



巧解生活中的数学难题

广西南宁职业技术学院(530008) 蒋邕平 蒋科新

[摘要]研究一些生活中的数学难题的解法,可以开阔学生视野,培养学生思维.

[关键词]巧解;数学难题;生活

[中图分类号] G633.6 [文献标识码] A [文章编号] 1674-6058(2017)17-0028-02

数学是思维的体操.数学是神奇的、有魅力的,它在更深的层面上揭开了自然界和人类社会的内在规律.数学源于生活,寓于生活,用于生活.数学是一种思维方法、一种推理方法.数学思维是数学的灵魂,是分析和解决问题的基础、导向和金钥匙.下面我们来看看如何用智慧巧解数学难题.

【例1】 (农夫分牛问题)农夫养牛17头,临死前要把这17头牛分给自己的3个儿子.遗嘱是这样的:老大得 $1/2$,老二得 $1/3$,老三得 $1/9$.既不能把牛杀死,也不能卖了分钱.农夫死后,兄弟3人怎么分呢?

这是著名的农夫分牛问题.在许多趣味数学书中有收录,但是都没有给出解题的思路和隐藏的数学问题.

解:先借邻居一头牛,就好分了.这样,老大得到18的 $1/2$ 为9头,老二得到 $1/3$ 为6头,老三得到 $1/9$ 为2头,合计刚好为17头,剩下1头牛还给邻居.

这样分牛方法到底合理吗?也就是说,老大、老二和老三得到的牛数是否真的与农夫的遗嘱丝毫不差?我们来看下面的数学证明过程.

证明:第一次分后,老大得 $17 \times 1/2$ 头牛,老二得 $17 \times 1/3$ 头牛,老三得 $17 \times 1/9$ 头牛.按照农夫的遗嘱,第一次分后,不能够把17头牛完全分完,还剩下 $17/18$ 头牛.必须按照遗嘱继续分掉剩下的牛.

第二次分后,牛也没有分完,还剩下牛 $17/182$,继续分牛.

继续分下去,这是一个收敛的无穷级数,也就是说,老大得到的牛头数为 $17 \times 1/2 + 17/18 \times 1/2 + 17/182 \times 1/2 + 17/183 \times 1/2 + \dots$

老二得的牛头数为 $17 \times 1/3 + 17/18 \times 1/3 + 17/182 \times 1/3 + 17/183 \times 1/3 + \dots$

老三得的牛头数为 $17 \times 1/9 + 17/18 \times 1/9 + 17/182 \times 1/9 + 17/183 \times 1/9 + \dots$

计算级数 $1/18 + 1/182 + 1/183 + \dots = 1/17$,经过级数计算可见,分牛方法完全合理.

【例2】 1元钱一瓶汽水,喝完后两个空瓶换一瓶汽水,问:你有20元钱,最多可以喝到几瓶汽水?

解:第一次可买到20瓶,喝完后有20个空瓶;第二次可换到10瓶,喝完后有10个空瓶;第三次可换到5瓶,喝完后有5个空瓶;第四次可换到2瓶,剩一个空瓶,喝完后有共有3个空瓶;第五次可换到1瓶,剩一个空瓶,喝完后有共有2个空瓶;第六次可换到1瓶,喝完后有1个空瓶,可借1个空瓶,共2个空瓶;第七次可换到1瓶,喝完后剩1个空瓶,可还上借的那个空瓶.因此一共可喝到40瓶.

【例3】 有只猴子在树林采了100根香蕉堆成一堆,猴子家离香蕉堆50米,猴子打算把香蕉背回家,每次最多能背50根,可是猴子嘴馋,每走一米要吃一根香蕉,问猴子最多能背几根香蕉回家?

解:猴子先背50根到25米处,这时,吃了25根,还有25根,放下.回头再背剩下的50根,走到25米处时,又吃了25根,还有25根.再拿起地上的25根,一共50根,继续往家走,一共25米,要吃25根,还剩25根到家.

【例4】 假设有一个池塘,里面有无穷多的水.现有2个空水壶,容积分别为5升和6升.问题是如何利用这2个水壶从池塘里取得3升的水?

解:先用5升壶装满水后倒进6升壶里,再将5升壶装满水向6升壶里倒,使6升壶装满水为止,此时5升壶里还剩4升水;将6升壶里的水全部倒掉,将5升壶里剩下的4升水倒进6升壶里,此时6升壶里只有4升水,再将5升壶装满水,向6升壶里倒,使6升壶里装满水为止,此时5升壶里就只剩下3升水了.

【例5】 某沙漠通讯班接到紧急命令,让他们火速将一份情报送过沙漠.现在已知沙漠通讯班成员只有靠步行穿过沙漠,每个人步行穿过沙漠的时间均为12天,而每个人最多只能带8天的食物,请问,在假定每个人饭量大小相同,且所能带的食物相同的情况下,沙漠通讯班能否完成任务?如果能,那么最少需要几人才能将情报送过沙漠,怎么送?

解:最少需要3人才能将情报送过沙漠.

因最后一个人过沙漠送情报, $12 - 8 = 4$,需要别人为他提供4天的食物. $8 - 4 = 4$.在第四天返回的人共用 $4 \times 2 = 8$ 天的食物. $8 - 8 = 0$,自带食物无剩余.应有别人为他们提供4天的食物. $(8 - 4) / 2 = 2$.为他们提供食物的人在第二天返回.三人同行.走二天后,一人给另两人各两天食物,自带两天食物返回.走四天后,第二人给第三人两天食物,自带四天食物返回.

这时第三人有 $8 - 2 + 2 - 2 + 2 = 8$ 天的食物.第三人一共可行 $8 + 4 = 12$ 天.

【例6】 某医院有一架天平,只剩下两个砝码,一个是5克,另一个是30克,如何用这两个砝码,在天平上只称两次就把300克的药品分成两份,一份100克,一份200克?写出简要的操作过程.

解:将5克和30克砝码一起放上,称量出35克药品.然后用称量出的35克药品和5克及30克砝码一起做砝码,称量出70克药品.将称量出的70克药品和做砝码的30克药品放在一起,100克药品就称出来了,剩下的就是200克药品.

初中生数学思维能力培养策略

江苏苏州市吴江区平望第二中学(215221) 褚黎明

[摘要] 数学学科能很好地培养、锻炼学生思维能力. 数学教师应该认真研究在教学过程中培养学生思维能力的策略.

[关键词] 思维能力; 培养; 策略; 初中数学

[中图分类号] G633.6 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1674-6058(2017)17-0029-02

数学学科逻辑性强、抽象性强、严密性强, 在培养和锻炼学生思维能力方面具有显著的作用. 教育学认为, 数学学科是培养、锻炼学生思维能力的基础性学科. 学生思维能力需要借助有效教学方式及手段进行培养和训练. 数学教学的本质, 就是数学思维活动的教学, 就是学生在教师的指导下, 学习他人的数学思维成果, 开展思考分析、综合归纳等数学思维活动, 从而逐步提升自身的数学素养. 初中数学教师在具体教学过程中, 要遵循学生思维发展规律, 把培养学生的思维能力作为一项重要教学任务, 贯彻和落实于教学的全过程. 本人现结合自身的教学实践, 谈谈培养初中生数学思维能力的策

略.

一、以情感激发为先导, 增强学生的思维能力

数学思维是数学学习的较高形式. 教育心理学指出, 良好的情感、积极的情态, 能够为学生学习实践活动打下坚实的思想基础. 要培养数学思维能力, 需要学生保持旺盛的学习状态. 但初中生思维活动的能动性不强、积极性不高. 因此, 初中数学教师在初中生数学思维能力的培养过程中, 应注重对初中生能动情感的培养, 运用情感激励的手段, 挖掘出数学教材中, 与现实生活紧密相连, 与社会问题紧密相关的知识内容, 设计出具有生动性、真实性和激励性的数学教学情境, 激发他们

【例 7】 妈妈让小明烧水给客人沏茶, 烧开水要用 15 分钟, 洗茶壶要用 1 分钟, 洗茶杯要用 1 分钟, 拿茶叶要用 2 分钟, 小明估算了一下, 完成这些工作要 20 分钟, 为了使客人早点喝上茶, 按你认为最合理的安排, 多少分钟就能沏茶了?

解: 先洗水壶用 1 分钟, 接着烧开水用 15 分钟, 在等待开水的过程中, 同时洗茶杯, 拿茶叶, 水开了就沏茶, 总共用了 16 分钟.

又因为烧开水的 15 分钟不能减少, 烧水前必须洗水壶, 所以用 16 分钟是最少的.

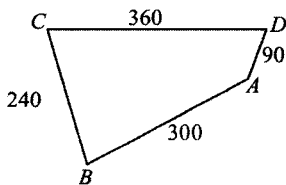
【例 8】 用一个平底锅来烙饼, 每次能同时放两块饼, 如果烙一块饼需要两分钟(正、反面各需 1 分钟), 那么烙 3 块饼至少需要多少分钟呢?

解: 假设三张饼分别是 1、2、3, 两面分别为 A、B. 第一分钟: 烙 1A、2A, 第二分钟: 烙 1B、3A, 第三分钟: 烙 2B、3B, 就都烙好了, 所以至少需要 3 分钟.

【例 9】 6 个人各拿一只水桶到水龙头接水, 水龙头注满 6 个人的水桶所需时间分别是 5 分钟、4 分钟、3 分钟、10 分钟、7 分钟、6 分钟. 现在只有这一个水龙头可用, 问怎样安排这 6 人的打水次序, 可使他们总的等候时间最短? 这个最短时间是多少?

解: 第一个人接水时, 包括他本人在内, 共有 6 个人等候, 第二个人接水时, 有 5 个人等候……第 6 个人接水时, 只有他 1 个人等候. 可见, 等候的人越多(一开始时), 接水时间应当越短, 这样总的等候时间才会最少. 因此, 应当把接水时间按从少到多的顺序排列等候接水, 这个最短时间是 $36+45+54+63+72+10=100$ (分钟).

【例 10】 如图, 某工地 A 有 20 辆卡车, 要把 60 车渣土从 A 运到 B, 把 40 车砖从 C 运到 D. 问: 如何调运最省汽油?



方案一: 如果各派 10 辆车分别运渣土和砖, 那么每运一车渣土要空车跑回 300 米, 每运一车砖则要空车跑回 360 米, 这样到完成任务. 总共空车跑了 $300 \times 60 + 360 \times 40 = 32400$ (米).

方案二: 如果一辆从 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 跑一圈, 那么每运一车渣土、运一车砖要空车跑 $240+90=330$ 米. 因此, 先派 20 辆车都从 A 开始运渣土到 B, 再空车开往 C 运砖到 D 后空车返回 A, 这样每辆车跑两圈就完成了运砖任务.

然后再派这 20 辆车都从 A 运渣土到 B 再空车返回 A, 则运渣土任务也完成了.

这里总共空车跑了 $330 \times 40 + 300 \times 20 = 19200$ (米).

方案二比方案一减少跑空车 13200 米, 这是最佳节油的调运方案.

(责任编辑 黄桂坚)