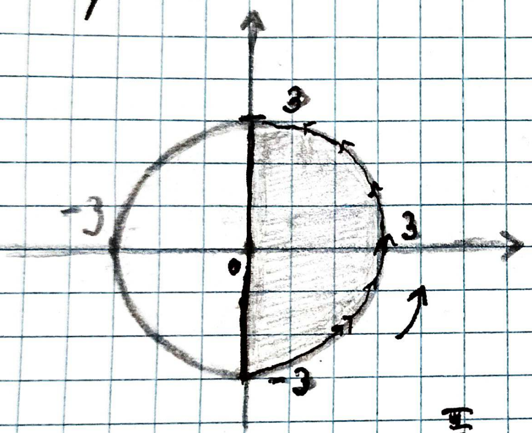
Лабораторная № 2, Отчет

$$\oint xy^2dx - x^2y\,dy$$

L: граница полукруга D: $x^2+y^2\le 9$, $x \geqslant 0$, проходим против часовой стрелки.



$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 3\sin t, \end{cases}$$

$t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$\Rightarrow$ получим: $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 9\cdot 3\cos t\cdot \sin^2 t\cdot(3\cos t)' - 9\cdot 3\sin t\cdot\cos^2 t\cdot(3\sin t)'\,dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} -81\cos t\,\sin^3 t - 81\sin t\cdot\cos^3 t\,dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} -\frac{81}{2}\sin 2t = 0$

(применим формулу двойного угла)

Посчитаем $2^{ым}$ способом: $\oint xy^2dx - x^2y\,dy$

По формуле Грина $\oint_C (P\,dx + Q\,dy) = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dx\,dy$

$D \rightarrow$ область ограниченная кривой C

Найдем частные производные:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{-x^2y}{\partial x} = -2xy$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{xy^2}{\partial y} = 2xy \Rightarrow \iint_D (-4xy)\,dx\,dy$$

$D: x^2+y^2 \leq 9,\ x \geq 0 \Rightarrow x \in [-\sqrt{9-y^2}; \sqrt{9-y^2}]$, Получим:

$$-\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-y^2}}^{\sqrt{9-y^2}} 4xy\, dy\, dx = -\int_0^3 2xy^2 \Big|_{-\sqrt{9-y^2}}^{\sqrt{9-y^2}} dx$$

$$= -\int_0^3 0\, dx = 0 \Rightarrow$$

Можем сделать вывод, что результаты теории подходят под данный интеграл

Результаты численного метода:

δ	0,1	0,01	0,001
разбиение I	время: < 0,5 сек отклонение: 0	время: < 0,5 сек отклонение: 0	время: < 1 сек отклонение: 0
разбиение II	время: < 0,5 сек отклонение: 0	время < 0,5 сек отклонение: 0	время < 1 сек отклонение: 0.

Вывод: в силу симметрии функции при вычислении интегральных сумм, получим отклонение = 0, поскольку в обеих разбиениях мы проходимся по всем значениям $x_i y$ (и клеток с центром $x_i; y_i$), но также найдем и для $y; x$ => и в сумме получаем 0, скорость вычисления достаточно высокая, из чего можно сделать вывод, что мы можем достаточно эффективно искать интегральные суммы.