

运用数学知识巧解物理问题

广东 李碧娟

各地物理中考都注重能力考查,其中比较突出考查了运用数学知识分析和解决物理问题的能力,它对提高学生素质起着十分重要的作用。运用数学知识分析和解决中学物理问题,就是从物理学的基本概念、规律出发,根据具体问题列出物理量之间的关系,准确地按物理模型与数学方法作出几何图形、函数图象、列出方程式或不等式等,进行推导和求解,从而使问题得到圆满解答。下面通过典型例解,谈谈运用数学知识求解物理问题。

一、运用等比性质求解

许多物理量之间的关系可用比例式 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 来表示,运用等比性质,如:

$$(1) \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \text{ (反比定理)}$$

$$(2) \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ 或 } \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ (更比定理)}$$

$$(3) \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \text{ (合比定理)}$$

$$(4) \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \text{ (分比定理)}$$

$$(5) \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \text{ (合分比定理)}$$

……运用这些等比性质可求解物理问题。

例 1 飞机设计师为减轻飞机的重力,将一钢制零件改为铝制零件,使其质量减少 104 kg,则所需铝的质量是()。

- A. 35.5 kg B. 54 kg
C. 104 kg D. 158 kg

($\rho_{\text{钢}} = 7.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{铝}} = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)

解析:钢制零件改为铝制零件,质量改变而体积不变。由密度公式 $\rho = \frac{m}{V}$ 得 $V = \frac{m}{\rho}$, 利用体积不变。

建立比例式 $m_{\text{钢}}/\rho_{\text{钢}} = m_{\text{铝}}/\rho_{\text{铝}}$, 即 $\frac{m_{\text{钢}}}{m_{\text{铝}}} = \frac{\rho_{\text{铝}}}{\rho_{\text{钢}}}$

由分比定理得 $\frac{m_{\text{钢}} - m_{\text{铝}}}{m_{\text{铝}}} = \frac{\rho_{\text{钢}} - \rho_{\text{铝}}}{\rho_{\text{铝}}}$, 所以 $m_{\text{铝}} = \frac{\rho_{\text{铝}}(m_{\text{钢}} - m_{\text{铝}})}{\rho_{\text{钢}} - \rho_{\text{铝}}} = \frac{2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 104 \text{ kg}}{(7.9 - 2.7) \times 10^3 \text{ kg/m}^3} = 54 \text{ kg}$. 本题答案选 B.

例 2 如图 1 所示,已知 $R_1 : R_2 = 3:1$, 电路的总流 $I = 0.8 \text{ A}$, 那么通过 R_1 和 R_2 的电流分别是 $I_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ A 和 $I_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ A

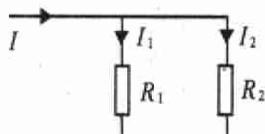


图 1

$$= \underline{\hspace{2cm}} \text{ A.}$$

解析:从电路图可知,电阻 R_1 、 R_2 是并联,根据并联电路的特点有: $I = I_1 + I_2$, $I_1 : I_2 = R_2 : R_1$, 运用合比定理得:

$$\frac{I_1 + I_2}{I_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \frac{4}{3}, \text{ 所以 } I_2 = \frac{3}{4} I = \frac{3}{4} \times 0.8 \text{ A} = 0.6 \text{ A}$$

$$\times 0.8 \text{ A} = 0.6 \text{ A}, \text{ 又 } I_1 = I - I_2 = 0.8 \text{ A} - 0.6 \text{ A} = 0.2 \text{ A.}$$

二、运用不等式组求解

有不等式组 $x > 2$, $x > 5$, 则不等式组的解是 $x > 5$. 物理量之间的关系可写成不等式组,由不等式组解可解答物理问题.

例 3 某同学在做凸透镜成像实验时,记录情况如下表:

次序	烛焰到透镜距离(cm)	像的性质
1	16	倒立缩小的实像
2	10	倒立放大的实像
3	4	正立放大的虚像

由上表和凸透镜成像规律可推知:凸透镜的焦距范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

解析:根据凸透镜成像规律可知:

- (1) 成倒立缩小的实像时, $u > 2f$;
- (2) 成倒立放大的实像时, $f < u < 2f$;
- (3) 成正立放大的虚像时, $u < f$.

代入实验数据可得如下不等式组:

$$f < 8 \text{ cm}$$

$$f > 5 \text{ cm}$$

$$f < 10 \text{ cm}$$

$$f > 4 \text{ cm}$$

由不等式组解得: $5 \text{ cm} < f < 8 \text{ cm}$. 所以,凸透镜的焦距范围是大于 5 cm 而小于 8 cm.

三、运用图象求解

物理图象是一种函数图象,它直观表示两个物理量之间的变化规律.此外,图线的截距、斜率和图线下的面积还表示一定的物理意义.我们可以运用物理图象这些含义求物理问题.

例 4 图 2 是一个同学用相同的酒精灯给质量相等的甲、乙两种物质加热时,根据测量结果描绘的温度—时间图象.由图可知,甲物质的比热容 $\underline{\hspace{2cm}}$ 乙物质的比热容($>$ 、 $=$ 或 $<$). 其中 $\underline{\hspace{2cm}}$ 物质是晶体.



★巧思妙解

解析:由题意和题图可知,质量相等的两种物质,在相同时间内吸收的热量相同,且它们的初温也相同,但甲物质温升较快.根据 $Q_{吸} = cm(t - t_0)$ 可知,甲物质的比热容小于乙物质的比热容.从温度—时间图象可知,甲物质在熔化过程中温度保持不变,所以甲物质是晶体.

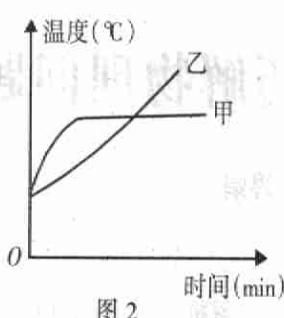


图 2

例 5 图 3 中的 1、2、3, 是用伏安法测得三个不同阻值的定值电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 所得出的电流与电压的关系图线, 请判断三个电阻中哪个阻值最大? 哪个阻值最小? 并简要说明理由.

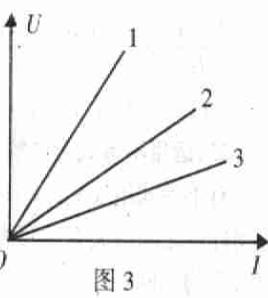


图 3

解析:在图 3 中直线 1、2、3 上的点横坐标表示电流 I , 纵坐标表示电压 U , 根据电阻公式 $R = \frac{U}{I}$ 可知, 直线 1、2、3 的斜线就是三个电阻的阻值 R_1 、 R_2 、 R_3 . 由图 3 可知, 直线 1 斜率最大, 直线 3 的斜率最小. 因此, R_1 的阻值最大, R_3 的阻值最小.

四、运用几何图形求解

有些物理概念、规律是用几何的线、面、角来表示的. 因此, 在解这类物理问题时, 要通过几何作用图进行分析求解.

例 6 如图 4 所示, 平面镜 AB 、 BC 互相垂直, 一束光线 PO 斜射在平面镜 AB 上, 经两块平面镜反射后, 反射光线与入射光线所成的角为 度.

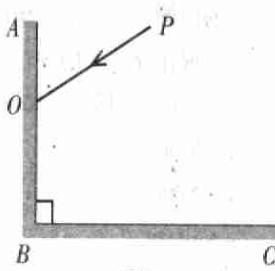


图 4

解析:此题可运用光的反射定律和几何作图的方法来求解. 按题意作光路图, 如图 5 所示. 两法线交于 M , $\angle OMO' = 90^\circ$. 由光的反射定律可知 $\angle \beta = \angle \alpha$, $\angle \beta' = \angle \alpha'$. 根据几何知识, 在三角形 $OO'M$ 中, 有 $\angle \beta + \angle \alpha' = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. 所以,

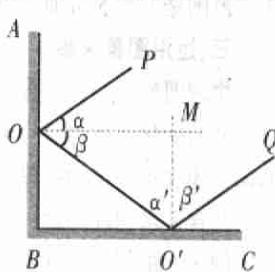


图 5

$\angle \alpha + \angle \beta + \angle \alpha' + \angle \beta' = 2 \times 90^\circ = 180^\circ$, 即 OP 与 $O'Q$ 它们相互平行, 但方向相反. 所以, 反射光线与入射光

线所成的角为 180° , 也就是说经两个平面镜反射后的光线与入射光线平行且方向相反.

五、运用三角函数求解

有些物理量之间关系可用三角函数表示, 所以相关的物理问题应用三角函数知识就能迎刃而解.

例 7 如图 6 所示, 杠杆 OA 在力 F_1 、 F_2 的作用下保持水平静止状态, 杠杆的自重不计, O 为杠杆的支点, $F_1 = 12.5\text{ N}$, 它的方向与 OA 垂直, $OB = 15\text{ cm}$, $OA = 25\text{ cm}$, 则 $F_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ N.

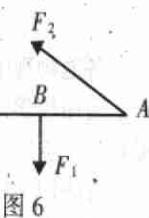


图 6

解析:由于杠杆保持水平静止状态, 根据杠杆平衡条件可得, $F_1 L_1 = F_2 L_2$. 力臂 $L_1 = OB = 15\text{ cm}$, $L_2 = OA \sin 30^\circ = 25\text{ cm} \times \frac{1}{2} = 12.5\text{ cm}$. 则

$$F_2 = \frac{L_1}{L_2} \times F_1 = \frac{15\text{ cm}}{12.5\text{ cm}} \times 12.5\text{ N} = 15\text{ N}.$$

随着学习的深入, 知识在不断丰富, 运用数学知识解决物理问题也应有所提高. 例如, 在高中学习中用方程式表示物理量之间关系时, 适当选择某物理量作为未知量, 通过巧妙的变换使该物理量出现二次项, 成为一个一元二次方程, $ax^2 + bx + c = 0$, 再利用判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 求解. $\Delta \geq 0$ 时有实根, 取等号时为极值.

例 8 在做凸透镜成像规律实验中, 烛焰和光屏间的距离为 L , 在它们中间放一个凸透镜, 凸透镜的焦距是 f , 则要使烛焰的像成在屏上, L 至少是多少?

解析:设物距为 u , 像距为 v . 则

$$u + v = L \quad (1)$$

由凸透镜成像公式得

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \quad (2)$$

由(1)(2)式得, $u^2 - Lu + Lf = 0$.

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = L^2 - 4Lf$.

烛焰能成像于屏上, u 为实根, $\Delta \geq 0$. 即 $L^2 - 4Lf \geq 0$, 解得 $L \geq 4f$.

所以要使烛焰成像于屏上, L 至少为 $4f$.

一般解决中学物理问题, 需要用到的初等数学知识主要有: 一次函数、二次函数、反比例函数、三角函数及其图象, 基本不等式和圆、三角形、抛物线、双曲线基本几何图形等知识. 涉及到的初等数学方法主要有: 比例法、列方程法、数列法、不等式法、图象法、几何法、极值法、递推法、微元分析法等. 数理结合是探索自然奥秘的一种有效方法, 我们应在知识、方法和能力上实现正向迁移, 在物理教学中培养“数学能力”, 在数学应用中提高“物理素养”.