



# 妙用数学思想方法巧解初中数学例题

●江苏省苏州市工业园区独墅湖学校 胡新宇

与数学概念和原理相比,数学思想方法对于学生提升自身的思维、解题及实践能力都有着十分重要的作用,数学思想方法的培养能够帮助学生掌握清晰的数学知识和解题的技能与方法.初中数学教师需要认识到数学思想方法对学生能力提升的重要作用,将数学思想方法渗透在学生掌握数学知识的过程中.只有学生自己掌握了数学思想方法,才能够在面对具体例题时快速想出血题的方法,实现融会贯通.本文将结合实例对分类讨论、数形结合、转化三种数学思想方法进行简要分析与归纳.

## 一、分类讨论思想的运用

分类讨论思想就是指当所要研究的对象无法统一研究时,有必要按照一定的标准将需要研究的对象分类,然后对综合的、复杂的问题进行分解,将其变为单个的问题,再对每个问题进行分析,达到简化题目的效果.从本质上讲,分类讨论思想就是一种“将整体分为多个部分,分析每个部分,然后合成整体”的解题策略,具有明显的逻辑性、全面性与探索性.在初中数学知识中,分类讨论思想有多方面的应用.因此,初中数学教师需要重视分类讨论思想的教学,促使学生能够将其应用到解题中.

**例1** 已知关于 $x$ 的方程 $(a^2-1)x^2+2(a+2)x+1=0$ 有实数根,请求解方程中 $a$ 的取值范围.

**解析:**首先,教师需要引导学生对题目进行分析.通过分析,我们可以明确题干中并没有指出方程的次数.我们并不知晓关于 $x$ 的方程是一次方程还是二次方程.因此,在这道题的求解中,教师需要让学生运用分类讨论思想解题.将 $(a^2-1)$ 分为等于0和不同于0两种情况进行讨论:

(1)当 $a^2-1=0$ 时,得到 $a=\pm 1$ .

则方程 $(a^2-1)x^2+2(a+2)x+1=0$ 为一元一次方程,即 $2(a+2)x+1=0$ ,该方程有一个解.

(2)当 $a^2-1\neq 0$ ,即 $a\neq \pm 1$ 时,方程 $(a^2-1)x^2+2(a+2)x+1=0$ 为一元二次方程,则 $4(a+2)^2-4(a^2-1)\geq 0$ ,则 $a\geq -\frac{5}{4}$ ,且 $a\neq \pm 1$ .

所以,可以得到 $a$ 的取值范围是 $a\geq -\frac{5}{4}$ .

在解答本例题时,需要先对方程的次数进行分类讨论,接着进行相应的计算,从而使得结论能够更为完整.因此,初中数学教师要让分类讨论思想深入学生的脑海,促使学生养成思考是否需要分类讨论的习惯,将其转化为学生提升解题能力的一个重要“垫脚石”.

## 二、数形结合思想的运用

数形结合思想在初中数学教学中是学生最需要重视的思想方法之一,其在解题过程中的应用能够使得学生对题干中的定量关系进行分析,并对其几何意义进行了解与分析.这样,通过对数量之间的关系进行几何解释,能够使得题目变得直观且易于理解.同样,也可以将几何问题转化为代数问题,将问题化难为易.因此,在教学时,初中数学教师需要培养学生的数形结合思想,使得学生能够建立几何与代数之间的关系,探索并解决问题.

**例2** 如图1所示,已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$  ( $a\neq 0$ )的图像,请根据图像求解下列问题:

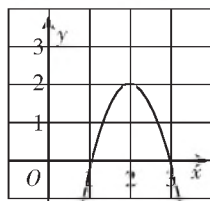


图1

(1)请求出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个实数根;

(2)求解不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集;

(3)求 $y$ 随 $x$ 的增大而减小的自变量 $x$ 的范围;

(4)假设 $ax^2+bx+c=k$ 有两个不相等的实数根,求解 $k$ 的取值范围.

**解析:**(1)在第(1)问的求解中,通过直接观察函数与方程的关系图像,就能够知道方程 $y=ax^2+bx+c$ 的两个根分别为1和3.

(2)题干已经告知我们二次函数与不等式的关系,通过观察图像,学生能够轻易地得到解集为 $1<x<3$ .

(3)题干要求学生写出 $y$ 随 $x$ 的增大而减小的自变量 $x$ 的取值范围,对图像进行分析可以知道在对称轴 $x=2$ 的右侧 $y$ 随着 $x$ 的增大而减小,所以,对图像进行分析以后就可以知道 $x$ 的解集是 $x>2$ .

(4)由图像可以知道,二次函数的顶点为(2,2),而与x轴的交点为(1,0)和(3,0),代入函数的解析式,可以求得a与c,接着由根的判别式可以求出k的取值范围.

通过本例题的解析,可以明白“数无形时少直觉,形少数时难入微”.因此,在初中数学教学过程中,教师必须重视学生数形结合思想的培育,促使学生能够在解题的过程中根据客观事物深层次的内在联系进行分析,从而在已知数时画图求直观、在已知图时列数求细节.

### 三、转化思想的运用

转化思想就是指将所要解决的问题转化为自己熟悉的问题,或者转化为较为容易求解的问题,然后对转化后的问题进行求解.转化思想也是初中数学教学中较为常用的解题思想方法.教师需要重点培养学生对转化思想的运用,促使学生能够在解题时对已知或未知、特殊或一般、动或静、抽象与具体进行转化,实现化难为易、化繁为简的目的.可以说,在初中数学教学中,转化思想是无处不在的,教师需要带领学生对这一思想进行具体掌握.

例3 如图2所示,一个圆柱体的底面周长是24cm,圆柱的高AB是5cm,而其直径为BC.假设现在有一只蚂蚁打算从点A爬向点C,蚂蚁需要爬行的最短路程是多少厘米?

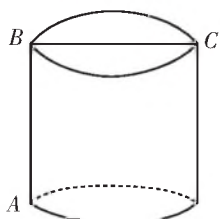


图2

解析:这一例题是典型的“蚂蚁行程问题”,题干中的圆柱体的表面是一个曲面,

蚂蚁从点A爬到点C的路径有无数条,要使其爬行路径最短,就需要将例题中的图形转化为平面图形,接着根据平面图形进行分析与研究.将圆柱的侧面展开,可以得到一个矩形,即图3,从而可以将路线求解问题转化为解直角三角形,即求解出A、C两点之间的距离,则完成本题.

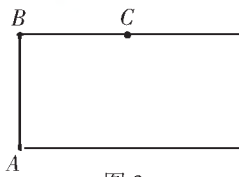


图3

综上所述,数学思想方法在解题过程中的运用不是学生对知识的简单理解,而是需要学生对题目进行理解后通过相应的数学思想方法求解的一个复杂过程.在这个过程中,学生需要分析题目、归纳知识点、比较并判断结果.因此,初中数学教师需要重点培养学生掌握数学思想方法,通过有意识的教学与反复练习,帮助学生将数学思想方法内化为自己的经验与习惯,从而真正掌握和灵活运用分类讨论思想、数形结合思想、转化思想等多种数学思想方法.

### 参考文献:

- [1] 于永莲.数学思想方法在初中数学问题解决教学中的应用[J].内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2012(2).
- [2] 李素艳.浅谈初中数学例题中基本数学思想方法的教学有效性[J].读与写(教育教学刊), 2014(12).
- [3] 马文兴.用数形结合思想巧解初中数学题[J].中学数学教学参考(中), 2016(8). F

(上接第44页)

由 $AD=DC$ ,得 $\frac{EP}{AP}=\frac{GE}{AD}=\frac{1}{2}$ .

证法2和证法3更常规.

综上所述,核心做法就是添平行线,课本上的做法,连接两个中点形成中位线,其实质也是平行线,只是那个位置恰好是中位线,那就更好了,因为这样不光有了位置关系,也有了数量关系,其实后两种做法更具有普适性.不是中点亦可添平行线,构造相似或平行线分线段成比例,慢慢把所要求的线段比求出来.

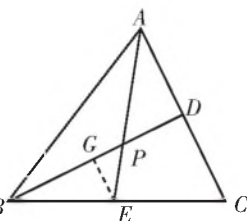


图8

### 二、教学思考

《义务教育数学课程标准(2011年版)》中指出:“教师应成为学生数学学习活动的组织者、引导者、合作者,为学生的发展提供良好的环境和条件.教师的‘组织’作用主要体现在两个方面:第一,教师应当准确把握教学内

容的数学实质和学生的实际情况,确定合理的教学目标,设计一个好的教学方案;第二,在教学活动中,教师要选择适当的教学方式,因势利导、适时调控、努力营造师生互动、生生互动、生动活泼的课堂氛围,形成有效的学习活动.教师的‘引导’作用主要体现在:通过恰当的问题,或者准确、清晰、富有启发性的讲授,引导学生积极思考、求知求真,激发学生的好奇心;通过恰当的归纳和示范,使学生理解知识、掌握技能、积累经验、感悟思想.”

本文通过看似简单的问题,环环相扣地引导学生对 midpoint 进行分类,对于简单问题,运用现有知识和技能,对于复杂问题,求助课本,进一步解读课本中穿插的方法,建立模型,进而熟练运用.

### 参考文献:

- [1] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社, 2012. F