

# MMD+GAN的一些想法

**理论上达到的效果:** 缓解GAN的model collapse，保证GAN生成数据的多样性。

**思路:** 将MMD引入GAN的损失函数，作为GAN损失的正则化项。

## 1. MMD

**MMD:** 通过衡量两个数据集中样本的相似性，判断两个数据集中的样本是否来自于同一个分布。

MMD公式：

$$M_k(\mathbb{P}, \mathbb{Q}) = \|\mu_{\mathbb{P}} - \mu_{\mathbb{Q}}\|_{\mathcal{H}}^2 = \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[k(x, x')] - 2\mathbb{E}_{\mathbb{P}, \mathbb{Q}}[k(x, y)] + \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[k(y, y')]$$

其中k是核映射

## 2. GAN

GAN的损失：

$$\mathcal{L}_{\text{GAN}} = \log(\text{Dis}(\mathbf{x})) + \log(1 - \text{Dis}(\text{Gen}(\mathbf{z})))$$

判别器目标： $D^* = \max_{\text{Dis}} L_{\text{GAN}}$

生成器目标： $\min_G D^*$

这样的GAN损失，会产生模式崩溃，导致生成样本多样性不足，并且生成样本和原有样本过于相似。

**所以，通过引入MMD，来度量生成样本和已有样本的相似性。**

## 3. MMD+GAN

很自然的想法是，将MMD作为GAN损失的正则化项，令GAN生成的样本和原有样本不能过于相似。但是，由于MMD是通过样本相似性来判断两个分布的相似性，所以若想将MMD作为GAN的损失项，需要计算生成样本和整个数据集的MMD指标，这就需要每次生成的样本足够多，并且计算量太大，显然行不通。所以退而求其次，我想通过minibatch的方法来度量生成样本和每个batch样本的相似性，这样就能够很简单的实现这种思想。暂且把这个想法叫做:BatchMMDGAN(BMMDGAN)

## BMMDGAN

原始MMD :

$$\mathcal{L}_{\text{MMD}} \leftarrow \left\| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k(x_i) - \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M k(y_j) \right\|^2$$

我们令  $M = N = \text{batch\_size}$  , 所以就变为 :

$$\mathcal{L}_{\text{MMD}} \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|k(x_i) - k(y_j)\|^2$$

## 算法流程

