

# Wiener Predictive Control for a pH neutralization plant

William Ipanaqué Alama, *Member IEEE*  
Departamento de Ingeniería Mecánico Eléctrica  
Universidad de Piura  
Piura, Perú  
william.ipanaque@udep.pe

Irene Alvarado Tabacchi, *Member IEEE*  
Departamento de Ingeniería Mecánico Eléctrica  
Universidad de Piura  
Piura, Perú  
irene.alvarado@udep.pe

**Abstract**— This paper contains a new alternative to control a pH neutralization process using a PID control with predictive characteristics. The structure uses a Wiener model of a pH simulator that corresponds to a bench-scale plant at University of California, Santa Barbara (UCSB). The study concluded in a new alternative, named WPIDp (Wiener PID predictive) with good performance. We compare the new algorithm with a MPC linear predictive control evidencing the notorious advantages.

**Keywords**—pH, predictive control, PID, Wiener

## I. INTRODUCCIÓN

El control PID es aún el más difundido en aplicaciones industriales. Sin embargo este tipo de regulador tiene inconvenientes en procesos con fuerte retardo, ceros a fase no mínima y procesos no lineales, entre otros. El control predictivo, supera varios de estos inconvenientes ([1] - [6]). Hay diversas estructuras de control predictivo que se distinguen por el modelo que usan y por la función de costo que optimizan ([7] - [12]).

Una de las ventajas del control predictivo son las buenas prestaciones que se obtienen y la capacidad de adaptarse también a procesos no lineales como es el proceso de neutralización donde la variable pH es relevante ([4], [9]-[11], [13]-[18]). Sin embargo, en la mayor parte de los casos el control predictivo requiere de una plataforma adecuada para su implementación, sobre todo cuando los modelos son más complejos ([6], [11]).

En este artículo se busca deducir un diseño de un PID incorporando un modelo del proceso, basándose en una simplificación para emular un regulador predictivo. En la literatura hay algunas alternativas presentadas ([12], [19] - [26]). La propuesta aquí presentada se basa en un modelo Wiener ([4], [9]-[11], [13], [15], [27], [28]) para emular el

comportamiento no lineal, partiendo de un control predictivo con formulación en variables de estado ([21], [23]) del cual se deduce un PID con la ventaja de poder usarse en una plataforma hardware tradicional pero con características de un regulador predictivo.

## II. FUNDAMENTOS DEL CONTROL PID PREDICTIVO

La funcionalidad integral es importante en lazo de control también aparece en sistemas de control predictivo avanzados tales como el control predictivo basado en modelos (MPC) siendo uno de los más usados a nivel industrial el Control Predictivo Generalizado (GPC) ([7] - [10]) y el control de matriz dinámica (DMC) [12], con la ventaja que la acción integral elimina el offset o error con datos de predicción. La diferencia principal en cada uno de estos algoritmos es el modelo usado para hacer la predicción.

La idea de diseñar un control PID usando un algoritmo MPC que permita usar la estructura sencilla de un PID combinada con las características de comportamiento de un controlador predictivo ha sido estudiada en diversa literatura e implementada en algunos sectores industriales, obteniéndose muy buenos resultados. Algunos de los algoritmos predictivos utilizan la formulación del modelo con la estructura GPC, es decir, entrada y salida en discreto y otros usan la estructura de un MPC con modelo en espacio de estado.

Este trabajo presenta una nueva estrategia para el control PID predictivo usando la estructura de origen MPC y un modelo no lineal tipo Wiener, que está configurado con dos bloques en cascada. El primer bloque es lineal y a continuación el bloque no lineal que caracteriza la ganancia estática del proceso. En la literatura revisada se ha implementado el control PID predictivo para sistemas lineales usando estructura GPC, ([7], [8], [19], [20] [22], [24]), MPC en espacio de estado ([21], [23]), DMC [12] y PFC ([25], [26]).

El planteamiento que se hace y que se presenta en este artículo es la de simplificar la formulación de un modelo no lineal concentrando la no linealidad en la ganancia y la dinámica en un bloque lineal, cuyo modelo se usa para el diseño de un MPC. A su vez a partir de este control MPC inducir a una estructura PID para el cual se sintonizan adecuadamente los parámetros de sintonización. En consecuencia se tiene una

---

Esta investigación se ha desarrollado gracias al apoyo de la Universidad de Piura y a INNOVATE Perú, quien gracias al financiamiento del Proyecto: “Estudio y Desarrollo teórico experimental para obtención de planta piloto de biodigestor con parámetros controlados mediante aplicación de sistemas embebidos, para aprovechar el potencial energético y fertilizador de los residuos de la cáscara de cacao”, CONVENIO 145-pnicp-piap-2015, ha motivado el estudio reportado en el presente artículo para resolver uno de los objetivos de medición y control presentados.

plataforma PID pero en su sintonización se ha usado el concepto de predicción con el modelo Wiener.

#### A. Formulación del MPC en espacio de estado

En el caso del MPC en espacio de estado se incluye la acción integral en el modelo a espacio de estado, como se desarrolla en [21], en donde se describe la planta en espacio de estado, como

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_m(k+1) &= \mathbf{A}_m \mathbf{X}_m(k) + \mathbf{B}_m u(k) \\ y(k) &= \mathbf{C}_m \mathbf{X}_m(k) + D_m u(k) \end{aligned} \quad (1)$$

Siendo:  $u(k)$  la variable de entrada,  $y(k)$  la variable de salida y  $\mathbf{X}_m(k)$  el vector de la variable de estado de dimensión  $n$ .

Dado que se debe diseñar un control predictivo, que permita incluir la acción integradora, se modifica la expresión de manera que se incluya el incremento  $\Delta u(k)$ . Así mismo, en [21] se plantean las siguientes ecuaciones considerando una formulación con el principio del horizonte recesivo en el que se asume que la entrada  $u(k)$  no puede afectar la salida  $y(k)$  al mismo tiempo, por lo que se asume  $D_m = 0$ .

Haciendo la operación diferencia en ambos miembros de la ecuación de estado en la expresión (1) con esta simplificación, se tiene:

$$\begin{aligned} \underbrace{\mathbf{X}_m(k+1) - \mathbf{X}_m(k)}_{\Delta \mathbf{X}_m(k+1)} &= \underbrace{\mathbf{A}_m (\mathbf{X}_m(k) - \mathbf{X}_m(k-1))}_{\Delta \mathbf{X}_m(k)} + \underbrace{\mathbf{B}_m (u(k) - u(k-1))}_{\Delta u(k)} \end{aligned} \quad (2)$$

El vector de estado aumentado que incluye la acción integradora viene dado por:

$$\mathbf{X}(k) = [\Delta \mathbf{X}_m(k)^T \ y(k)^T]^T \quad (3)$$

Continuando con el análisis hecho en [21], la ecuación de salida también se despeja de:

$$\begin{aligned} (y(k+1) - y(k)) &= \mathbf{C}_m (\mathbf{X}_m(k+1) - \mathbf{X}_m(k)) \\ &= \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m \Delta \mathbf{X}_m(k) + \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m \Delta u(k) \end{aligned} \quad (4)$$

De esta manera se consigue el efecto integrador conectando  $\Delta \mathbf{X}_m(k)$  a la salida  $y(k)$ .

Con (2) y (4) se plantea la nueva forma de espacio de estado:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & 0_m^T \\ \mathbf{C}_m & 1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m \end{bmatrix}}_B \Delta u(k) \quad (5)$$

$$y(k) = \underbrace{[\mathbf{0}_m \ 1]}_c \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Donde  $\mathbf{0}_m = [0 \ 0 \ \dots \ 0]$  es un vector  $1 \times n$ . La tripleta  $(A, B, C)$  del modelo aumentado se usará para el diseño del control predictivo.

A partir de la formulación matemática, se calcula la salida predicha de la planta con la señal de control futura como variable manipulable. Se sabe que todas las variables de estado no son medibles o accesibles y será necesario diseñar un estimador de estado; pero en este artículo se asume que el estado  $\mathbf{X}(k)$  es disponible y proporciona la información total y actual del proceso.

Según [21] la trayectoria de control futura dentro del horizonte de control  $N_c$  ( $N_c \leq N_p$ ) se designa como:

$$\Delta U = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N_c-1)]^T \quad (7)$$

Si el horizonte de predicción es  $N_p$ , la información de las variables de estado futuras se puede predecir desde el instante  $k$ :

$$\mathbf{X}(k+1|k), \mathbf{X}(k+2|k), \dots, \mathbf{X}(k+m|k), \dots, \mathbf{X}(k+N_p|k) \quad (8)$$

De (5) se deduce que:

$$\mathbf{X}(k+1|k) = A\mathbf{X}(k) + B\Delta u(k) \quad (9)$$

Aplicando recursivamente la (9) hasta  $N_p$  y asumiendo que:  $\Delta u(k+N_c) = \Delta u(k+N_c+1) = \dots = \Delta u(k+N_p-1) = 0$ , se pueden calcular los estados futuros de la planta definidos en (8), por lo que se puede escribir  $\mathbf{X}(k+N_p|k)$ , como sigue:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k+N_p|k) &= A^{N_p} \mathbf{X}(k) + A^{N_p-1} B \Delta u(k) \\ &\quad + A^{N_p-2} B \Delta u(k+1) + A^{N_p-3} B \Delta u(k+2) \\ &\quad + A^{N_p-N_c+1} B \Delta u(k+N_c-2) \\ &\quad + A^{N_p-N_c} B \Delta u(k+N_c-1) \end{aligned} \quad (10)$$

Haciendo lo mismo con las variables de salida predichas, usando (10) se puede escribir en forma matricial, para todo el rango de predicción:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F} \mathbf{X}(k) + \Phi \Delta U \quad (11)$$

Donde:

$$\mathbf{Y} = [y(k+1|k) \ y(k+2|k) \ \dots \ y(k+N_p|k)]^T$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ CAB & CB & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \dots & \mathbf{0} \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} \quad (12)$$

Luego se asume una entrada de referencia  $r(k)$  constante durante la ventana de optimización  $N_p$  y la siguiente función de costo:

$$J = (\mathbf{r} - \mathbf{Y})^T (\mathbf{r} - \mathbf{Y}) + \Delta \mathbf{U}^T \bar{\mathbf{R}} \Delta \mathbf{U} \quad (13)$$

En el que  $\mathbf{r}$  viene dada por:

$$\mathbf{r}^T = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1] \cdot r(k) \quad (14)$$

Y la dimensión de  $\mathbf{r}$  es  $N_p \times 1$ . La función de costo (13) tiene dos partes, la primera minimiza los errores entre la referencia y la salida; la segunda parte se enfoca a minimizar los esfuerzos de control.  $\bar{\mathbf{R}}$  es una matriz diagonal de pesos que viene dada por:  $\bar{\mathbf{R}} = \lambda \mathbf{xI}$ , donde  $\mathbf{I}$  es una matriz identidad de dimensión  $N_c \times N_c$  y el peso  $\lambda \geq 0$  se usa para sintonizar la respuesta a lazo cerrado.

Para el algoritmo PID predictivo se dará también un peso al error. El problema de optimización consiste en encontrar  $\Delta \mathbf{U}$  minimizando la función de costo  $J$ , de modo que se obtiene:

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta \mathbf{U}} = -2\Phi^T (\mathbf{r} - \mathbf{F} \mathbf{X}(k)) + 2(\Phi^T \Phi + \bar{\mathbf{R}}) \Delta \mathbf{U} \quad (15)$$

Se aplica la condición de minimización  $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{U}} = 0$ , y la ley de control óptima:

$$\Delta \mathbf{U} = (\Phi^T \Phi + \bar{\mathbf{R}})^{-1} \Phi^T (\mathbf{r} - \mathbf{F} \mathbf{X}(k)) \quad (16)$$

En (16) el término  $(\Phi^T \Phi + \bar{\mathbf{R}})^{-1} \Phi^T \mathbf{r}$  corresponde al cambio en la referencia, mientras que  $-(\Phi^T \Phi + \bar{\mathbf{R}})^{-1} \Phi^T \mathbf{F}$  corresponde al control de realimentación de estado dentro del marco del control predictivo. Ambos dependen de los parámetros del sistema, por tanto son matrices constantes para un sistema invariante en el tiempo. Por el principio del control recesivo sólo se toma el primer elemento de  $\Delta \mathbf{U}$  en el instante  $k$  como el control incremental, por tanto:

$$\Delta u(k) = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] (\Phi^T \Phi + \bar{\mathbf{R}})^{-1} (\Phi^T \mathbf{R}_s \mathbf{r}(k) - \Phi^T \mathbf{F} \mathbf{X}(k)) \quad (17)$$

Donde  $\mathbf{R}_s^T = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]$ , de dimensión  $1 \times N_p$ . La ley de control se puede escribir como:

$$\Delta u(k) = K_y r(k) - K_{GPC} \mathbf{X}(k) \quad (18)$$

En (18),  $K_y$  es el primer elemento de  $(\Phi^T \Phi + \bar{\mathbf{R}})^{-1} \Phi^T \mathbf{R}_s$  y  $K_{GPC}$  es la primera fila de  $(\Phi^T \Phi + \bar{\mathbf{R}})^{-1} \Phi^T \mathbf{F}$ .

$$K_{GPC} = [K_x \quad K_y] \quad (19)$$

Ahora  $K_x$  corresponde al vector de realimentación de  $\Delta x_m(k)$  y  $K_y$  corresponde a la ganancia de realimentación de  $y(k)$ .

### B. Formulación del PID predictivo

Basándonos en las matrices encontradas para el MPC, se plantea el control PID predictivo usando la ley:

$$u(k) = k_p e(k) + T k_I \sum_{j=1}^k e(j) + \frac{k_D}{T} [e(k) - e(k-1)] \quad (20)$$

Donde  $k_p$ ,  $k_I$  y  $k_D$  son las ganancias proporcional, integral y derivativa,  $T$  el tiempo de muestreo y  $e(k)$  el error en el instante  $k$ . Tomando las diferencias de ambos lados en el paso  $k$  y  $k+1$  se obtiene la llamada ley de control PID en la forma velocidad:

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) = k_p [e(k) - e(k-1)] + T k_I e(k) + \frac{k_D}{T} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \quad (21)$$

$$\Delta u(k) = \left[ k_p + T k_I + \frac{k_D}{T} \right] e(k) - \left[ k_p + 2 \frac{k_D}{T} \right] e(k-1) + \frac{k_D}{T} e(k-2) \quad (22)$$

Transformando en el dominio  $z$  se obtiene:

$$U(z) = \frac{[p_0 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}] E(z)}{1 - z^{-1}} \quad (23)$$

Con:

$$p_0 = \left( k_p + T k_I + \frac{k_D}{T} \right), p_1 = - \left( k_p + 2 \frac{k_D}{T} \right), p_2 = \frac{k_D}{T} \quad (24)$$

O lo que es lo mismo:

$$k_p = -p_1 - 2p_2, \quad T k_I = p_0 + p_1 + p_2, \quad \frac{k_D}{T} = p_2 \quad (25)$$

Para encontrar el algoritmo en su forma predictiva, primero se hace el desarrollo de la ley de control PID dada por (22) en términos de la entrada de referencia  $r(k)$  y el vector de estado  $x_m(k)$  y la entrada  $u(k)$ . Por simplicidad, asumiremos  $T = 1$ , dado que es el tiempo de muestreo usado para la identificación del modelo Wiener de la planta a controlar.

Se tiene entonces:

$$\begin{aligned}\Delta u(k) &= [k_p + k_I + k_D]e(k) \\ &- [k_p + 2k_D]e(k-1) + k_De(k-2) \\ &= p_0e(k) + p_1e(k-1) + p_2e(k-2)\end{aligned}\quad (26)$$

Considerando que  $e(k) = r(k) - y(k)$  y asumiendo que  $\dots = r(k-1) = r(k) = r(k+1) = \dots$ , se puede escribir la (26) como:

$$\Delta u(k) = (p_0 + p_1 + p_2)r(k) - p_0y(k) - p_1y(k-1) - p_2y(k-2)\quad (27)$$

Desarrollando la salida en términos de las variables de estado y la variable manipulable, y usando (1), se tiene:

$$\begin{aligned}y(k) &= C_m X_m(k) = C_m A_m^2 X_m(k-2) \\ &+ C_m A_m B_m u(k-2) + C_m B_m u(k-1)\end{aligned}\quad (28)$$

Usando el mismo método para  $y(k-1)$  y  $y(k-2)$ , se tiene:

$$y(k-1) = C_m A_m X_m(k-2) + C_m B_m u(k-2)\quad (29)$$

$$y(k-2) = C_m X_m(k-2)\quad (30)$$

Reemplazando las ecuaciones desde la (28) a la (30) en la (27) se obtiene:

$$\begin{aligned}\Delta u(k) &= a_0 r(k) - a_1 X_m(k-2) - a_2 u(k-2) \\ &- p_0 C_m B_m u(k-1)\end{aligned}\quad (31)$$

Donde  $a_0 = (p_0 + p_1 + p_2)$ ,  $a_1 = [p_0 C_m A_m^2 + p_1 C_m A_m + p_2 C_m]$ ,  $a_2 = [p_0 C_m A_m B_m + p_1 C_m B_m]$ .

Para que el algoritmo desarrollado en (31) tenga carácter predictivo debe ser equivalente a la ley de control MPC óptimo dada por (18). Por ello desarrollando dicha expresión se obtiene:

$$\Delta u(k) = K_y r(k) - [K_x \quad K_y] \begin{bmatrix} \Delta X_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}\quad (32)$$

Y en términos de las variables de estado originales del proceso:

$$\begin{aligned}\Delta u(k) &= K_y r(k) - K_x (X_m(k) - X_m(k-1)) \\ &- K_y y(k)\end{aligned}\quad (33)$$

Para igualar esta expresión con la encontrada del PID en (31) se opera reemplazando las variables de estado  $x_m(k)$ ,  $x_m(k-1)$  y la salida  $y(k)$  en términos del estado  $x_m(k-2)$  y las entradas pasadas  $u(k-1)$  y  $u(k-2)$ , usando las ecuaciones de salida y estado del modelo del proceso. De esta forma se tiene:

$$\begin{aligned}u(k) &= K_y r(k) - S_1 X_m(k-2) - S_2 u(k-2) \\ &- S_3 B_m u(k-1)\end{aligned}\quad (34)$$

Donde  $S_1 = [(K_x + K_y C_m) A_m^2 + K_x A_m]$ ,  $S_2 = [(K_x + K_y C_m) A_m B_m + K_x B_m]$  y  $S_3 = (K_x + K_y C_m)$ .

Los parámetros de (34) se igualan con los de la ecuación (31) y se obtienen los valores de los parámetros  $p_0, p_1$  y  $p_2$  y por ende la de los parámetros  $k_p, k_I, k_D$  del controlador PID.

### III. SIMULACIONES

El algoritmo Wiener PID predictivo se implementa usando el modelo Wiener de una planta de neutralización de pH de la Universidad de California (UCSB) encontrada en [9], con las siguientes características:

Bloque lineal:

$$A_m = \begin{bmatrix} 2.921 & -2.845 & 0.9226 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B_m = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\quad (35)$$

$$C_m = [0.0251 \quad -0.0488 \quad 0.0237], D_m = 0\quad (36)$$

Bloque no lineal:

$$N^{-1}(y_k) = v_k = 0.1988y_k + 0.4065y_k^2 + 0.8918y_k^3\quad (37)$$

El modelo Wiener (Fig. 1) representa a la planta con dos bloques. El primer bloque representa la dinámica de la planta que se asume como la componente lineal y el bloque siguiente corresponde al comportamiento no lineal, que caracteriza las condiciones estáticas. La representación en el caso del modelo identificado en [9] considera el bloque lineal en espacio de estado y se estima el bloque no lineal como una aproximación polinómica. El método usado para la identificación consiste en estimar simultáneamente los parámetros de los dos bloques (lineal y no lineal) con un algoritmo que usa la identificación en subespacio de estado N4SID para estimar las matrices de un sistema en espacio de estado equivalente que incluyan los parámetros del bloque no lineal también a estimar:

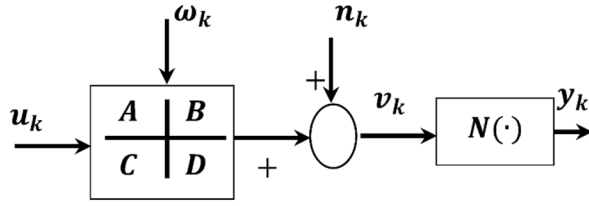


Fig. 1 Modelo Wiener en espacio de estado

Diversos autores han usado una planta de neutralización de pH para identificación y control del procesos, por las características de no linealidad ([9], [10], [11], [13], [14], [15], [16], [17]). El diagrama esquemático de la planta de neutralización de pH de la UCSB se muestra en la Fig.2.

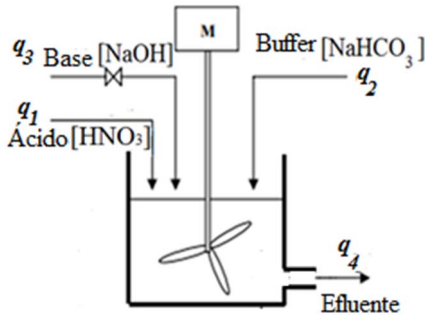


Fig.2. Esquema de una planta de neutralización de pH

El objetivo de control es regular el pH de la solución neutra de salida,  $q_4$  a través de la manipulación del flujo de la solución base,  $q_3$  (NaOH), que se mezcla con una solución ácida,  $q_1$  (HNO3), compensando los posibles cambios en el flujo del buffer,  $q_2$  (NaHCO3) que se considera como una perturbación no medible, que entran a un tanque agitado. El flujo de la solución ácida,  $q_1$  y el volumen del tanque ( $V$ ) se asumen constantes. Se consideran las ecuaciones de balance de carga y la del ión carbonato como los momentos invariantes de reacción tanto para los flujos de entrada como de salida. Dichos invariantes son denotados como:

$W_{a1}, W_{b1}$ : invariantes de la solución ácida

$W_{a2}, W_{b2}$ : invariantes de la solución buffer

$W_{a3}, W_{b3}$ : invariantes de la solución base

$W_{a4}, W_{b4}$ : invariantes de la solución efluente

Las ecuaciones de balance (descritas en [9], [11] y [13]) se resumen en:

$$\frac{dW_{a4}}{dt} = \frac{1}{V}(W_{a1} - W_{a4})q_1 + \frac{1}{V}(W_{a2} - W_{a4})q_2 + \frac{1}{V}(W_{a3} - W_{a4})q_3 \quad (38)$$

$$\frac{dW_{b4}}{dt} = \frac{1}{V}(W_{b1} - W_{b4})q_1 + \frac{1}{V}(W_{b2} - W_{b4})q_2 + \frac{1}{V}(W_{b3} - W_{b4})q_3 \quad (39)$$

$$+ W_{b4} \frac{W_{a4} - 10^{-pH_4} + 10^{pH_4-14}}{1 + 2 \cdot 10^{pH_4-pK_2}} = 0 \quad (40)$$

Donde:

$q_1$ : Caudal de la solución ácida

$q_2$ : Caudal de la solución buffer

$q_3$ : Caudal de la solución básica

$V$ : Volumen del tanque

El  $pH$  de la solución efluente  $pH_4$  se determina, a partir de las invariantes de reacción  $W_{a4}$  y  $W_{b4}$ . Las constantes de disociación del ácido débil  $H_2CO_3$ , vienen dadas por  $pK_1$  y  $pK_2$ .

Los parámetros de la planta de neutralización de pH en condiciones de operación se muestran a continuación.

TABLA I CONDICIONES DE OPERACIÓN NOMINAL DE LA PLANTA

$q_1=16.6$ ml/s	$W_{b1}=0$ mol
$q_2=0.55$ ml/s	$W_{b2}=3 \times 10^{-2}$ mol
$q_3=15.55$ ml/s	$W_{b3}=5 \times 10^{-5}$ mol
$W_{a1}=3 \times 10^{-3}$ mol	$W_{b4}=5.28 \times 10^{-4}$ mol
$W_{a2}=-3 \times 10^{-2}$ mol	$V=2900$ ml
$W_{a3}=-3.05 \times 10^{-3}$ mol	$pK_1=6.35$
$W_{a4}=-4.32 \times 10^{-4}$ mol	$pK_2=10.25$

La Fig. 3 representa la implementación en Simulink.

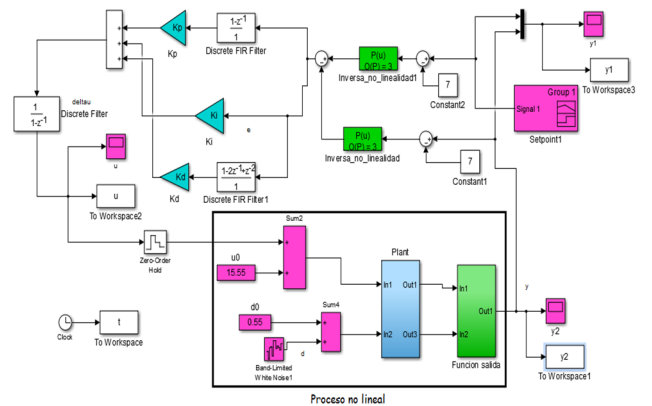


Fig. 3. Modelo de simulación control WPID predictivo

Con las ecuaciones descritas desde la (38) a la (40) y teniendo como datos las condiciones de operación especificados en la Tabla I, se implementa el control PID predictivo con modelo Wiener, (WPIDp), como se muestra en la Fig. 4. Dado que el PID predictivo se ha diseñado para un proceso lineal, se aplica la inversa de la no linealidad tanto a la entrada de referencia  $ref$  como a la salida  $y$ .

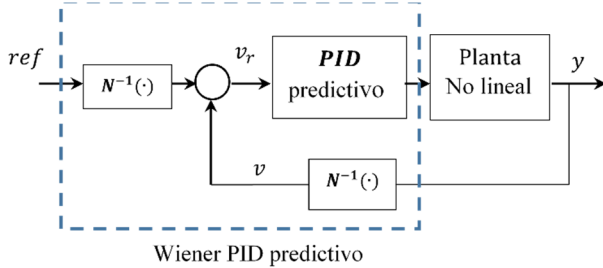


Fig.4. Esquema control WPID predictivo

En la Fig. 5 se observa la respuesta de la planta ante variaciones en el caudal de la solución base con el algoritmo de control PID predictivo usando el modelo Wiener descrito y la respuesta del control MPC basado en un modelo lineal encontrado en [9]. Los parámetros del control predictivo son los siguientes: horizonte de control  $N_c = 3$ , horizonte de predicción,  $N_p = 15$  y el factor de peso  $\lambda = 0.5$  con los que se hallan las ganancias MPC.

En el caso del PID predictivo se usa el bloque lineal del modelo Wiener y a partir de allí se encuentran los parámetros del PID:  $K_p = 11.8186$ ,  $k_I = 1.4634$ ,  $k_D = 0.0036$ . Se puede notar un mejor comportamiento del control WPIDp, que responde más rápido que el MPC aunque con una sobreoscilación ligeramente mayor. Se puede observar que la variable manipulable  $u_c$  o esfuerzo de control es también ligeramente mayor. En el caso del control WPIDp se tiene:  $u_{c\_max} = 26.01$ ,  $u_{c\_min} = 11.24$ , mientras que para el control MPC se tiene:  $u_{c\_max} = 22.91$ ,  $u_{c\_min} = 11.53$ .

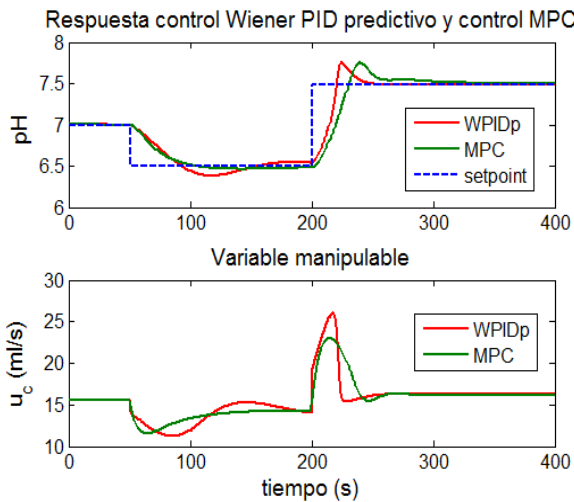


Fig. 5. Respuesta del control WPID predictivo y el control MPC ante pequeñas variaciones alrededor del punto nominal

En la Fig. 6 se observa que ante variaciones mayores alrededor de las condiciones nominales, el comportamiento del control MPC se degrada y no responde adecuadamente. Esto se explica porque la sintonización del control MPC se realiza basándose en un modelo lineal encontrado para variaciones relativamente pequeñas alrededor del punto nominal. Los parámetros usados en este caso para sintonizar tanto el WPIDp como el control MPC son:  $N_c = 3$ ,  $N_p = 10$  y  $\lambda = 1.5$ . Para el control WPIDp se obtiene:  $K_p = 4.088$ ,  $k_I = 0.6627$  y  $k_D = 0.001$ . Se ha logrado un control PID cuya sintonización ha requerido los criterios de selección de un MPC variando los horizontes de control, horizontes de predicción y el factor de peso  $\lambda$ . Es claro que el esfuerzo de control para conseguir mejores prestaciones en el caso del control WPIDp es mayor que en el caso del control MPC. Para analizar las características del control implementado se han aplicado las siguientes perturbaciones: una variación negativa del 30% sobre el valor nominal del caudal de la solución buffer a los 150s. y variación positiva del 50% sobre el caudal de la solución ácida a los 250s. Se observa de la Fig. 7, que el control WPIDp responde rápidamente retornando la salida al valor de referencia.

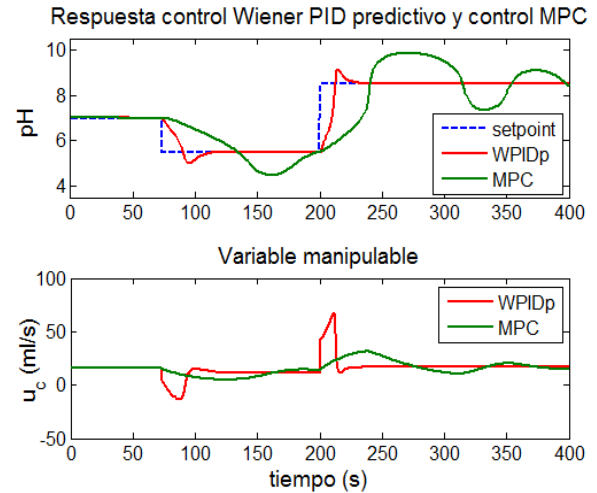


Fig.6. Respuesta del control WPID predictivo y control MPC para grandes variaciones de pH

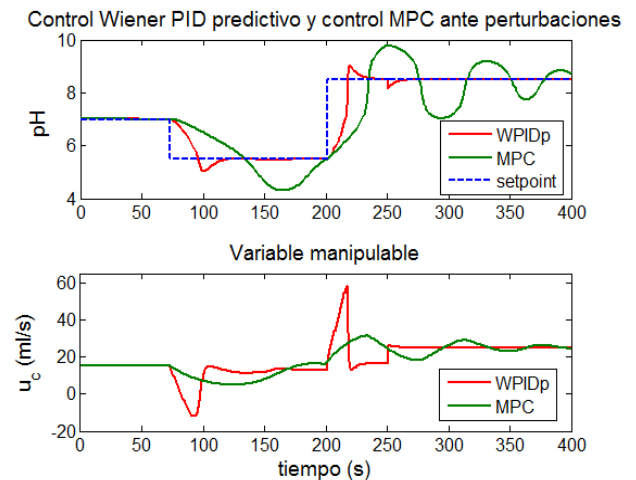


Fig. 7. Respuesta del control WPID predictivo y del control MPC ante perturbaciones en el caudal de la solución buffer y el caudal del ácido.

De las respuestas mostradas se evidencia que la variable manipulable,  $u_c$  toma valores negativos. Se debe prestar atención pues es normal que en el proceso real existan ciertas restricciones originadas por ejemplo por los límites de actuación de válvulas, motores o bombas, las cuales deben tomarse en consideración en la implementación del control.

#### IV. CONCLUSIONES

Se presenta el diseño de un algoritmo PID cuyos parámetros de diseño se han calculado usando la estrategia de control predictivo MPC, con una sintonización sencilla. Las prestaciones del control PID predictivo aplicado a un modelo no lineal se han conseguido usando un modelo Wiener con una estructura que ha facilitado la implementación en una planta de neutralización de pH y que se comporta mucho mejor que un control con características predictivas sintonizado para un modelo lineal como es el caso del control MPC. La estructura planteada facilita la implementación en procesos no lineales con las ventajas predictivas de un control MPC por su simplicidad de sintonización como se ha mostrado en este trabajo.

#### REFERENCIAS

- [1] A. Ramdani y S. Grouni, «Dynamic matrix control and generalized predictive control, comparison study with IMC-PID», *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 42, n° 28, pp. 17561-17570, 2017.
- [2] R. Long, S. Quan, L. Zhang, Q. Chen, C. Zeng y L. Ma, «Current sharing in parallel fuel cell generation system base on model predictive control», *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 40, n° 35, pp. 11587-11594, 2015.
- [3] C. Silva, H. Henrique y L. Oliveira, «Experimental Application of Predictive Controllers», *Journal of Control Science and Engineering*, n° doi:10.1155/2012/159072, 2012.
- [4] S. J. Norquay, A. Palazoglu y J. Romagnoli, «Model predictive control based on Wiener models», *Chemical Engineering Science*, vol. 53, n° 1, pp. 75-84, 1998.
- [5] P. Parra, W. Ipanaqué y J. Manrique, «Design and implementation of a Temperature Predictive Controller for a Dryer Plant of Cocoa Beans», *2015 Asia-Pacific Conference on Computer Aided System Engineering*, pp. 202-207, 2015.
- [6] A. Hernández, R. De Keyser, J. Manrique, J. Oliden y W. Ipanaqué, «Modeling and Nonlinear Model Predictive Control of a rotary disc dryer for fishmeal production», *European Control Conference*, pp. 1819-1824, 2014.
- [7] S. Boujhar, N. Khraief, E. Maherzi, E. Besbes y S. Belghith, «Predictive PID Control Based on GPC Control of Inverted Pendulum», *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, vol. 7, n° 20, pp. 4319-4326, 2014.
- [8] D. W. Clarke, C. Mothadi y P. S. Tuffs, «Generalized Predictive control-Part II. Extensions and interpretation», *Automatica*, vol. 23, n° 2, pp. 149-160, 1987.
- [9] J. C. Gómez, A. Jutan y E. Baeyens, «Wiener model identification and predictive control of a pH neutralisation process», *IEE Proceedings-Control Theory Applications*, vol. 151, n° 3, pp. 329-338, 2004.
- [10] A. W. Hermansson y S. Syafiey, «Model predictive control of pH processes: A review», *Control Engineering Practice*, vol. 45, pp. 98-109, 2015.
- [11] S. Mahmoody, J. Poshtan, M. Jahed-Motlagh y A. Montazeri, «Nonlinear model predictive control of a pH neutralization process based on Wiener-Laguerre model», *Chemical Engineering Journal*, vol. 146, n° 3, pp. 328-337, 2009.
- [12] R. D. Kokate y L. M. Waghmare, «Review of tuning Methods of DMC and Performance Evaluation with PID Algorithms on a FOPDT Model», *International Journal of Control and Automation*, vol. 4, n° 2, pp. 95-110, 2011.
- [13] S. I. Biagiola, O. E. Agamennoni y J. L. Figueroa, «Robust control of wiener systems: application to a pH neutralization process», *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, vol. 33, n° 1, pp. 145-153, 2016.
- [14] C. García y R. De Godoy, «Modelling and simulation of pH neutralization plant including the process instrumentation», *Applications of MATLAB in Science and Engineering*, pp. 485-510, 2011.
- [15] W. Ipanaqué y J. Manrique, «Identification and control of pH using optimal piecewise linear Wiener model», *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 18, n° Part 1, pp. 1819-1824, 2011.
- [16] P. Prasad y J. Mathew, «Performance analysis of pH neutralization process for conventional PI controller and IMC based PI controller», *International Journal for Innovative Research in Science & Technology*, vol. 3, n° 1, pp. 262-267, 2016.
- [17] S. Sakthiya, D. Dinesh y B. Meenakshipriya, «Designing of Controllers for pH Neutralization Process», *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*, vol. 3, n° 12, pp. 164-169, 2015.
- [18] O. Naseer y A. Khan, «Hybrid Fuzzy Logic and PID controller for pH Neutralization Pilot Plant», *International Journal of Fuzzy logic systems*, vol. 3, n° 2, pp. 1-14, 2013.
- [19] M. R. Katebi y M. H. Moradi, «Predictive PID Controllers», *IEE Proceedings- Control Theory Applications*, vol. 148, n° 6, pp. 478-487, 2001.
- [20] R. Miller, S. Shah, R. Wood y E. Kwok, «Predictive PID», *ISA Transactions*, vol. 38, n° 1, pp. 11-23, 1999.
- [21] K. Uren y G. V. Schoor, «Predictive PID Control of Non-minimum Phase Systems», *InTech*, 2011.
- [22] Q. Saeed, V. Uddin y R. Katebi, «MIMO predictive PID control: a practical approach for quadruple tank», *Journal of Circuits, Systems and Computers*, vol. 22, n° 3, 2013.
- [23] T. Kawabe, «Model Predictive PID Traction Control Systems for Electric Vehicles», *2012 IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 112-117, 2012.
- [24] G. Qin, L. Hu y L. Song, «The simulation and Analysis of PID Structure Generalized Predictive Control Algorithm», *Journal of Convergence Information Technology*, vol. 7, n° 23, pp. 700-707, 2012.
- [25] S. Wu, «State space predictive functional control optimization based new PID design for multivariable processes», *Chemometrics and Intelligence Laboratory Systems*, vol. 143, pp. 16-27, 2015.
- [26] R. Zhang, S. Wu, R. Lu y F. Gao, «Predictive control optimization based PID control for temperature in an industrial surfactant reactor», *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, vol. 135, pp. 48-62, 2014.
- [27] M. Kozek y S. Sinanovic, «Identification of Wiener models using optimal local linear models», *Simulation Modeling Practice and Theory*, vol. 16, n° 8, pp. 1055-1066, 2008.
- [28] S. Sung y J. Lee, «Modeling and control of Wiener-type processes», *Chemical Engineering Science*, vol. 59, n° 7, pp. 1515-1521, 2004.