TASS - Projekt 1

Bartosz Latosek

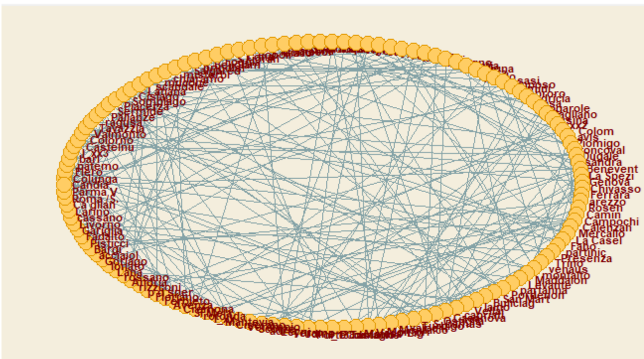
Listopad 2024

1 Projekt *A*

Za pomocą Pajeka należy dokonać analizy grafu „małego”, tj. o rozmiarze umożliwiającym wykorzystanie standardowych algorytmów wizualizacji i grupowania.

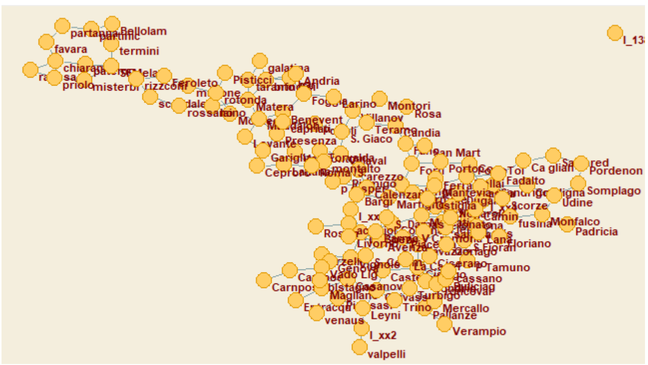
Zbiór danych = **310790 % 7 = 4** - Sieć energetyczna Włoch.

Uzyskana w programie *Pajek* wizualizacja sieci:
Draw > Network > Layout > Circular > Original



Rysunek 1: Wizualizacja sieci energetycznej Włoch

Schemat sieci wraz ze stopniami wierzchołków:
Draw > Network > Layout > Energy > Kawada–Kamai > SeparateComponents



Rysunek 2: Schemat sieci energetycznej Włoch wraz ze stopniami wierzchołków

1.1 Zbadaj, jaki jest rząd i rozmiar całej sieci, a następnie wyodrębnij największą składową spójną, zbadaj jej rząd i rozmiar

Aby uzyskać te informacje należy użyć funkcji *Info Network* a następnie podać arbitralny zakres uwzględniający wszystkie węzły. W moim przypadku było to *0 - 1000*. Uzyskany rząd sieci to **137** a jej rozmiar to **205**.

```
==========================================================================
Reading Network   ---    C:\Users\Bartosz\Desktop\tass\data.net
==========================================================================
 Working...
            344 lines read.
 Time spent:  0:00:00

==========================================================================
1. C:\Users\Bartosz\Desktop\tass\data.net (137)
==========================================================================
Number of vertices (n): 137
----------------------------------------------------------
                                      Arcs          Edges
----------------------------------------------------------
Total number of lines                    0            205
----------------------------------------------------------
Number of loops                          0              0
Number of multiple lines                 0              0
----------------------------------------------------------

Density1 [loops allowed]    = 0.02184453
Density2 [no loops allowed] = 0.02200515
Average Degree = 2.99270073

The highest values of lines:

      Rank           Line                            Value    Line-Id
-------------------------------------------------------------------
         1            1-67                         1.00000    Parma V-La Spezi
```

Rysunek 3: Logi uzyskane za pomocą funkcji *Info Network*

W celu wyznaczenia największej składowej spójnej należy posłużyć się funkcją:

Network > Createpartition > Components > Strong

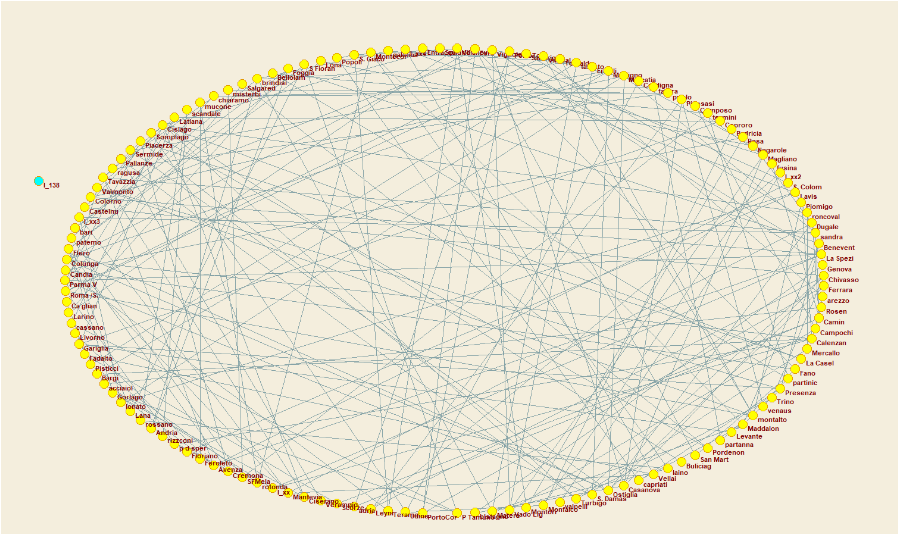
Uzyskana składowa spójna ma 1 węzeł mniej niż cała sieć, a więc jej rząd wynosi **136**. Rozmiar pozostaje bez zmian i wynosi **205**.

```
==========================================================================
Strong Components
==========================================================================
 Working...
 Number of components: 2
 Size of the largest component: 136 vertices (99.270%).
 Time spent:  0:00:00
```

Rysunek 4: Logi uzyskane po wyznaczeniu największej składowej spójnej

1.2 Wykreśl największą składową spójną i skomentuj wynik

Do wykreślenia największej składowej spójnej utworzyłem ją jeszcze raz, analogicznie do poprzedniego podpunktu. Następnie po zaznaczeniu pola wyboru odpowiadającego partycji i namalowaniu jej, uzyskałem poniższy schemat:



Rysunek 5: Wykres największej składowej wspólnej

Na powyższym rysunku widać, że tylko jeden węzeł (po lewej stronie) nie jest połączony z żadnym innym węzłem a więc stanowi oddzielną partycję.

1.3 Przeprowadź grupowanie metodą Warda z metryką d1 (odległość dwóch węzłów to liczba sąsiadów połączonych tylko z jednym z nich)

W celu wykonania zadania przeprowadzono następujące działania:

Cluster > Create Complete Cluster > Wybrano 137 - liczbę węzłów

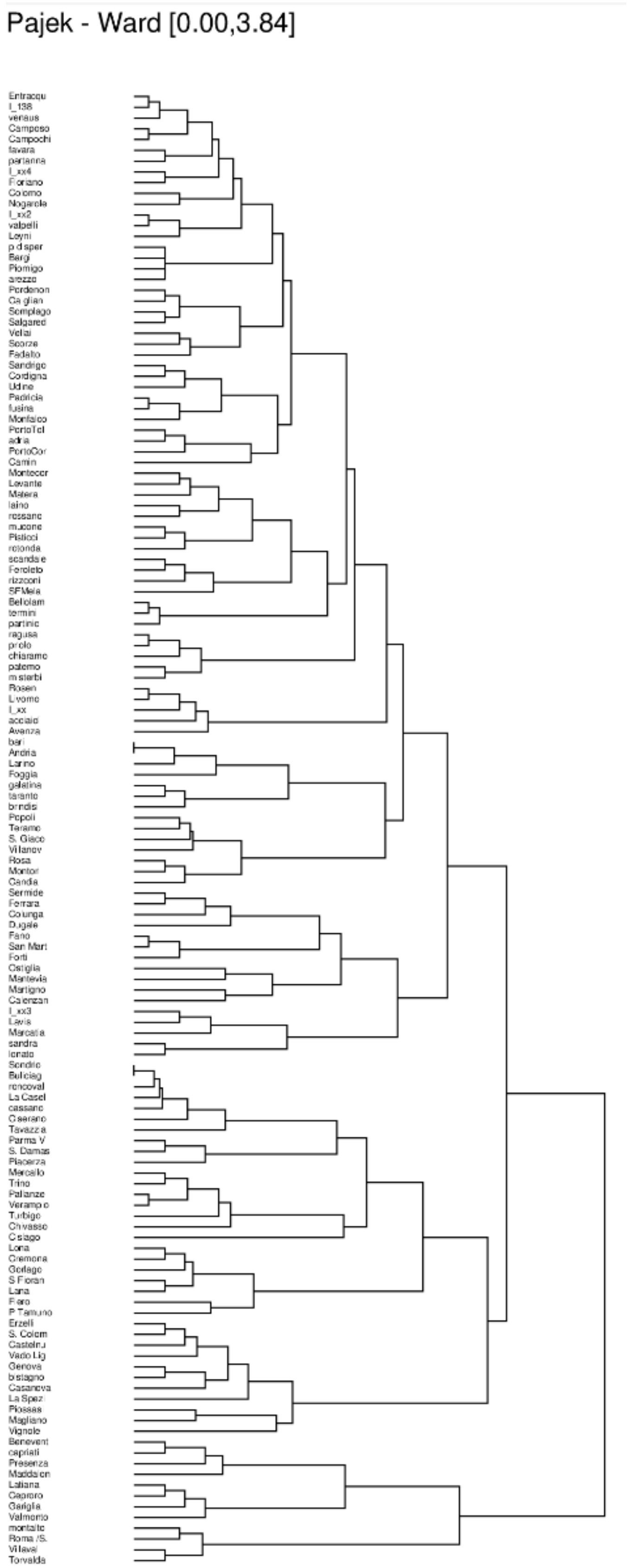
Następnie, w celu uzyskania dendrogramu:

Operations > Network + Cluster > Dissimilarity >Network based> d1 > All

Uzyskany plik *.eps* został następnie zapisany.

1.4 Wykreśl dendrogram i zaproponuj cięcie

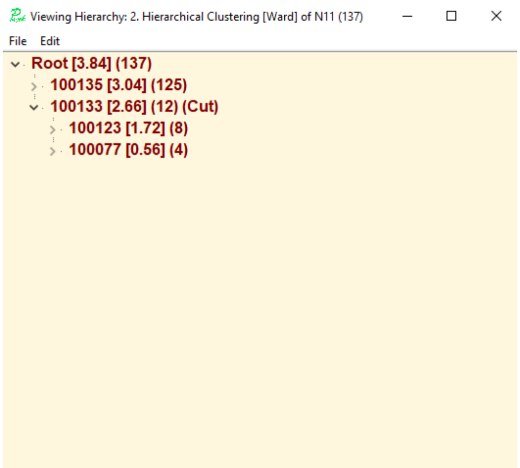
Wykreślony plik *.eps* (za pomocą serwisu online) wygląda następująco:



Rysunek 6: Dendrogram sieci

Patrząc na powyższy wykres, najbardziej wyróżnia się węzeł *Csiago*, który ma najwyższy rząd wśród wszystkich węzłów w sieci. W celu wyznaczenia optymalnego miejsca przecięcia można byłoby przeanalizować współczynniki niespójności (ang. *inconsistency*) ale dla uproszczenia przyjmę, że powyższy dendrogram podzielę na 2 grupy, które są ze sobą najmniej połączone. Na dendrogramie obrazowane są one najbardziej wysuniętą na prawo "klamrą".

Cięcia dokonano za pomocą widoku hierarchii:

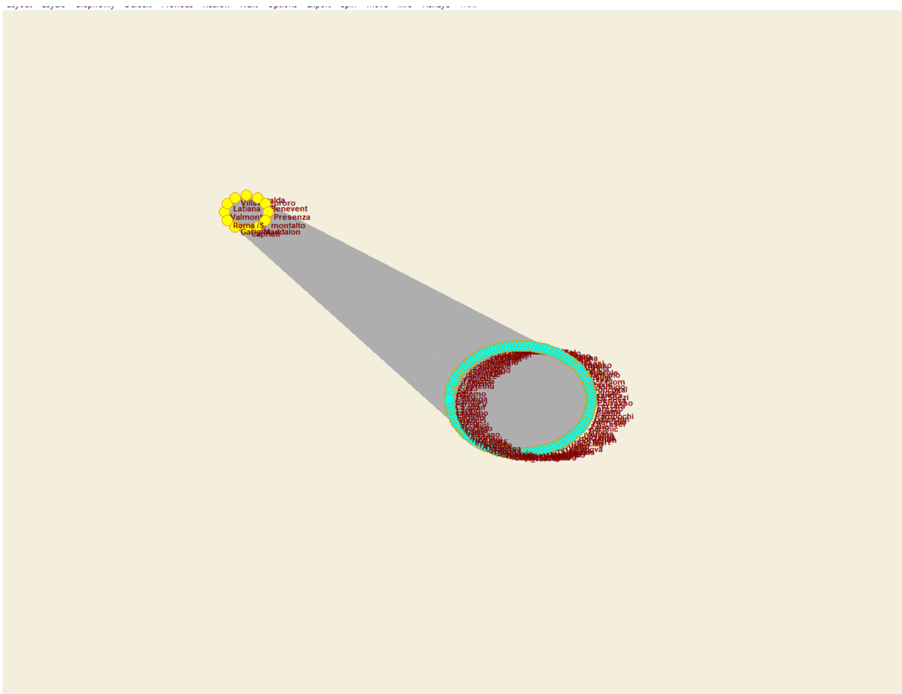


Rysunek 7: Widok hierarchii

1.5 Wykreśl wyodrębnione grupy

W celu uzyskania obrazu przedstawiającego wykreślone grupy wykonano szereg następujących operacji:

Draw > Network + First Partition > Layout > Circular >Using Partition>Different centers



Rysunek 8: Wykreślone grupy

2 Projekt *B*

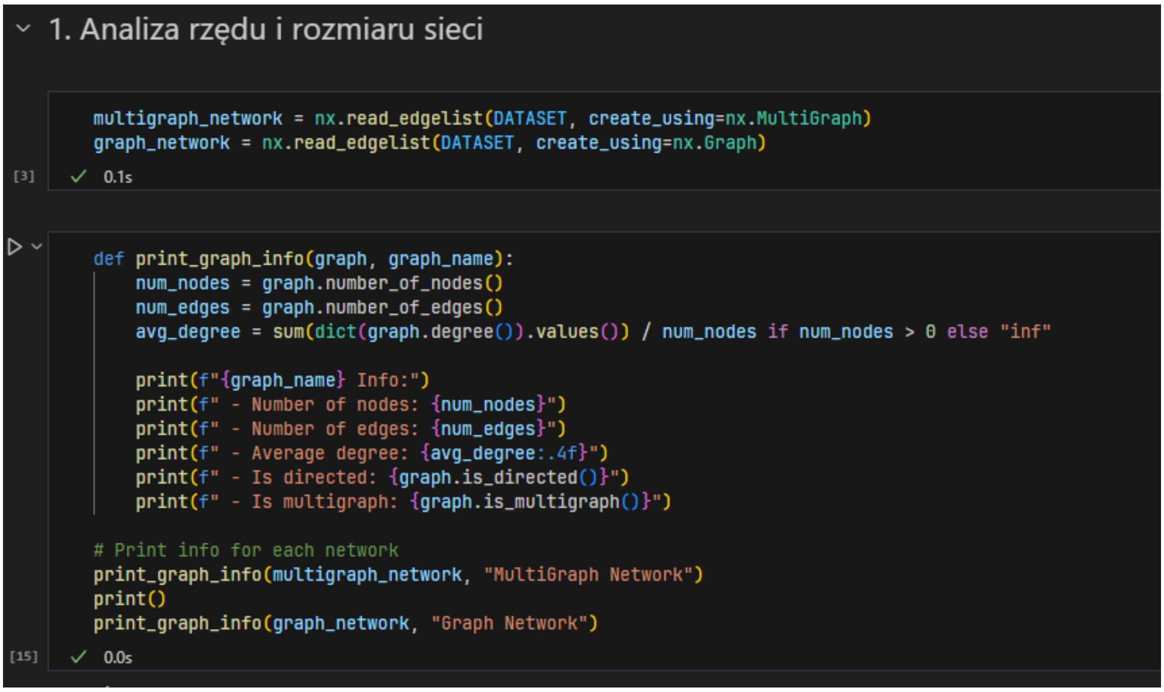
Za pomocą networkx należy zbadać występowanie w większym grafie wybranych zjawisk charakterystycznych dla sieci złożonych.

Zbiór danych = **310790 % 6 = 2** - Sieć połączeń lotniczych.

Analiza została wykonana przy pomocy *Jupyter Notebook* z wykorzystaniem biblioteki do analizy sieci - *networkx*.

2.1 Zbadaj jaki jest rząd i rozmiar całej sieci: pierwotnej oraz po usunięciu pętli i duplikatów krawędzi

Wykorzystując bibliotekę *networkx* języka *Python* oraz następujący kod, załadowano dane do dwóch różnych rodzajów grafów:



Rysunek 9: Kod źródłowy ładujące dane do grafów

Uzyskano następujące wyniki:

```
MultiGraph Network Info:
 - Number of nodes: 3425
 - Number of edges: 19256
 - Average degree: 11.2444
 - Is directed: False
 - Is multigraph: False

Graph Network Info:
 - Number of nodes: 3425
 - Number of edges: 19256
 - Average degree: 11.2444
 - Is directed: False
 - Is multigraph: False
```

Zatem rząd sieci pierwotnej to **3425** a jej rozmiar to **19256**.
Następnie, za pomocą funkcji:

```
nx.number_of_selfloops(multigraph_network)
```

zbadano liczbę pętli w obydwu grafach i uzyskano następujące wyniki:

```
MultiGraph selfloops
1
Graph selfloops
1
```

W celu usunięcia pętli i zduplikowanych krawędzi wykorzystano następującą funkcję:

```
graph_network.remove_edges_from(nx.selfloop_edges(graph_network))
```

w wyniku czego otrzymano sieć o następujących właściwościach:

```
Graph Network Info:
 - Number of nodes: 3425
 - Number of edges: 19256
 - Average degree: 11.2444
 - Is directed: False
 - Is multigraph: False
```

Zatem rząd sieci bez duplikatów i pętli to **3425** a jej rozmiar to **19256**.

2.2 Wyodrębnij największą składową spójną, zbadaj jej rząd i rozmiar

W pierwszej kolejności należy, za pomocą funkcji:

```
nx.is_connected(graph_network)
```

sprawdzić, czy cały graf jest spójny (największa składowa spójna to po prostu cały graf).

Otrzymaliśmy wynik *False*, a więc szukamy największej składowej spójnej za pomocą poniższego kodu:

```
connected_components = list(nx.connected_components(graph_network))
largest_component = max(connected_components, key=len)
largest_subgraph = graph_network.subgraph(largest_component)

order = largest_subgraph.number_of_nodes()
size = largest_subgraph.number_of_edges()
```

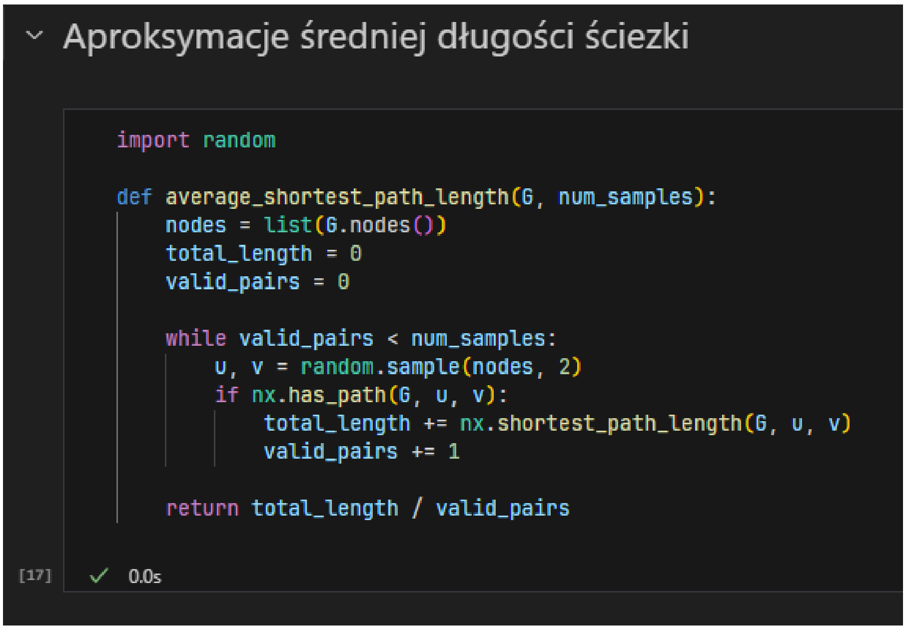
W wyniku otrzymaliśmy:

```
Order: 3397
Size: 19230
```

zatem największa składowa spójna ma rząd **3397** i rozmiar **19230**.

2.3 Wyznacz aproksymacje średniej długości ścieżki, operując na próbie losowej 100, 1000 i 10 tys. par wierzchołków

Do wyznaczenia aproksymacji średniej długości ścieżki wykorzystano poniższy kod:



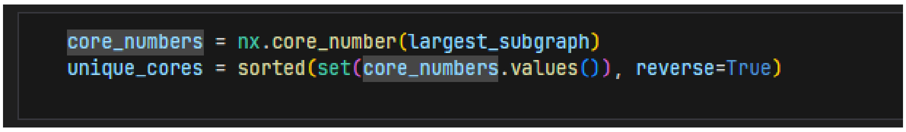
Rysunek 10: Kod źródłowy do aproksymacji średniej długości ścieżki

W każdym kroku wybierane są 2 węzły z grafu (dla których istnieje ścieżka), między którymi następnie wyznaczana jest najkrótsza ścieżka. W wyniku otrzymujemy (wyniki różnią się przy każdym uruchomieniu programu):

```
Aproksymacja średniej długości ścieżki (dla 100 próbek): 3.88
Aproksymacja średniej długości ścieżki (dla 1000 próbek): 4.08
Aproksymacja średniej długości ścieżki (dla 10000 próbek): 4.10
```

2.4 Wyznacz liczbę rdzeni o największym możliwym rzędzie, o drugim możliwie największym rzędzie o trzecim możliwie największym rzędzie; jakie to są rzędy?

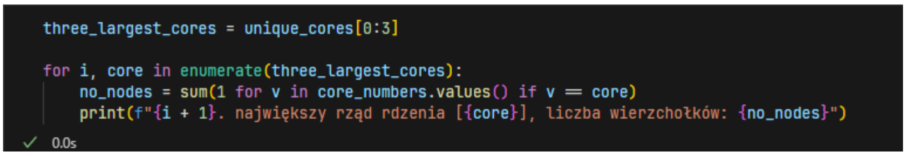
Za pomocą poniższego kodu wyznaczamy i sortujemy malejąco zbiór unikalnych rzędów rdzeni.



```python
core_numbers = nx.core_number(largest_subgraph)
unique_cores = sorted(set(core_numbers.values()), reverse=True)
```

Rysunek 11: Kod źródłowy do znalezienia rdzeni

Następnie, za pomocą poniższego kodu wyznaczamy rząd dla 3 największych rdzeni dla grafu:



```python
three_largest_cores = unique_cores[0:3]

for i, core in enumerate(three_largest_cores):
    no_nodes = sum(1 for v in core_numbers.values() if v == core)
    print(f"{i + 1}. największy rząd rdzenia [{core}], liczba wierzchołków: {no_nodes}")
```

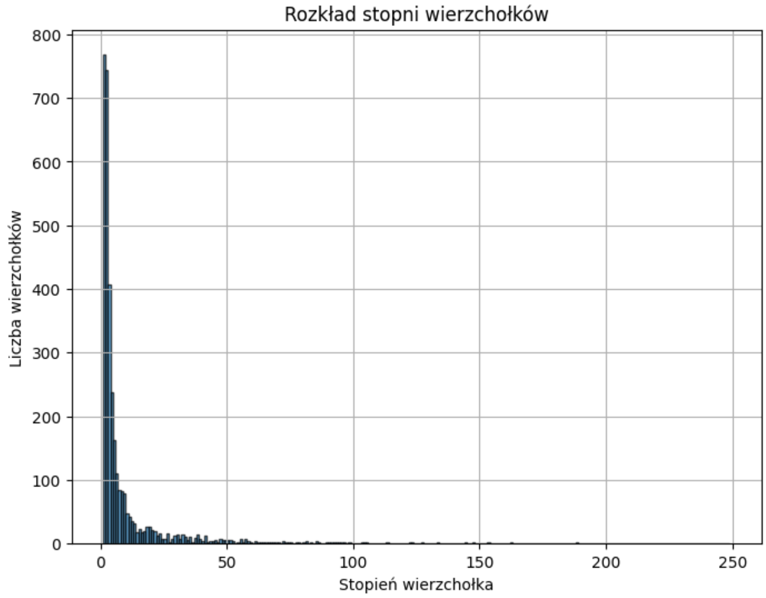
Rysunek 12: Kod źródłowy do wyznaczenia rzędów rdzeni

W wyniku otrzymujemy:

```
1. największy rząd rdzenia [31], liczba wierzchołków: 93
2. największy rząd rdzenia [30], liczba wierzchołków: 45
3. największy rząd rdzenia [29], liczba wierzchołków: 11
```

2.5 Wykreśl rozkład stopni wierzchołków

Za pomocą biblioteki *matplotlib* wykreślony został następujący rozkład stopni wierzchołków:



Rysunek 13: Rozkład stopni wierzchołków

2.6 Wyznacz wykładnik rozkładu potęgowego metodą regresji dla dopełnienia dystrybuanty rozkładu stopni, dla przedziałów rozlokowanych logarytmicznie

Za pomocą poniższego kodu wyznaczamy i normalizujemy dystrybuantę rozkładu stopni a następnie narzucamy ją na przedziały rozlokowane logarytmicznie:

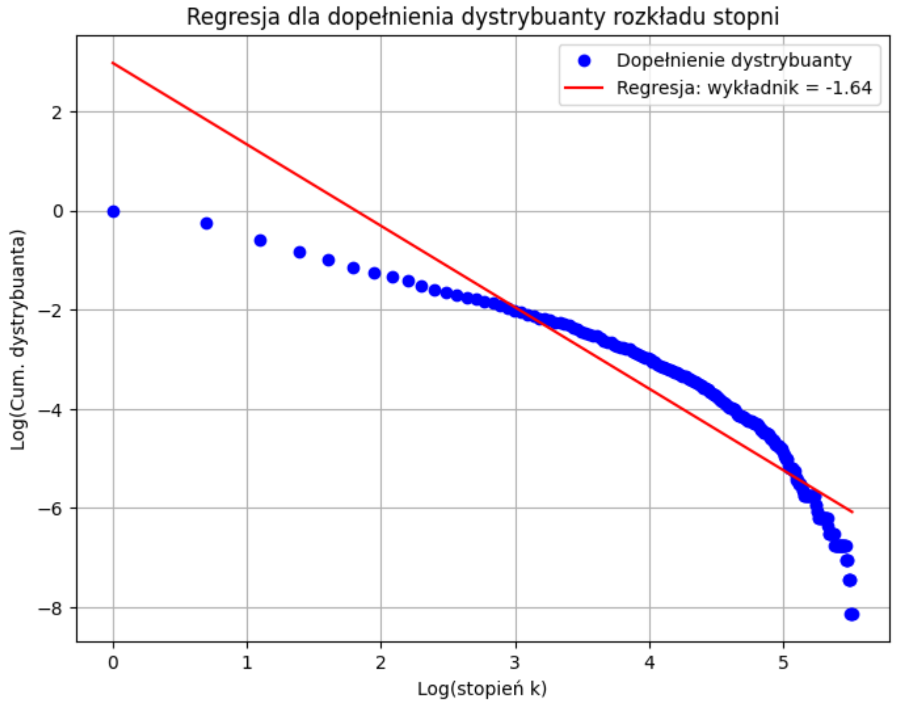
```
# Dystrybuanta rozkładu stopni
degrees = [graph_network.degree(n) for n in graph_network.nodes()]

degree_counts = np.bincount(degrees)
k_values = np.arange(len(degree_counts))  # stopnie k
cum_counts = np.cumsum(degree_counts[::-1])[::-1]  # dopełnienie dystrybuanty
cum_counts_normalized = cum_counts / float(len(degrees))

log_k = np.log(k_values[k_values > 0])  # bez log(0)
log_cum_counts = np.log(cum_counts_normalized[k_values > 0])
```

Rysunek 14: Kod służący do wyznaczenia dystrybuanty

Następnie, przy użyciu modułu *stats* biblioteki *scipy* wyznaczamy metodą regresji liniowej wykładnik rozkładu potęgowego (w tym przypadku będzie to wartość *slope*).

```
slope, intercept, r_value, p_value, std_err = st.linregress(log_k, log_cum_counts)
```

Wizualizacja działania regresji liniowej przeprowadzonej na dystrybuancie przedstawiona jest na poniższym rysunku:



Rysunek 15: Wizualizacja regresji liniowej

Wyznaczony wykładnik rozkładu potęgowego (*slope*) wynosi **-1.64**.

2.7 Wyznacz wykres Hilla

Wykres Hilla jest funkcją zależną od parametru q, który jest wykładnikiem. Indeks Hilla $H(q)$ dla stopni wierzchołków w grafie jest definiowany jako:

$$H(q) = \frac{\sum_k k^q P(k)}{\sum_k P(k)}$$

gdzie:

- k to stopień wierzchołka w grafie,
- $P(k)$ to prawdopodobieństwo, czyli frakcja wierzchołków, które mają stopień równy k,
- q to parametr, którego wartość może zmieniać się w określonym zakresie

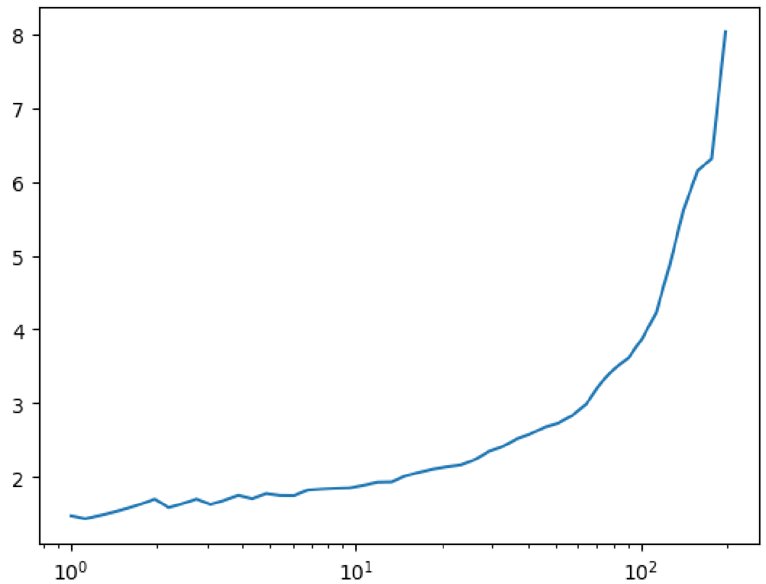
Indeks Hilla opisuje "spójność" rozkładu stopni w grafie i jest używany do analizy rozkładów potęgowych, gdzie dla $q = 0$ wartość $H(0)$ jest liczbą wierzchołków, a dla $q = 1$ uzyskujemy wartość zbliżoną do średniego stopnia wierzchołka. Wartość $H(q)$ rośnie, gdy rozkład stopni jest bardziej równomierny.

Do wykreślenia wykresu *Hilla* dla zadanego grafu wykorzystana została biblioteka *powerlaw*:

```
degrees = [elem[1] for elem in largest_subgraph.degree()]

NO_BINS = 50

bins=np.logspace(
    np.log10(min(degrees)),
    np.log10(max(degrees)),
    num=NO_BINS
)

_, bin_edges = np.histogram(
    np.array(list(degrees)),
    bins
)

alpha = np.zeros(len(bin_edges[:-2]))

for i in range(0, len(bin_edges) - 2):
    fit = powerlaw.Fit(list(degrees), xmin=bin_edges[i], discrete=True)
    alpha[i] = fit.alpha

plt.semilogx(bin_edges[:-2], alpha)
```

Rysunek 16: Kod służący do wyznaczenia rozkładu stopni wierzchołków

Wykreślony wykres Hilla:



Rysunek 17: Wykres Hilla