TASS - Projekt 1

Bartosz Latosek

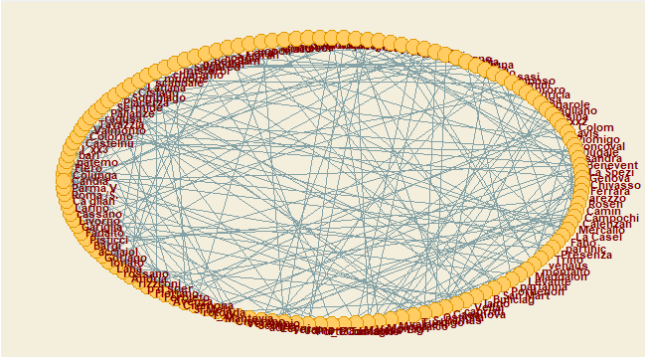
Listopad 2024

1 Projekt *A*

Za pomocą Pajeka należy dokonać analizy grafu „małego”, tj. o rozmiarze umożliwiającym wykorzystanie standardowych algorytmów wizualizacji i grupowania.

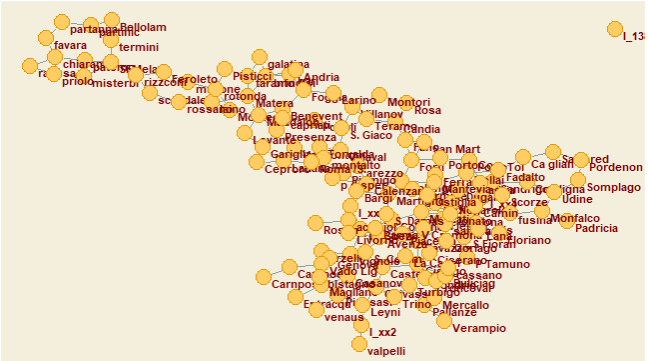
Zbiór danych = **310790 % 7 = 4** - Sieć energetyczna Włoch.

Uzyskana w programie *Pajek* wizualizacja sieci:
Draw > *Network* > *Layout* > *Circular* > *Original*



Rysunek 1: Wizualizacja sieci energetycznej Włoch

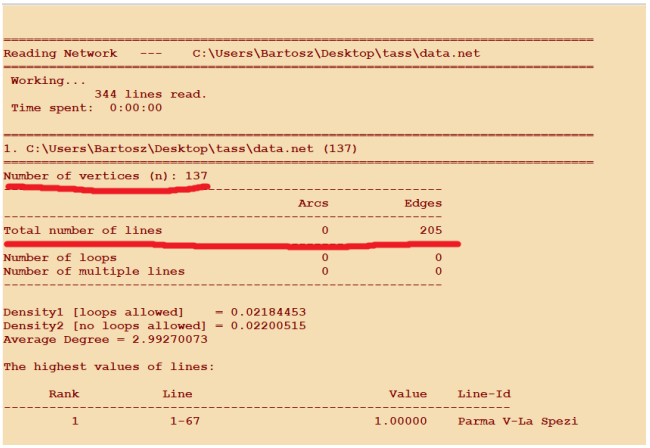
Schemat sieci wraz ze stopniami wierzchołków:
Draw > *Network* > *Layout* > *Energy* > *Kawada–Kamai* > *SeparateComponents*



Rysunek 2: Schemat sieci energetycznej Włoch wraz ze stopniami wierzchołków

1.1 Zbadaj, jaki jest rząd i rozmiar całej sieci, a następnie wyodrębnij największą składową spójną, zbadaj jej rząd i rozmiar

Aby uzyskać te informacje należy użyć funkcji *Info Network* a następnie podać arbitralny zakres uwzględniający wzystkie węzły. W moim przypadku było to *0 - 1000*. Uzyskany rząd sieci to **137** a jej rozmiar to **205**.

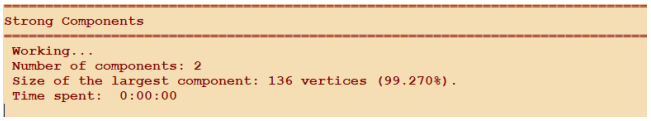


Rysunek 3: Logi uzyskane za pomocą funkcji *Info Network*

W celu wyznaczenia największej składowej spójnej należy posłużyć się funkcją:

Network > Createpartition > Components > Strong

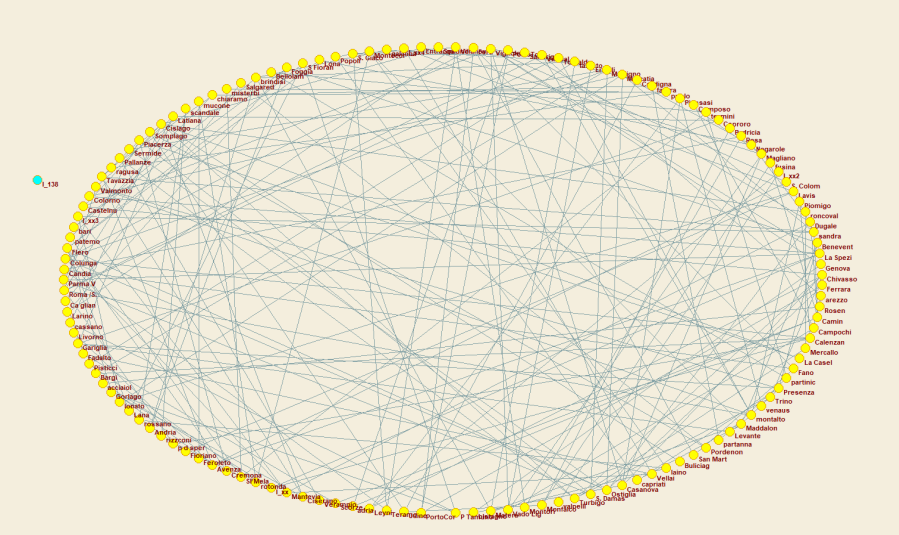
Uzyskana składowa spójna ma 1 węzeł mniej niż cała sieć, a więc jej rząd wynosi **136**. Rozmiar pozostaje bez zmian i wynosi **205**.



Rysunek 4: Logi uzyskane po wyznaczeniu największej składowej spójnej

1.2 Wykreśl największą składową spójną i skomentuj wynik

Do wykreślenia największej składowej spójnej utworzyłem ją jeszcze raz, analogicznie do poprzedniego podpunktu. Następnie po zaznaczeniu pola wyboru odpowiadającego partycji i namalowaniu jej, uzyskałem poniższy schemat:



Rysunek 5: Wykres największej składowej wspólnej

Na powyższym rysunku widać, że tylko jeden węzeł (po lewej stronie) nie jest połączony z żadnym innym węzłem a więc stanowi oddzielną partycję.

1.3 Przeprowadź grupowanie metodą Warda z metryką d1 (odległość dwóch węzłów to liczba sąsiadów połączonych tylko z jednym z nich)

W celu wykonania zadania przeprowadzono następujące działania:

Cluster > *Create Complete Cluster* > *Wybrano 137 - liczbę węzłów*

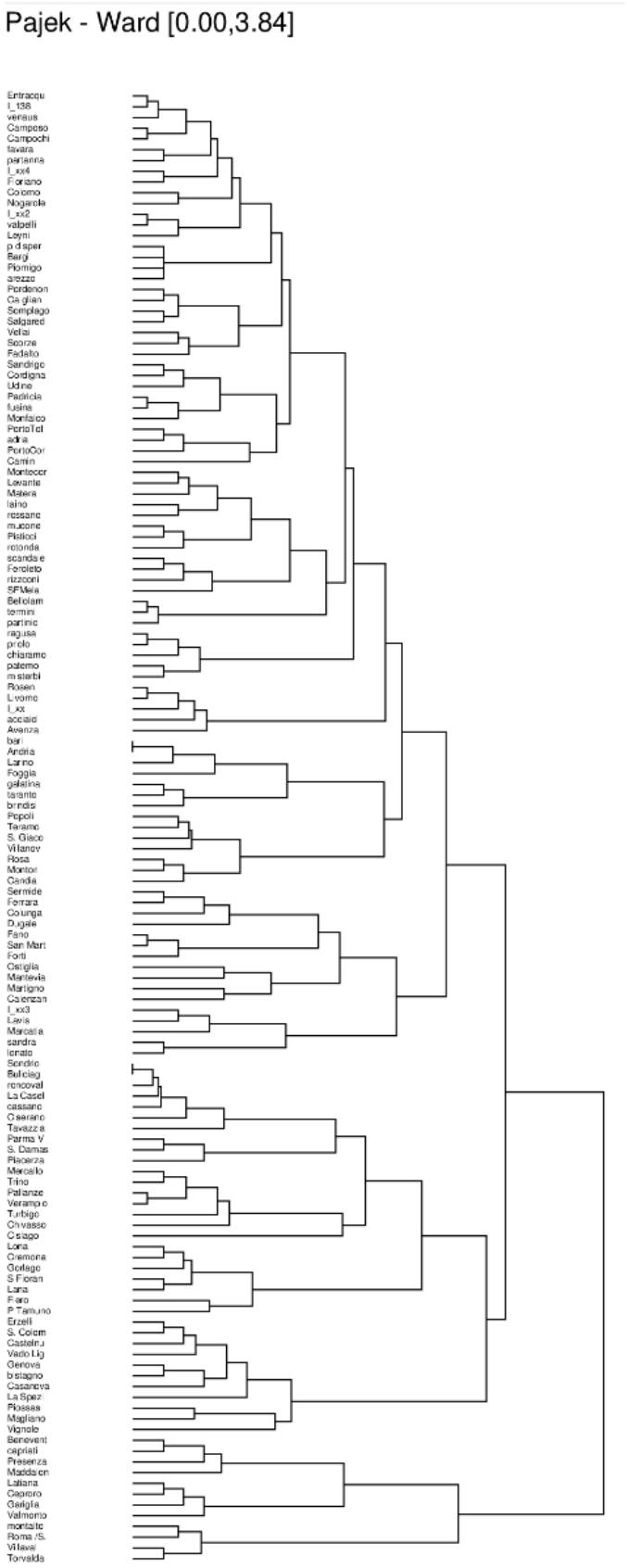
Następnie, w celu uzyskania dendrogramu:

Operations > *Network* + *Cluster* > *Dissimilarity* >*Network based*> *d*1 > *All*

Uzyskany plik *.eps* został następnie zapisany.

1.4 Wykreśl dendrogram i zaproponuj cięcie

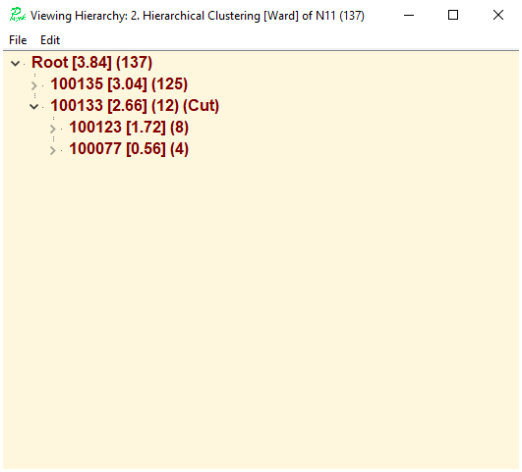
Wykreślony plik *.eps* (za pomocą serwisu online) wygląda następująco:



Rysunek 6: Dendrogram sieci

Patrząc na powyższy wykres, najbardziej wyróżnia się węzeł *Csiago*, który ma najwyższy rząd wśród wszystkich węzłów w sieci. W celu wyznaczenia optymalnego miejsca przecięcia można byłoby przeanalizować współczynniki niespójności (ang. *inconsistency*) ale dla uproszczenia przyjmę, że powyższy dendrogram podzielę na 2 grupy, które są ze sobą najmniej połączone. Na dendrogramie obrazowane są one najbardziej wysuniętą na prawo "klamrą".

Cięcia dokonano za pomocą widoku hierarchii:

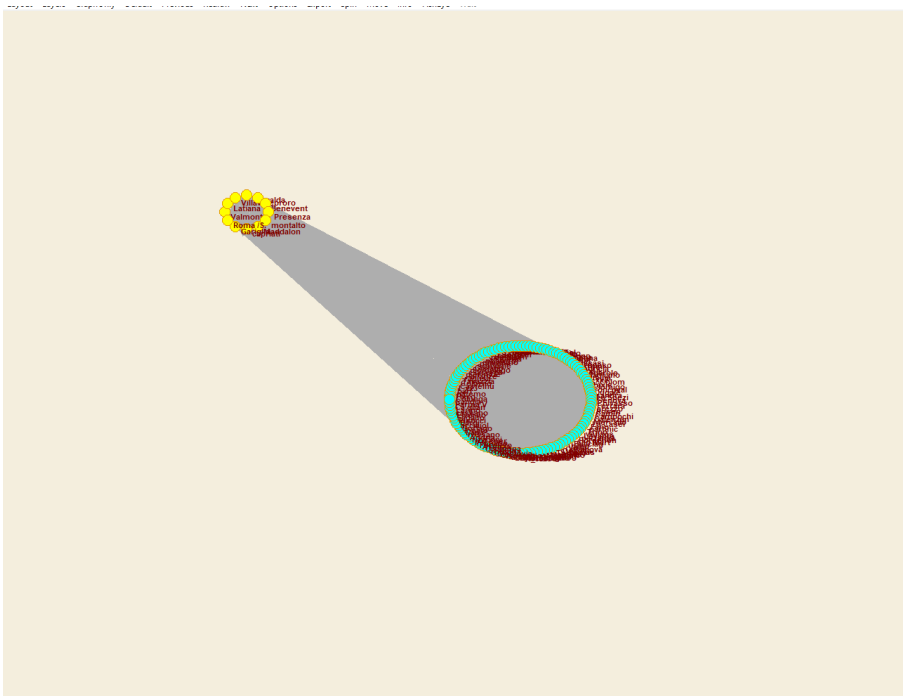


Rysunek 7: Widok hierarchii

1.5 Wykreśl wyodrębnione grupy

W celu uzyskania obrazu przedstawiającego wykreślone grupy wykonano szereg następujących operacji:

Draw > Network + First Partition > Layout > Circular >Using Partition>Different centers



Rysunek 8: Wykreślone grupy

2 Projekt *B*

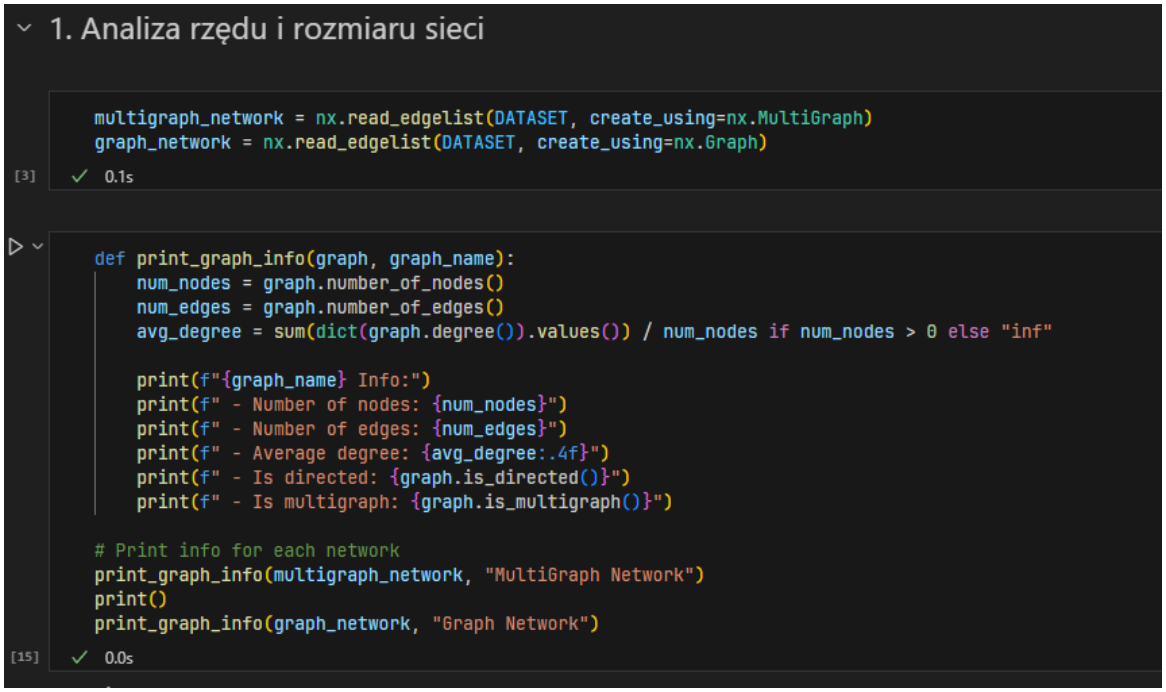
Za pomocą networkx należy zbadać występowanie w większym grafie wybranych zjawisk charakterystycznych dla sieci złożonych.

Zbiór danych = **310790 % 6 = 2** - Sieć połączeń lotniczych.

Analiza została wykonana przy pomocy *Jupyter Notebook* z wykorzystaniem biblioteki do analizy sieci - *networkx*.

2.1 Zbadaj jaki jest rząd i rozmiar całej sieci: pierwotnej oraz po usunięciu pętli i duplikatów krawędzi

Wykorzystując bibliotekę *networkx* języka *Python* oraz następujący kod, załadowano dane do dwóch różnych rodzajów grafów:



Rysunek 9: Kod źródłowy ładujące dane do grafów

Uzyskano następujące wyniki:

```
MultiGraph Network Info:
 - Number of nodes: 3425
 - Number of edges: 19256
 - Average degree: 11.2444
 - Is directed: False
 - Is multigraph: False

Graph Network Info:
 - Number of nodes: 3425
 - Number of edges: 19256
 - Average degree: 11.2444
 - Is directed: False
 - Is multigraph: False
```

Zatem rząd sieci pierwotnej to **3425** a jej rozmiar to **19256**.
Następnie, za pomocą funkcji:

```
nx.number_of_selfloops(multigraph_network)
```

zbadano liczbę pętli w obydwu grafach i uzyskano następujące wyniki:

```
MultiGraph selfloops
1
Graph selfloops
1
```

W celu usunięcia pętli i zduplikowanych krawędzi wykorzystano następującą funkcję:

```
graph_network.remove_edges_from(nx.selfloop_edges(graph_network))
```

w wyniku czego otrzymano sieć o następujących właściwościach:

```
Graph Network Info:
 - Number of nodes: 3425
 - Number of edges: 19256
 - Average degree: 11.2444
 - Is directed: False
 - Is multigraph: False
```

Zatem rząd sieci bez duplikatów i pętli to **3425** a jej rozmiar to **19256**.

2.2 Wyodrębnij największą składową spójną, zbadaj jej rząd i rozmiar

W pierwszej kolejności należy, za pomocą funkcji:

```
nx.is_connected(graph_network)
```

sprawdzić, czy cały graf jest spójny (największa składowa spójna to po prostu cały graf).
Otrzymaliśmy wynik *False*, a więc szukamy największej składowej spójnej za pomocą poniższego kodu:

```
connected_components = list(nx.connected_components(graph_network))
largest_component = max(connected_components, key=len)
largest_subgraph = graph_network.subgraph(largest_component)

order = largest_subgraph.number_of_nodes()
size = largest_subgraph.number_of_edges()
```

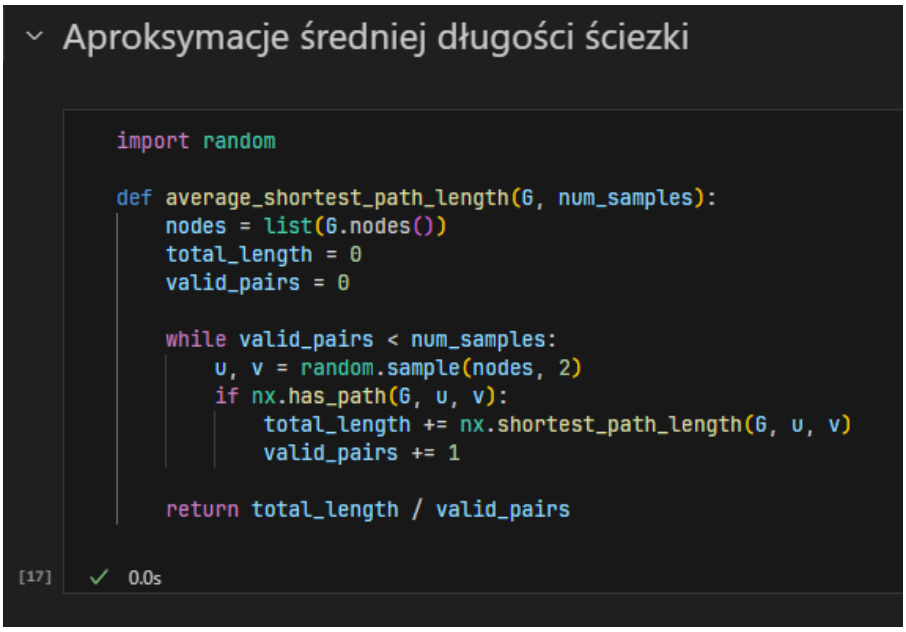
W wyniku otrzymaliśmy:

```
Order: 3397
Size: 19230
```

zatem największa składowa spójna ma rząd **3397** i rozmiar **19230**.

2.3 Wyznacz aproksymacje średniej długości ścieżki, operując na próbie losowej 100, 1000 i 10 tys. par wierzchołków

Do wyznaczenia aproksymacji średniej długości ścieżki wykorzystano poniższy kod:



Rysunek 10: Kod źródłowy do aproksymacji średniej długości ścieżki

W każdym kroku wybierane są 2 węzły z grafu (dla których istnieje ścieżka), między którymi następnie wyznaczana jest najkrótsza ścieżka. W wyniku otrzymujemy (wyniki różnią się przy każdym uruchomieniu programu):

```
Aproksymacja średniej długości ścieżki (dla 100 próbek): 3.88
Aproksymacja średniej długości ścieżki (dla 1000 próbek): 4.08
Aproksymacja średniej długości ścieżki (dla 10000 próbek): 4.10
```

2.4 Wyznacz liczbę rdzeni o największym możliwym rzędzie, o drugim możliwie największym rzędzie o trzecim możliwie największym rzędzie; jakie to są rzędy?

Za pomocą poniższego kodu wyznaczamy i sortujemy malejąco zbiór unikalnych rzędów rdzeni.

```python
core_numbers = nx.core_number(largest_subgraph)
unique_cores = sorted(set(core_numbers.values()), reverse=True)
```

Rysunek 11: Kod źródłowy do znalezienia rdzeni

Następnie, za pomocą poniższego kodu wyznaczamy rząd dla 3 największych rdzeni dla grafu:

```python
three_largest_cores = unique_cores[0:3]

for i, core in enumerate(three_largest_cores):
    no_nodes = sum(1 for v in core_numbers.values() if v == core)
    print(f"{i + 1}. największy rząd rdzenia [{core}], liczba wierzchołków: {no_nodes}")
```

✓ 0.0s

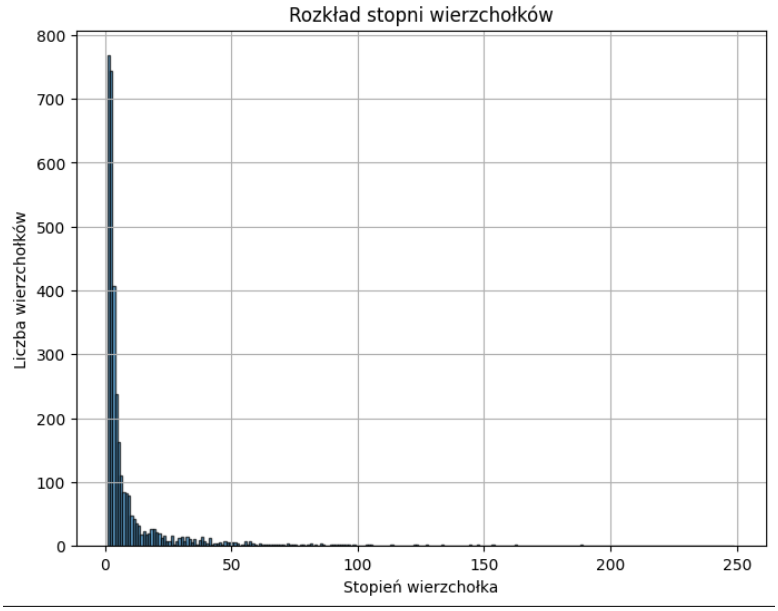
Rysunek 12: Kod źródłowy do wyznaczenia rzędów rdzeni

W wyniku otrzymujemy:

```
1. największy rząd rdzenia [31], liczba wierzchołków: 93
2. największy rząd rdzenia [30], liczba wierzchołków: 45
3. największy rząd rdzenia [29], liczba wierzchołków: 11
```

2.5 Wykreśl rozkład stopni wierzchołków

Za pomocą biblioteki *matplotlib* wykreślony został następujący rozkład stopni wierzchołków:



Rysunek 13: Rozkład stopni wierzchołków

2.6 Wyznacz wykładnik rozkładu potęgowego metodą regresji dla dopełnienia dystrybuanty rozkładu stopni, dla przedziałów rozlokowanych logarytmicznie

Za pomocą poniższego kodu wyznaczamy i normalizujemy dystrybuantę rozkładu stopni a następnie narzucamy ją na przedziały rozlokowane logarytmicznie:

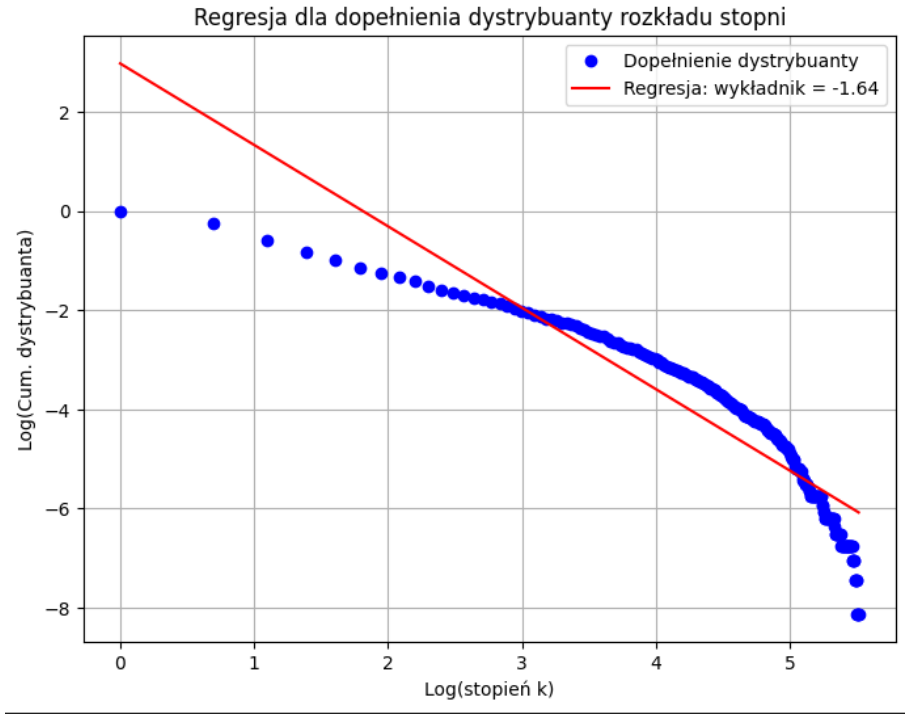
```
# Dystrybuanta rozkładu stopni
degrees = [graph_network.degree(n) for n in graph_network.nodes()]

degree_counts = np.bincount(degrees)
k_values = np.arange(len(degree_counts))  # stopnie k
cum_counts = np.cumsum(degree_counts[::-1])[::-1]  # dopełnienie dystrybuanty
cum_counts_normalized = cum_counts / float(len(degrees))

log_k = np.log(k_values[k_values > 0])  # bez log(0)
log_cum_counts = np.log(cum_counts_normalized[k_values > 0])
```

Rysunek 14: Kod służący do wyznaczenia dystrybuanty

Następnie, przy użyciu modułu *stats* biblioteki *scipy* wyznaczamy metodą regresji liniowej wykładnik rozkładu potęgowego (w tym przypadku będzie to wartość *slope*).

```
slope, intercept, r_value, p_value, std_err = st.linregress(log_k, log_cum_counts)
```

Wizualizacja działania regresji liniowej przeprowadzonej na dystrybuancie przedstawiona jest na poniższym rysunku:



Rysunek 15: Wizualizacja regresji liniowej

Wyznaczony wykładnik rozkładu potęgowego (*slope*) wynosi **-1.64**.

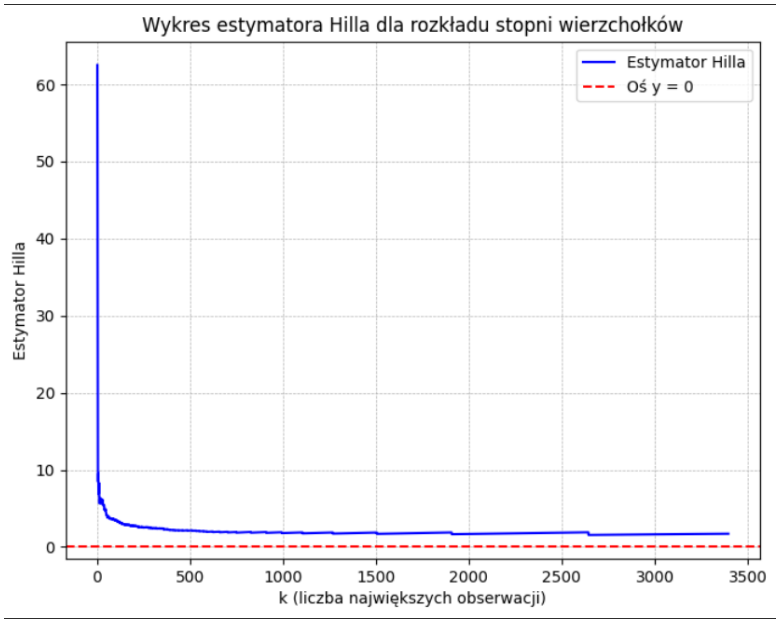
2.7 Wyznacz wykres Hilla

Do wykreślenia wykresu *Hilla* dla zadanego grafu wykorzystany został niniejszy kod:

```python
def hill_estimator(data, k):
    if k <= 0 or k >= len(data):
        raise ValueError(f"k [{k}] musi być w przedziale (0, {len(data)})")
    x_k = data[k]
    y_k = (1 / k) * sum(np.log(data[:k] / x_k))
    return 1 + pow(y_k, -1)


degree_sequence = np.array(sorted([d for _, d in largest_subgraph.degree()], reverse=True)) # posortowanie stopni wierzchołków malejąco
k_values = range(1, len(degree_sequence)) # wybór k (liczba największych obserwacji)

# obliczanie estymatora Hilla dla różnych wartości k
hill_values = [hill_estimator(degree_sequence, k) for k in k_values]

# rysowanie wykresu
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(k_values, hill_values, 'b-', label="Estymator Hilla")
plt.xlabel("k (liczba największych obserwacji)")
plt.ylabel("Estymator Hilla")
plt.title("Wykres estymatora Hilla dla rozkładu stopni wierzchołków")
plt.axhline(y=0, color="red", linestyle="--", label="Oś y = 0")
plt.legend()
plt.grid(True, linestyle="--", linewidth=0.5)
plt.show()
```

Rysunek 16: Kod służący do wyznaczenia rozkładu stopni wierzchołków

W pierwszej kolejności definiowana jest funkcja, za pomocą której wyznaczane będą wartości estymatora *Hilla* dla danych obserwacji. W pierwszym kroku, stopnie wierzchołków sortowane są malejąco, następnie wybierane są wartości k obserwacji (przyjąłem liczbę równą liczbie węzłów w grafie). W ostatnim kroku dla każdej wartości obserwacji wyznaczane są wartości estymatora *Hilla*. Wykreślony wykres Hilla wygląda następująco:



Rysunek 17: Wykres Hilla