

### Tarea #3: pre-examen 2

1. Explique en sus palabras cuál es la relación entre derivaciones por la izquierda y por la derecha con los métodos de *parseo top-down* y *bottom-up*. ¿Qué son “forma sentencial” y “sentencia”?  
**R/** *Top-down* busca construir una derivación por la izquierda, *bottom-up* construye una derivación por la derecha. Una forma sentencial es un “paso” en una derivación, y una sentencia es la última forma sentencial de una derivación, compuesta únicamente por los terminales *parseados*.

2. ¿Por qué las gramáticas LR(0) no pueden tener producciones nulas (o sea, con la forma  $A \rightarrow \varepsilon$ )?  
**R/** Al construir el autómata LR(0), una producción nula  $A \rightarrow \varepsilon$  se convertiría en un *item*  $A \rightarrow \cdot$ , que indica una reducción. El problema es que un no-terminal  $A$  no puede estar únicamente a la cabeza de una producción nula, porque entonces sería inútil (siempre que aparezca  $A$  en otra producción lo tendríamos que ignorar porque simplemente es  $\varepsilon$ ). A consecuencia, la producción nula forzaría siempre a un conflicto *shift/reduce*, ya que nos llenaría toda una fila de la tabla de *parseo* con reducciones, incluso la celda donde cualquier otro *item* no nulo con  $A$  a la cabeza nos indique que tenemos que hacer *shift*.

3. Considere la siguiente gramática:

$$S \rightarrow A \quad (1)$$

$$A \rightarrow \mathbf{a}BE \quad (2)$$

$$B \rightarrow \mathbf{b}CD \quad (3)$$

$$C \rightarrow \mathbf{c} \quad (4)$$

$$D \rightarrow \mathbf{d} \quad (5)$$

$$E \rightarrow \mathbf{e}FG \quad (6)$$

$$F \rightarrow \mathbf{f} \quad (7)$$

$$G \rightarrow \mathbf{g} \quad (8)$$

Suponga que se *parsea* el *string* “abcdefg”. Si el *parser* es LL(1), ¿en qué orden se han de utilizar las producciones durante el *parseo*? ¿En qué orden se utilizarán si el *parser* es [Canonical] LR(1)?

**R/** LL(1): 1 2 3 4 5 6 7 8; LR(1): 4 5 3 7 8 6 2 1

4. La siguiente gramática no es LL(1):

$$Addr \rightarrow Name @ Name . id$$

$$Name \rightarrow id | id . Name$$

Explique por qué, y modifíquela para que sea LL(1).

**R/** No es LL(1) porque los conjuntos FIRST de los cuerpos de *Name* no son mutuamente exclusivos. Empezamos factorizando *Name*:

$$Name \rightarrow id Name'$$

$$Name' \rightarrow \varepsilon | .Name$$

Ahora el problema es que el FIRST de “.Name” y el FOLLOW de *Name'* comparten ‘.’, pero lo podemos arreglar fácilmente intercambiando las posiciones de *Name* y *id* en *Addr*, así:

$$Addr \rightarrow Name @ id . Name$$

Esto se comprende al observar que esta gramática produce cadenas de **id** separadas por puntos, luego una arroba, y luego más **id** separados por puntos. Y ya. Quizás querramos reemplazar la ocurrencia de *Name* por su cuerpo en *Name'* sólo para evitar dar una vuelta por gusto. Al final, la gramática quedaría así:

$$Addr \rightarrow Name @ id . Name$$

$$Name \rightarrow id Name'$$

$$Name' \rightarrow \varepsilon \mid . Name$$

con la opción de que la última producción sea  $Name' \rightarrow \varepsilon \mid . id Name'$ .

5. La siguiente gramática no es LL(1):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \text{noun} \mid \text{noun and noun} \mid M, \text{noun}, \text{and noun} \\ M &\rightarrow M, \text{noun} \mid \text{noun} \end{aligned}$$

Explique por qué, modifíquela para que sea LL(1) y construya los conjuntos FIRST, FOLLOW y la tabla de *parseo* predictivo. Luego, *parsee* el *string* "noun, noun, and noun".

**R/** No es LL(1) por varias razones: las diferentes producciones para *S* tienen elementos en común en sus conjuntos FIRST. Además, es recursiva por la izquierda por culpa de *M*. Para hacerla LL(1) empezamos por factorizar *S* de la siguiente forma:

$$S \rightarrow \text{noun } Z$$

$$Z \rightarrow \varepsilon \mid \text{and noun}$$

Dejemos la última producción de *S* pendiente por el momento. Si eliminamos la recursión inmediata en *M* obtenemos:

$$M \rightarrow \text{noun } M'$$

$$M' \rightarrow , \text{noun } M' \mid \varepsilon$$

Ahora podríamos reemplazar *M* por su nuevo cuerpo en la producción pendiente de *S*, lo cual nos llevaría a la factorización

$$Z \rightarrow \varepsilon \mid \text{and noun} \mid M', \text{noun}, \text{and noun}$$

Con estos cambios introdujimos un problema: como una de las formas de *M'* puede generar  $\varepsilon$ , es necesario que FIRST(*, noun M'*) y FOLLOW(*M'*) sean mutuamente exclusivos para que la gramática sea LL(1), y notaremos que este no es el caso por culpa de la tercera forma de *Z*. Lo primero que podemos hacer es observar que en  $Z \rightarrow M', \text{noun}, \text{and noun}$  podríamos eliminar un "*, noun*", ya que es redundante con *M'*. Queda entonces  $Z \rightarrow M', \text{and noun}$ . Sin embargo, el problema persiste pues FIRST(*, noun M'*) y FOLLOW(*M'*) todavía comparten la coma. Como eso no sirvió de nada, otra forma de aprovechar dicha redundancia sería cambiar el orden de estos factores en la producción, resultando  $Z \rightarrow , \text{noun } M', \text{and noun}$ . La coma sigue dando problema, entonces en lugar de ese cambio buscaremos quitarnos la necesidad de cumplir con esa condición. Es decir que si logramos que *M'* no pueda generar  $\varepsilon$  eliminamos la necesidad de que FIRST(*, noun M'*) y FOLLOW(*M'*) sean mutuamente exclusivos. Tomando  $Z \rightarrow , \text{noun } M', \text{and noun}$ ; como el problema es la coma podríamos remover todo lo que sigue a *M'* y, viendo que ahora *M'* debe "terminar" *Z*, trasladamos "*, and noun*" hacia *M'*, logrando

$$Z \rightarrow , \text{noun } M'$$

$$M' \rightarrow , \text{noun } M' \mid , \text{and noun}$$

Casi funciona, pero ahora los FIRSTs de los cuerpos de  $M'$  no son mutuamente exclusivos porque ambos son “,”. Si movemos la coma de la siguiente forma  $M' \rightarrow \text{noun}, M'$  eliminamos su necesidad en la otra forma de  $M'$ , quedando

$$M' \rightarrow \text{noun}, M' \mid \text{and noun}$$

Lo último que hay que ajustar es que como ahora  $M'$  ya no inicia con coma, debemos agregarla en  $Z$  para evitar la posibilidad de un *string* que incluya “, noun noun” (nótese que hay dos “noun” seguidos). La gramática, al final, queda así:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \text{noun } Z \\ Z &\rightarrow \varepsilon \mid \text{and noun} \mid , \text{noun}, M' \\ M' &\rightarrow \text{noun}, M' \mid \text{and noun} \end{aligned}$$

Ahora podemos construir la tabla de *parseo*, en el proceso computando los correspondientes conjuntos FIRST y FOLLOW:

FIRST(**noun**  $Z$ ) = {**noun**}, entonces

	,	and	noun	\$
$S$			$S \rightarrow \text{noun } Z$	

FIRST(**and noun**) = {**and**}

FIRST(**,** **noun**,  $M'$ ) = {**,**}, entonces

	,	and	noun	\$
$S$			$S \rightarrow \text{noun } Z$	
$Z$	$Z \rightarrow , \text{noun}, M'$	$Z \rightarrow \text{and noun}$		

$Z$  puede generar  $\varepsilon$  entonces debemos considerar FOLLOW( $Z$ ) = FOLLOW( $S$ ) = {\$}

	,	and	noun	\$
$S$			$S \rightarrow \text{noun } Z$	
$Z$	$Z \rightarrow , \text{noun}, M'$	$Z \rightarrow \text{and noun}$		$Z \rightarrow \varepsilon$

Finalmente, FIRST(**noun**,  $M'$ ) = {**noun**}, entonces

	,	and	noun	\$
$S$			$S \rightarrow \text{noun } Z$	
$Z$	$Z \rightarrow , \text{noun}, M'$	$Z \rightarrow \text{and noun}$		$Z \rightarrow \varepsilon$
$M'$		$M' \rightarrow \text{and noun}$	$M' \rightarrow \text{noun}, M'$	

Ahora sólo queda *parsear* “noun, noun, and noun”.

Matched	Stack	Input	Action
	$S\$$	noun, noun, and noun	
	<b>noun</b> $Z\$$	noun, noun, and noun	$S \rightarrow \textbf{noun } Z$
noun	$Z\$$	, noun, and noun	Match(noun)
noun	, <b>noun</b> , $M'\$$	, noun, and noun	$Z \rightarrow \textbf{noun}, M'$
noun,	<b>noun</b> , $M'\$$	noun, and noun	Match(,)
noun, noun	, $M'\$$	, and noun	Match(noun)
noun, noun,	$M'\$$	and noun	Match(,)
noun, noun,	<b>and noun</b> $\$$	and noun	$M' \rightarrow \textbf{and noun}$
noun, noun, and	<b>noun</b> $\$$	noun	Match(and)
noun, noun, and noun	$\$$		Match(noun)

6. ¿Qué tipo de los *parsers* vistos en clase podría *parsear* la siguiente gramática?

1.  $S \rightarrow R$
2.  $R \rightarrow RR$
3.  $R \rightarrow R \mid R$
4.  $R \rightarrow R^*$
5.  $R \rightarrow \epsilon$
6.  $R \rightarrow a$
7.  $R \rightarrow (R)$

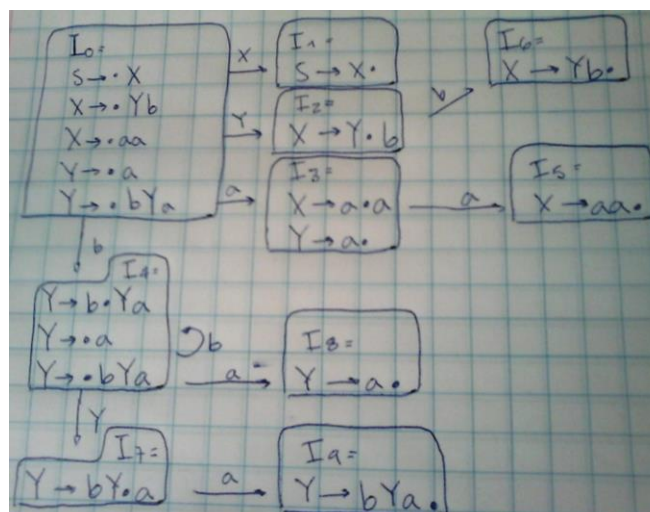
**R/** Ninguno, porque la gramática es ambigua (prueben hacer una derivación para “a”).

7. Construya el autómata LR(0) para la siguiente gramática:

- $$\begin{aligned} S &\rightarrow X \\ X &\rightarrow Yb \mid aa \\ Y &\rightarrow a \mid bYa \end{aligned}$$

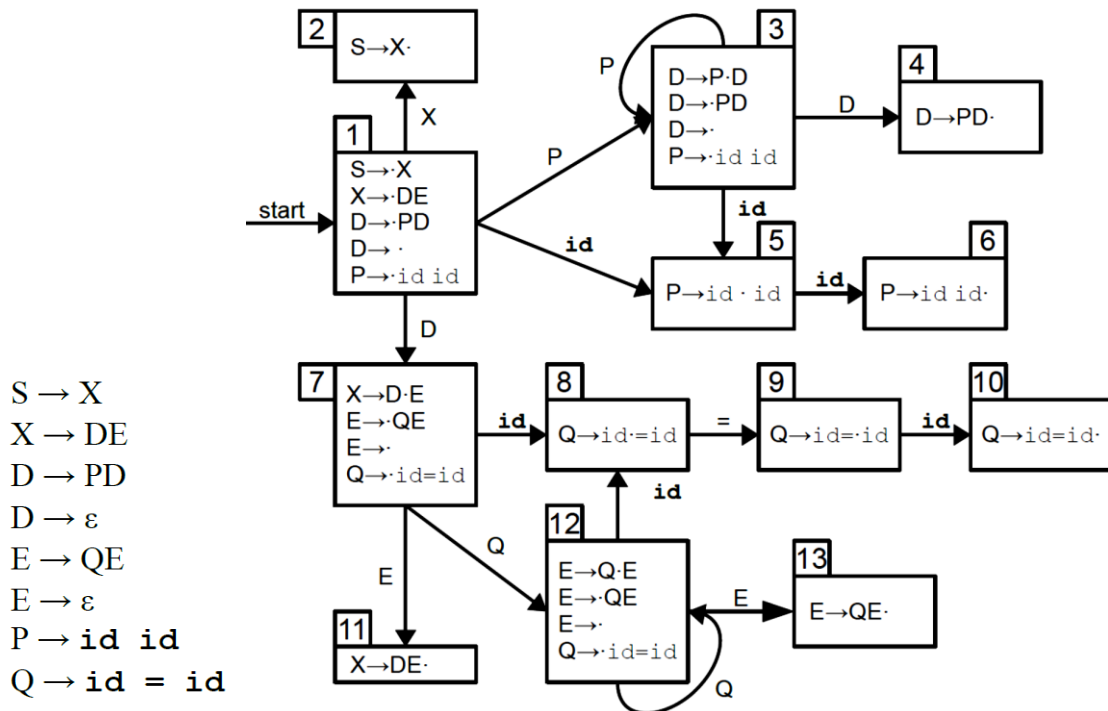
A partir del autómata, pruebe que la gramática no es SLR.

**R/**



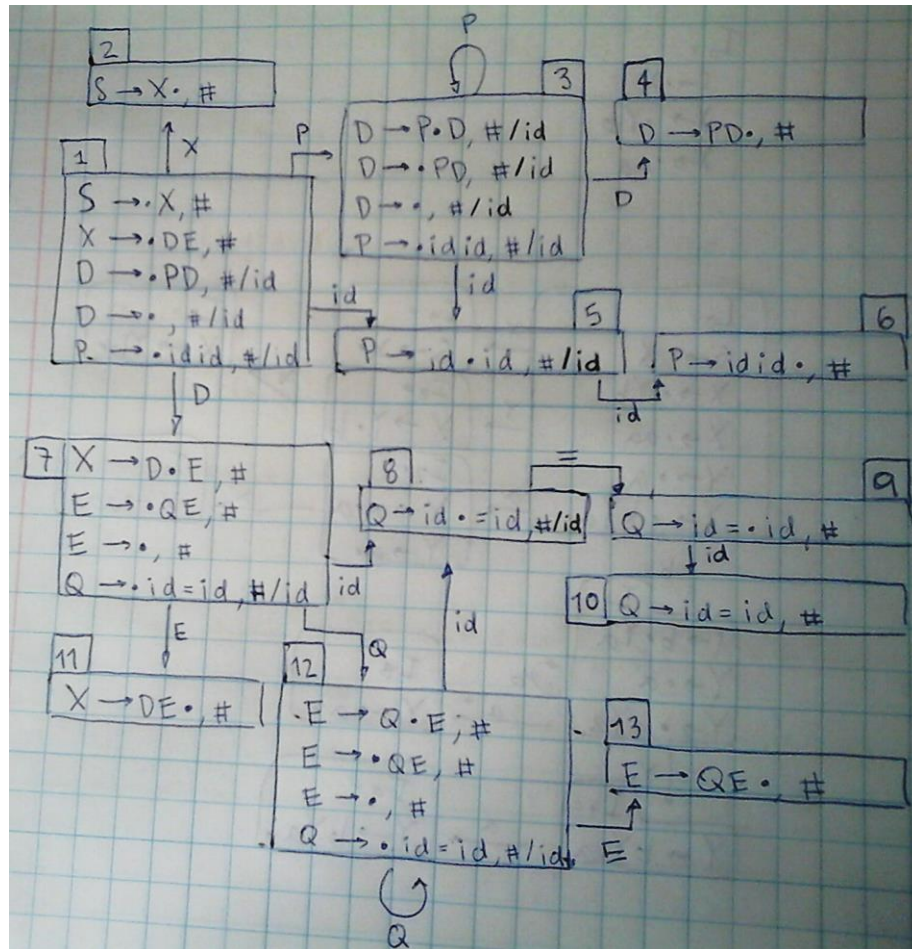
En el estado 3 hay un conflicto *shift/reduce* que SLR no puede manejar, ya que en ese estado se realizará la reducción  $Y \rightarrow a$  únicamente en las columnas de la tabla cuyos terminales estén en FOLLOW( $Y$ ). Como FOLLOW( $Y$ ) contiene a 'a' (culpa de la producción  $Y \rightarrow bYa$ ), en la celda  $[I_3, a]$  de la tabla de *parseo* habrá un *shift* hacia el estado 5, y un *reduce* con la producción  $Y \rightarrow a$ .

8. Observe la siguiente gramática y su correspondiente autómata LR(0):



Construya el autómata de *items* LALR determinando los *lookaheads* a partir del autómata LR(0). Determine si la gramática es o no *parseable* por un LALR *parser*. Luego, determine si es *parseable* por un [Canonical] LR(1) *parser*.

**R/** (siguiente página)



Los *lookaheads* marcados en negro son resultado de generación espontánea al transicionar entre estados. Luego de la generación espontánea, construimos la siguiente tabla de propagación:

Set	Item	Lookaheads				
		Init	Pass 1	Pass 2	Pass 3	Pass 4
1	$S \rightarrow \cdot X$	\$	\$	\$	\$	\$
2	$S \rightarrow X \cdot$		\$	\$	\$	\$
3	$D \rightarrow P \cdot D$	id	\$/id	\$/id	\$/id	\$/id
4	$D \rightarrow PD \cdot$		id	\$/id	\$/id	\$/id
5	$P \rightarrow id \cdot id$	id	\$/id	\$/id	\$/id	\$/id
6	$P \rightarrow id id \cdot$		id	\$/id	\$/id	\$/id
7	$X \rightarrow D \cdot E$		\$	\$	\$	\$
8	$Q \rightarrow id \cdot = id$	id	id	\$/id	\$/id	\$/id
9	$Q \rightarrow id = \cdot id$		id	id	\$/id	\$/id
10	$Q \rightarrow id = id \cdot$			id	id	\$/id
11	$X \rightarrow DE \cdot$			\$	\$	\$
12	$E \rightarrow Q \cdot E$			\$	\$	\$
13	$E \rightarrow QE \cdot$				\$	\$

Con esto procedemos a construir la tabla de *parseo*:

	=	id	\$	X	D	P	E	Q
1		S5/R4	R4	G2	G7	G3		
2			acc					
3		S5/R4	R4		G4	G3		
4		R3	R3					
5		S6						
6		R7	R7					
7		S8					G11	G12
8	S9							
9		S10						
10		R8	R8					
11			R2					
12		S8	R6				G13	G12
13		R5						

Observemos que hay conflictos de *shift/reduce* en la tabla, y por lo tanto la gramática no es LALR. Más aún, comprimir un autómata LR(1) a uno LALR sólo puede producir conflictos *reduce/reduce*, por lo que estos conflictos *shift/reduce* deben haber sido acarreados desde el autómata LR(1). Es decir, la gramática tampoco es LR(1).

9. Construya la tabla de *parseo* SLR para la siguiente gramática:

- (1)  $S \rightarrow P$
- (2)  $P \rightarrow (P)P$
- (3)  $P \rightarrow \epsilon$

La colección canónica LR(0) que le corresponde es la siguiente:

(1) $S \rightarrow \cdot P$ $P \rightarrow \cdot (P)P$ $P \rightarrow \cdot$	(2) $S \rightarrow P \cdot$	(3) $P \rightarrow (\cdot P)P$ $P \rightarrow \cdot (P)P$ $P \rightarrow \cdot$	(4) $P \rightarrow (P \cdot)P$	(5) $P \rightarrow (P) \cdot P$ $P \rightarrow \cdot (P)P$ $P \rightarrow \cdot$	(6) $P \rightarrow (P)P \cdot$
---	--------------------------------	--	-----------------------------------	---	-----------------------------------

A la tabla que construya márquele los puntos donde ocurrirían conflictos si la tabla fuera LR(0). Luego, *parsee* el string “( ( ) ) ( )” (los espacios en blanco se introducen sólo para claridad).



R/

	(	)	\$	P
1	S3	R3	R3	G2
2			acc	
3	S3	R3	R3	G4
4		S5		
5	S3	R3	R3	G6
6		R2	R2	

Stack	Input	Acción
1	((()())\$	S3
1 3	()()()\$	S3
1 3 3	)()()\$	R3
1 3 3	)()()\$	G4
1 3 3 4	)()()\$	S5
1 3 3 4 5	()()\$	S3
1 3 3 4 5 3	)()\$	R3
1 3 3 4 5 3	)()\$	G4
1 3 3 4 5 3 4	)()\$	S5
1 3 3 4 5 3 4 5	)()\$	R3
1 3 3 4 5 3 4 5	)()\$	G6
1 3 3 4 5 3 4 5 6	)()\$	R2
1 3 3 4 5	)()\$	G6
1 3 3 4 5 6	)()\$	R2
1 3	)()\$	G4
1 3 4	)()\$	S5
1 3 4 5	()\$	S3
1 3 4 5 3	)\$	R3
1 3 4 5 3	)\$	G4
1 3 4 5 3 4	)\$	S5
1 3 4 5 3 4 5	\$	R3
1 3 4 5 3 4 5	\$	G6
1 3 4 5 3 4 5 6	\$	R2
1 3 4 5	\$	R3
1 3 4 5	\$	G6
1 3 4 5 6	\$	R2
1	\$	G2
1 2	\$	acc

10. ¿Cómo se determina dónde van las reducciones en una tabla de *parseo* LALR o [Canonical] LR(1)?

R/ Los *items* LR(1) que tengan el punto al final de su núcleo colocan reducciones, por su producción correspondiente, en las columnas de la tabla de *parseo* correspondientes a sus *lookaheads*.

11. ¿Pueden existir gramáticas LL(1) pero no LR(0)? ¿Y gramáticas LR(1) que no sean LR(0)? ¿Qué tal gramáticas que sean LL(1) y a la vez LR(0)?

R/ Sí. Sí. Sí.

Fuentes:

Los problemas de este examen fueron tomados (en su mayoría) de tareas y exámenes del curso de compiladores del 2012 de Stanford University (CS143).