模糊聚类的基础上发展起来的是可能性聚类,由R.Krishnapuram和J.Keller在1933年提出,隶属度函数的值区间同样在 $[0,1]$ ,但是每个样本点的隶属度之和不一定为1,也就是说隶属度值并不总是和直观上的隶属度或兼容度一致。可能性聚类算法克服了对噪声点或孤立点的敏感问题,成为近年来的研究热点。韩旭东等人<sup>[35]</sup>提出一种基于核的快速可能性聚类算法,同时使用样本方差对目标函数中参数 $\eta$ 进行优化,解决了模糊均值对噪声敏感的问题,提高了算法的聚类准确率,加快了收敛速度。武小红等人<sup>[36]</sup>针对模糊性均值对初始类中心非常敏感易导致一致性聚类的问题,提出一种新的可能性聚类算法,该算法利用协方差矩阵来计算参数衡量了数据集的紧凑程度,减少了算法运算时间,同时具有更好的分类准确率。

(3) 基于活动轮廓模型的图像分割算法:其主要思想为在图像中定义一条活动的曲线,曲线的运动方式是由图像轮廓自身内部特性决定的内部能量,以及图像特征决定的外部能量共同约束,通常曲线的运动方式用一个物理运动系统得来的能量泛函来表示,当能量达到最小时,曲线运动停止并停靠在目标的轮廓上。1987年Kass, Witkin和Terzopoulos首次提出活动轮廓模型的概念(Active Contour Model)<sup>[37]</sup>,又称Snake模型。近年来,活动轮廓模型发展迅速,已经发展成一个内容完整的学科体系,越来越多的学者将活动轮廓模型应用于计算机视觉领域。如图像分割和去噪、分类、边缘检测、运动跟踪、三维重建、立体视觉匹配等。国内外学者也在活动轮廓模型上进行了深入研究,取得了一些令人瞩目的创新成果,比如1997年Caselles等人在Snake模型的基础上提出GAC(Geodesic Active Contours)<sup>[38]</sup>;1998年Xu等人提出梯度流活动轮廓模型(Gradient Vector Flow,GVF)<sup>[39,40]</sup>;2004年Paragios等人<sup>[41]</sup>将GAC模型和GVF模型结合在一起,提出了GAC-GVF(Gradient Vector Flow Fast Geodesic Active Contours)模型;2007年宁纪峰博士提出NGVF(NGVF: An improved external force field for active contour model)<sup>[42]</sup>模型;2008年李春明博士提出RSF模型,2010年又提出了DRLSE(Distance Regularized Level Set Evolution and Its Application to Image Segmentation)<sup>[43]</sup>模型;2015年Xu等人<sup>[44]</sup>又在GAC-GVF模型基础增添了气球力拟合项(Balloon Force)。

### 1.3 论文的结构安排

第一章 绪论。主要介绍了本文的研究背景及意义，图像分割以及活动轮廓模型的国内外研究现状。

第二章 预备知识。介绍活动轮廓模型的基本原理、常见的活动轮廓分割模型、分数阶微分定义。

第三章 融合 G-L 分数阶和 RSF 模型的图像分割算法研究。针对 RSF 模型在分割弱纹理、弱边界的图像时，对曲线的初始位置选择敏感，容易陷入局部最优。融合了全局的分数阶梯度拟合项，增加了演化曲线的驱动力，克服了对曲线初始位置选择敏感的问题，并讨论了分数阶阶次与正确分割率之间的关系。

第四章 自适应分数阶阶次的算法研究。针对第三章改进后 RSF 算法需要通过人工选择最佳的分数阶阶次的问题以及局部拟合项中使用了高斯很函数，模糊了目标边界的问题。本章利用双边滤波替换高斯核函数增强保边性能，提高边界定位能力，分数阶阶次的选择是通过利用图像的梯度模值和信息熵构建自适应选择分数阶阶次的函数。通过实验，自适应选择阶次能够避免人工选择阶次的费时费力。最后通过实验验证了自适应数学模型的正确性。

第五章 总结与展望。结合本文的研究内容，总结了本文的创新点以及不足之处。并指出了今后进一步的研究方向。

## 第二章 预备知识

### 2.1 活动轮廓模型的基本原理

活动轮廓模型的图像分割方法之所以得到了广泛的应用，是基于该类模型有着严格而又完整的数学理论的支撑。其主要的数学理论是曲线的演化理论和水平集方法。水平集的提出很好地解决了曲线在演化过程中遇到的拓扑结构的问题。本节主要介绍曲线的演化理论和水平集方法。

#### 2.1.1 曲线演化理论

光滑封闭曲线在单位法向矢量和曲率等几何参数的约束用下，这条曲线随着时间的变化也在不断的运动称为曲线演化理论的基本思想。文献[45]的公式(2-1)指出，曲线的运动形状的变化只与法向向量有关，切向向量不影响曲线的形状，只影响曲线的参数化表达形式。因此可以简单的把曲线演化问题描述为：光滑闭合曲线在二维空间  $R^2$  中以时间为变量沿其法线以一定的速度运动，形成以时间为变量的一簇曲线的过程。图像平面上的封闭曲线在多种因素的作用下不断地向目标区域演化从而实现分割，这就是曲线演化理论解决图像分割问题的实质。

设演化曲线  $C(s, t) = (x(s, t), y(s, t))$ ，其中  $s$  是参数变量， $t$  是时间变量。将曲线  $C$  按照偏微分方程演化：

$$\frac{\partial C(s, t)}{\partial t} = \tau(s, t)\vec{T} + \beta(s, t)\vec{N}, C(s, 0) = C_0(p) \quad (2-1)$$

式中  $\vec{T}$  表示单位切向量， $\vec{N}$  表示单位法向量。 $\tau(s, t)$  和  $\beta(s, t)$  分别表示切向速率和法向速率。在图像分割的过程中，关注的是曲线的几何形状，对于曲线的速率参数化不是研究的重点。则曲线上各点的运动方向是由  $\beta(s, t)$  确定，如图 2-1 所示，箭头的指向为点的运动方向。按照文献[45]将曲线演化公式简化如公式(2-2)所示：

$$\frac{\partial C(s, t)}{\partial t} = \beta(s, t)\vec{N}(s, t) \quad (2-2)$$

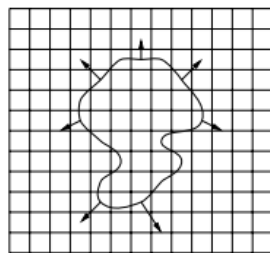


图 2-1 曲线演化示意图



公式(2-2)中的  $\beta(s, t)$  是整个曲线运动的关键所在, 一般把它称为速度函数, 有多种方式可以体现  $\beta(s, t)$ , 研究学者选用的较多的曲线演化方式是常量演化和曲线演化。下面分别介绍常量演化和曲率演化。

#### (a) 常量演化

$\beta(s, t)$  定义为一个常数, 用大写字母  $B$  表示, 则相应变化后的演化公式为:

$$\frac{\partial(s, t)}{\partial t} = B\vec{N} \quad (2-3)$$

基于常量的演化曲线较为简单, 曲线上的点在相同大小的驱动力作用下, 按照相同的方向运动, 正是这个原因, 常量的演化方式会导致点运动的连线不是平滑过渡, 会存在夹角, 甚至可能出现拓扑结构的变化, 如图 2-2 所示这种现象通常定义为面积减少流(area decreasing flow)。

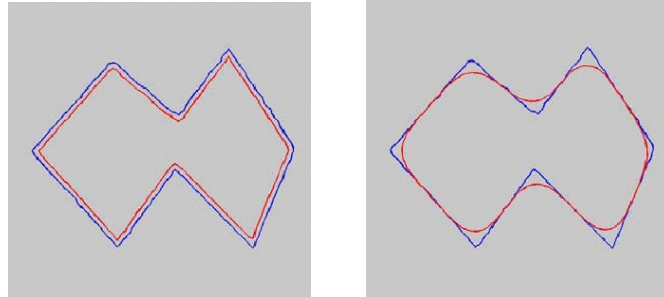


图 2-2 曲率演化方式和常量演化方式示意图: (左)常量演化 (右)曲率演化

#### (b) 曲率演化

所谓曲率演化是在曲线的曲率下驱动运动, 曲率的大小是由曲线的弯曲程度决定的, 弯曲程度越大, 则曲线的曲率越大, 如图 2-3 所示。下面根据图 2-3 中的说明给出曲线曲率的数学公式。设  $M_0$  是起始点, 在点  $M$  和点  $M'$  之间的弧长为  $|\Delta S|$ , 则弧段  $MM'$  的平均曲率为:

$$\bar{\kappa} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta \alpha}{\Delta S} \right| \quad (2-4)$$

在  $\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta S} = \frac{d\alpha}{dS}$  的情况下, 则曲率  $\bar{\kappa}$  为:

$$\bar{\kappa} = \left| \frac{d\alpha}{dS} \right| \quad (2-5)$$

最后曲线的演化公式改写为:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \sigma \bar{\kappa} \vec{N} \quad (2-6)$$

式中  $\sigma$  是一个常量数, 在曲线曲率的驱动下, 任意形状的封闭曲线的点在公式(2-6)的作用下, 曲线沿着梯度的方向运动, 各点的连线是平滑过渡, 如图 2-2 右图所示, 但是曲线的长度会变短, 最终成为一个圆点, 这种现象通常定义为长度缩短流(ength shortening flow)。

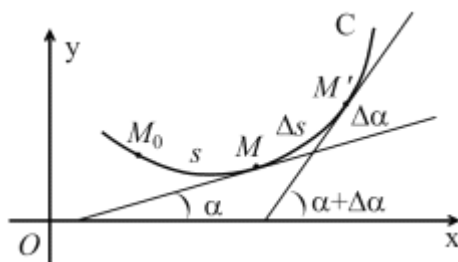


图 2-3 曲线曲率示意图

## 2.1.2 水平集方法

### (a) 水平集的概念

1988 年 Osher 和 Sethian 首先提出了水平集(Level Set Method)<sup>[46]</sup>的有关理论, 之后水平集被广泛用于图像分割。起初, 水平集是一种用于界面跟踪和形状建模的数值技术, 在欧拉框架内运算, 可以在笛卡尔坐标系对演化曲线直接进行数字计算, 却不需要对曲线(面)进行参数化表示, 这是水平集最大的优势。水平集方法可以解决参数化曲线(面)在演化过程中带来的拓扑结构改变的问题, 这是水平集的另一大优势。水平集的基本理论<sup>[46]</sup>是将运动变形的曲线(面)作为零水平集嵌入到更高一维的函数中, 通过封闭超曲面的演化方程, 求出函数的演化方程。换句话说就是用高一维的函数表示低一维的曲线(面)的演化的动态过程。水平集方法是通过不断地更新水平集函数, 则隐含于水平集函数中的曲线(面)得到了演化, 而不是追踪曲线(面)演化后的最终位置。

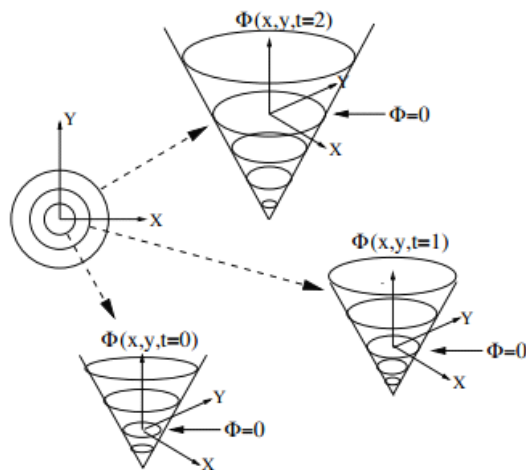


图 2-4 三维空间中的曲面隐式表达二维平面上的曲线

图 2-4 形象地表达了用水平集函数表示二维曲线的演化过程, 其核心思想是将  $N$  维空间的问题拓展到  $N+1$  维空间去求解。假设初始曲线  $C$  是  $XOY$  坐标平面的光滑封闭曲线, 以圆为例, 通过图上的圆构造高一维的曲面  $\Phi(x, y, t)$ , 这个曲面就是水平集函数。初始曲线是通过水平集函数与  $XOY$  平面相交得到, 即曲线上的点到  $XOY$  面的距离为零的曲线, 此时的水平集函数称为零水平集。图 2-4

种从内到外的圆分别是水平集  $\Phi(x, y, t)$  在  $t=0, 1, 2$  所对应的水平集函数与 XOY 平面的交线。本节第一段已经讲到, 该方法的灵活之处在于初始曲线是通过不断更新水平集函数得到, 即使曲线的拓扑结构发生改变(合并或分裂), 水平集函数都是有效的函数, 演化曲线都可以在相应的时间时刻所对应的零水平集提取出来, 如图 2-5 所示, 图中灰色区域的轮廓为对应时刻的零水平集与 XOY 平面的交线。

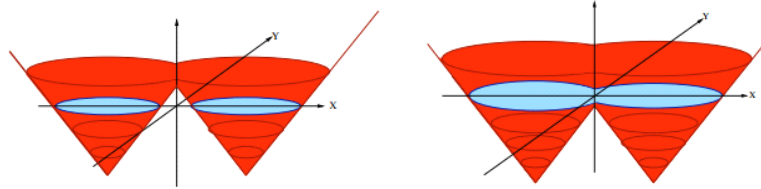


图 2-5 水平集演化过程示意图

水平集方法不仅在低维的空间内使用, 在高维空间同样可以适用水平集算法。以三维曲面的演化为例, 将三维曲面嵌入到四维空间的曲面函数  $\Phi(x, y, z, t)$ , 在初始状态下的三维曲面函数, 可以通过  $\Phi(x, y, z, t=0)=0$  隐含表示, 然后通过某种对应的算法准则, 持续不断的更新水平集函数  $\Phi(x, y, z, t)$ , 最后计算零水平集即可得到演化后的三维曲面的位置。

### (b) 水平集的数学推导

为了将水平集的演化和曲线的演化关系联系起来, 接下将从数学的角度解释曲线演化理论和水平集方法之间的内在关系。假设水平集函数  $\phi(\Gamma(x, y), t)$ ,  $x, y$  是  $t$  的函数, 在  $t$  时刻, 曲线  $\Gamma(x, y)$  是水平集的零水平集  $\phi(\Gamma(x, y), t)=0$ 。通过链式法则, 对复合水平集函数  $\phi(\Gamma(x, y), t)$  求导, 结果为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \phi \cdot \frac{\partial \Gamma}{\partial t} = 0 \quad (2-7)$$

式中  $\nabla \phi$  是  $\phi$  的梯度, 设  $\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = F$ , 由曲线演化定义可知  $F$  为封闭曲线的运动速率。

接下来将公式(2-7)变形, 可以得到:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\nabla \phi \cdot F = -|\nabla \phi| \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \cdot F = |\nabla \phi| N \cdot F = \xi |\nabla \phi| \quad (2.8)$$

式中  $N = -\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$  闭合曲线  $\Gamma$  的单位外法向矢量,  $\xi = F \cdot N$  是运动速度的法向量,

公式(2-8)是水平集方法的数学表达式。假设在曲面存在一点, 到曲线  $\Gamma(x, y)$  的空间欧式距离为  $\lambda$ , 则其中法向方向的正负号规定如下:

$$\phi(\Gamma(x, y), t) \begin{cases} > \lambda, \text{outside the } \Gamma \\ = \lambda, \text{on the } \Gamma \\ < \lambda, \text{inside the } \Gamma \end{cases} \quad (2.9)$$

一般情况下,  $\lambda$  的取值为 0, 也就是我们所关注的嵌入函数的零水平集。

### (c)水平集的数值计算

前面已经讲到, 水平集方法的求解过程实际就是以时间为变量的偏微分方程, 对水平集方法进行数值计算的前提是将演化方程进行离散化, 在实际应用中, 通常用离散的网格的形式来描述水平集函数方程。为简单描述离散过程, 以二维空间为列, 离散网格间的单位长度为  $h$ , 以  $\Delta t$  为时间步长, 因此在时间  $n$  时, 在任意网格点  $(i,j)$  处的水平集函数为  $\phi(\Gamma(ih, jh), n\Delta t)$ , 简写为  $\phi_{ij}^n$ , 演化方程式(2-8)的离散形式可以表示如下:

$$\frac{\phi_{ij}^{n+1} - \phi_{ij}^n}{\Delta t} + F_{ij}^n |\nabla_{ij} \phi_{ij}^n| = 0 \quad (2-9)$$

式中  $F_{ij}^n$  表示为  $n$  时刻速度函数在网格  $(i,j)$  处的值。为更方面的理解下面的公式, 先定义一阶中心差分、一阶向前差分和一阶向后差分六个算子如下:

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^{0x} &= \frac{1}{2h}(\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}) & \phi_{ij}^{0y} &= \frac{1}{2h}(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}) \\ \phi_{ij}^{+x} &= \frac{1}{h}(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) & \phi_{ij}^{+y} &= \frac{1}{h}(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}) \\ \phi_{ij}^{-x} &= \frac{1}{h}(\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) & \phi_{ij}^{-y} &= \frac{1}{h}(\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}) \end{aligned} \quad (2-10)$$

如果采用质点标准法求解公式(2-9), 结果会产生奇异性, 则相应的解是奇异解。Osher 和 Sethian 通过运用粘滞理论解决上述奇异性的问题, 称为迎风有限差分法, 相应的方程改写为:

$$\phi_{ij}^{n+1} = \phi_{ij}^n - \Delta t |\max(F_{ij}^n, 0)\nabla^+ + \min(F_{ij}^n, 0)\nabla^-| \quad (2-11)$$

式中  $\Delta t$  为时间步长,  $\nabla^+$  和  $\nabla^-$  表示如下

$$\nabla^- = \left( (\min(D_{ij}^{-x}, 0))^2 + (\max(D_{ij}^{+x}, 0))^2 + (\min(D_{ij}^{+y}, 0))^2 + (\max(D_{ij}^{-y}, 0))^2 \right)^{1/2} \quad (2-12)$$

$$\nabla^+ = \left( (\max(D_{ij}^{-x}, 0))^2 + (\min(D_{ij}^{+x}, 0))^2 + (\max(D_{ij}^{-y}, 0))^2 + (\min(D_{ij}^{+y}, 0))^2 \right)^{1/2} \quad (2-13)$$

## 2.2 常见的活动轮廓分割模型

### 2.2.1 Snake 模型

Snake 模型原名叫 Active Contour Model, 因为演化曲线的运动方式像蛇一样蠕动, 故称之为 Snake 模型。Snake 模型开创活动轮廓模型的新篇章, 是一种典型的基于边缘信息的活动轮廓模型。该模型的主要通过在待分割的目标附近, 定义一光滑封闭的能量样条曲线, 曲线定义为  $C(s) = (X(s), Y(s))$ ,  $s \in [0,1]$ , 能量方程定义如下:

$$E^{snake}(C(s)) = \int_0^1 (E_{int}(C(s)) + E_{ext}(C(s))) ds \quad (2-14)$$

式中内部能量  $E_{int}$  由曲线的本身决定:

$$E_{\text{int}} = \alpha |C'(s)|^2 + \beta |C''(s)|^2 \quad (2-15)$$

公式(2-15)第一项的作用是保持曲线在演化的过程中的拉伸性(弹性), 第二项的作用是防止曲线在演化过程中过度弯曲, 保持曲线的刚性,  $\alpha$  和  $\beta$  分别是弹性系数和刚性系数, 都是正常数。外部能量  $E_{\text{ext}}$  一般是由图像的灰度信息、梯度信息等相关特征构成的图像力决定, 用来驱动演化曲线运动到待分割的目标轮廓上, 定义如下:

$$E_{\text{ext}} = -|\nabla I(C)|^2 \quad \text{or} \quad E = -|\nabla [G_\sigma \otimes I(C)]|^2 \quad (2-16)$$

式中  $G_\sigma$  是标准方差为  $\sigma$  的高斯核函数,  $\nabla$  是梯度算子。Snake 的能量方程必须满足欧拉-拉格朗日方程, 则相对应的拉格朗日方程为:

$$\alpha C'(s) - \beta C'''(s) - \nabla E_{\text{ext}} = 0 \quad (2-17)$$

在求解 Snake 模型的能量方程时运用梯度下降法, 使演化曲线沿着能量不断减少的方向演化, 直到演化曲线收敛停止。但是由于 Snake 模型的能量方程, 公式(2-14)是非凸的, 因此在曲线的演化过程中容易陷入局部最小值; 当利用图像的梯度信息作为驱动力时, 演化曲线同样会在梯度较小或者没有梯度的地方停止演化, 即陷入了局部最小值。Snake 模型除上述两种不足之处容易陷入局部最小, 同时由内部能量独有的特性, 比如刚性能量项和弹性能量项, 造成 Snake 模型在演化的过程中不能处理遇到的拓扑结构变化的问题, 因此最终的分割结果也是不尽人如意的。

### 2.2.2 梯度活动轮廓模型(Gradient Vector Flow, GVF)

针对 Snake 模型的不足之处, Xu 等人提出了梯度流活动轮廓模型<sup>[39,40]</sup>, 简称 GVF 模型, 其改进思路是将原始 Snake 模型只存在待分割对象轮廓周围的梯度力拓展到整个图像区域中, 这样做的目的是很大幅度的提升了曲线的捕捉区域, 同时也能灵活的处理凹形目标出的曲线演化。Xu 等人通过利用梯度流矢量场替换由图像梯度决定的外部力, 该模型的能量方程定义为:

$$E_{\text{GVF}} = \iint \mu (u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 |V - \nabla f|^2 dx dy \quad (2-18)$$

式中  $f$  是图像边界的映射函数,  $\mu$  是权重系数,  $\nabla$  是梯度算子,  $V$  是提出的梯度流矢量场,  $V(x, y) = [u(x, y), v(x, y)]$ , 是用来逼近原图像的梯度场, 图像的梯度流矢量场可以通过求解下面的方程组进行逼近:

$$\begin{cases} u_t(x, y, t) = \mu \nabla^2 u(x, y, t) - [u(x, y, t) - f_x(x, y)] |\nabla f|^2 \\ v_t(x, y, t) = \mu \nabla^2 v(x, y, t) - [v(x, y, t) - f_y(x, y)] |\nabla f|^2 \end{cases} \quad (2-19)$$



求解能量方程(公式 2-18)的关键思路是如上所述是用梯度流矢量场替换由图像梯度, 该方程的第一项是起到约束矢量场, 保证其光滑的作用; 第二项项的是起到近似图像梯度场的作用。

GVF 模型中的梯度矢量场  $V$  的两个分量是在方向上是相互垂直的去近似图像的梯度, 但是扩散方程是各向同性的, 因此仅靠梯度矢量场不能完全对图像的结构信息进行详细全面的表述, 以图像中弧度较小的边缘为例, 这个区域内的梯度变化幅度相当小, 但是含有一些梯度方向变化不一致的特征, 比如角点或者凹形结果的边缘轮廓。所以 GVF 也存在一定的缺陷, 很多研究学者也对 GVF 模型进行了改进, 在后文中会详细介绍到。

### 2.2.3 测地线轮廓模型(GAC 模型)

1997 年 Caselles 等人<sup>[38]</sup>受光的折射原理: 光线在不均匀的物质中传播时, 不是沿直线传播, 而是以最短路径决定传播路线的启发, 提出测地线轮廓模型(Geodesic Active Contours, 简称 GAC 模型)。首先简要介绍下光在非均匀物质中的传播的路径方程, 假设介质的折射率为  $\eta(x, y, z)$ , 则光从 A 到 B 点间的最小距离计算公式为:

$$L_{A-B} = \int_B^A n(s) ds \quad (2-20)$$

式中  $x, y, z$  分别是参数  $s$  的函数,  $s$  是弧长的参数,  $L_{A-B}$  是 AB 之间的距离。以这种思路, Caselles 等人首先在待分割的目标区域附近定义一封闭光滑的曲线, 构建了 GAC 的能量方程:

$$E^{GAC} = \int_0^{L(C)} g(|\nabla I[C(s)]|) ds \quad (2-21)$$

式中  $L(C)$  是光滑闭合曲线的长度,  $\nabla I$  是图像的梯度,  $s$  是弧长的参数,  $g$  是边界停止函数, 定义如下:

$$g = \frac{1}{1 + |\nabla G * I|^p} \quad (2-22)$$

式中  $p$  通常取 1 或 2。该模型省去了 Snake 模型中的自由参数, 将能量方程建立在一封闭光滑曲线固有参数的弧长之上, 通过变分法, 求取能量方程(2-21)的欧拉-拉格朗日方程为:

$$\frac{\partial E^{GAC}}{\partial s} = (\nabla g \cdot N - gk)N \quad (2-23)$$

式(2-23)中  $N$  是演化曲线的内法向量,  $k$  是演化曲线的曲率。能量方程  $E^{GAC}$  向极小值演化的进程运用梯度下降法, 最终的迭代方程如下:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = g(c)kN - (\nabla g \cdot N)N \quad (2-24)$$

式(2-24)中的第一项是演化曲线的曲率和边缘截止函数的乘积, 曲率的正负分别代表演化曲线是收缩还是扩张, 演化过程中曲线的总长度在逐渐缩短并趋于光滑, 第二项是驱使曲线朝着目标边界运动。边界停止函数  $g$  控制着这一演化过程, 在图像平滑区域  $|\nabla I|$  趋近于零,  $g$  则趋近于 1,  $\nabla g$  趋近于 0, 因此公式(2-24)的第二项失去作用, 曲线则按着曲线曲率的驱动下不断变化, 直到  $g$  发生变化; 当曲线演化到图像边界,  $|\nabla I| \gg k$ , 则  $g$  趋近于 0, 那么公式(2-24)的第一项失去作用, 无法确定曲线是收缩还是扩张, 造成陷入局部最小, 尤其是分割具有凹陷特征的对象。通过以上分析可知, GAC 模型存在着一定的缺陷, 对曲线的初始化比较敏感, 同时对噪声鲁棒性也较差。

### 2.2.4 Mumford - Shah 模型

Mumford-Shah 模型<sup>[47]</sup>(简称 M-S 模型)在 1989 年被提出, 该模型的基本思想是假定存在一条光滑的封闭曲线  $C$  将图像  $I(x, y)$  分成两个不连接的子区域, 再通过一最优的分段光滑函数  $u(x, y)$  并且接近原图像  $I(x, y)$ , 在每个子区域内分别和原图像  $I(x)$  进行拟合, 构成最小化能量方程如下:

$$E^{MS}(u, C) = \lambda \iint_{\Omega} (I(x, y) - u(x, y))^2 dx dy + \nu \iint_{\Omega \setminus C} |\nabla u(x, y)|^2 dx dy + \mu \text{Length}(C) \quad (2-25)$$

式中  $C$  是封闭光滑的演化曲线,  $\Omega$  图像数据区域, 参数  $\lambda, \nu, \mu$  是正常数, 一般通过实验调整得到具体的数值, 公式(2-25)的第一项数据保真项, 用于测量  $u(x, y)$ , 保证  $u(x, y)$  和  $I(x, y)$  非常近似; 第二项光滑项, 用于保证待输入的  $u(x, y)$  可以在光滑曲线  $C$  上的梯度值  $|\nabla u|$  取得最大值, 第三项是正则项(惩罚项), 用来约束光滑曲线的长度, 保证曲线尽可能的光滑和足够短。

在上述能量方程下, 所以适合  $u(x, y)$  的光滑曲线基于能量最小的情况时, 只有目标的轮廓是能量最小。因此当能量最小的演化曲线即为最终的分割结果。但是光滑封闭的曲线  $C$  和分段光滑的函数  $u(x)$  是两个不同性质的变量, 同时  $u(x, y)$  具有非凸性, 找到适合上述方程的  $u(x, y)$  是非常困难的, 因此 M-S 的实际应用受到了一定的限制。

## 2.3 分数阶微分定义

分数阶微分起源于 17 世纪末, 数学家 Leibniz 和 L.Hospital 之间的来信中提出了分数阶微分的概念。Leibniz 提到如果将整数阶微分过渡到分数阶微分, 那分数阶微分具有什么具体的意义。L.Hospital 在回信中说: 这是非常有意思的想法, 并向 Leibniz 提问当阶次为  $1/2$  时, 怎么去求解。Leibniz 回复说: 这是一个



难以求解的论题,但在将来一定会有有用的结论<sup>[48]</sup>。分数阶微分经过 300 多年的发展,已经发展成一个独立的学科,具有完善的数学理论。但是分数阶微分研究和发展主要集中在纯数学理论方面,在实际应用中,很多学者仍然对分数阶微分比较陌生。直到 Mandelbrot 提出了分形学说的理论,结合 Riemann-Liouville 分数阶微分定义,用于研究和分析分形媒介中的布朗运动,开启了分数阶微分在工程应用中的序幕,分数阶微分受到越来越多的关注,已经在多个学科中得到广泛的应用,比如信号与图像处理、自动化控制,噪声监测,非线性动力学、医学、航天等。

尽管分数阶微分在工程界已经取得了一定的应用成果,然而分数阶微分并没有统一的定义,是因为分数阶微分没有明确的物理意义,因此关于其分数阶微分的定义,很多学者都是从实际应用中推导出来,这大大限制了分数阶微分的研究和应用推广。分数阶微分定义主要分为两类:时域定义和频域定义。时域中的定义主要有三种:Grünwald-Letnikov 定义、Riemann-Liouville 定义以及 Caputo 定义;频域中的定义主要分为 Fourier 变换域、LaPlace 变换域中的定义、Wavelet 变换域定义等<sup>[48-49]</sup>。以下将详细介绍各分数阶微分定义。

### 2.3.1 Grünwald-Letnikov 定义

Grünwald-Letnikov 定义是从整数阶微分推导而来,简称 G-L 定义。假定一函数  $f(x)$  在区间  $x \in [a, b]$  ( $a < b, a, b \in \mathbb{R}, \mathbb{R}$  表示实数)内连续可微,则该函数的一阶导数定义为:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (2-26)$$

其中  $h$  为步长,选择相等的步长,按照一阶导数的定义,计算该函数的二阶导数,结果如下:

$$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x)}{h^2} \quad (2-27)$$

因此进行类推,函数的整数  $n$  阶导数为:

$$f^n(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{m=0}^n (-1)^m \binom{n}{m} f(x-mh) \quad (2-28)$$

将整数  $n$  推广到实数,得出 Grünwald-Letnikov 分数阶微分定义。同样设一实函数  $f(x), x \in [a, t]$  ( $a < t, a, t \in \mathbb{R}, \mathbb{R}$  表示实数),任意阶次  $\alpha$  的 Grünwald-Letnikov 定义如下:

$${}_a^G D_t^\alpha f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{m=0}^{\left[ \frac{t-a}{h} \right]} (-1)^m \binom{\alpha}{m} f(x-mh) \quad (2-29)$$

其中  $\binom{\alpha}{m} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{m! \Gamma(\alpha-m+1)}$  是广义二次项系数,  $\Gamma(\alpha)$  是伽马函数,  ${}_a^G D_t^\alpha f(x)$  中的左上标 G 代表 Grünwald-Letnikov 定义, 右上标  $\alpha$  代表任意阶次的导数, 下标为区间的两端点,  $[\bullet]$  表示取整运算。当  $\alpha$  大于零时是表示分数阶微分;  $\alpha$  小于零时表示分数阶积分。从上述 G-L 分数阶微分定义是整数阶微分的推广, 对于实函数  $f(x)$  分数阶微分  $D^\alpha f = {}_a^G D_t^\alpha f$  具有整数阶微分相关的六条性质<sup>[46]</sup>。

(i) 假设  $f(x)$  是解析函数, 那么  $D^\alpha f(x)$  也是解析函数。

(ii) 分数阶导数值有界, 即  $|D^\alpha f(x)| < +\infty$ 。

(iii) 分数阶导数值是连续内插的, 即  $\lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2} D^{\alpha_1} f(x) = D^{\alpha_2} f(x), \alpha_1, \alpha_2 \in R$ 。

(iv) 分数阶导数值是实数, 即  $D^\alpha f(x) \in R$ 。

(v) 分数阶微分算子满足线性可加性, 即对于任意的常数  $k_1, k_2 \in R$ ,

$$D^\alpha (k_1 f_1(x) + k_2 f_2(x)) = k_1 D^\alpha f_1(x) + k_2 D^\alpha f_2(x)。$$

(vi) 分数阶微分算子满足交换定律和叠加定律,

$$\text{即 } D^{\alpha_1} D^{\alpha_2} f(x) = D^{\alpha_2} D^{\alpha_1} f(x) = D^{\alpha_1 + \alpha_2} f(x)。$$

### 2.3.2 Riemann-Liouville 定义

Riemann-Liouville 定义本质上是 G-L 定义的变形, 从分数阶微分和分数阶积分两个方面进行推导, 简称 R-L 定义。R-L 定义简化了分数阶微分定义的运算, 同样也满足上述六条性质。与 G-L 定义相同之处都在于从整数阶推广到分数阶, 不同之处是 R-L 定义是从积分定义推导而来。假设一函数  $f(x)$ , 其一阶积分计算公式如下:

$$Jf(x) = \int_0^x f(\varepsilon) d\varepsilon \quad (2-30)$$

其中  $J$  表示积分符号。进行数学归纳, 则函数  $f(x)$  的  $n$  阶积分计算公式可表示如下:

$$J^n f(x) = \underbrace{\int_0^x \dots \int_0^x}_{n \text{ 次}} f(t) dt = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^x (x-t)^{n-1} f(t) dt \quad (2-31)$$

对整数阶积分进行分数阶推广, 则公式(2-31)改写如下:

$$J^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x-t)^{\alpha-1} f(t) dt \quad (2-32)$$

由于 R-L 定义是从积分定义推导而来, 则存在左定义和右定义两种形式。R-L 左定义就是对函数先进行  $n-\alpha$  积分, 然后再将运算结果进行  $n$  微分运算,  $\alpha$  是最后要进行的分数阶微分次数, 是任意实数,  $n$  是整数; R-L 右定义是对函数先进行微分再进行积分运算。

R-L 左定义具体形式定义如下:

$${}_a^R D_t^{-\alpha} f(x) = \begin{cases} \frac{d^n}{dx^n} \left[ \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(x-\tau)^{\alpha+1-n}} d\tau \right], & n-1 < \alpha < n \\ \frac{d^n}{dx^n} f(x), & \alpha = n \in N \end{cases} \quad (2-33)$$

R-L 右定义具体形式定义如下：

$${}_a^R D_t^{-\alpha} f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(x-\tau)^{\alpha+1-n}} d\tau, & n-1 < \alpha < n \\ \frac{d^n}{dx^n} f(x), & \alpha = n = N \end{cases} \quad (2-34)$$

R-L 定义的两种形式最终的计算结果都是相同的，在具体的选用过程中，根据函数或者信号的实际情况和具体形式，选择合适的 R-L 定义，以减少计算的复杂度。

### 2.3.3 Caputo 定义

Caputo 定义同 R-L 定义一样都是对 G-L 定义进行改进，不一样的地方是先对函数进行  $n$  阶微分运算，再进行  $n-\alpha$  积分运算，具体定义如下式所示：

$${}_a^C D_t^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^t (x-\tau)^{n-\alpha-1} f^{(n)} d\tau \quad (2-35)$$

上述三种分数阶微分定义是最常用的，也有各自特定使用的场合，比如在表示空间位置关系时常用 G-L 和 R-L 定义，表示时间关系的时常用 Caputo 定义。这三种定义在特定的条件下是相互等价的，同时在进行数值计算时，采用不同形式的定义最终计算的复杂度和精度是不相同的。

### 2.3.4 分数阶导数的 Fourier 变化域定义

类似于分数阶微分的三种定义，都是通过数学归纳法，将整数阶推广到分数阶，同样分数阶导数的 Fourier 变换也从整数阶导数的 Fourier 变换推广而来。首先，假设一连续可导函数  $f(x)$ ，其 Fourier 和 Fourier 反变换定义如下式所示：

$$\begin{cases} F(\omega) = \int_R f(x) \cdot e^{-j2\pi\omega x} dx \\ f(x) = \int_R F(\omega) \cdot e^{j2\pi\omega x} d\omega \end{cases} \quad (2-36)$$

通过 Fourier 反变换得出的  $f(x)$  求得该函数的  $n$  阶导  $D^n f$ ,  $n=0,1,2,\dots$ ,  $D^n f$  具体表达式如下式所示：

$$D^n f(x) = \int_R (j2\pi\omega)^n F(\omega) \cdot e^{j2\pi\omega x} d\omega \quad (2-37)$$

将上式(2-37)中正整数  $n$  推广到任意实数  $\alpha \in R^+$ ，则公式(2-37)改写如下式所示：

$$D^\alpha f(x) = \int_{\mathbb{R}} (j2\pi\omega)^\alpha F(\omega) \cdot e^{j2\pi\omega x} d\omega = (j2\pi\omega)^\alpha \hat{f} \quad (2-38)$$

公式(2-38)中  $\hat{f}$  是函数  $f(x)$  的 Fourier 变换, 分数阶导数的 Fourier 变换表明分数阶的微分运算实际是频域中的滤波器, 记为:  $H(\omega) = (j2\pi\omega)^\alpha$ 。综合上述, 求一函数或信号  $f(x)$  的分数阶导数, 先对  $f(x)$  进行 Fourier 变换, 然后乘以滤波器  $H(\omega)$ , 结果为  $D^\alpha f$  的频域形式, 再对结果进行 Fourier 反变换, 就可以得到最终的分数阶导数  $D^\alpha f$ 。

## 2.4 本章小结

本章主要介绍了本文所涉及的一些基本理论, 为后续章节的理解进行铺垫。第一节介绍活动轮廓模型的基本原理、曲线演化理论和水平集方法。第二节主要介绍了常见的活动轮廓模型: Snake 模型、GVF 模型、GAC 模型、M-S 模型, 对这些模型的优缺点进行了分析, 这些模型在图像分割中得到了广泛的应用。第三节详细介绍了分数阶微分的三种定义, 为后续将分数阶融合到 RSF 模型提供理论基础。

## 第三章 融合 G-L 分数阶和 RSF 模型的图像分割算法研究

### 3.1 引言

图像分割的定义是按照某种意义把图像分割成互不重叠的区域或者把某种感兴趣的目标从背景中分割出来,好的分割结果有利于进一步的图像分析和理解。传统的分割方法有阈值分割、区域分割、边缘分割等<sup>[51]</sup>,对于在不同的场景下,分割不同的目标,每种分割算法都有各自的优点。近年来,基于活动轮廓模型(ACM)的图像分割算法被广泛的应用在计算机视觉和医学图像分割的领域中<sup>[52-54]</sup>,其主要原因<sup>[9]</sup>有:(1)分割的结果是一条封闭光滑的曲线,更利于后续的分析 and 研究;(2)能获取亚像素精度的边缘信息,提高分割的结果的正确率;(3)能在能量最小化的框架下利用图像的先验知识,如形状和灰度信息,从而提高分割的性能。

活动轮廓模型主要分为两类,第一类是基于边界的活动轮廓模型:主要是利用图像的边界信息对演化曲线进行引导,使曲线最终在目标轮廓上收敛,得到分割结果。最为著名的是由 Caselles 在 1977 年提出的基于梯度信息的分割模型—Geodesic Active Contours(GAC)<sup>[42]</sup>。该模型利用梯度信息构造一个截止函数,当截止函数为零时,演化曲线收敛到目标轮廓。因此可以用该截止函数探测目标轮廓。但基于边界的活动轮廓模型过分依赖图像的梯度信息,对于弱边缘或者梯度相差不大的区域,演化易陷入局部最优,且梯度信息对噪声较敏感。第二类是基于区域的活动轮廓模型:通过利用区域描述子等图像先验信息引导和约束演化曲线的运动。Chan-Vese 在 MS 模型<sup>[47]</sup>的基础上提出了一个基于全局信息的活动轮廓模型,即 CV 模型<sup>[55]</sup>,但该模型假设图像灰度分布均匀,所以对灰度分布不均匀(Intensity inhomogeneity)的图像分割效果不理想。针对该问题,李纯明博士等人提出了区域可调拟合的分割 RSF 模型<sup>[9]</sup>,该模型能较好地分割灰度不均匀的图像,同时还不需要对演化曲线的重新初始化,极大地提高了分割的效率。但是 RSF 模型在分割弱纹理、弱边缘图像时,由于仅仅利用局部信息,演化曲线易陷入局部最优,对初始曲线的位置选择非常敏感。为得到满意的分割效果,需要不断地搜索合适的初始曲线和参数,这极大地限制了 RSF 模型的应用。为了克服这些问题,戚世乐等<sup>[52]</sup>人提出先用 CV 模型分割,再用 RSF 模型得到最终分割结果的“两阶段”活动轮廓模型,该方法能在一定程度上提高对曲线初始位置选择的鲁棒性。但是要求 CV 模型的分割结果能最大程度上接近最终分割结果,再



用 RSF 模型分割才能达到理想的分割效果,并且只能承受较小的高斯噪声。文献[56]通过不同对象的高斯均值以及滑动窗口将原始图像映射到另外一个符合高斯分布的场域,提高了对灰度分布不均匀图像的分割能力,然而在映射过程中计算过于复杂,花费较大的计算成本。文献[57]结合拉普拉斯算子零交叉方法提出了一种规则化梯度磁流的新方法,提高了在分割过程中对噪声的鲁棒性,并且能够保持目标的边界信息,然而没有对曲线初始位置的敏感性加以研究。文献[58]提出局部图像拟合(Local Image Fitting, LIF)模型,主要思路是通过计算局部平均值,并用高斯核函数进行平滑,相比于 RSF 模型减少了计算的复杂度,但是仍然对曲线位置的很敏感,这个问题没有得到根本解决。文献[59]提出了一种新颖的反应扩散(RD)隐式主动轮廓的方法,整个分割过程分为两步走,第一步初分割获得扩散方程,第二步进行规则化进一步分割,提升了对曲线初始位置选择的鲁棒性。文献[60]将局部熵融入到 GAC 模型,构建了一个新的符号压力函数,通过该函数确定曲线的演化方向,提升了对曲线初始位置选择的鲁棒性,但是曲线的位置只能选在目标上,因此也没有从根本上解决对初始位置的敏感问题。文献[61]利用贝叶斯法则设计了一个新的非线性加权项,该加权项能自适应选择演化速度,较好的解决了水平集在演化过程中容易边缘泄漏的问题。文献[62]运用分数阶对原图像进行傅里叶变换,在 CV 模型的原型上增加分数阶拟合项,提高了对弱边缘的分割能力,由于整个拟合方程只是结合图像的全局信息,因此对于具有灰度不均匀特征的图片,用该方法往往很难完成分割任务。

如何有效的保留图像的纹理细节以及完整的提取弱边缘信息一直是图像处理领域研究的难点,近年来,分数阶微分被认为是解决这些问题的强大而有效的工具。如文献[63]提出一种分数阶微分的边缘检测算子 CRONE,详细地分析了 0~1 和 1~2 阶次范围的微分算子的边缘检测效果。Xu 等人<sup>[64]</sup>用高阶离散公式优化分数阶导数掩膜,不仅可以充分的保留处理过图像的边缘信息,并且有效抑制了平滑区域的噪声。浦亦非等人<sup>[65]</sup>提出 8 个方向的分数阶微分掩膜将图像进行滤波,实验结果表明,分数阶微分算子对图像的纹理细节提取具有理想的效果,明显优于整数阶微分算子,但是处理 RGB 空间的彩色图像会产生失真。Yu 等人<sup>[66]</sup>通过使用二阶黎兹分数阶微分算子改进文献[65]的纹理增强算法,对于灰度图像和 RGB 彩色图像均有较好的增强效果,然而,如何根据图像的不同部分的特征调整分数阶的阶次仍然是一项巨大的挑战。同样是浦亦非等人<sup>[67]</sup>提出基于分数阶微分分割多尺度纹理图像,该方法有效的提取了纹理信息,实验结果证实对纹理丰富的图像获得很好的分割结果。马尔科等人<sup>[68]</sup>结合空间和时间的分数阶导数提出出一个完全分数阶的各向异性扩散方程,去除斑点噪声的效果要优于基线各向

异性扩散法。田丹等人<sup>[69]</sup>利用分数阶散度算子对 CV 模型进行改进, 同样提高了 CV 模型对弱边缘图像的分割能力, 并且对噪声具有很强的鲁棒性。

灰度不均匀和弱纹理图像的分割是计算机视觉和医学图像分割的难点, RSF 模型被证明是解决灰度不均匀图像分割的最有效的方法, 但是在 RSF 模型中, 当演化曲线运动到图像的弱边缘处及纹理丰富的区域时, 由于这些区域的灰度变化不大, 造成演化曲线的驱动力小, 甚至为零, 同时由于只利用了局部信息, 因此演化曲线在该区域易陷入局部最优。所以 RSF 模型只有通过不断调整曲线的初始位置, 才可能演化到理想的目标轮廓。针对该问题, 受分数阶微积分性质的启发, 本文提出把分数阶梯度融合到 RSF 模型中, 利用全局的分数阶梯度信息, 将分数阶梯度拟合项作为新的驱动力驱动演化曲线运动到目标轮廓。一方面, 当  $0 < \alpha < 1$  时, 分数阶微分能够增大分数阶梯度值, 因此分数阶梯度拟合项能有效避免因灰度变化不大导致演化曲线驱动力小的问题; 另一方面利用全局的分数阶梯度信息, 可以避免演化曲线在图像的弱边缘及纹理丰富的区域陷入局部最优, 所以改进的模型能解决 RSF 模型对曲线的初始位置选择敏感的问题, 避免了寻找合适初始位置的工作量。理论分析和实验结果均表明, 融合了分数阶梯度的 RSF 模型提高了对曲线初始位置选择的鲁棒性, 分割的效率也得到了明显的提高, 并且对噪声具有一定的稳定性。

## 3.2 相关理论

### 2.1.1 CV 模型

Chan and Vese 模型(简称 CV 模型)是在 MS 模型<sup>[47]</sup>的基础上进行改进, 它将 MS 模型解中的  $u$  近似地看作分段常数, 本质上是对 MS 模型进行简化。该模型利用图像全局灰度统计信息, 将目标区域和背景区域的信息假想成是均匀性分布, 其能量方程如下:

$$\begin{aligned} E_{\varepsilon}^{CV}(c_1, c_2, \phi) = & \lambda_1 \int_{\Omega} |u(x, y) - c_1|^2 H_{\varepsilon}(\phi(x, y)) dx dy \\ & + \lambda_2 \int_{\Omega} |u(x, y) - c_2|^2 (1 - H_{\varepsilon}(\phi(x, y))) dx dy \\ & + \mu \int_{\Omega} \delta_{\varepsilon}(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| dx dy \end{aligned} \quad (3-1)$$

其中  $\mu$ ,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  是正常数, 为权重系数,  $u(x, y)$  表示图像的灰度,  $\phi$  为未知演化水平集函数,  $c_1, c_2$  分别是曲线  $\phi(x, y)$  内部和外部图像灰度平均值。能量方程前两项是保真项, 作用是将曲线驱动到目标轮廓, 第三项是长度约束项。其中



$H_\varepsilon(\phi)$  和  $\delta_\varepsilon(\phi)$  分别是海氏(Heaviside)函数和狄拉克(Dirac)函数的正则化形式, 其方程为:

$$H_\varepsilon(\phi) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{\phi}{\varepsilon}\right) \right), \quad \delta_\varepsilon(\phi) = \frac{d}{d\phi} H(\phi) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + \phi^2} \quad (3-2)$$

求上述能量方程(3-1)的最小值可以通过求解能量泛函对应的 Euler-lagrange 方程来实现。采用梯度下降法得到曲线的水平集演化方程如下:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_\varepsilon(\phi) \left[ \mu \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \lambda_1 (u - c_1)^2 + \lambda_2 (u - c_2)^2 \right] \quad (3-3)$$

CV 模型可以检测边缘梯度无定义的目标, 不需要对图像进行平滑处理, 能够有效处理含有噪声的图像, 采用了正则化的狄拉克(Dirac)函数, 可以自动检测目标的内部轮廓。对于灰度分布均匀的图片, CV 模型的分割结果是非常令人满意的, 如果图像是灰度不均匀的, 该模型却得不到正确的分割结果, 因此 CV 模型的应用受到了一定的限制。

### 3.2.2 RSF 模型

为了改进 CV 模型不能分割灰度不均匀图像的不足之处, Li 等人<sup>[9]</sup>在 CV 模型的基础上, 提出基于区域可调的局部二元值拟合的活动轮廓模型, 引入高斯核函数把原 CV 模型利用全局信息的平均值  $c_1, c_2$  变成具有局部性质的加权值  $f_1(x)$  和  $f_2(x)$ 。同时还定义一个新的符号距离函数, 避免了曲线在演化进程中的重新初始化。RSF 模型利用图像的局部灰度信息, 较好地解决了基于区域的活动轮廓模型不能分割灰度不均匀图像的问题, 提高了分割的效率, RSF 的水平集能量方程如下:

$$E_\varepsilon(f_1(x), f_2(x), \phi) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int \left( \int_{\Omega_i} K_\sigma(x-y) |I(y) - f_i(x)|^2 M_i^\varepsilon(\phi(y)) dy \right) dx + \nu \int |\nabla H_\varepsilon(\phi(x))| dx + \mu \int \frac{1}{2} (|\nabla \phi(x)| - 1)^2 dx \quad (3-4)$$

其中  $K_\sigma(x-y)$  是标准差为  $\sigma$  高斯核函数,  $M_1^\varepsilon(\phi) = H_\varepsilon(\phi)$ ,  $M_2^\varepsilon(\phi) = 1 - H_\varepsilon(\phi)$ ,  $H_\varepsilon$  为正则化的海氏(Heaviside)函数。 $f_i(x)$  为局部灰度平均值, 按以下方程计算:

$$f_i(x) = \frac{K_\sigma(x) * [M_i^\varepsilon(\phi(x)) I(x)]}{K_\sigma(x) * M_i^\varepsilon(\phi(x))} \quad i = 1, 2 \quad (3-5)$$

式(3-4)的第一项为局部灰度拟合项, 作用是驱动演化曲线运动目标轮廓上; 第二项为长度约束, 约束演化曲线的周长, 使演化曲线周长最短; 最后一项为符号距离函数, 避免了在演化进程中对曲线的重新初始化。求能量方程的最小值可以通

过求解能量泛函对应的 Euler-lagrange 方程来实现, 采用梯度下降法得到曲线的水平集演化方程如下:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\delta_{\varepsilon}(\phi)(\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2) + \nu \delta_{\varepsilon}(\phi) \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \mu \left( \Delta \phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right) \quad (3-6)$$

其中  $\delta_{\varepsilon}(\phi)$  为正则化狄拉克(Dirac)函数。

$$e_i(x) = \int K_{\sigma}(\nu - x) |I(x) - f_i(\nu)|^2 d\nu, \quad i=1,2 \quad (3-7)$$

RSF 模型较大地提高了分割灰度不均匀图像的能力, 但由于它只是利用图像的局部信息, 缺乏全局信息的引导, 因而, 对初始曲线的位置选择非常敏感, 曲线在演化的进程中容易陷入局部最优。在实际分割过程中, 往往需要精心为初始曲线探测合适的位置, 从而较大地限制了 RSF 模型的应用。

### 3.3 分数阶微分特性

#### 3.3.1 分数阶微分对信号的作用

对一个任意平方可积的能量信号  $I(x) \in R^2$ , 由信号处理的基本理论可知其 Fourier 变换为

$$\hat{f}(x) = \int_R f(x) e^{-i\omega x} dx, \quad (3-8)$$

假设信号  $I(x)$  的  $n$  阶导数为  $I^{(n)}(x) (n \in Z^+)$ , 根据 Fourier 变换的性质可以得到如下:

$$D^n I(x) \xrightarrow{FT} (DI)^n(\omega) = (i\omega)^n \hat{I}(\omega) = \hat{d}^n(\omega) \hat{I}(\omega) \quad (3-9)$$

由整数阶推广到分数阶,  $I(x)$  的  $\alpha$  分数阶导数为  $I^{(\alpha)}(x) (\alpha \in R^+)$ , 同样根据分数阶 Fourier 变换为

$$D^{\alpha} I(x) \xrightarrow{FT} (DI)^{\alpha}(\omega) = (i\omega)^{\alpha} \hat{I}(\omega) = \hat{d}^{\alpha}(\omega) \hat{I}(\omega) \quad (3-10)$$

$$\text{其中} \begin{cases} d^{\alpha}(\omega) = (i\omega)^{\alpha} = d^{\alpha}(\omega) e^{i\theta^{\alpha}(\omega)} \\ \alpha^{\alpha}(\omega) = |\omega|^{\alpha}, \theta^{\alpha}(\omega) = \frac{\alpha\pi}{2} \operatorname{sgn}(\omega) \end{cases} \quad (3-11)$$

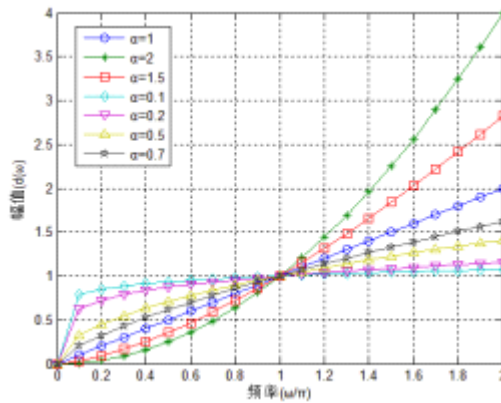


图 3-1 信号的幅频特性曲线

根据式 (3-10) 绘制分数阶微积分对信号作用的幅频特性曲线图, 如图 3-1 所示, 从该图可以看出在  $0 < \omega < 1$  的中低频信号段, 分数阶微分对信号的衰减程度低于整数阶微分(如一阶和二阶), 而在  $\omega > 1$  的高频信号段, 分数阶微分对信号的增强程度低于整数阶微分。因此得出以下结论: 分数阶微分在增强信号的高频部分的同时能非线性地保留信号的中低频成分。在数字图像中, 图像的弱边缘以及纹理丰富的区域属于低频信息, 图像的噪声属于高频信息, 在整数阶微分中弱边缘以及纹理信息往往会被较大地衰减, 而噪声信号被极大地增强。但是运用分数阶微分能够很好地克服该缺陷, 噪声信号不会被极大地增强, 弱边缘以及纹理信息会被非线性地保留, 因此将分数阶微分运用到数字图像处理中, 不仅有利于保留弱边缘以及纹理信息, 还具有一定的抗噪性。总之, 根据图像处理关注的目标不同, 我们选用不同范围的阶次。本文需要保留纹理和弱边缘, 因为从幅频曲线图中可以得出, 不同的  $\alpha$  值对信号低频部分的保留效果不一样, 当  $0 < \alpha < 1$  时, 分数阶微分对信号低频部分保留效果较好, 对信号的高频部分相比于整数阶得到了抑制, 因此本文  $\alpha$  的取值建议在 0~1 之间。

### 3.3.2 G-L 微分掩膜构造

根据(3-8)式, 若一元信号  $s(t)$  的持续周期为  $t \in [b, l]$ , 将信号持续期  $[b, l]$  按单位等分间隔  $h=1$  进行等分, 则(3-8)式中  $m=(t-b)/h=t-b$ , 则  $s(t)$  分数阶微分的差值表达式可以表示为:

$$\frac{d^\alpha s(t)}{dt^\alpha} \approx s(t) + (-\alpha)s(t-1) + \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2}s(t-2) + \dots + \frac{\Gamma(-\alpha+m-1)}{(m-1)!\Gamma(-\alpha)}s(t-m+1) \quad (3-12)$$

在处理数字图像时, 计算机或者数字滤波器处理的是数字量, 图像灰度之间的变化是有限的, 并且发生的最短距离为相邻两像素之间。因此二维数字图像在  $x$  和  $y$  轴方向上的持续时间只能以像素为单位进行度量,  $f(x, y)$  的最小等分间隔只能是  $h=1$ 。则针对数字图像, 本文定义  $s(x, y)$  在  $x$  和  $y$  坐标轴正方向上, 分数阶偏微分差分的近似表达式为

$$\frac{\partial^\alpha f(x, y)}{\partial x^\alpha} \approx f(x, y) + (-\alpha)f(x-1, y) + \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2}f(x-2, y) + \dots + \frac{\Gamma(-\alpha+m-1)}{(m-1)!\Gamma(-\alpha)}f(x-m+1, y) + \dots \quad (3-13)$$

$$\frac{\partial^\alpha f(x, y)}{\partial y^\alpha} \approx f(x, y) + (-\alpha)f(x, y-1) + \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2}f(x, y-2) + \dots + \frac{\Gamma(-\alpha+m-1)}{(m-1)!\Gamma(-\alpha)}f(x, y-m+1) + \dots \quad (3-14)$$

从表达式(3-13)和(3-14)可以看出每一项的系数值都不相同,各项系数之和不等于零。这是与整数阶微分最显著的区别。系数的通项式为

$$H = \frac{\Gamma(-\alpha + m - 1)}{(m-1)!\Gamma(-\alpha)} \quad (3-15)$$

式中 $\Gamma(\bullet)$ 为 gamma 函数。根据整数阶的梯度定义,重新定义分数阶梯度。

$$\nabla^\alpha s = \begin{bmatrix} G_x^\alpha \\ G_y^\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^\alpha s}{\partial x^\alpha} \\ \frac{\partial^\alpha s}{\partial y^\alpha} \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

则分数阶梯度向量的模值为:  $mag(\nabla^\alpha s) = [(G_x^\alpha)^2 + (G_y^\alpha)^2]^{1/2}$  (3-17)

在数值运算时,为简化运算,近似取分数阶微分表达式(3-13)和(3-14)的前 M 项,构造  $M \times M$  分数阶微分模板, X 正方向和 Y 正方向的模板如图 3-2 所示。

|          |           |                                  |          |   |         |         |           |   |          |
|----------|-----------|----------------------------------|----------|---|---------|---------|-----------|---|----------|
| $\vdots$ | $\vdots$  | $\vdots$                         | $\vdots$ | $\vdots$  | $\dots$ | 0       | 1         | 0   | $\dots$  |
| 0        | 0         | 0                                | $\dots$  | 0   | $\dots$ | 0       | $-\alpha$ | 0   | $\dots$  |
| 1        | $-\alpha$ | $\frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2}$ | $\dots$  | $\frac{\Gamma(-\alpha+1)}{(m-1)!\Gamma(-\alpha+m)}$ | $\dots$ | $\dots$ | 0         | $\frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2}$                    | 0        |
| 0        | 0         | 0                                | $\dots$  | 0   | $\dots$ | $\dots$ | $\vdots$  | $\vdots$  | $\vdots$ |
| $\vdots$ | $\vdots$  | $\vdots$                         | $\vdots$ | $\vdots$  | $\dots$ | $\dots$ | 0         | $\frac{\Gamma(-\alpha+1)}{(m-1)!\Gamma(-\alpha+m)}$ | 0        |

(a)  $\mathcal{W}_x^+$ 
(b)  $\mathcal{W}_y^+$

图 3-2 X 轴和 Y 轴正方向上分数阶微分掩模

### 3.3.3 G-L 分数阶微分增加梯度幅值的实验验证

为了验证 G-L 分数阶微分在可以增强梯度信息,本次实验选取两个  $5 \times 5$  的表格数据,分别模拟灰度分布均匀(图 3-3(a))和灰度分布不均匀的图像(图 3-4(a)),图中数值表示各个像素点的灰度值,比较分数阶梯度模值和基于整数阶的梯度模值,整数阶梯度模值的计算详见文献[19],另外还选取了一幅背景和目标灰度相差不大的图片(图 3-5a)进行实验。考虑到本实验的目的是为验证分数阶微分对信号的增强作用,通过图像的梯度模值的大小差异反应增强的程度,分数阶微分掩模大小为  $3 \times 3$ ,以便减少计算量。此外为减少篇幅,实验只列举了  $\alpha=0.5$  的情况。图 3-3(a)模拟灰度均匀变化图像,图中的数字代表图像中各像素点的灰度值,图 3-3(b)中整数一阶的梯度值均为 1,而在图 3-3(c)中分数阶梯度模值均大于 1,这说明分数阶能增强灰度均匀图像的梯度;图 3-4(a)模拟灰度不均匀变化的图像,图中的数字也表示图像中各像素点的灰度值,图 3-4(c)中的各点的梯度值均比对应点整数一阶梯度值大。因此得出分数阶较整数阶更能增强图像的梯度信

息。此外从幅频特性图(图 3-1)可以得出,当 $0 < \alpha < 1$ 时,分数阶梯度值都大于整数阶的梯度值,只是 $\alpha$ 不同,增幅不同,但随着 $\alpha$ 值的增大,分数阶梯度值的增幅越来越小。

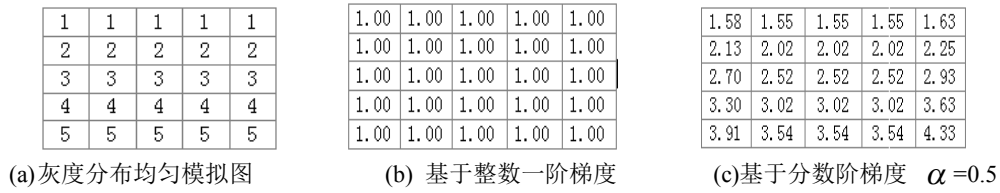


图 3-3 灰度分布均匀的梯度幅值对比实验



图 3-4 灰度分布不均匀的梯度幅值对比实验

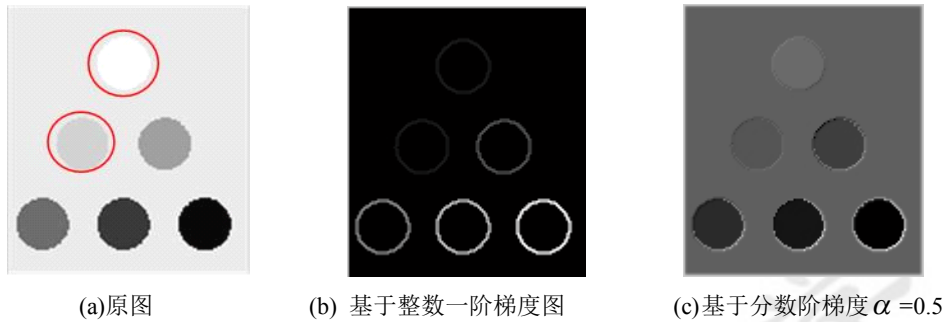


图 3-5 增加梯度幅值的定性实验

图 3-5(a)是选自文献[8]的一幅合成图片,从该图可以看出,红色区域内圆的灰度值与背景灰度值相差不大,该边缘属于弱边缘。从图 3-5(b)基于整数一阶梯度图可以表明,红色的轮廓不清晰,而图 3-5(c)中阶次为 0.5 的分数阶梯度图可以看出,红色圆圈内的目标轮廓和背景分明,凸显出原图红色圆圈内的边界信息。图 3-3、图 3-4 和图 3-5 的实验结果均表明 G-L 分数阶微分算子可以较好地增强纹理或弱边缘区域的梯度信息。

### 3.4 本文分割模型

灰度不均匀和弱纹理、弱边缘图像的分割是计算机视觉和医学图像分割的难点,RSF 模型被证明是解决灰度不均匀图像分割的最有效的方法,然而 RSF 模型在分割弱纹理、弱边缘图像时,对演化曲线初始位置选择很敏感,优化易陷入局部极小而导致演化速度缓慢。针对该问题,本文将 G-L 分数阶梯度融合到 RSF 模型中。



### 3.4.1 融合分数阶梯度的 RSF 模型

RSF 模型在分割弱纹理、弱边缘图像时,演化曲线易陷入局部最优原因有二:一是仅仅利用图像的局部信息;二是水平集曲线在演化进程中运动到图像的弱边缘处或纹理丰富区域时,由于这些区域的灰度变化不大,造成演化曲线的驱动力小,容易陷入局部最小值。为使演化曲线运动到目标轮廓,则对于曲线的初始位置有着严格的要求。

第 3.3.3 节的理论和实验均表明,基于 G-L 的分数阶梯度可以增强弱边缘及纹理丰富区域的梯度信息,因而本文将 G-L 分数阶梯度信息融合到能量方程中,作为曲线拟合的另一种驱动力,演化曲线在局部灰度拟合项和全局的分数阶微分梯度拟合项共同驱动下,运动到目标轮廓。结合 G-L 分数阶梯度和 CV 模型特点,构建新的能量方程,如下:

$$E^{FG}(m_1, m_2, C) = \beta_1 \int_{\Omega} \left| \nabla^{\alpha} u(x, y) - m_1 \right|^2 dydx + \beta_2 \int_{\Omega} \left| \nabla^{\alpha} u(x, y) - m_2 \right|^2 dydx \quad (3-18)$$

其中  $\nabla^{\alpha} u(x, y)$  为分数阶梯度,  $C$  为演化曲线,  $m_1$  和  $m_2$  曲线内外的分数阶梯度模值的平均值。  $\beta_1, \beta_2$  为正的常数, 一般情况下  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ 。为了使演化曲线在演化的进程中更好的应对拓扑结构变化的问题,用高一维的水平集函数方程表示未知曲线  $C$ , 用  $\phi(x, y)$  表示水平集函数方程, 具体定义如下: 当设定的点  $(x, y)$  在曲线  $C$  的内部, 则  $\phi(x, y) > 0$ ; 若点  $(x, y)$  在曲线  $C$  的外部, 则  $\phi(x, y) < 0$ ; 若点  $(x, y)$  在边界上, 则  $\phi(x, y) = 0$ 。因此能量方程可改写为:

$$E^{FG}(m_1, m_2, \phi) = \beta_1 \int_{\Omega} \left| \nabla^{\alpha} u(x, y) - m_1 \right|^2 H_{\varepsilon}(\phi) dydx + \beta_2 \int_{\Omega} \left| \nabla^{\alpha} u(x, y) - m_2 \right|^2 (1 - H_{\varepsilon}(\phi)) dydx \quad (3-19)$$

其中  $m_1$  和  $m_2$  按下式计算:

$$m_1 = \frac{\int_{\Omega} \left| \nabla^{\alpha} u(x, y) \right| H_{\varepsilon}(\phi(x, y)) dydx}{\int_{\Omega} H_{\varepsilon}(\phi(x, y)) dydx}, \quad m_2 = \frac{\int_{\Omega} \left| \nabla^{\alpha} u(x, y) \right| (1 - H_{\varepsilon}(\phi(x, y))) dydx}{\int_{\Omega} (1 - H_{\varepsilon}(\phi(x, y))) dydx} \quad (3-20)$$

其中  $H_{\varepsilon}(\phi)$  和  $\delta_{\varepsilon}(\phi)$  分别是海氏(Heaviside)函数和狄拉克(Dirac)函数的正则化形式, 详见公式(3-4)。将这个能量方程融合到 RSF 模型中, 数学方程如下:

$$+ \sum \beta_i \int_{\Omega} \left| \nabla^{\alpha} u(x, y) - m_i \right|^2 dydx + \nu \int |\nabla H_{\varepsilon}(\phi(x))| dx \quad (3-21)$$

求上述能量方程的最小值可以通过求解能量泛函对应的 Euler-lagrange 方程来实现。采用梯度下降法得到曲线的水平集演化方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & -\delta_{\varepsilon}(\phi)(\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2) + \nu \delta_{\varepsilon}(\phi) \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + u(\Delta \phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right)) \\ & + \delta_{\varepsilon}(\phi)(-\beta_1(|\nabla^{\alpha} u| - m_1)^2 + \beta_2(|\nabla^{\alpha} u| - m_2)^2) \end{aligned} \quad (3-22)$$

$$\text{令 } \frac{\partial \phi}{\partial t} = \Delta \phi, \text{ 因此水平集函数的更新数学表达式为: } \phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t \cdot \Delta \phi \quad (3-23)$$

### 3.4.2 算法实现

Step 1: 参照文献[9,52,58,62]并根据多次实验结果, 设置参数  $\nu, \mu, \lambda_1, \lambda_2, \beta_1, \beta_2$  以及初始化水平集函数  $\phi_0$

Step 2: 根据公式  $\text{mag}(\nabla^\alpha s) = [(G_x^\alpha)^2 + (G_y^\alpha)^2]^{1/2}$  计算分数阶梯度模值;

Step 3: 根据公式  $f_i(x) = \frac{K_\sigma(x) * [M_i^\varepsilon(\phi(x))I(x)]}{K_\sigma(x) * M_i^\varepsilon(\phi(x))}$  计算  $f_1, f_2$ , 再根据公式计算曲

线内外的平均分数阶梯度值  $m_1 = \frac{\int_\Omega |\nabla^\alpha u(x, y)| H_\varepsilon(\phi(x, y)) dy dx}{\int_\Omega H_\varepsilon(\phi(x, y)) dy dx}$  和

$$m_2 = \frac{\int_\Omega |\nabla^\alpha u(x, y)| (1 - H_\varepsilon(\phi(x, y))) dy dx}{\int_\Omega (1 - H_\varepsilon(\phi(x, y))) dy dx};$$

Step 4: 固定  $f_1, f_2, m_1, m_2$ , 按公式(3-22)和式(3-23)更新水平集函数;

Step 5: 判断水平集函数是否达到稳定, 若达到稳定状态则输出最终结果, 否则返回 Step 3。

## 3.5 实验结果与分析

实验中所采用的计算机环境为: 实验机器配置 Intel Core i3-2130 CPU, 内存 4GB, 操作系统为 64 位 Windows 7.0, 程序采用 R2013a 版 Matlab。本章用人工合成图片和真实图片作为实验对象, 进行分析、比较、讨论, 并从算法的分割性能、对演化曲线初始位置选择的敏感性、抗噪性能以及分数阶阶次对分割结果的影响四个方面进行实验, 列出实验结果并综合分析、比较、讨论。

### 3.5.1 分割性能验证

为验证本文算法的分割性能, 不失公平性, 选取文献[9]的两幅图片(编号为 I 图、II 图), 以及星系图、指纹图(分别编号为 III 图、IV 图), 这四幅图均为灰度分布不均匀, 其中 I 图、II 图具有弱边缘特征, III 图、IV 图具有弱纹理特征。将本文算法与 LIF 模型、文献[62]、RSF 模型进行对比, 并用分割结果、演化迭代次数以及时间来评定各种算法的分割性能。实验中各模型的相关参数均取各自文献中选用的参数, 本文算法参数根据多次实验结果, 设置如下, I 图:  $\Delta t = 0.1$ 、 $\lambda_1 = \lambda_2 = \beta_1 = \beta_2 = 1$ 、 $\mu = 1$ 、 $\sigma = 3$ 、 $\nu = 0.001 \times 255 \times 255$ 、分数阶微分模板大小



是  $3 \times 3$ , 分数阶阶次  $\alpha = 0.6$ ; II 图:  $\nu = 0.004 \times 255 \times 255$ 、分数阶阶次  $\alpha = 0.7$ 、其他同 I 图参数; III 图: 分数阶阶次  $\alpha = 0.2$ , 参数与 II 图参数相同; IV 图: 分数阶阶次  $\alpha = 0.85$  参数与 I 图参数相同。实验结果见图 3-6, 图中第一列为输入图像, 图中的红色方框代表选择的曲线初始位置, 第二列至第五列分别为 LIF 模型的、文献[62]、RSF 模型和本文方法的分割结果, 图中的红色曲线表示最终分割出的目标轮廓。从图 3-6 可以看出, LIF 模型和文献[62]的演化曲线最终停止在非目标轮廓上, 没有正确分割出目标。RSF 模型能够分割出 I 图、II 图, 不能分割出 III 图、IV 图, 但是本文算法都正确的把目标分割出来。

此外我们进行了定量的分析和比较, 图 3-7 表示各种分割方法的迭代次数, 表一表示各种分割方法的时间开销。从图 3-7 和表一可以看出, 本文算法不仅在迭代次数上少于以上三个模型, 而且减少了分割所消耗的时间, 提高了分割效率。本文方法的迭代次数和时间开销少的原因是因为本文算法在保留原始 RSF 模型优点的同时, 还融入了新的分数阶拟合项, 增加了演化曲线的驱动力, 因而加速了演化过程, 减少了迭代次数, 所以消耗的时间成本也会相应的降低。因此本章算法在继承了原 RSF 模型优点的基础上分割性能得到进一步的提高。

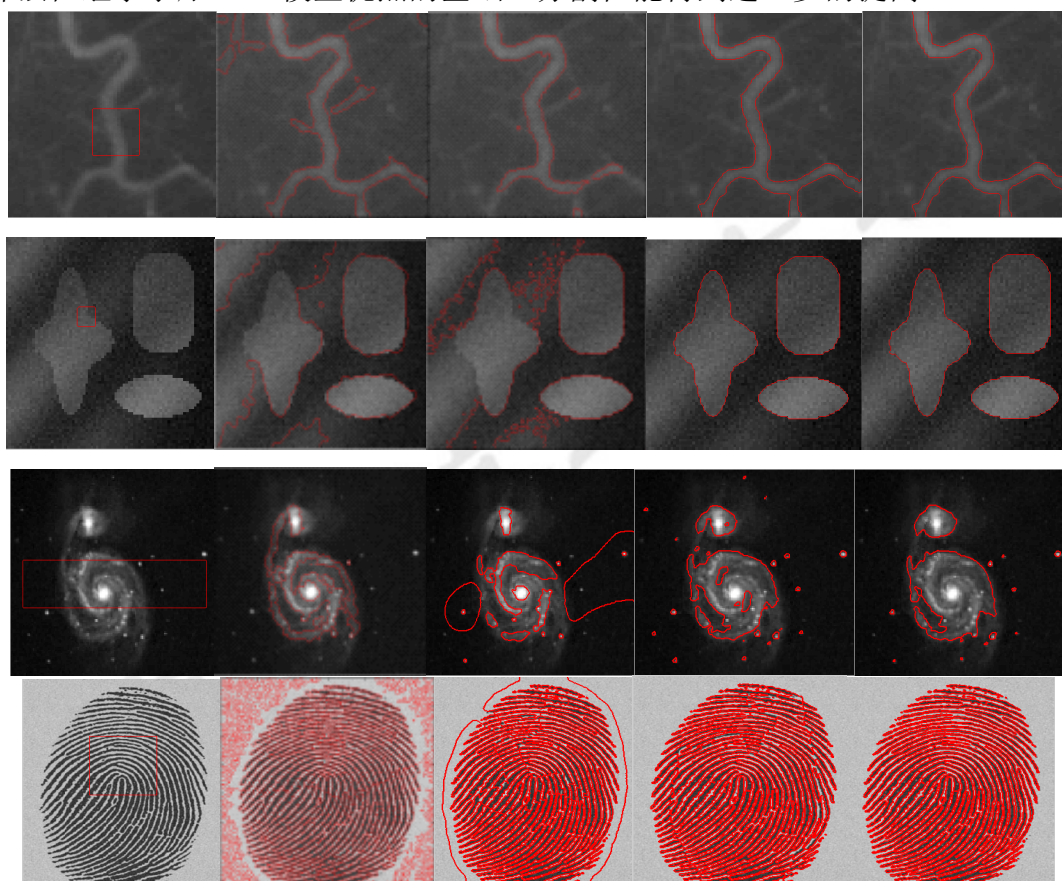


图 3-6 分割性能验证。第一列: 输入图片, 从上到下分别为: I 图、II 图、III 图和 IV 图, 红色方框表示初始位置; 第二列: LIF 模型分割结果; 第三列: 文献[62]分割结果; 第四列: RSF 模型分割结果; 第五列: 本章算法分割结果(最佳的分数阶阶次  $\alpha$  依次为 0.2, 0.6, 0.7, 0.85)

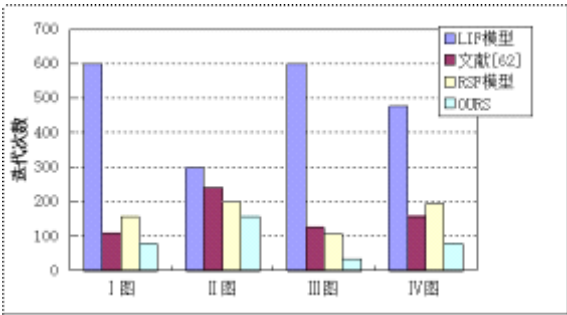


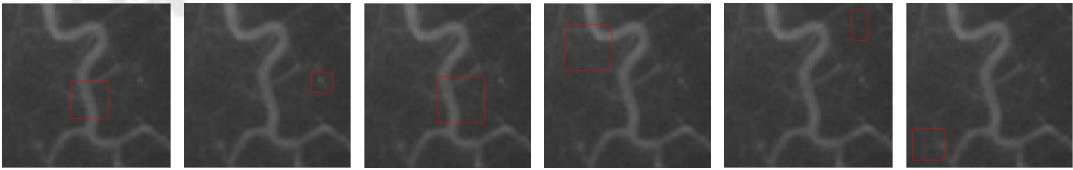
图 3-7 各分割模型的迭代次数比较

表 1 各模型的分割时间 (单位: s)

|     | LIF  | 文献[62] | RSF  | OURS |
|-----|------|--------|------|------|
| I   | 7.29 | 7.29   | 2.94 | 1.96 |
| II  | 2.85 | 2.85   | 3.47 | 2.6  |
| III | 37.8 | 26.86  | 29.4 | 8.62 |
| IV  | 9.8  | 5.2    | 8.6  | 3.9  |

3.5.2 对演化曲线初始位置选择的敏感性验证

为验证本章算法对初始曲线位置选择的敏感，本次实验选取三幅图片，其中 3.5.1 节的 I 图、雪花图、以及血管造影图，这三幅都具有弱边缘，弱纹理的特征。并随机选取了 5-6 种不同的初始位置，如图 3-8 中红色方框所示。由于本章算法是在 RSF 模型的基础上进一步解决对初始曲线位置选择敏感的问题，故将本章算法和 RSF 模型的分割结果进行对比。实验中参数的设置同 3.5.1 节，实验结果如图 3-8 所示，图 3-8 中每一组的第一行为输入图片和不同位置的初始曲线(红色方框)，第二行为 RSF 模型分割结果，第三行为本章算法分割结果。实验结果表明：RSF 模型对初始曲线的位置敏感，当初始曲线选择不当时得不到正确的分割结果，并且结果互不相同，然而本章的分割方法在多种初始位置下均得到正确的分割结果，从而验证了章文算法对初始曲线位置的选取具有很强的鲁棒性。这是因为本章算法在 RSF 模型中增加了全局的 G-L 分数阶梯度拟合项，提高了演化曲线的驱动力，避免演化曲线在图像的弱边缘及纹理丰富区域陷入局部最优，从而克服了 RSF 模型对曲线初始位置选取的敏感性，在多种位置下都能正确分割出目标。



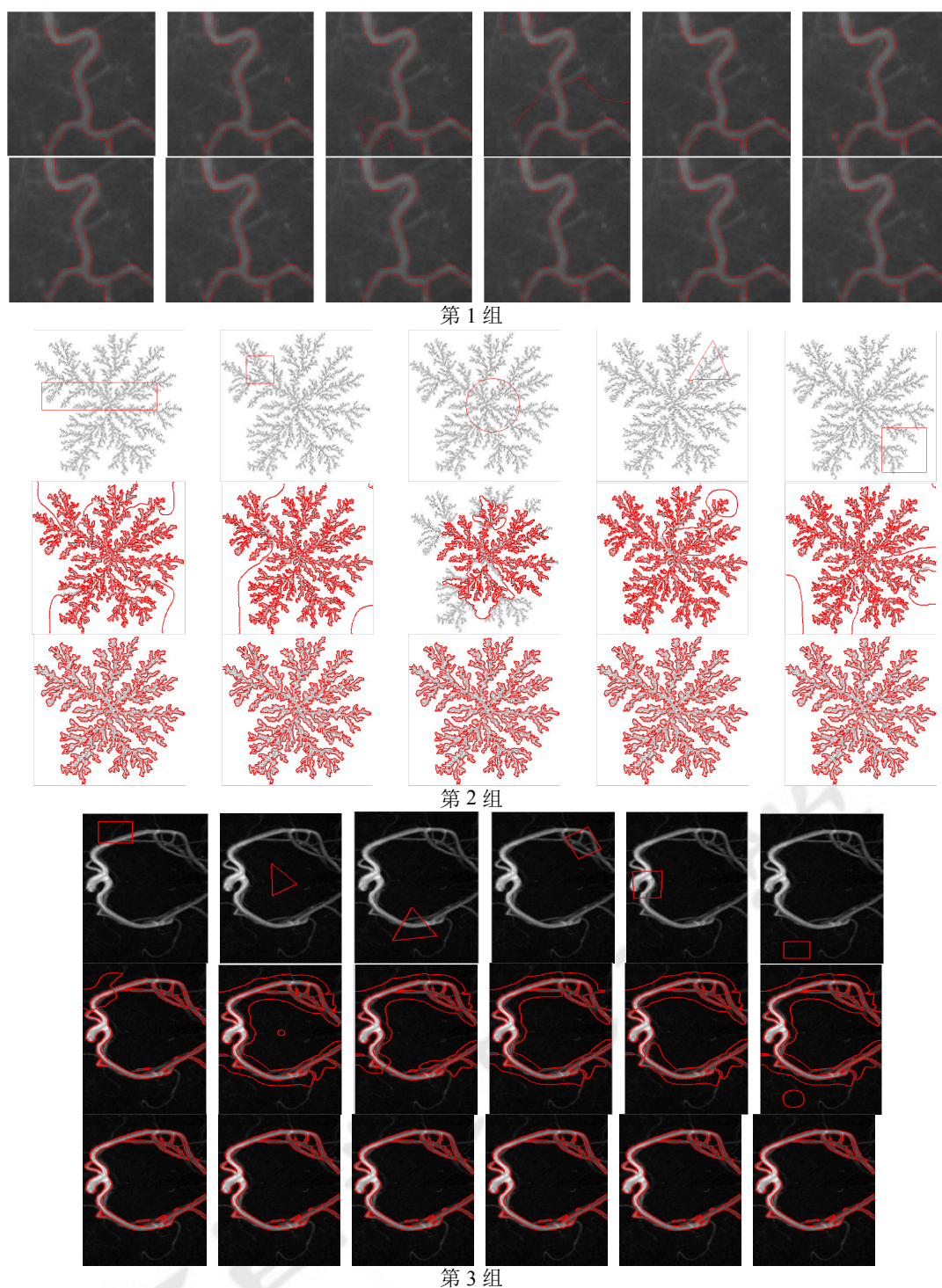


图 3-8 对曲线初始位置选择的敏感性验证。每组的的第一行：输入图和不同的初始曲线(红色方框)；第二行：RSF 模型分割结果；第三行：本章算法分割结果

### 3.5.3 抗噪性能验证

为了验证分数阶能增强模型的抗噪性，我们将本文模型的分割结果和文献[52]的分割结果进行对比，其中文献[52]中的模型引入了全局函数。从以下两个方面进行实验：1. 加入不同种类的噪声，噪声方差和密度都大于 0.005；2. 在高



斯噪声环境下选择演化曲线的不同初始位置。首先选用文献[11]中的合成图片加入不同种类的噪声：(a)高斯噪声：均值为 0，方差 0.01；(b)泊松噪声；(c)乘性噪声：均值为 0，方差 0.04；(d) 椒盐噪声，密度为 0.05。分割结果如图 3-9 所示，从图 3-9 可以得出本文算法在多种噪声环境下均能正确地分割出目标，文献[52]的分割结果则不够理想。然后选择添加同一种噪声，随机选择了 5 个不同的初始位置进行实验验证，如图 3-10 所示，第一行添加了均值为 0，方差 0.01 的高斯噪声，选取了五个不同位置的初始曲线，分割结果如图 3-10 所示，本文算法在噪声环境下仍对初始曲线位置具有较强的鲁棒性，并得到正确的分割结果，文献[52]在多种位置下的分割效果欠佳。其中实验的参数设置为： $\Delta t = 0.1$ 、 $\lambda_1 = \lambda_2 = \beta_1 = \beta_2 = 1$ 、 $\mu = 1$ 、 $\sigma = 3$ 、 $\nu = 0.002 \times 255^2$ ，分数阶微分模板大小是  $3 \times 3$ ，分数阶阶次  $\alpha$  在 0.1~0.5 之间均可。从实验结果分析可知，本文的分割模型对噪声具有更好的稳定性。其原因为：首先是因为在模型中是引入了全局函数，更为重要的是融入分数阶的模型在阶次选择适当时，对噪声具有一定的抑制作用。由于噪声属于高频信号，根据分数阶微分的幅频特性可知，当  $0 < \alpha < 1$  时，分数阶微分对高频信号的增强程度低于整数阶微分对高频信号的增强。因此分数阶微分在一定程度上能够抑制噪声，即具有一定的抗噪性能，理论分析和实验结果均表明本文算法具有较好的抗噪性。

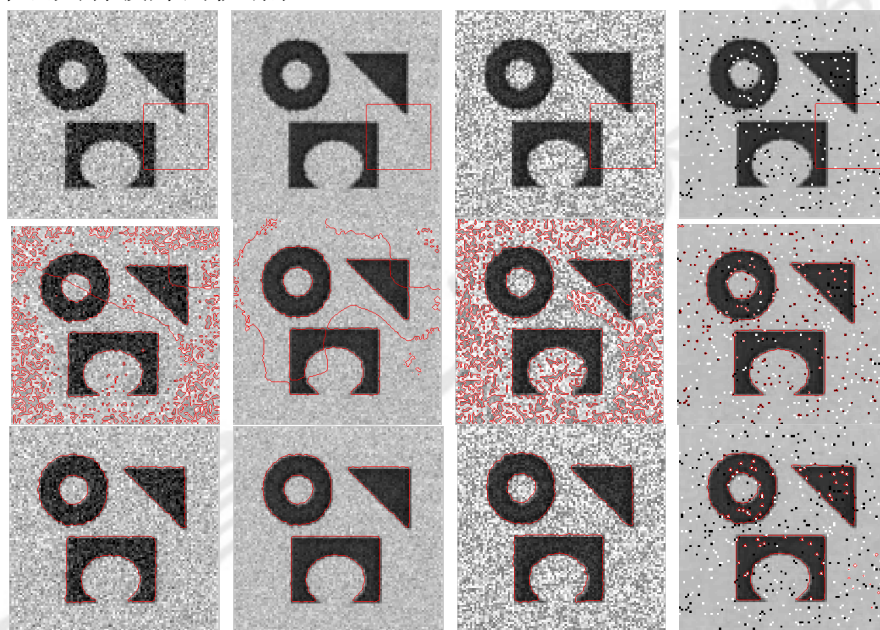
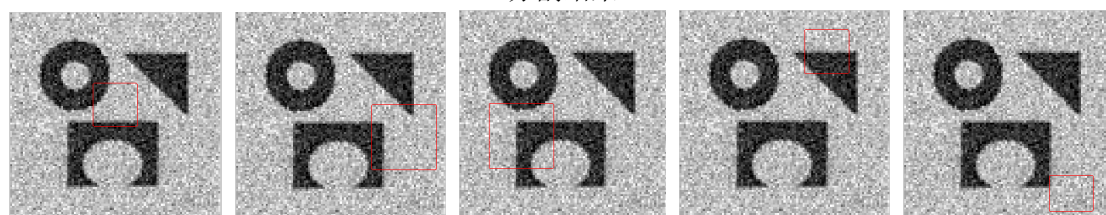


图 3-9 抗噪性实验（不同种类的噪声） 第一行分别添加(从左到右)：高斯噪声、泊松噪声、乘性噪声、椒盐噪声；第二行：文献[52]的分割结果；第三行本章算法在各种噪声环境下的分割结果



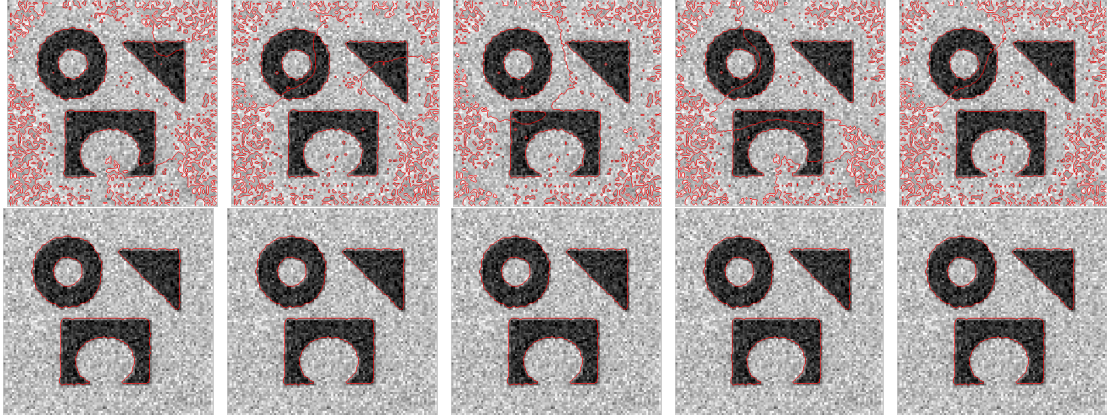


图 3-10 同一种噪声环境下不同初始位置的实验。第一行：在高斯噪声下不同的初始位置(红色方框)；第二行：文献[52]的分割结果；第三行：在高斯噪声下不同初始位置的分割结果

### 3.5.4 分数阶阶次对分割结果的影响

为进一步对分割结果进行评价，本文定义了正确分割率(correct segmentation rate, CSR)，如公式(3-24)所示，并用正确分割率对分割结果进行定量分析比较，CSR 的数学表达式如下：

$$CSR = \frac{2N(T_1 \cap T_2)}{N(T_1) + N(T_2)} \times 100\% \quad (3-24)$$

其中  $T_1$  是人工标定目标轮廓的分割结果， $T_2$  是演化后最终的分割结果， $N(T_1 \cap T_2)$  是两水平集相同符号的像素点个数， $N(T_1)$ ,  $N(T_2)$  是水平集的像素点个数。从公式(3-24)可以看出，正确分割率(CSR)的数值越大，分割结果越准确。

为验证阶次  $\alpha$  对分割结果的影响，选取了文献[58]中的图片进行实验，并随机选择了三个不同的初始曲线位置（如图 3-11 所示），验证阶次与分割正确率的关系，根据 3.3.1 节分析可知  $\alpha$  值选择在  $0 < \alpha < 1$ ，图 3-12 表示了阶次  $\alpha$  值与正确分割率的关系。从该图可以得出如下结论：(1)当初始位置发生变化时，阶次  $\alpha$  对分割正确率的影响不大；(b)选择不同的初始位置进行曲线演化分割时，阶次  $\alpha$  并不是一个孤立的值，而是一个区间段。根据分数阶微分幅频特性图可知，当  $0 < \alpha < 1$  时，分数阶梯度值得到增强，本章改进模型的演化曲线驱动力变大，避免了曲线在演化进程中陷入局部最小值，因此本章算法对曲线初始位置的选择具有鲁棒性。对不同的阶次  $\alpha$ ，分数阶梯度值增大的程度不同，因此阶次  $\alpha$  的不同，演化曲线的驱动力不同，但是都可以使演化曲线运动到达目标轮廓。所以阶次  $\alpha$  可在一个区间（0~1 之间）中取值，且都获得理想的分割结果。实验中参数的选择是根据多次实验调整得出的，具体设置如下： $\Delta t = 0.1, \lambda_1 = \lambda_2 = \beta_1 = \beta_2 = 1, \mu = 1, \sigma = 3, \nu = 0.002 \times 255^2$ ，分数阶微分模板大小是  $3 \times 3$ 。



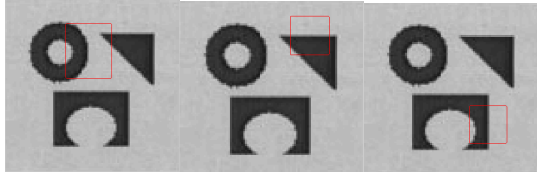
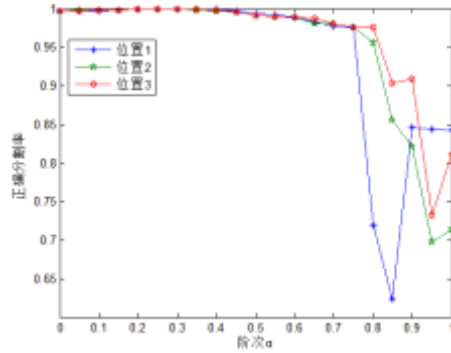


图 3-11 三种不同的初始位置

图 3-12 阶次  $\alpha$  与正确分割率的关系

### 3.6 本章小结

将 G-L 分数阶微分的全局梯度信息融合到 RSF 模型中, 能解决 RSF 模型对曲线初始位置的选择敏感问题。一方面, 将全局 G-L 分数阶梯度融合到 RSF 模型中, 即在 RSF 模型中增加全局的分数阶梯度拟合项, 提高演化曲线的驱动力, 避免演化曲线在图像的弱边缘及纹理丰富区域陷入局部最优, 从而克服了 RSF 模型对曲线初始位置选取的敏感性; 另一方面, G-L 分数阶微分能增强图像灰度不均匀区域和弱纹理区域的梯度, 使得收敛速度更快, 从而提高了分割的效率。另外根据分数阶微分幅频特性, 构造了 G-L 定义的分阶微分模板, 给出了分割的最佳阶次  $\alpha$  在 0~1 之间, 即能够正确分割目标的阶次  $\alpha$  是一段区间值。理论分析和实验结果均表明, 本文的图像分割方法能有效地解决 RSF 模型对初始曲线选取敏感的问题, 可用于灰度不均匀和弱纹理区域的图像分割, 并能提高图像分割的效率, 且对噪声具有一定的鲁棒性。不足之处是本文算法需要人工确定分阶阶次  $\alpha$ , 但由于  $\alpha$  是一个区间段, 与搜索理想的初始曲线位置相比, 阶次  $\alpha$  的选择要更容易。第四章的研究工作是建立自适应选择分阶阶次  $\alpha$  的数学模型, 以达到更高的分割效率。

## 第四章 基于自适应分数阶微分的 RSF 模型分割算法

### 4.1 引言

在第三章中通过在原 RSF 模型中融入全局的分数阶梯度拟合项, 解决了 RSF 模型在分割弱边缘、弱纹理图像时对曲线初始位置选择敏感的问题, 但是仍存在以下两个问题: 第一 RSF 模型中的局部项中使用了高斯核函数, 在拟合的过程模糊了图像的边界, 弱化了 RSF 模型的边界定位能力; 第二融合了分数阶之后, 分数阶阶次的选择好坏直接影响最终的分割结果, 然而阶次的合理选择并不是一件简单的工作, 需要通过重复的实验比较之后选择最佳的分数阶阶次, 是一件费时费力的工作。当将第三章的算法直接用于复杂的医学图像时, 上述两方面的问题尤为凸显, 因此本章的工作主要针对上述两个问题进行开展的。

图像分割技术在医学上的应用不胜枚举, 已经发展为一个特定的医学研究方向称为医学图像分割技术, 医生通过各种先进的医学仪器对患者病情进行辅助诊断、手术治疗、放射治疗等, 因此医学图像分割技术的临床价值以及研究价值是非常凸显的<sup>[70]</sup>。但由于医学图像在成像过程中, 受到电磁环境, 成像设备, 以及人体结构的差异等客观因素的影响, 会造成图像存在噪声、灰度不均匀、边缘模糊、纹理结构不清晰等特点, 如图 4-1 所示。



图 4-1 医学图像

很多学者也致力于如何提高对医学图像分割的效率和正确率, 例如文献[71]基于局部灰度均匀图像的聚类属性, 提出一个灰度不均匀区域校正方法, 主要思路是定义了一个局部聚类方程将灰度值进行分类达到均匀校正的效果, 实现了对灰度不均匀图像快速的完成分割目的, 但是这种分类方法容易造成过分割的现象。文献[72]分析了造成心脏左心室内外膜难以准确分割的原因, 提出一种基于目标边缘的方向广义梯度矢量流 Snake 模型, 该模型把左心室外膜分成正边界和负边界两类, 从而无需了解图片的特点, 快速自动地完成了左心室内外膜的分割, 并避免了边界泄漏问题。文献[73]定义了目标和背景的局部直方图的能量拟合,

参与曲线拟合, 由于局部直方图拟合项是通过截去高斯核函数的高频部分得到, 因此带宽直接影响直方图拟合项, 造成演化曲线无法运动到正确目标轮廓上。文献[74]提出局部多尺度纹理结构对纹理部分进行像素级描述, 此外还提出一个所谓的向量水平集, 该方法对纹理丰富的自然图像有较好的分割结果。

分数阶微分能够在增强信号高频成分的同时, 非线性地保留信号的中低频成分, 在数字图像处理中, 这一性质被广泛地应用于增强图像的纹理细节和弱边缘[75,76]。但是在阶次选择时往往是通过大量的试验调整得出, 并且整幅图片使用相同的阶次, 显然不符合实际情况, 合理的选择分数阶阶次一直是个研究学者致力解决的热点问题。文献[77]利用图像梯度信息, 同时参照人眼视觉规律设计了分数阶微分掩膜用于图像增强, 掩膜系数是根据图像特征按照人眼视觉规律自适应计算得出, 该方法对绝大多数灰度图像可以实现遵循人眼的视觉特性的增强效果, 与人工调整阶次达到的增强效果一致。文献[78]将分数阶微分融入到复合的双边滤波算法对图像细节进行增强, 微分阶次是通过分析纹理特征, 建立幅值频率非线性联合指数模型计算得出, 实验结果证实, 该方法在图像平滑、去噪、细节提取等数字图像处理应用方面具有非常实用的效果。文献[66]对活动廓模型分割算法进行改进, 在原有的拟合方程中增加了一项分数阶微分拟合项, 能自适应确定演化曲线是收缩还是扩张, 但是分数阶阶次仍然是通过大量的试验调整确定, 存在很大的盲目性。文献[79]将分数阶微分运用到全变分模型, 在去噪过程更好的保留了纹理细节和消除了块状负面效果, 自适应的选择合适的微分阶次是通过利用局部方差和小波变换得到的。文献[80]采用一种基于交叉的局部支持区域构造法, 实现了一个具有分数阶微分和阶次自适应的图像纹理增强算法, 然而作者忽略了离散误差, 很大程度上不可避免的影响到图像增强效果。文献[69]利用分数阶散度算子对 CV 模型进行改进, 同样提高了 CV 模型对弱边缘图像的分割能力, 并且对噪声具有很强的鲁棒性, 但是阶次的选择也是通过大量的实验得到最佳的分数阶阶次。

RSF 模型能够较好的分割灰度不均匀的图像, 但是局部拟合项中使用了高斯核函数, 导致在拟合过程中, 目标的边界变的模糊; 以及一些目标与背景灰度相近时, 演化曲线的驱动力较小, 因此在分割过程中容易陷入局部最优。本文在将分数阶融合到 RSF 模型上, 同时将原有的局部拟合项的高斯核函数用双边滤波替代, 用于解决该模型在分割弱边缘、弱纹理图像时容易陷入局部最优的缺陷。在分数阶阶次的选择中, 通过能够反映图像边界、纹理特征的梯度模值(整数一阶)和信息熵作为参数构造选择分数阶阶次的自适应函数, 以达到根据图像的特征自动计算最佳的分数阶阶次, 避免人工费时费力的寻找最佳阶次的问题。理论

分析和实验结果均表明, 本文算法能够依据图像的特征自适应计算阶次, 并且能准确演化到目标轮廓, 获得理想的图像分割结果

## 4.2 双边滤波定义

双边滤波是 1998 年由 C.Tomasi 和 R.Manduchi<sup>[81]</sup>提出一种非线性的滤波算法, 是结合图像的空间邻近度和像素值相似度的一种折衷处理, 同时考虑灰度相似性和空域信息, 达到保边去噪的目的, 具有简单、非迭代、局部的特点。双边滤波是在高斯滤波的基础上, 增加了灰度差的影响, 在模板内相邻像素之间的灰度差影响滤波结果。双边滤波定义如下:

$$W(i, j, k, l) = \exp \left( -\frac{(i-k)^2 + (j-l)^2}{2\sigma_d^2} - \frac{\|f(i, j) - f(k, l)\|^2}{2\sigma_r^2} \right) \quad (4-1)$$

$W(i, j, k, l)$  为权重系数, 由两部分组成: 定义域核和值域核。定义域核为高斯滤波, 数学方程表达为:  $G(i, j, k, l) = \exp \left( -\frac{(i-k)^2 + (j-l)^2}{2\sigma_d^2} \right)$  (4-2)

值域核数学方程表达为:  $R(i, j, k, l) = \exp \left( -\frac{\|f(i, j) - f(k, l)\|^2}{2\sigma_r^2} \right)$  (4-3)

$$W(i, j, k, l) = G(i, j, k, l) * R(i, j, k, l) \quad (4-4)$$

$$F(i, j) = \frac{\sum_{k, l} f(k, l) W(i, j, k, l)}{\sum_{k, l} W(i, j, k, l)} \quad (4-5)$$

其中  $\sigma_d$  距离方差,  $\sigma_r$  灰度差方差,  $i, j, k, l$  像素点的坐标值,  $f(i, j), f(k, l)$  像素点的灰度值。  $F(i, j)$  是滤波后的灰度值。从公式(4-3)可以得出, 在图像的边缘处, 灰度差变化大,  $R(i, j, k, l)$  变小, 则整个权重系数  $W$  变小, 滤波效应减弱, 保持了边缘。在图像平滑区域, 灰度差变化很小,  $R(i, j, k, l)$  接近于 1, 则仅是高斯滤波。

## 4.3 本文算法

### 4.3.1 自适应分数阶微分的推导

#### (a) 相关特性的选择

由 3.2 节可知, RSF 模型在分割存在弱纹理、弱边缘特征的图像时, 优化容易陷入局部最优。因此把分数阶梯度融合到 RSF 模型中, 分数阶梯度增强的程度直接影响最终的分割结果。结合分数阶幅频特性曲线(见图 3-1), 分数阶阶次越小, 增强的程度越大, 并且在低频区域应选择较小的分数阶增强, 而在高频区



域不需要增强,对噪声甚至还有抑制,从而选择较大的分数阶阶次。所以在选择分数阶阶次时,应根据图像的相关特征选取最佳的阶次,而不是整幅图像都选用相同的阶次。由于图像的整数阶(一阶)梯度反应了像素值的变化情况,整数阶梯度对图像的纹理比较敏感,所以整数阶梯度的变化可以用来判断图像中纹理信息的情况,图像的信息熵  $S$  同样也可以反应图像的纹理特性,在图像的平滑区域,  $S$  较小;而在图像的纹理区域,信息熵  $S$  较大。因此可以根据整数阶梯度和图像信息熵来构造自适应分数阶函数,通过该函数实现分数阶阶次的自动计算。

**定义 1:** 图像  $I$  在其像素点  $(x,y)$  上的梯度是一个二维列向量, 定义为:

$$G[I(x,y)] = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial I / \partial x \\ \partial I / \partial y \end{bmatrix}, \text{ 在计算过程中, 为简便运算, 定义梯度模值为:}$$

$$mag(G(I(x,y))) = |G| = \left[ (G_x)^2 + (G_y)^2 \right]^{1/2} \quad (4-6)$$

**定义 2** 信息熵是一种信息统计量的衡量方式, 反应图像纹理信息的丰富程度, 在图像的边缘和纹理区域具有更大的图像信息熵, 其定义为:

$$S = - \sum_{I_{ij} \in \omega} P_{ij} \log_n P_{ij} \quad (4-7)$$

其中  $S$  信息熵值,  $i,j$  为像素坐标,  $I_{ij}$  为灰度值,  $\omega$  为模板,  $P_{ij}$  在模板内相同灰度值的概率。

在图像的分割过程中, 最佳的分数阶阶次除了与图像的梯度模值密切相关, 信息熵的大小造成的影响也不容忽视。通过分析定义 1 和定义 2 可以得出, 图像梯度模值和信息熵越大, 该区域越有可能是边缘或者纹理部分, 那么对这些区域进行分数阶梯度增强的程度应该较大; 反之, 这区域被认为是边缘或纹理的概率越小, 那么对这些区域进行分数阶梯度增强的程度应该较小。

### (b)构建分数阶阶次自适应数学模型

由前一节分析可知, 图像的梯度模值和图像的信息熵都与分数阶阶次的选择有关。微分阶次本文是设定在 0~1 范围内, 所以在构建函数的时候, 由此函数计算出的微分阶次应在上述区间内, 一般的方法是将图像的梯度模值和信息熵进行归一化<sup>[78]</sup>, 换算后符合  $0 \leq |G| \leq 1, 0 \leq S \leq 1$  的条件。

$$\text{则 } f(G, S) = m|G| + nS, 0 \leq f \leq 1. \quad (4-8)$$

其中  $m, n$  为权值, 且  $m + n = 1$ 。

由分数阶幅频特性曲线(图 3-1)可知, 在信号的低频区域, 随着微分阶次的降低, 对信号低频部分增强的程度越强, 反之越弱。在本文阶次选择过程中, 认为是平滑区域或者噪声, 从而增强的程度应该减小, 分数阶阶次应选择较大的值; 反之选择较小的值。本文阶次的研究范围在 0~1 之间, 则选择两个极限值为 0 和 1。具体阶次的选择按以下两类方案进行计算: 第一类计算各点的梯度幅值并和设定的阈值进行比较, 如果梯度幅值小于阈值, 则认为该点与相邻像素点之间



的灰度差较小,可以视为零,因而这个像素点上不存在像素突变,可以得出该点所处的位置不是边界,有可能是平滑区域或者纹理区域,因此阶次根据信息熵值确定,公式(4-8)中的  $m$  等于 0,  $n$  等于 1; 第二类当某个像素点的梯度值大于阈值,在该点存在像素突变,该点所处的位置是边界,因此阶次根据梯度模值和信息熵共同确定,公式(4-8)中的  $m, n$  均取 0.5。为保证阶次的选择在 0~1 之间,本章借助 sigmod 函数,该函数是一个良好的良好的阈值函数,光滑、连续、严格单调,常用于神经网络作为激发函数,对目标进行分类。分数阶阶次的选择类似于对阶次进行分类选择,因此以 sigmod 函数为模型,构造分数阶阶次与图像梯度模值和熵值按照一定规律自适应变化的函数,定义如下:

$$\alpha = \frac{ke^{-f}}{1+e^{-f}} + b \quad (4-9)$$

当  $f$  值为 1 时,该区域为边缘或纹理区域的可能性越大,是需要增强的区域,则  $\alpha = 0$  表示增强极限最大,直接取该点的灰度值;  $f$  值为 0 时,该区域为平滑区域或者噪声的机率越大,是不需要增强的区域,则  $\alpha = 1$  表示不增强,选择整数一阶梯度值。构成方程:

$$\begin{cases} \frac{ke^{-1}}{1+e^{-1}} + b = 0 \\ \frac{k}{2} + b = 1 \end{cases} \Rightarrow k = 4.92, b = -2.06$$

将  $k$  和  $b$  的值代入自适应函数则:  $\alpha = \frac{4.92e^{-f}}{1+e^{-f}} - 2.06$  (4-10)

计算各点对应的分数阶阶次的方法如下图所示。

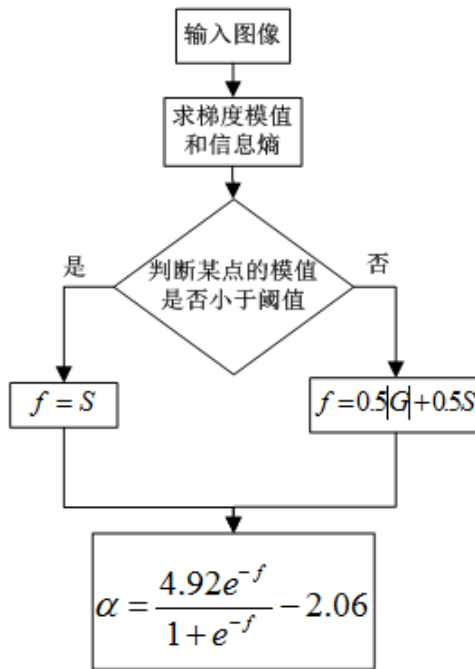


图 4-2 自适应计算分数阶阶次的流程图

### 4.3.2 基于双边滤波的拟合项

由于在 RSF 的拟合项中(公式 3-5)使用了高斯核函数,即该算法利用了局部信息,故能够分割灰度不均匀的图片,然而高斯核函数的副作用是对图像进行了平滑,弱化了图像的边界,使原本的弱边缘更加模糊。其原因是高斯核函数只参考了各像素点位置之间的关系,忽略了相邻点灰度值的差异性。从而使图像的边界模糊,因此曲线在演化过程中无法精确定位,尤其是弱边缘、弱纹理的区域部分,曲线演化易陷入局部最优,无法得到正确的分割结果。为更好地分割具有弱边缘、弱纹理特征的图片时,应选择具有高斯核函数的功能,又能够很好地保持边缘的核函数,从 4.2 节的理论分析,双边滤波对边缘保持性能要优于高斯滤波。

将高斯滤波和双边滤波进行实验对比,输入图像(图 4-3)为脑部 MRI 图,具有灰度不均匀的特征。实验结果图如图 4-4 所示,从图中可以看出,高斯滤波的结果模糊,边界弱化,原图 S 和高斯滤波后结果 S1 差值图像信息丰富,可以看出明显的轮廓结构;而双边滤波的结果清晰,边界明显,原图 S 和双边滤波后的结果 S2 的差值图像信息模糊,看不出明显的轮廓结构。所以双边滤波相比于高斯滤波能够保持更多的边界信息。

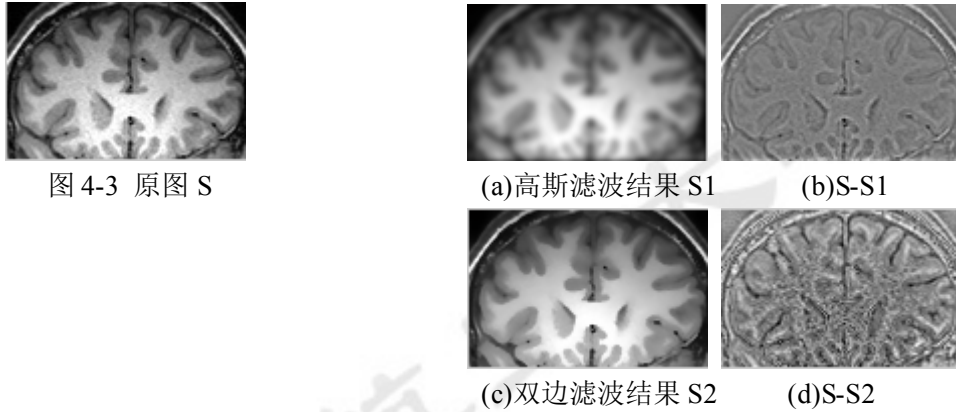


图 4-4 两种滤波结果对比

受此启发,本文用双边滤波代替高斯核函数,双边滤波的权重系数不仅考虑各像素点位置之间的关系,同时还考虑了各像素值之间的差异性。在图像的平滑区域,相邻点间灰度值的差值较小或者为零,双边滤波的所起的效果等同于高斯核函数;在弱边缘、弱纹理区域,灰度值之间存在差异,双边滤波的权重系数起到了边缘保持的作用。从而增强了 RSF 模型对具有弱边缘、弱纹理特征图像的分割能力。其具体定义如下:

$$f_i(x) = \frac{W(x) * [M_i^e(\phi(x))I(x)]}{W(x) * M_i^e(\phi(x))} \quad i=1, 2 \quad (4-11)$$

### 4.3.3 算法步骤

Step 1: 参照文献[9,62,71]并根据多次实验结果, 设置参数  $\mu, \lambda_1, \lambda_2, \beta_1, \beta_2$  以及初始化水平集函数  $\phi_0$

Step 2: 根据公式 (4-10) 确定每个像素点的分数阶阶次, 再根据  $mag(\nabla^\alpha s) = [(G_x^\alpha)^2 + (G_y^\alpha)^2]^{1/2}$  计算每个像素点的分数阶梯度模值;

Step 3: 根据公式  $f_i(x) = \frac{W(x) * [M_i^\varepsilon(\phi(x))I(x)]}{W(x) * M_i^\varepsilon(\phi(x))}$  计算  $f_1, f_2$ , 再根据公式计算演

化曲线内外的平均分数阶梯度值  $m_1 = \frac{\int_{\Omega} |\nabla^\alpha u(x, y)| H_\varepsilon(\phi(x, y)) dydx}{\int_{\Omega} H_\varepsilon(\phi(x, y)) dydx}$  和

$$m_2 = \frac{\int_{\Omega} |\nabla^\alpha u(x, y)| (1 - H_\varepsilon(\phi(x, y))) dydx}{\int_{\Omega} (1 - H_\varepsilon(\phi(x, y))) dydx};$$

Step 4: 固定  $f_1, f_2, m_1, m_2$ , 根据公式(3-22)和式(3-23)更新水平集函数;

Step 5: 判断水平集函数是否达到稳定, 若达到稳定状态则输出最终结果, 否则返回 Step 3。

## 4.4 实验结果与分析

实验中所采用的计算机环境为: 实验机器配置 Intel Core i3-2130 CPU, 内存 4GB, 操作系统为 64 位 Windows 7.0, 程序采用 R2013a 版 Matlab, 本文使用人工合成图片和真实图片进行实验。本文从自适应分数阶梯度增强, 分割性能验证, 自适应分数阶的最佳阶次分析三个方面进行实验, 并对实验结果进行分析和讨论。

### 4.4.1 自适应分数阶梯度增强

为验证自适应阶次的分数阶梯度能更好的增强弱边缘、弱纹理区域。本次实验选取了具有弱边缘、弱纹理特征的输入图。分别计算了分数阶 0.3 阶, 分数阶 0.5 阶、整数一阶, 自适应分数阶梯度模值图, 实验结果如图 4-5 所示。图 4-5 的第一列为输入图, 其他各列分别为 0.3 阶、0.5 阶、整数一阶以及自适应阶次, 图中红色圆圈区域的目标与背景尤其相似。从增强结果来看 0.3 阶和 0.5 阶都可以起到对边缘增强的效果, 然而由于整幅图像采用相同的阶次, 增强的幅度相同, 因此没有突出红色标记部分的弱边缘; 整数一阶没有起到增强的作用, 有较多的弱边缘不清晰。最后一列自适应分数阶自适应分数阶之所以能够更好地凸显弱纹

理和边界特征,是因为该方法根据图像的整数阶梯度以及信息熵自适应计算分数阶阶次,并且在每个像素点都取到其最佳的阶次,所以能够更有效地突出增强弱纹理、弱边界区域,而平滑区域不增强,从而避免了过增强的副作用。

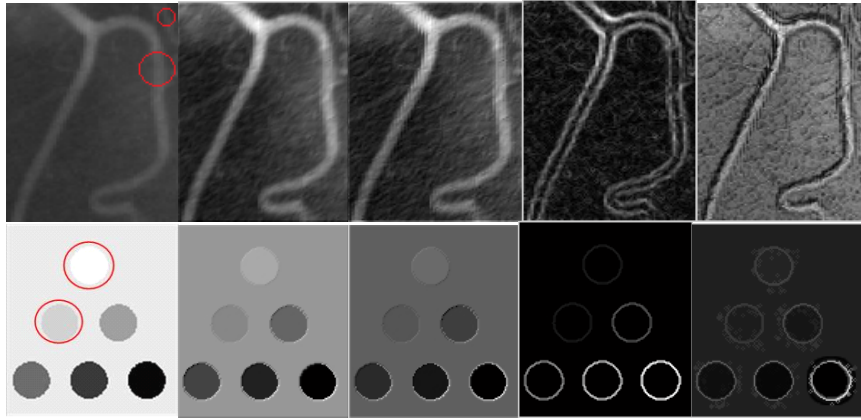


图 4-5 第一列原图;第二列 0.3 阶分数阶梯度;第三列 0.5 阶分数阶梯度;第五列 基于整数一阶梯度;第六列 自适应分数阶梯度

#### 4.4.2 分割性能的验证

为验证本文算法,突出本文算法对具有弱纹理、弱边缘特征的图像具有更好的分割性能。选取了四幅医学图像,这四幅图像均具有灰度分布不均匀、弱边缘、弱纹理特征,依次编号为 I 图、II 图、III 图、IV 图。将本文算法与 RSF 模型、文献[71]、文献[62],以及人工选取最佳阶次进行对比,并用最终分割结果图、演化迭代次数来评定各种算法的分割性能。实验中各模型的相关参数均取自文献中选用的参数,本文算法参数根据多次实验结果,设置如下, I 图:  $\Delta t = 0.1$ 、 $\lambda_1 = \beta_1 = \beta_2 = 1, \lambda_2 = 2$ 、 $\mu = 1$ 、 $\sigma = 3$ 、 $\nu = 0.004 \times 255 \times 255$ 、分数阶微分模板大小是  $3 \times 3$ ; II 图:  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1$ 、其他同 I 图参数; III 图: 参数与 II 图参数相同; IV 图:  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ 、 $\nu = 0.002 \times 255 \times 255$ 、其他同 I 图参数。实验结果如图 4-6 所示,第一列为输入图像,图中的红色方框表示演化曲线的初始位置,第二列至第四列以及第六列分别为 RSF 模型的、文献[71]、文献[62]和本文方法的分割结果,第五列为人工选取最佳阶次时的分割结果:第一行到第四行的最佳阶次分别为 0.2、0.5、0.4、0.5。图中的红色曲线表示最终分割结果。从图 4-6 可以看出 RSF 模型和文献[62]均陷入了局部最优,演化曲线最终停止在非感兴趣的目标边界上;文献[71]出现了过分割的现象;本文的分割方法自适应选择阶次和人工选取最佳阶次均得到理想的分割结果。

此外为了比较该四种方法的分割效率,本文通过比较四种算法的迭代次数,结果如图 4-7 所示,本文算法的迭代速度比 RSF 模型和文献[62]有较大的提升,这是因为本文算法在保留原始 RSF 模型优点的同时,还融入了新的分数阶拟合



项，增加了演化曲线的驱动力，从而加速了演化过程，减少了迭代次数。与文献[71]相比，本文算法在迭代次数上没有优势，是因为文献[71]通过局部聚类准则对图片进行了灰度不均校正，得到类似于原图一个灰度均匀的偏差图，所以能很较快地得到分割结果，但容易出现过分割。本文算法在局部拟合项中融合了双边滤波，这是一个非线性滤波，因此迭代速度有所降低。但双边滤波具有较好的保边性能，能防止边界弱化，因此比文献[71]有较高的分割精度。故本文提出的方法在效率稍有降低的前提下对分割精度有较大的提升。

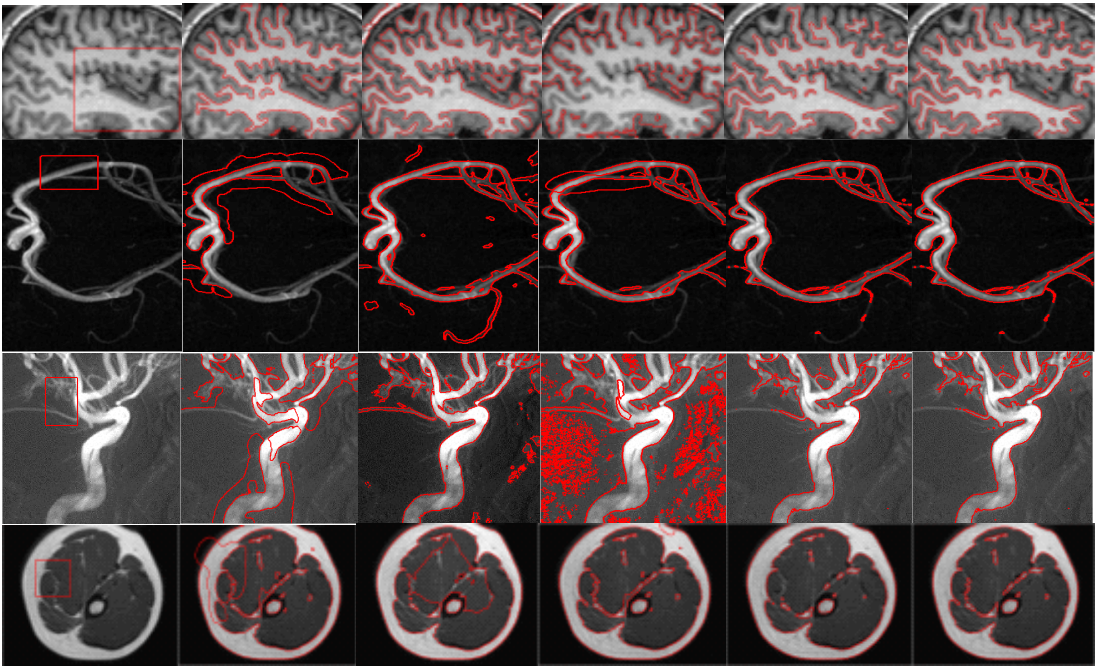


图 4-6 第一列 输入图和初始位置曲线；第二列 RSF 分割结果；第三列 文献[71]分割结果；第四列 文献[62]分割结果；第五列 从上到下依次最佳阶次为：0.2、0.5、0.4、0.5 的分割结果；第六列 本章算法分割结果

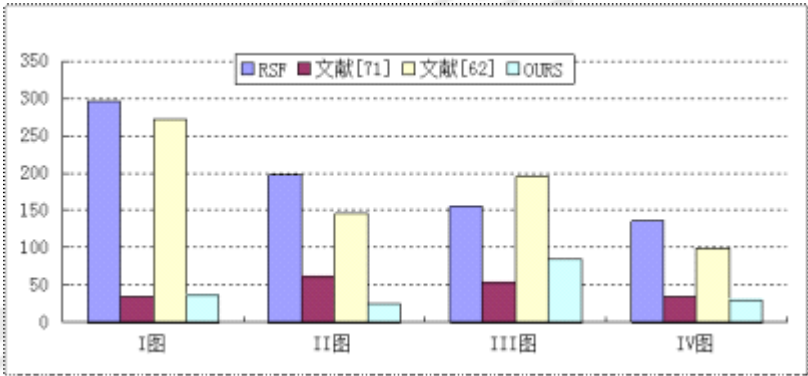


图 4-7 各分割模型的迭代次数比较

4.4.3 自适应分数阶阶次实验分析

本次实验的目的是为了验证自适应分数阶的数学模型正确性，将本文自适应计算分数阶阶次的方法与人工调整阶次的方法进行比较（其他步骤相同，仅仅阶



次的选择方法不同），选取具有灰度不均匀，弱边缘、弱纹理特征的医学图片，如图 4-8 所示。为进一步对分割结果进行评价，本章使用第三章的正确分割率 (correct segmentation rate, CSR) 评价公式，对分割结果进行定量分析，CSR 的数学定义如下：

$$CSR = \frac{2N(T_1 \cap T_2)}{N(T_1) + N(T_2)} \times 100\% \quad (4-12)$$

其中  $T_1$  是人工标定目标轮廓的分割结果， $T_2$  是演化后最终的分割结果， $N(T_1 \cap T_2)$  是两水平集相同符号的像素点个数， $N(T_1)$ ,  $N(T_2)$  是水平集的像素点个数。公式 (4-12) 表明，CSR 的值越大分割结果越准确。

图 4-8 第一行表示输入图像及不同的初始位置，第二行表示了本文算法在四种不同初始位置下的分割结果，从该图可以看出本文的分割方法在不同初始位置时，都得到了正确的分割结果，按照公式(4-12)计算本文算法的正确率均达到了 100%。同时还绘制了在图 4-8 中四种不同位置(从左至右)下不同的分数阶阶次  $\alpha$  与正确分割率的曲线图，如图 4-9 所示。从图 4-9 可以得出，分割正确率达到 100% 时，位置三只有当阶次为 0.7 时，在其他三种位置时，阶次均在 0.75~0.85 的区间段内。所以，在上述四种位置下人工选择的分数阶阶次应该在 0.7~0.85 之间可以得到正确的分割结果，遗憾的是人工调阶过程是花费了大量时间，结果的好坏不可预知，具有很大的盲目性。但是自适应选择分数阶阶次同样完成了分割目的，却避免了寻找最佳阶次的过程，避免了盲目调整阶次，减少了不必要的时间浪费。

为了进一步确定自适应选择阶次和人工选择最佳阶次之间的联系，通过经过计算统计发现分数阶梯度方差与分数阶阶次的关系一一对应，于是绘制了分数阶阶次与分数阶梯度方差之间的曲线图(4-10)，在 0~1 区间内，随着阶次的增加，分数阶梯度方差将减小。从图 4-10 的曲线图已经得出，在四种不同的初始位置下，能正确完成分割任务的阶次在 0.7~0.85 之间。则在图 4-10 中，上述区间内的分数阶梯度方差由 19.2 降到 9.041。由于自适应算法在各点计算的阶次不同，所以无法计算具体的阶次，但是可以计算出图像的分数阶梯度方差是 18.66，并接近 19.2。从而可以推断出自适应算法的综合分数阶阶次接近 0.7。本文算法之所以有这样的分割结果是因为结合了整数阶梯度模值和图像的信息熵，通过这两个参数判断出图像的边界和纹理结构，并且构造分数阶阶次的自适应函数，根据纹理和边界的强弱自适应计算最佳阶次，节省了寻找最佳阶次的工作量，最终得到正确的分割结果。

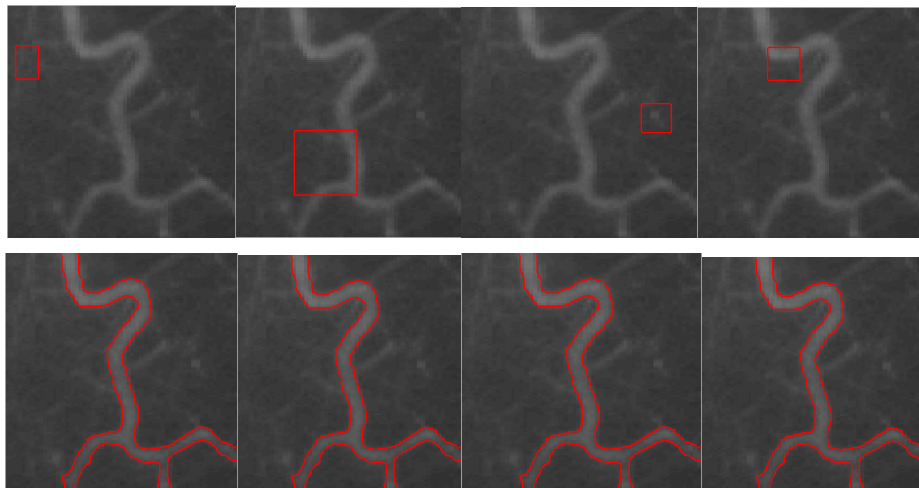


图 4-8 本文算法在不同初始位置下的分割结果(第一行:输入图片和不同位置的初始曲线(红色方框),第二行本文算法的分割结果)

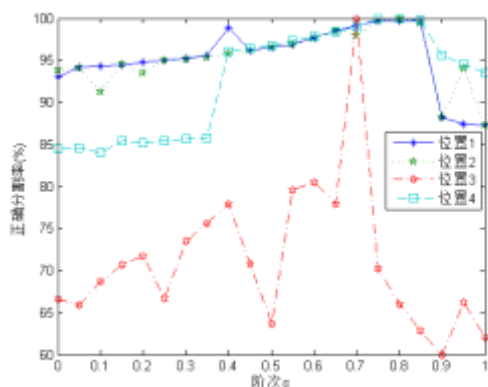


图 4-9 阶次  $\alpha$  与正确分割率的关系

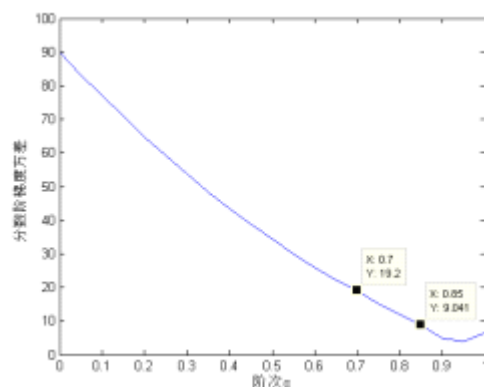


图 4-10 阶次  $\alpha$  与分数阶梯度方差的关系

## 4.5 本章小结

本章用双边滤波替代局部拟合项中的高斯核函数,既考虑了像素空间位置的因素,也考虑了灰度值之间的差异性,避免边界弱化,提高边界定位的能力。分数阶阶次的选择是通过利用图像梯度模值和信息熵,将二者作为分数阶阶次自适应参数,构造自适应分数阶阶次的数学模型。通过实验证明改进后的算法能够更好地增强弱边界、弱纹理区域,能够根据图像的特征自适应计算分数阶的最佳阶次,省去了费时费力的寻找最佳阶次的工作,提高了图像分割的效率,同时分割精度也得到提升。另外本文通过计算自适应分数阶梯度值的方差,绘制了分数阶阶次与分数阶梯度值方差的曲线图,验证了分数阶自适应模型的正确性。但本方法也存在一些不足,如在构建自适应数学模型时仅应用了图像的梯度幅值和信息熵,故所构建的数学模型不一定是最优的,接下来的研究方向是进一步提取和融合图像中更多的特征,进行分析和比较优化自适应数学模型,在保证分割精度的同时,缩短计算时间成本,进而使得分割效率有进一步的提升。

## 第五章 总结与展望

### 5.1 本文工作总结

本文主要针对 RSF 活动轮廓模型在分割灰度不均匀、弱边缘、弱纹理的特征图像时容易陷入局部最优,从而得不到理想的分割效果这种情况下进行的相关研究,主要的研究工作和研究成果如下:

(1)研究了活动轮廓模型在图像分割算法中的优势和不足之处,着重对 RSF 模型的不足之处进行了深入研究。RSF 模型具有对初始曲线位置选择敏感,不能分割具有弱纹理、弱边缘特征的图片。同时还研究了分数阶微分定义,通过实验验证并绘制了分数阶幅频特性曲线,分析得出分数阶微分比整数阶微分能更好的非线性保留图像的低频分量,并且对图像中、高频部分具有抑制作用。

(2)利用 G-L 分数阶非线性保留低频分量的性能,构造了 G-L 分数阶微分模板,计算分数阶梯度值,将全局的分数阶梯度拟合项融合到 RSF 模型中,既增强了演化曲线的驱动力,又利用了图像的全局信息。通过理论和实验结果验证,改进之后的 RSF 模型不仅对演化曲线的初始位置选择具有很强的鲁棒性,同时在分割效率以及抗噪性能方面均得到明显提升。最后通过绘制分数阶阶次 $\alpha$ 与分割正确率的关系曲线图,给出了能正确分割目标的阶次 $\alpha$ 是一段区间值。

(3)原 RSF 模型中的局部拟合项,使用了高斯核函数,模糊了图像的边缘,加剧了 RSF 模型不能分割具有弱纹理、弱边缘特征的图片的缺陷,尤其是分割医学图片。为弥补这个缺陷,用具有保边性能的双边滤波替代高斯核函数,强化了 RSF 模型的边界定位能力。

(4)针对人工选择合适的分数阶阶次是一件费时费力的工作,利用能够反映图像边缘特征的特征构造数学模型,根据图像边界特征自适应选择合适的阶次 $\alpha$ 。实验结果表明自适应分割结果和非自适应最终的分割结果一样,相比于非自适应,节省了寻找合适的阶次的工作量,提高了分割效率。还通过绘制了分数阶阶次和正确分割率之间的曲线图,以及阶次和分数阶梯度方差的曲线图,验证了自适应阶次的数学模型的正确性。

### 5.2 研究展望

本文对活动轮廓模型分割方法进行了较为深入的研究,尤其是对 RSF 模型的不足之处进行了尝试性的改进,取得了一些创新成果,但是仍然存在某些方面需要更深一步的研究,例如:

(1) RSF 模型中有较多的相关参数比如  $\beta, \varepsilon, \mu, \nu$  等, 本文和原 RSF 模型都没有讨论这些参数对分割结果的影响, 而是通过大量的实验选择合适的参数值, 显然降低了分割效率, 应该采用分类算法或者自适应算法, 根据图片的特征, 并且利用这些特征, 自适应选择合适的参数值。

(2) 在本文第三章中的算法, 是直接增加了一项全局拟合项, 在单次的拟合中加大了计算量。所以减少计算量是后续需要加强的工作。

(3) 在第四章构造的阶次自适应数学模型所用的特征较少, 仅仅利于了梯度模值和信息熵, 因此该数学模型不一定是最优的。今后可以找出更能体现图像边界的特征, 融合具有代表性的特征, 并不断优化自适应数学模型, 以期达到更好的分割效果。

## 参考文献

- [1] 章毓晋.图像工程—图像理解与计算机视觉(M).北京:清华大学出版社,2000.
- [2] 邱少强,王惠敏,闫玉华.基于神经网络与遗传算法的纹理图像分割[J].武汉理工大学学报,2004,26(03):86-87.
- [3] 刘松涛,殷福亮.基于图割的图像分割方法及其新进展[J].自动化学报,2012,38(6):911-922.
- [4] 郑毅,郑苹.基于模糊熵和模拟退火算法的双阈值图像分割[J].电子测量与仪器学报,2014,28(4):360-367.
- [5] 宋艳涛,纪则轩,孙权森.基于图像片马尔科夫随机场的脑 MR 图像分割算法[J].自动化学报,2014,40(8):1754-1763.
- [6] 马文萍,黄媛媛,李豪等.基于粗糙集与差分免疫模糊聚类算法的图像分割[J].Journal of Software,2014,25(11):2675-2688.
- [7] 唐利明,田学全,黄大荣等.结合 FCMS 与变分水平集的图像分割模型[J].自动化学报,2014,40(6):1233-1248.
- [8] 张迎春,郭禾.基于粗糙集和新能量公式的水平集图像分割[J].自动化学报,2015,41(11):1913-1925.
- [9] Li C, Kao C Y, Gore J C, et al. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2008, 17(10): 1940-1949.
- [10] 冈萨雷斯,伍兹,埃丁斯,等.数字图像处理:MATLAB 版[M].电子工业出版社,2005.
- [11] J.Kittile and J. Illingworth. Minimum error thresholding[J]. Pattern Recognit, 1986, 19: 41 - 47.
- [12] Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. Computer vision, graphics, and image processing, 1985, 29(3): 273-285.
- [13] Pun T. A new method for grey-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J].Signal processing, 1980, 2(3): 223-237.
- [14] Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms[J]. Automatica, 1975, 11(285-296): 23-27.
- [15] Rosenfeld A, De La Torre P. Histogram concavity analysis as an aid in threshold selection[J]. Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on, 1983 (2): 231-235.
- [16] 阳树洪.灰度图像阈值分割的自适应和快速算法研究[D].重庆大学,2014.
- [17] 陈恺,陈芳,戴敏等.基于萤火虫算法的二维熵多阈值快速图像分割[J].光学精密工程,2014,22(2):517-523.
- [18] 黄河,李庆武,范习健.采用局部动态阈值的图像分割算法[J].光电子技术,2011,31(1):10-13.



- [19] Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods. 数字图像处理 (阮秋琦等译). 北京: 电子工业出版社. 2011.
- [20] Wang H, Huang T Z. An adaptive weighting parameter estimation between local and global intensity fitting energy for image segmentation[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2014, 19(9): 3098-3105.
- [21] 王斌, 李洁, 高新波. 一种基于边缘与区域信息的先验水平集图像分割方法[J]. 计算机学报, 2012, 35(5): 1067-1072.
- [22] 徐丽燕, 刘复昌, 曹国等. 基于边缘流与区域归并的彩色图像分割方法[J]. 光电子激光, 2011, 22(10): 1582-1587.
- [23] Gauch J M. Image segmentation and analysis via multiscale gradient watershed hierarchies[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 1999, 8(1): 69-79.
- [24] 杨家红, 刘杰, 钟坚成等. 结合分水岭与自动种子区域生长的彩色图像分割算法[J]. 中国图象图形学报, 2010 (1): 63-68.
- [25] 孙炀, 罗瑜, 周昌乐等. 一种基于分裂-合并方法的中医舌像区域分割算法及其实现[J]. 中国图象图形学报: A 辑, 2005, 8(12): 1395-1399.
- [26] Lakshmanan S, Derin H. Simultaneous parameter estimation and segmentation of Gibbs random fields using simulated annealing[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 1989, 11(8): 799-813.
- [27] 许凯, 秦昆, 黄伯和等. 基于云模型的图像区域分割方法[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(5): 757-763.
- [28] 孔俊, 王佳男, 谷文祥等. 基于区域的自动种子区域生长法的彩色图像分割算法[J]. 东北师大学报: 自然科学版, 2008, 40(4): 47-51.
- [29] 温长吉, 王生生, 于合龙等. 基于改进蜂群算法优化神经网络的玉米病害图像分割[J]. 农业工程学报, 2013, 29(13): 142-149.
- [30] 杨娜. 基于脉冲耦合神经网络的车辆图像分割研究[D]. 北京交通大学, 2013.
- [31] 高滢, 刘大有, 齐红等. 一种半监督 K 均值多关系数据聚类算法[J]. 软件学报, 2008, 19(11): 2814-2821.
- [32] 何霁, 滕奇志, 罗代升等. 一种改进的 ISODATA 算法及在彩色荧光图像中的应用[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2007, 44(3): 563-568.
- [33] Dunn J C. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters[J]. 1973, 3(3): 32-57.
- [34] Bezdek J C. Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms[M]. Springer Science & Business Media, 2013.
- [35] 韩旭东, 夏士雄, 刘兵等. 一种基于核的快速可能性聚类算法[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(6): 176-180.
- [36] 武小红, 周建江. 可能性模 C-均值聚类新算法[J]. 电子学报, 2008, 36(10): 1996-2000.

- [37] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: Active contour models[J]. International journal of computer vision, 1988, 1(4): 321-331.
- [38] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours[J]. International journal of computer vision, 1997, 22(1): 61-79.
- [39] Xu C, Prince J L. Snakes, shapes, and gradient vector flow[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 1998, 7(3): 359-369.
- [40] Xu C, Prince J L. Generalized gradient vector flow external forces for active contours[J]. Signal processing, 1998, 71(2): 131-139.
- [41] N. Paragios, O. Mellina-Gottardo, and V. Ramesh, Gradient vector flow fast geodesic active contours [J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 26(3)(2004), pp. 402 - 407.
- [42] Jifeng N, Chengke W, Shigang L, et al. NGVF: An improved external force field for active contour model[J]. Pattern Recognition Letters, 2007, 28(1): 58-63.
- [43] Li C, Xu C, Gui C, et al. Distance regularized level set evolution and its application to image segmentation[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2010, 19(12): 3243-3254.
- [44] Xu H, Lin Z, Guo Y, et al. Image Segmentation using GAC Model Combining with GVF and Balloon Force[J]. Journal of Algorithms & Computational Technology, 2015, 9(2): 177-198.
- [45] Sethian J A. Level set methods and fast marching methods[J]. Journal of Computing and Information Technology, 2003, 11(1): 1-2.
- [46] S. Osher, J.A. Sethian, Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton - Jacobi formulation, Journal of Computational Physics 79 (1) (1988) 12 - 49.
- [47] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on pure and applied mathematics, 1989, 42(5): 577-685.
- [48] Loverro A. Fractional calculus: history, definitions and applications for the engineer[J]. Rapport technique, Univeristy of Notre Dame: Department of Aerospace and Mechanical Engineering, 2004.
- [49] Cafagna D. Fractional calculus: a mathematical tool from the Past for present engineers [J]. IEEE Industrial Electronics Magazine, 2007(SUMMER):35-40.
- [50] 张军. 基于分数阶变分 PDE 的图像建模与去噪算法研究 [D]. 南京理工大学, 2009.
- [51] 许新征, 丁世飞, 史忠植, 等. 图像分割的新理论和新方法[J]. 电子学报, 2010, 38(2): 76-82.
- [52] 戚世乐, 王美清. 结合全局和局部信息的 “两阶段” 活动轮廓模型[J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(3): 421-427.
- [53] Yuan Y, He C. Adaptive active contours without edges[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2012, 55(5): 1705-1721.
- [54] Chan T F, Vese L. Active contours without edges[J]. Image processing, IEEE transactions on, 2001, 10(2): 266-277.

- [55] K. Zhang, L. Zhang, K.M. Lam, D. Zhang, A level set approach to image segmentation with intensity inhomogeneity, IEEE Trans.Cybern. (2015), <http://dx.doi.org/10.1109/TCYB.2015.2409119>.
- [56] Song H. Active contours driven by regularised gradient flux flows for image segmentation[J]. Electronics Letters, 2014, 50(14): 992-994.
- [57] Zhang K, Song H, Zhang L. Active contours driven by local image fitting energy[J]. Pattern recognition, 2010, 43(4): 1199-1206.
- [58] He C, Wang Y, Chen Q. Active contours driven by weighted region-scalable fitting energy based on local entropy[J]. Signal Processing, 2012, 92(2): 587-600.
- [59] 王顺风, 冀晓娜, 张建伟, 等. 局部熵驱动的 GAC 模型在生物医学图像分割中的应用[J]. 电子学报, 2013, 41(12): 2487-2492.
- [60] Wang B, Gao X, Tao D, et al. A nonlinear adaptive level set for image segmentation[J]. Cybernetics, IEEE Transactions on, 2014, 44(3): 418-428.
- [61] Ren Z. Adaptive Active Contour Model Driven By Fractional Order Fitting Energy[J]. Signal Processing, 2015, 117:138-150.
- [62] Mathieu B, Melchior P, Oustaloup A, et al. Fractional differentiation for edge detection. Signal Processing, 2003, 83(11): 2421-2432
- [63] Xu M, Yang J, Zhao D, et al. An image-enhancement method based on variable-order fractional differential operators[J]. Bio-Medical Materials and Engineering, 2015, 26(s1): 1325-1333.
- [64] Pu Y F, Zhou J L, Yuan X. Fractional differential mask: a fractional differential-based approach for multi-scale texture enhancement[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2010, 19(2): 491-511.
- [65] Q. Yu, F. Liu and I. Turner, The use of a Riesz fractional differential-based approach for texture enhancement in image processing[J]. Australian and New Zealand Industrial and Applied Mathematics Journal 54 (2013), 590-607.
- [66] Pu Y-F , Zhou J-L. A novel approach for multi-scale texture segmentation based on fractional differential [J]. International Journal of Computer Mathematics , 2011 , 88 (1): 58-78
- [67] Janev M, Pilipović S, Atanacković T, et al. Fully fractional anisotropic diffusion for image denoising[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2011, 54(1): 729-741.
- [68] Tian D, Zhang X, Fan L. A Fractional-Order Level Set Model for Image Segmentation[J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2013, 7(2): 622-630.
- [69] 江贵平, 秦文健, 周寿军, 等. 医学图像分割及其发展现状[J]. 计算机学报, 2015, 38(6): 1222-1242.

- [70] Li C, Huang R, Ding Z, et al. A level set method for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities with application to MRI[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2011, 20(7):2007-2016.
- [71] 武玉伟, 梁佳, 王元全. 一种基于广义梯度矢量流 Snake 模型的心脏 MR 图像分割方法[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(4): 598-606.
- [72] Liu W, Shang Y, Yang X. Active contour model driven by local histogram fitting energy[J]. Pattern Recognition Letters, 2013, 34(6): 655-662.
- [73] H. Min et al. A Novel Level Set Model Based on Multi-scale Local Structure Operation for Texture Image Segmentation [J].Journal of Information & Computational Science 12:1 (2015) 9 - 20.
- [74] 杨柱中, 周激流, 郎方年. 基于分数阶微积分的噪声检测和图像去噪[J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(010): 1418-1429.
- [75] Pu Y F, Siarry P, Zhou J L, et al. A fractional partial differential equation based multiscale denoising model for texture image[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2014, 37(12): 1784-1806.
- [76] 汪成亮, 兰利彬, 周尚波. 自适应分数阶微分在图像纹理增强中的应用 [J]. 重庆大学学报, 2011, 34(2): 32-37.
- [77] 胡伏原, 姒绍辉, 张艳宁, 等. 自适应分数阶微分的复合双边滤波算法[J]. 中国图象图形学报, 2013, 18(10): 1237-1246.
- [78] Zhang J, Wei Z, Xiao L. Adaptive fractional-order multi-scale method for image denoising[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2012, 43(1): 39-49.
- [79] Hu F, Si S, San Wong H, et al. An adaptive approach for texture enhancement based on a fractional differential operator with non-integer step and order[J]. Neurocomputing, 2015, 158: 295-306.
- [80] Tomasi C, Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images[C]Computer Vision, 1998. Sixth International Conference on. IEEE, 1998: 839-846.

## 攻读硕士期间撰写的论文和参加科研情况

### 一 攻读硕士学位期间撰写的论文

1. 张桂梅，徐继元。A New Method for Recognition Partially Occluded curved objects under Affine Transformation. (ISKE 2015 会议已录用，EI 收录)
2. 张桂梅，徐继元。融合 G-L 分数阶和 RSF 模型的图像分割算法研究。(已投计算机辅助设计与图形学学报)

### 二 攻读硕士学位期间参加科研情况

1. 国家自然科学基金(No:61462065): 复杂场景中基于分数阶微积分的局部形状匹配方法研究, 研究期限: 2015.01-2018.12
2. 江西省自然科学基金(No:20151BAB207036): 基于分数阶微积分和投影不变特征的图像配准, 研究期限: 2015.01-2016.12



## 致谢

论文撰写至此，不知如何下笔，思绪万千。四年的本科生，三年的研究生，在南昌航空大学学习了七年，即将结束温室的象牙塔的学生生活，心中充满期待。但是也即将告别培养我的美丽校园，心中的不舍之情油然而生。

七年的求学生涯，终生难忘，还记的青涩的我背着书包走进校园的那一刻；还记得拿到硕士录取通知书的喜悦心情，也不会忘记在讲台上向老师和师兄姐妹们汇报学习的工作情况。在实验室的学习与科研中，我收获了很多，要感谢的人也很多。首先要感谢的是我可亲可敬的导师——张桂梅教授，在您的悉心教导下，我学会了如何在科研道路上奋斗专研；我也懂得了对科研要有精益求精的精神；我还明白了对待工作要认真负责、兢兢业业。在生活中，我有太多的事需要处理，因此也耽误了不少学习和科研的时间，谢谢您的体谅与海乃百川的包容，并不断的鼓励我。谢谢您一丝不苟，辛勤的帮我修改论文，才有这篇论文的最终定稿。您指明了我科研道路的方向，教会了我脚踏实地的学习工作，对你的感谢之情难以言表，千言万语汇成一句话“谢谢您！”。

在此还要感谢储珺老师、曾接贤老师、符祥老师、缪君老师，没有你们在例会上的指导，我的研究课题不会那么轻松，研究方向不会把握的如此正确，你们的指导意见将是我未来学习和工作的宝贵财富。

和我一起奋斗在科研路上的同门——孙晓旭同学，蔡报丰同学，你们也给了我很大的帮助，感谢一路陪伴学习奋斗，相互鼓励，相互探讨，和你们在一起的时光，永远烙在回忆里。还有感谢实验室的师弟师妹们，是你们让实验室活跃起来，有了朝气。

另外还要感谢我的家人以及我深爱的女朋友，是他们给了我最大的关心和支持，让我可以全心全意奋斗在科研的第一线，谢谢你们。

最后还要感谢评审本篇论文的专家老师以及答辩的老师。由于自身专业水平的不足，整篇论文肯定存在尚未发现的缺点和错误。恳请阅读此论文的老师、同学，多予指正，不胜感激！

---

---

## 南昌航空大学硕士学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的硕士学位论文，是我个人在导师指导下，在南昌航空大学攻读硕士学位期间独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，论文中除已注明部分外不包含他人已发表或撰写过的研究成果。对本文的研究工作做出重要贡献的个人和集体，均已在文中作了明确地说明并表示了谢意。本声明的法律结果将完全由本人承担。

签名：\_\_\_\_\_日期：\_\_\_\_\_

## 南昌航空大学硕士学位论文使用授权书

本论文的研究成果归南昌航空大学所有，本论文的研究内容不得以其它单位的名义发表。本人完全了解南昌航空大学关于保存、使用学位论文的规定，同意学校保留并向有关部门送交论文的复印件和电子版本，允许论文被查阅和借阅。本人授权南昌航空大学，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文，可以公布论文的全部或部分内容。同时授权中国知网、中国科学技术信息研究所将本学位论文收录到《中国学位论文全文数据库》，并通过网络向社会公众提供信息服务。

（保密的学位论文在解密后适用本授权书）

签名：\_\_\_\_\_导师签名：\_\_\_\_\_日期：\_\_\_\_\_