

# 刍议 IMM 理论框架对国内数学建模教学的启发——以苏教版为例

徐 昶

扬州大学数学科学学院 江苏扬州

**【摘要】**数学建模是六大核心素养之一，数学建模活动需要学生六大核心素养的综合参与，它培养和提高着学生的综合素质。然而国内大部分的高中数学建模教学还处在一个摸着石头过河的阶段。Interdisciplinary Mathematical Modeling 理论框架（后文简写为 IMM）<sup>[1]</sup>用于描述多学科背景下的数学建模过程，为数学建模过程提供了跨学科的新视角。本文结合 IMM 理论框架，从国内数学建模教学的困境出发，思考并得到了一些启发。

**【关键词】**IMM 理论框架；数学建模；核心素养；教学启发

**【收稿日期】**2024 年 1 月 18 日    **【出刊日期】**2024 年 3 月 21 日    **【DOI】**10.12208/j.aam.20240001

## A discussion on the inspiration of IMM theoretical framework for mathematical modeling teaching in China - a case study of Su Jiao Edition

Yang Xu

College of Mathematical Sciences, Yangzhou University, Yangzhou, Jiangsu

**【Abstract】**Mathematical modeling is one of the six core qualities. Mathematical modeling activities need the comprehensive participation of the six core qualities of students. It trains and improves the comprehensive quality of students. However, most of the high school mathematical modeling teaching in China is still in the stage of crossing the river by feeling the stones. The theoretical framework of Interdisciplinary Mathematical Modeling (IMM) [1] is used to describe the process of mathematical modeling in a multidisciplinary context, providing a new interdisciplinary perspective for the process of mathematical modeling. Based on the theoretical framework of IMM, this paper considers and gets some inspirations from the predicament of mathematical modeling teaching in China.

**【Keywords】** IMM theoretical framework; Mathematical modeling; Core literacy; Teaching inspiration

### 1 数学建模的概念

数学建模是对现实问题进行数学抽象，用数学语言表达问题、用数学方法构建模型解决问题的素养<sup>[2]</sup>。数学建模的研究对象是现实问题，它们来源于实际生产和生活情境中，这也是区别于其他数学活动的本质。

从数学建模的过程来看，是应用数学来解决实际问题的活动，也是从实际问题情境出发到最终的问题解决的一条路径。数学建模活动一般具有以下四个阶段：（1）选题（2）开题（3）做题（4）结题。具体过程为：在实际情境中从数学的视角发现问题——“会用数学的眼光观察世界”、提出问题——“问题提出（Problem Posing）”、分析问题——“会用数学的思维思考世界”、建立模型——“会用数学的语言表达世界”、确立参数、计算求解，检验结果、改进模型，最终解决实际问题<sup>[2]</sup>。

从所研究现实问题的分类来看，数学建模问题可分为以下三类：（1）优化决策类问题——例如苏教版选择性必修第一册的贷款方式选择问题<sup>[3]</sup>、（2）分析评价类问题——例如苏教版第一册的停车距离问题中要求先求解模型结果再给出建议<sup>[4]</sup>以及（3）综合类问题等。

综上所述，学生在数学建模活动中，能够发展“三会”和六大核心素养，提高“四能”。因此数学建模，

不仅单单是课标中的一个核心素养，而且是学生数学六大素养的“整车厂”和“炼金石”，特别有利于提高学生的实践能力和创新精神。

## 2 国内数学建模教学的问题和困境

### 2.1 数学建模理念——吃不透

首先，不少师范生或教师把数学应用题和数学建模混为一谈——认为数学建模过程就是求解一个数学应用题的过程<sup>[5]</sup>。这种未能理解两者特点、联系和区别，未能把握数学建模本质的现状一定会影响到实际数学建模的教学质量。其次，可能会出现把重点放在数学知识的解析上的偏颇<sup>[5]</sup>。以上都是教师对数学建模理论掌握得不到位造成的。

### 2.2 非数学能力——待提高

虽然数学建模活动离不开数学，但是在正式建立数学模型之前，是否能合理地理解题目、是否能正确高效地查阅资料，是学生碰到的第一个难关，是学生建立模型和解决问题的基础。首先，学生要能从题目中提炼和分析出必要的、有用的信息——即运用复杂情境下问题分析的能力。其次，学生根据这些信息，明确查阅资料的方向。最后，学生高效运用搜索技能，查阅得到相关资料。

### 2.3 小组合作——难开展

当数学建模活动以小组合作的形式展开时，由于学生习惯了独立学习，部分小组之间的合作和交流的过程会遇到阻碍。例如沟通不畅，意见不合，甚至怠慢或放弃数学建模的情况屡见不鲜。

### 2.4 问题案例——待丰富

教材上的数学建模案例给出了很好的示范。学校和一线教师应该基于课标和教材，积极思考和开发适合学生知识水平和能力的数学建模校本课程，努力提高问题案例的数量和种类，以培养和落实学生的数学建模素养。

## 3 IMM 理论框架

在跨学科的背景下，由于各个学科的特点不同，融合后的学科背景会变得综合和复杂，因此基于这种情形的问题背景下的数学建模的过程会变得更加综合和复杂。

跨学科数学建模理论框架——IMM (Interdisciplinary Mathematical Modeling) 由 Doğan 等人于 2019 年提出。IMM 可用来描述跨学科问题背景下的数学建模过程<sup>[1]</sup>。IMM 可以直接指导我们开发、实施和评价数学建模课程<sup>[1]</sup>。

IMM 描述的数学建模过程可以分为以下八个环节<sup>[1]</sup>（如图 1 所示）：

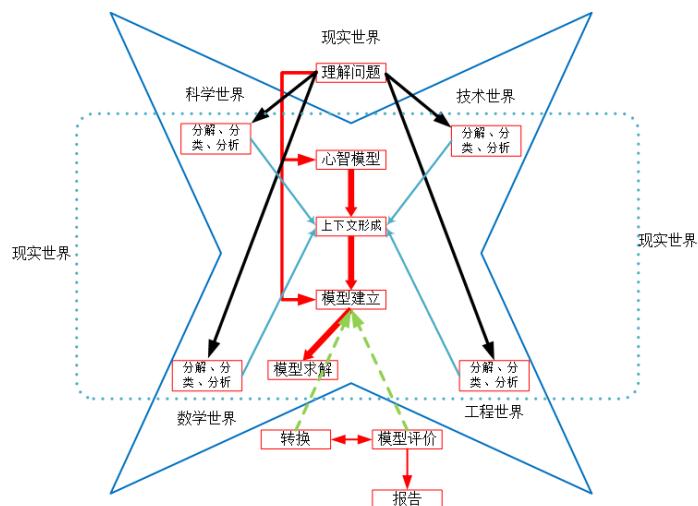


图 1 IMM 理论框架示意图

(1) 理解问题：明确问题的背景类型、问题的条件和要解决的具体目标，区分必要和不必要的因素和

变量。

- (2) 创建心智模型：产生想法、点子、假设和制定计划。
- (3) 分解、分类和分析：首先，对实际问题中简化的概念进行解析，并归类到合适的学科上。其次，把概念放到相关学科背景中，结合相关学科知识进行联系和理解。最后，形成清晰的问题上下文。
- (4) 数学化问题，建立模型：把心智模型转化为数学模型。
- (5) 运用数学方法或非数学方法，求解模型。
- (6) 转换：把模型的求解结果转换为实际情境下的意义。
- (7) 模型评价：评估模型求解结果的正确性和适用性。
- (8) 报告：用于展示数学建模的过程和结果。

对比我国课标对数学建模活动的描述、要求和实施建议，IMM 主要在课标中“分析问题”的环节强调了跨学科的意识和方法。IMM 主张将问题放到学科背景下进行肢解、归类和分析。一方面，这样有助于开阔分析问题的思路，有助于问题更全面地被解决。另一方面，一个数学建模问题的复杂和综合程度也更加直观化。教师可以根据问题所涉及的学科背景和“分解、分类和分析”环节判断问题的复杂度。

#### 4 IMM 理论框架对国内数学建模教学的启发

##### 4.1 助力校本案例和课程的开发、难度评估和选择

一方面数学建模的问题来源于现实世界，另一方面现实问题也可以通过数学建模被解决。数学建模的过程是现实世界问题数学化后被解决，并重新指导现实世界的过程，如图 2 所示。因此，保证数学建模过程是围绕解决“实际问题”的特征非常重要。

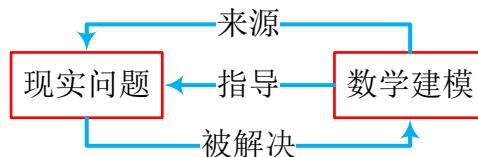


图 2 现实问题和数学建模的关系

IMM 提供了跨学科解析问题的视角，解释了数学建模问题是如何“实际化”的，又是如何可以被一步步“数学化”的。因此，教学工作者可以根据 IMM，从数学模型出发，结合学科背景，“逆向化”出实际问题。比如在开发过程中，可以以数学教师为核心，并同物理、化学、生物、社会科学等教师，协作开发具有丰富问题背景的数学建模案例。

IMM 从跨学科的视角观察问题的背景，可以直观地感受到问题的复杂程度，教学工作者可以此为依据，评估数学建模问题的难易程度，为不同背景和水平的学生选择合适的案例或课程。例如，消防局选址问题和芯片资源排布问题，虽然这两个问题都属于优化类问题，但是后者涉及物理、电路、芯片等相关学科专业知识，因此它的复杂程度远远高于更贴近生活情境的前者，选择时应遵循因材施教原则。另一方面，根据 IMM 的描述，可以很好地指导教师区分数学建模问题和数学应用题。

##### 4.2 指引教学的研究路径

首先，IMM 为学生的数学建模探究活动指明了一条研究路径，特别是问题的分析环节，为学生分析问题提供了可操作的步骤和方法。其次，从 IMM 的过程也可以发现，数学建模过程中不应过分侧重于模型建立和求解，复杂问题的肢解和分析也是学生需要训练和掌握的能力。因此，结合 IMM 可以更好地理解数学建模的各个环节过程，更好地把握数学建模的教与学，更好地指引教师把数学建模过程作为重点。以贷款方式选择问题<sup>[3]</sup>为例，其中“等额本金”和“等额本息”的概念属于学生不熟悉的金融领域，引导学生对问题进行分析和理解，在充分查阅资料的情况下再建立模型。上述对陌生概念的分析和理解的过程，和模型建立同等重要。

#### 4.3 鼓励“交叉”组队

根据 IMM 的描述, 进行数学建模的小组成员最好具备不同的能力和兴趣。这样, 成员可以根据自己的知识面各抒己见, 小组之间能集思广益, 发挥“ $1+1+1>3$ ”的效果, 有利于面对复杂学科背景下问题的分析和解决。教师在活动前分析建模问题的学科背景, 引导学生在组队前充分沟通, 鼓励学生以能力和兴趣“交叉”的形式组队。以停车距离问题<sup>[4]</sup>为例, 可以指导学生以数学、信息技术和物理为特长进行组队。

### 5 总结和展望

IMM 理论框架提供了新的研究角度和思路, 但是它的价值还需要在实践中被进一步检验和挖掘。下一步应该开发基于 IMM 理论框架的数学建模课程或案例, 并付诸教学实践。

### 参考文献

- [1] Fatih M D,Ramazan G,Zeynep E Ç, et al.Using Mathematical Modeling for Integrating STEM Disciplines: A Theoretical Framework[J].Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT),2019,10(3).
- [2] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订) [M].北京: 人民教育出版社, 2020.
- [3] 苏教版高中数学教材编写组.普通高中教科书数学选择性必修第一册[M].江苏: 江苏凤凰教育出版社, 2020.
- [4] 苏教版高中数学教材编写组.普通高中教科书数学必修第一册[M].江苏: 江苏凤凰教育出版社, 2020.
- [5] 王颖喆.关于中学数学建模教与学的思考[J].数学通报,2020,59(11).

版权声明: ©2024 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS