

# 巧解生活中的数学难题

广西南宁职业技术学院(530008) 蒋邕平 蒋科新

[摘要]研究一些生活中的数学难题的解法,可以开阔学生视野,培养学生思维。

[关键词]巧解;数学难题;生活

[中图分类号] G633.6 [文献标识码] A [文章编号] 1674-6058(2017)17-0028-02

数学是思维的体操。数学是神奇的、有魅力的,它在更深的层面上揭开了自然界和人类社会的内在规律。数学源于生活,寓于生活,用于生活。数学是一种思维方法、一种推理方法。数学思维是数学的灵魂,是分析和解决问题的基础、导向和金钥匙。下面我们来看看如何用智慧巧解数学难题。

**【例 1】**(农夫分牛问题)农夫养牛 17 头,临死前要把这 17 头牛分给自己的 3 个儿子。遗嘱是这样的:老大得  $\frac{1}{2}$ ,老二得  $\frac{1}{3}$ ,老三得  $\frac{1}{9}$ 。既不能把牛杀死,也不能卖了分钱。农夫死后,兄弟 3 人怎么分呢?

这是著名的农夫分牛问题。在许多趣味数学书中有收录,但是都没有给出解题的思路和隐藏的数学问题。

**解:**先借邻居一头牛,就好分了。这样,老大得到 18 的  $\frac{1}{2}$  为 9 头,老二得到  $\frac{1}{3}$  为 6 头,老三得到  $\frac{1}{9}$  为 2 头,合计刚好为 17 头,剩下 1 头牛还给邻居。

这样分牛方法到底合理吗?也就是说,老大、老二和老三得到的牛数是否真的与农夫的遗嘱丝毫不差? 我们来看下面的数学证明过程。

证明:第一次分后,老大得  $17 \times \frac{1}{2}$  头牛,老二得  $17 \times \frac{1}{3}$  头牛,老三得  $17 \times \frac{1}{9}$  头牛。按照农夫的遗嘱,第一次分后,不能够把 17 头牛完全分完,还剩下  $17 - 17 \times \frac{1}{2} - 17 \times \frac{1}{3} - 17 \times \frac{1}{9} = \frac{1}{18}$  头牛。必须按照遗嘱继续分掉剩下的牛。

第二次分后,牛也没有分完,还剩下  $\frac{1}{18}$ ,继续分牛。

继续分下去,这是一个收敛的无穷级数,也就是说,老大得到的牛头数为  $17 \times \frac{1}{2} + 17 \times \frac{1}{18} + 17 \times \frac{1}{18^2} + \dots$ ,老二得到的牛头数为  $17 \times \frac{1}{3} + 17 \times \frac{1}{18} + 17 \times \frac{1}{18^2} + \dots$ ,老三得到的牛头数为  $17 \times \frac{1}{9} + 17 \times \frac{1}{18} + 17 \times \frac{1}{18^2} + \dots$

老二得的牛头数为  $17 \times \frac{1}{3} + 17 \times \frac{1}{18} + 17 \times \frac{1}{18^2} + \dots$

老三得的牛头数为  $17 \times \frac{1}{9} + 17 \times \frac{1}{18} + 17 \times \frac{1}{18^2} + \dots$

计算级数  $17 \times \frac{1}{2} + 17 \times \frac{1}{3} + 17 \times \frac{1}{9} + \dots = 17$ , 经过级数计算可见,分牛方法完全合理。

**【例 2】**1 元钱一瓶汽水,喝完后两个空瓶换一瓶汽水,问:你有 20 元钱,最多可以喝到几瓶汽水?

**解:**第一次可买到 20 瓶,喝完后有 20 个空瓶;第二次可换到 10 瓶,喝完后有 10 个空瓶;第三次可换到 5 瓶,喝完后有 5 个空瓶;第四次可换到 2 瓶,剩一个空瓶,喝完后有 3 个空瓶;第五次可换到 1 瓶,剩一个空瓶,喝完后有 2 个空瓶;第六次可换到 1 瓶,喝完后有 1 个空瓶,可借 1 个空瓶,共 2 个空瓶;第七次可换到 1 瓶,喝完后剩 1 个空瓶,可还上借的那个空瓶。因此一共可喝到 40 瓶。

**【例 3】**有只猴子在树林采了 100 根香蕉堆成一堆,猴子家离香蕉堆 50 米,猴子打算把香蕉背回家,每次最多能背 50 根,可是猴子嘴馋,每走一米要吃一根香蕉,问猴子最多能背几根香蕉回家?

**解:**猴子先背 50 根到 25 米处,这时,吃了 25 根,还有 25 根,放下。回头再背剩下的 50 根,走到 25 米处时,又吃了 25 根,还有 25 根。再拿起地上的 25 根,一共 50 根,继续往家走,一共 25 米,要吃 25 根,还剩 25 根到家。

**【例 4】**假设有一个池塘,里面有无穷多的水。现有 2 个空水壶,容积分别为 5 升和 6 升。问题是如何利用这 2 个水壶从池塘里取得 3 升的水?

**解:**先用 5 升壶装满水后倒进 6 升壶里,再将 5 升壶装满水向 6 升壶里倒,使 6 升壶装满水为止,此时 5 升壶里还剩 4 升水;将 6 升壶里的水全部倒掉,将 5 升壶里剩下的 4 升水倒进 6 升壶里,此时 6 升壶里只有 4 升水,再将 5 升壶装满水,向 6 升壶里倒,使 6 升壶里装满水为止,此时 5 升壶里就只剩下 3 升水了。

**【例 5】**某沙漠通讯班接到紧急命令,让他们火速将一份情报送过沙漠。现在已知沙漠通讯班成员只有靠步行穿过沙漠,每个人步行穿过沙漠的时间均为 12 天,而每个人最多只能带 8 天的食物,请问,在假定每个人饭量大小相同,且所能带的食物相同的情况下,沙漠通讯班能否完成任务? 如果能,那么最少需要几人才能将情报送过沙漠,怎么送?

**解:**最少需要 3 人才能将情报送过沙漠。

因最后一个人过沙漠送情报,12 - 8 = 4,需要别人为他提供 4 天的食物。8 - 4 = 4。在第四天返回的人共用 4 × 2 = 8 天的食物。8 - 8 = 0,自带食物无剩余。应有别人为他们提供 4 天的食物。(8 - 4) / 2 = 2。为他们提供食物的人在第二天返回。三人同行。走两天后,一人给另两人各两天食物,自带两天食物返回。走四天后,第二人给第三人两天食物,自带四天食物返回。

这时第三人有  $8 - 2 + 2 - 2 + 2 = 8$  天的食物。第三人一共可行  $8 + 4 = 12$  天。

**【例 6】**某医院有一架天平,只剩下两个砝码,一个是 5 克,另一个是 30 克,如何用这两个砝码,在天平上只称两次就把 300 克的药品分成两份,一份 100 克,一份 200 克? 写出简要的操作过程。

**解:**将 5 克和 30 克砝码一起放上,称量出 35 克药品。然后用称量出的 35 克药品和 5 克及 30 克砝码一起做砝码,称量出 70 克药品。将称量出的 70 克药品和做砝码的 30 克药品放在一起,100 克药品就称出来了,剩下的就是 200 克药品。

# 初中生数学思维能力培养策略

江苏苏州市吴江区平望第二中学(215221) 褚黎明

[摘要] 数学学科能很好地培养、锻炼学生思维能力。数学教师应该认真研究在教学过程中培养学生思维能力的策略。

[关键词] 思维能力; 培养; 策略; 初中数学

[中图分类号] G633.6 [文献标识码] A [文章编号] 1674-6058(2017)17-0029-02

数学学科逻辑性强、抽象性强、严密性强，在培养和锻炼学生思维能力方面具有显著的作用。教育学认为，数学学科是培养、锻炼学生思维能力的基础性学科。学生思维能力需要借助有效教学方式及手段进行培养和训练。数学教学的本质，就是数学思维活动的教学，就是学生在教师的指导下，学习他人的数学思维成果，开展思考分析、综合归纳等数学思维活动，从而逐步提升自身的数学素养。初中数学教师在具体教学过程中，要遵循学生思维发展规律，把培养学生的思维能力作为一项重要教学任务，贯彻和落实于教学的全过程。本人现结合自身的教学实践，谈谈培养初中生数学思维能力的策

**【例 7】** 妈妈让小明烧水给客人沏茶，烧开水要用 15 分钟，洗茶壶要用 1 分钟，洗茶杯要用 1 分钟，拿茶叶要用 2 分钟，小明估算了一下，完成这些工作要 20 分钟，为了使客人早点喝上茶，按你认为最合理的安排，多少分钟就能沏茶了？

解：先洗水壶用 1 分钟，接着烧开水用 15 分钟，在等待开水的过程中，同时洗茶杯，拿茶叶，水开了就沏茶，总共用了 16 分钟。

又因为烧开水的 15 分钟不能减少，烧水前必须洗水壶，所以用 16 分钟是最少的。

**【例 8】** 用一个平底锅来烙饼，每次能同时放两块饼，如果烙一块饼需要两分钟（正、反面各需 1 分钟），那么烙 3 块饼至少需要多少分钟呢？

解：假设三张饼分别是 1、2、3，两面分别为 A、B。第一分钟：烙 1A、2A，第二分钟：烙 1B、3A，第三分钟：烙 2B、3B，就都烙好了，所以至少需要 3 分钟。

**【例 9】** 6 个人各拿一只水桶到水龙头接水，水龙头注满 6 个人的水桶所需时间分别是 5 分钟、4 分钟、3 分钟、10 分钟、7 分钟、6 分钟。现在只有这一个水龙头可用，问怎样安排这 6 人的打水次序，可使他们总的等候时间最短？这个最短时间是多少？

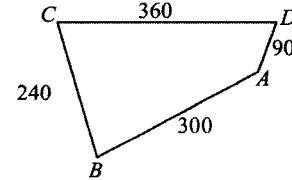
解：第一个人接水时，包括他本人在内，共有 6 个人等候，第二个人接水时，有 5 个人等候……第 6 个人接水时，只有他 1 个人等候。可见，等候的人越多（一开始时），接水时间应当越短，这样总的等候时间才会最少。因此，应当把接水时间按从少到多的顺序排列等候接水，这个最短时间是  $36+45+54+63+72+10=100$ （分钟）。

略。

## 一、以情感激发为先导，增强学生的思维能力

数学思维是数学学习的较高形式。教育心理学指出，良好的情感、积极的情态，能够为学生学习实践活动打下坚实的思想基础。要培养数学思维能力，需要学生保持旺盛的学习状态。但初中生思维活动的能动性不强、积极性不高。因此，初中数学教师在初中生数学思维能力的培养过程中，应注重对初中生能动情感的培养，运用情感激励的手段，挖掘出数学教材中，与现实生活紧密相连，与社会问题紧密相关的知识内容，设计出具有生动性、真实性和激励性的数学教学情境，激发他们

**【例 10】** 如图，某工地 A 有 20 辆卡车，要把 60 车渣土从 A 运到 B，把 40 车砖从 C 运到 D。问：如何调运最省汽油？



方案一：如果各派 10 辆车分别运渣土和砖，那么每运一车渣土要空车跑回 300 米，每运一车砖则要空车跑回 360 米，这样到完成任务。总共空车跑了  $300 \times 60 + 360 \times 40 = 32400$ （米）。

方案二：如果一辆从  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  跑一圈，那么每运一车渣土、运一车砖要空车跑  $240 + 90 = 330$  米。因此，先派 20 辆车都从 A 开始运渣土到 B，再空车开往 C 运砖到 D 后空车返回 A，这样每辆车跑两圈就完成了运砖任务。

然后再派这 20 辆车都从 A 运渣土到 B 再空车返回 A，则运渣土任务也完成了。

这里总共空车跑了  $330 \times 40 + 300 \times 20 = 19200$ （米）。

方案二比方案一减少跑空车 13200 米，这是最佳节约的调运方案。

（责任编辑 黄桂坚）