Sprawozdanie Lista 3

Paweł Krzyszczak

November 2024

1 Zadanie 1

1.1 Opis problemu

Napisać funkcję, która rozwiązuje równanie $f(x) = 0$ metodą bisekcji.
Funkcja przyjmuje parametry:

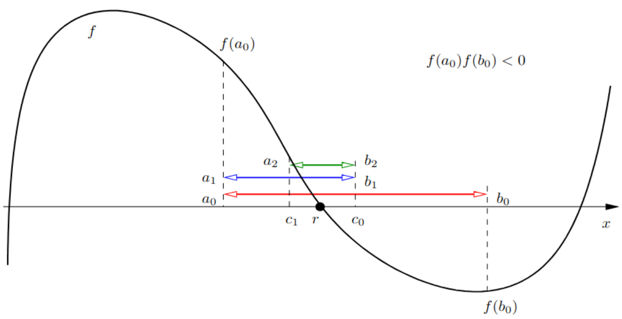
- `f` - funkcja $f(x)$ zadana jako anonimowa funkcja
- `a, b` - końce przedziału początkowego
- `delta, epsilon` - dokładności obliczeń

Funkcja zwraca:

- `r` - przybliżenie pierwiastka równania $f(x) = 0$
- `v` - wartość $f(r)$
- `it` - liczba wykonanych iteracji
- `err` - sygnalizacja błędu
  - 0 - brak błędu
  - 1 - funkcja nie zmienia znaku w przedziale $[a, b]$

1.2 Rozwiązanie

Metoda bisekcji to algorytm służący do znajdowania pierwiastków równania $f(x) = 0$. Opiera się na Twierdzeniu Darboux i jest przeznaczona dla funkcji ciągłych. Działa na zasadzie iteracyjnego dzielenia przedziału, w którym funkcja zmienia znak (czyli $f(a)f(b) < 0$). Gwarantuje to, że funkcja przecina oś OX na tym przedziale $[a, b]$. W każdej iteracji oblicza się wartość funkcji w punkcie środkowym $c = \frac{a+b}{2}$. Jeśli $f(c) = 0$, pierwiastek został znaleziony. W przeciwnym razie wybiera się tę połowę przedziału, w której funkcja zmienia znak. Proces powtarza się, aż długość przedziału osiągnie założoną tolerancję.



Rysunek 1: Graficzne przedstawienie metody bijekcji (rysunek ze slajdów z wykładu).

Pseudokod algorytmu przedstawiony na wykładzie.

Algorithm 1: Algorytm metody bisekcji

```
Dane   : f, a, b, δ, ϵ
Wyniki: r, v, it, err
u ← f(a), v ← f(b);
e ← b − a;
if sgn(u) = sgn(v) then
    return Nothing, Nothing, Nothing, 1;
k ← 1;
while true do
    e ← e/2;
    c ← a + e;
    w ← f(c);
    if |e| < δ or |w| < ϵ then
        return c, w, k, 0;
    if sgn(w) ≠ sgn(u) then
        b ← c, v ← w;
    else
        a ← c, u ← w;
    k ← k + 1;
```

1.3 Wyniki

Wszystkie testy przeprowadzone są dla wartości $\delta = \epsilon = 10^{-5}$.

- Normalny przykład: Testuje standardowe działanie metody bisekcji dla funkcji $f(x) = 2x^2 - 4x$ w przedziale $[-1.0, 1.0]$. Oczekiwany wynik to $x = 0.0$. Sprawdzane są następujące warunki:
  - $f(x)$ w znalezionym punkcie spełnia warunek dokładności ($|f(x)| \leq \epsilon$),
  - Znalezione rozwiązanie x mieści się w dopuszczalnym błędzie δ względem oczekiwanego wyniku ($|x - \text{poprawnyWynik}| \leq \delta$),
  - Brak błędu metody (`err` = 0).
- Przedział bez zmiany znaku: Test sprawdza sytuację, w której w przedziale $[0.5, 1.5]$ funkcja $f(x) = 2x^2 - 4x$ nie zmienia znaku. Oczekiwane wyjście to:
  - Brak wyniku (`x = Nothing` i `f(x) = Nothing`),
  - Brak iteracji (`it = Nothing`),
  - Kod błędu metody `err` równy 1.
- Pierwiastek w połowie przedziału: Testuje przypadek, gdzie pierwiastek funkcji $f(x) = 2x^2 - 4x$ leży dokładnie w środku przedziału $[1.0, 3.0]$. Oczekiwane wyniki to:
  - Znaleziony pierwiastek $x = 2.0$,
  - $f(x) = 0.0$,
  - Tylko jedna iteracja (`it = 1`),
  - Brak błędu (`err` = 0).

1.4 Wnioski

Wszystkie testy zostały pomyślnie ukończone, co potwierdza poprawność działania algorytmu.

2 Zadanie 2

2.1 Opis problemu

Celem zadania jest napisanie funkcji rozwiązującej równanie $f(x) = 0$ metodą Newtona (metodą stycznych).

function mstycznych(f, pf, x0::Float64, delta::Float64, epsilon::Float64, maxit::Int)
Dane:

- `f, pf` - funkcja $f(x)$ oraz jej pochodna $f'(x)$ zadane jako anonimowe funkcje,
- `x0` - przybliżenie początkowe,
- `delta, epsilon` - dokładności obliczeń,
- `maxit` - maksymalna dopuszczalna liczba iteracji.

Wyniki:

- `r` - przybliżenie pierwiastka równania $f(x) = 0$,
- `v` - wartość $f(r)$,
- `it` - liczba wykonanych iteracji,
- `err` - sygnalizacja błędu:

  `0` - metoda zbieżna,
  `1` - nie osiągnięto wymaganej dokładności w `maxit` iteracji,
  `2` - pochodna bliska zeru.

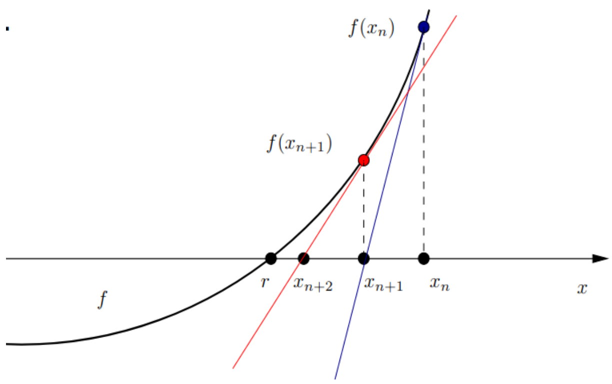
2.2 Rozwiązanie

Metoda Newtona jest metodą iteracyjną, która wymaga znajomości pochodnej funkcji $f'(x)$, dlatego funkcja musi być różniczkowalna w otoczeniu szukanego pierwiastka. Ponadto, pochodna $f'(x)$ nie może być równa zeru w żadnym punkcie iteracji, ponieważ jej wartość jest niezbędna do obliczeń. Przy spełnieniu tych warunków, iteracyjnie oblicza się kolejne przybliżenia pierwiastka za pomocą wzoru:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Metoda ta charakteryzuje się szybką zbieżnością (zbieżność kwadratowa) w pobliżu pierwiastka, jednak może nie działać efektywnie, gdy początkowe przybliżenie x_0 jest oddalone od pierwiastka lub gdy $f'(x)$ jest bliskie zeru.

Metoda Newtona polega na wykorzystaniu stycznej do krzywej f w punkcie x_n. Punkt przecięcia tej stycznej z osią OX (czyli miejsce, gdzie $y = 0$) staje się kolejnym przybliżeniem pierwiastka.



Rysunek 2: Graficzne przedstawienie metody Newtona (rysunek ze slajdów z wykładu).

Pseudokod algorytmu przedstawiony na wykładzie.

Algorithm 2: Algorytm metody Newtona

Dane : f, pf, x_0, δ, ϵ, $maxit$
Wyniki: r, v, it, err

$v \leftarrow f(x_0)$;
if $|v| < \epsilon$ **then**
  return $x_0, v, 0, 0$;
for $k \leftarrow 1$ **to** $maxit$ **do**
  $pfx \leftarrow f'(x_0)$;
  if $|pfx| <$ *eps(Float64)* **then**
    return $x_0, v, k, 2$;
  $x_1 \leftarrow x_0 - v/pfx$;
  $v \leftarrow f(x_1)$;
  if $|x_1 - x_0| < \delta$ ***or*** $|v| < \epsilon$ **then**
    return $x_1, v, k, 0$;
  $x_0 \leftarrow x_1$;
return $x_0, fx, maxit, 1$;

2.3 Wyniki

Wszystkie testy zostały przeprowadzone dla wartości $\delta = \epsilon = 10^{-5}$.

- **Normalny przykład:** Test sprawdza standardowe działanie metody Newtona dla funkcji $f(x) = 0.5*x^3-4$ oraz jej pochodnej $f'(x) = 1.5*x^2$, z początkowym przybliżeniem $x_0 = 0.5$. Oczekiwane wyniki to:
  - Funkcja $f(x)$ w znalezionym punkcie spełnia warunek dokładności ($|f(x)| \leq \epsilon$),
  - Znalezione rozwiązanie x mieści się w dopuszczalnym błędzie δ względem oczekiwanego wyniku ($|\text{poprawnyWynik} - x| \leq \delta$),
  - Brak błędu metody (`err` $= 0$).
- **Pochodna równa 0 w przybliżeniu początkowym:** Testuje przypadek, gdzie pochodna funkcji $f(x) = 0.5 * x^3 - 4$, $f'(x) = 1.5 * x^2$ wynosi 0 dla początkowego przybliżenia $x_0 = 0.0$. Wynik:
  - Brak rozwiązania,
  - Kod błędu metody `err` równy 2.
- **Metoda wpada w cykl:** Funkcja $f(x) = 0.5 * x^3 - x + 2$ oraz jej pochodna $f'(x) = 1.5 * x^2 - 1$ zostały użyte do zilustrowania przypadku, gdzie metoda Newtona wpada w cykl dla początkowego przybliżenia $x_0 = 0.0$. Wyniki:
  - Funkcja $f(x)$ nie spełnia warunku dokładności ($|f(x)| > \epsilon$),
  - Znalezione rozwiązanie x nie zbliża się do oczekiwanej wartości w granicach δ ($|x - 0.0| > \delta$),
  - Liczba iteracji osiąga maksymalną wartość (`it` $= 10$),
  - Kod błędu `err` równy 1.

2.4 Wnioski

Wszystkie testy zakończyły się pomyślnie, co potwierdza poprawność działania algorytmu.

3 Zadanie 3

3.1 Opis problemu

Celem zadania jest napisanie funkcji rozwiązującej równanie $f(x) = 0$ metodą siecznych.

function msiecznych(f, x0::Float64, x1::Float64, delta::Float64, epsilon::Float64, maxit::Int)
Dane:

- `f` - funkcja $f(x)$ zadana jako anonimowa funkcja,
- `x0, x1` - przybliżenia początkowe,
- `delta, epsilon` - dokładności obliczeń,
- `maxit` - maksymalna dopuszczalna liczba iteracji.

Wyniki:

- `r` - przybliżenie pierwiastka równania $f(x) = 0$,
- `v` - wartość $f(r)$,
- `it` - liczba wykonanych iteracji,
- `err` - sygnalizacja błędu:

  0 - metoda zbieżna,
  1 - nie osiągnięto wymaganej dokładności w `maxit` iteracji.

3.2 Rozwiązanie

Metoda siecznych to wariant metody Newtona, który nie wymaga znajomości pochodnej funkcji. Zamiast tego, pochodna jest aproksymowana za pomocą różnicy ilorazowej między dwiema ostatnimi iteracjami:

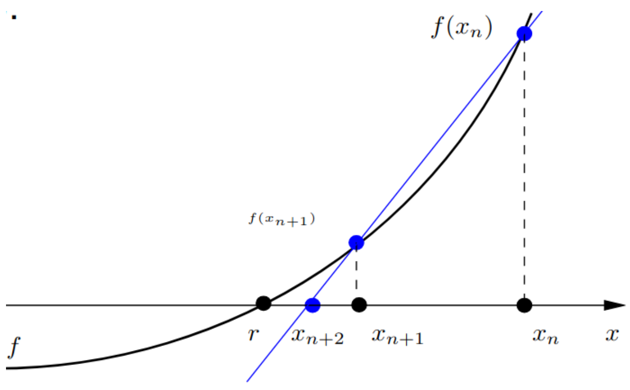
$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \cdot \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}.$$

Metoda ta wymaga, aby funkcja była ciągła oraz posiadała dwa początkowe przybliżenia x_0 i x_1, przy czym $f(x_0) \neq f(x_1)$. Zakłada się, że funkcja jest "dobrze zachowująca się"(brak punktów przegięcia czy skokowych zmian w zachowaniu). Jest bardziej uniwersalna niż metoda Newtona, lecz może być wolniejsza, ponieważ zbieżność jest nadliniowa, a nie kwadratowa.

Metoda siecznych opiera się na przybliżeniu pochodnej $f'(x)$ za pomocą różnicy ilorazowej:

$$f'(x) \approx \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}.$$

Punkt przecięcia siecznej, łączącej punkty $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ i $(x_n, f(x_n))$, z osią OX (czyli miejsce, gdzie $y = 0$) staje się następnym przybliżeniem pierwiastka x_{n+1}.



Rysunek 3: Graficzne przedstawienie metody siecznych (rysunek ze slajdów z wykładu).

Pseudokod algorytmu przedstawiony na wykładzie.

Algorithm 3: Algorytm metody siecznych

Data: f, $x0$, $x1$, δ, ϵ, $maxit$
Result: r, v, it, err
$fx0 \leftarrow f(x0)$;
$fx1 \leftarrow f(x1)$;
for $k \leftarrow 1$ **to** $maxit$ **do**
    if $|fx0| > |fx1|$ **then**
        $x0 \leftrightarrow x1$, $fx0 \leftrightarrow fx1$;
    $s \leftarrow (x1 - x0)/(fx1 - fx0)$;
    $x1 \leftarrow x0$, $fx1 \leftarrow fx0$;
    $x0 \leftarrow x0 - fx0 * s$;
    $fx0 \leftarrow f(x0)$;
    if $|x1 - x0| < \delta$ *or* $|fx0| < \epsilon$ **then**
        return $x0, fx0, k, 0$;
return $x0, fx0, maxit, 1$;

3.3 Wyniki

Wszystkie testy przeprowadzono dla wartości $\delta = \epsilon = 10^{-5}$.

- **Normalny przykład:** Testuje działanie metody siecznych dla funkcji $f(x) = x^3 - 1$ w przedziale początkowym $[0.5, 0.7]$. Oczekiwany wynik to $x = 1.0$. Weryfikowane są następujące warunki:
  - Funkcja $f(x)$ w znalezionym punkcie spełnia warunek dokładności ($|f(x)| \leq \epsilon$),
  - Znalezione rozwiązanie x mieści się w dopuszczalnym błędzie δ względem oczekiwanego wyniku ($|\text{poprawnyWynik} - x| \leq \delta$),
  - Brak błędu metody (`err` $= 0$).
- **Funkcja równa zero w punkcie zerowym:** Test pokazuje sytuację, w której funkcja $f(x) = x^2$ ma zerową wartość w przedziale początkowym $[-1.0, 1.0]$. Wyniki:
  - Brak wyniku (`x = "not a number"` oraz `f(x) = "not a number"`),
  - Osiągnięcie maksymalnej liczby iteracji (`it = 50`),
  - Kod błędu metody `err` równy 1.

3.4 Wnioski

Wszystkie testy zakończyły się pomyślnie, co potwierdza poprawność działania algorytmu.

4 Zadanie 4

4.1 Opis problemu

Problemem zadania jest wyznaczenie pierwiastka równania $\sin(x) - \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 0$ za pomocą trzech wcześniej zaimplementowanych metod, a mianowicie:

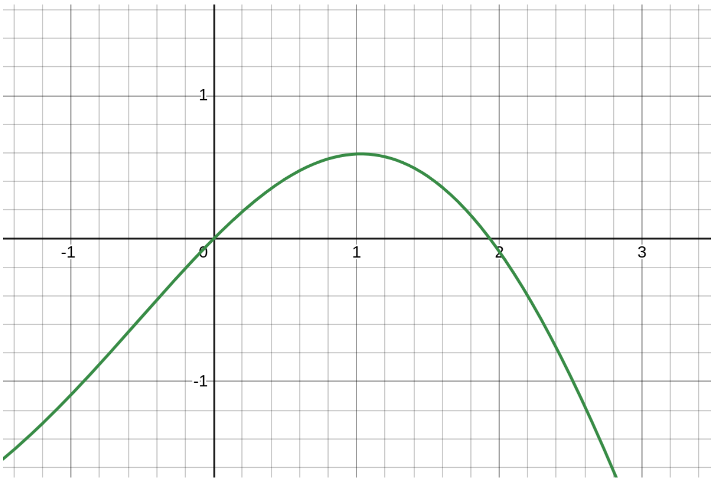
1. Metoda bisekcji z przedziałem początkowym $[1.5, 2]$ oraz $\delta = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5}$, $\epsilon = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5}$,
2. Metoda Newtona z początkowym przybliżeniem $x_0 = 1$ oraz $\delta = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5}$, $\epsilon = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5}$,
3. Metoda siecznych z początkowymi przybliżeniami $x_0 = 1$, $x_1 = 2$ oraz $\delta = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5}$, $\epsilon = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5}$.

4.2 Rozwiązanie

Rozwiązanie zadania polega na wywołaniu zaimplementowanych metod z poprzedniego zadania w następujący sposób:

- `mbisekcji(`$\sin(x) - \left(\frac{1}{2}x\right)^2$`, `$1.5$`, `$2.0$`, `$\frac{1}{2}\cdot 10^{-5}$`, `$\frac{1}{2}\cdot 10^{-5}$`)`
- `mstycznych(`$\sin(x) - \left(\frac{1}{2}x\right)^2$`, `$\cos(x) - \frac{x}{2}$`, `$1.5$`, `$\frac{1}{2}\cdot 10^{-5}$`, `$\frac{1}{2}\cdot 10^{-5}$`, `$20$`)`
- `msiecznych(`$\sin(x) - \left(\frac{1}{2}x\right)^2$`, `$1.0$`, `$2.0$`, `$\frac{1}{2}\cdot 10^{-5}$`, `$\frac{1}{2}\cdot 10^{-5}$`, `$20$`)`

4.3 Wyniki



Rysunek 4: Wykres funkcji $sin(x) - (\frac{1}{2}x)^2 = 0$.

Metoda	Przybliżenie pierwiastka r	f(r)	Liczba iteracji	Kod błędu
bisekcji	1.9337539672851562	-2.7027680138402843e-7	16	0
Newtona	1.933753779789742	-2.2423316314856834e-8	4	0
siecznych	1.933753644474301	1.564525129449379e-7	4	0

Tabela 1: Wyniki wyznaczania pierwiastka równania $sin(x) - (\frac{1}{2}x)^2 = 0$.

4.4 Wnioski

Wyniki uzyskane w programie Wolfram Alpha: 1.93375.

4.5 Wnioski

Wszystkie zastosowane metody zwróciły kod błędu równy 0, co oznacza brak błędów i ostrzeżeń podczas obliczeń. Uzyskane wartości przybliżeń pierwiastka dla każdej z metod są podobne i mieszczą się w akceptowalnych granicach określonych przez δ i ϵ. Należy jednak zwrócić uwagę na różnice w wartościach funkcji obliczonych dla tych przybliżeń – różnice te mogą przyjmować różne rzędy wielkości. Zauważono również, że metoda bisekcji wymagała czterokrotnie więcej iteracji niż pozostałe metody.

Wszystkie metody poprawnie wykonały zadanie, a różnice w wynikach przybliżeń mieszczą się w akceptowalnych granicach. Najlepszy wynik, zarówno pod względem dokładności, jak i efektywności, uzyskano za pomocą metody Newtona.

5 Zadanie 5

5.1 Opis problemu

Celem zadania jest znalezienie wartości zmiennej x, dla której wykresy funkcji $y = 3x$ oraz $y = e^x$ się przecinają, za pomocą wcześniej zaimplementowanej metody bisekcji. Wymagana dokładność obliczeń to $\delta = 10^{-4}$, $\epsilon = 10^{-4}$.

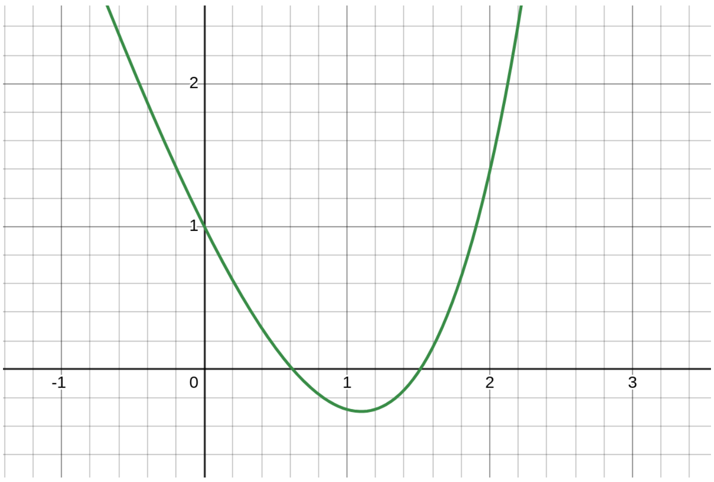
5.2 Rozwiązanie

Rozwiązanie polega na znalezieniu takiej wartości x, dla której $e^x = 3x$. W tym celu tworzymy funkcję $f(x) = e^x - 3x$, dla której musimy znaleźć miejsca zerowe, wykorzystując zaimplementowaną wcześniej metodę bisekcji.

Należy odpowiednio dobrać przedział przeszukiwania. Rozpocznijmy od sprawdzenia, co dzieje się dla $x \leq 0$. Łatwo zauważyć, że $f(x) > 0$ w tym zakresie, dlatego przedział $(-\infty, 0]$ można odrzucić. Dla $x = 1$, $f(x) < 0$, ponieważ $e^1 \approx 2.718$ jest mniejsze od $3 \cdot 1$. Z kolei dla $x = 4$, otrzymujemy $e^4 > 2^4 = 16 > 12 = 3 \cdot 4$, więc znowu $f(x) > 0$.

W związku z tym rozpatrujemy dwa przedziały: $[0, 1]$ oraz $[1, 4]$.

5.3 Wyniki



Rysunek 5: Wykres funkcji $f(x) = e^x - 3x$.

Przedział	Przybliżenie pierwiastka r	f(r)	Liczba iteracji	Kod błędu
$[0.0, 1.0]$	0.619140625	9.066320343276146e-5	9	0
$[1.0, 4.0]$	1.51214599609375	-1.7583570236290313e-5	14	0

Tabela 2: Wyniki wyznaczania pierwiastka równania $e^x - 3x = 0$.

Wyniki otrzymane w programie Wolfram Alpha: 0.619061 oraz 1.51213.

5.4 Wnioski

Prawidłowy dobór początkowych parametrów problemu jest kluczowy. W związku z tym istotna jest dokładna analiza problemu, obejmująca badanie zachowania funkcji f. Dzięki tej analizie można ograniczyć obszar poszukiwań, co znacząco ułatwia zadanie, redukując liczbę wymaganych iteracji algorytmu.

6 Zadanie 6

6.1 Opis problemu

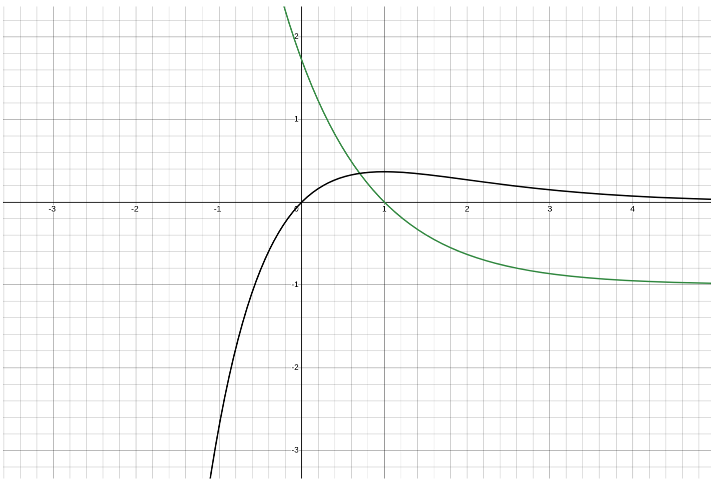
Problemem zadania jest znalezienie miejsca zerowego funkcji $f_1(x) = e^{1-x} - 1$ oraz $f_2(x) = xe^{-x}$ za pomocą wcześniej zaimplementowanych metod bisekcji, Newtona i siecznych. Wymagana dokładność obliczeń wynosi: $\delta = 10^{-5}$, $\epsilon = 10^{-5}$. Przedział i przybliżenia początkowe należy odpowiednio dobrać.

Należy również sprawdzić co się stanie, gdy w metodzie Newtona dla f_1 wybierzemy $x_0 \in (1, \infty]$, a dla f_2 wybierzemy $x_0 > 1$ i czy można wybrać $x_0 = 1$ dla f_2.

6.2 Rozwiązanie

Rozwiązanie zadania polega na zastosowaniu zaimplementowanych metod z poprzedniego zadania do dwóch funkcji f_1 oraz f_2. Z wykresu funkcji f_1 wynika, że wraz ze wzrostem x funkcja staje się coraz bardziej płaska, co prowadzi do zbliżania się pochodnej do zera i może powodować problemy w obliczeniach przy użyciu metod Newtona i siecznych. Z kolei funkcja f_2 posiada maksimum lokalne w punkcie $x = 1$, przez co metoda Newtona w tym punkcie może nie być skuteczna. Ponadto, dla dużych wartości x, funkcja ta przyjmuje wartości bliskie zeru, co może prowadzić do uznania całych odcinków za miejsca zerowe przez wszystkie metody. Na podstawie tej analizy przeprowadzone zostaną testy dla odpowiednio dobranych parametrów.

6.3 Wyniki



Rysunek 6: Wykres funkcji $f_1(x) = e^{1-x} - 1$ (zielony) oraz $f_2(x) = xe^{-x}$ (czarny).

Metoda	Dane	Przybliżenie pierwiastka r	$f(r)$	Liczba iteracji	Kod błędu
Bisekcji	$[1.0, 2.0]$	1.0	-7.63×10^{-6}	17	0
Newtona	$x_0 = 2.0$	0.9999999810	1.89×10^{-8}	5	0
Siecznych	$x_0 = 0.0, x_1 = 0.5$	0.9999998133	1.87×10^{-7}	5	0

Tabela 3: Wyniki dla $f(x) = e^{1-x} - 1$.

Metoda	Dane	Przybliżenie pierwiastka r	$f(r)$	Liczba iteracji	Kod błędu
Newtona	$x_0 = 1.0$	1.0	0.0	0	0
Newtona	$x_0 = 1.1$	0.99999999991094	$8.906009263398573e - 11$	3	0
Newtona	$x_0 = 1.5$	0.9999999984736215	$1.5263785790864404e - 9$	4	0
Newtona	$x_0 = 2.0$	0.9999999810	$1.8993900008368314e - 8$	5	0
Newtona	$x_0 = 5.0$	-29.59815003314427	$1.94360369414964e13$	5	0
Newtona	$x_0 = 10.0$	NaN	NaN	20	1
Newtona	$x_0 = 50.0$	50.0	-1.0	5	2
Newtona	$x_0 = 100.0$	100.0	-1.0	1	2

Tabela 4: Wyniki dla metody Newtona $f(x) = e^{1-x} - 1$.

Metoda	Dane	Przybliżenie pierwiastka r	$f(r)$	Liczba iteracji	Kod błędu
Bisekcji	$[0.5, 1.0]$	0.999992	7.63×10^{-6}	16	0
Newtona	$x_0 = 0.5$	0.9999999999	1.12×10^{-10}	4	0
Siecznych	$x_0 = 0.5, x_1 = 1.0$	1.0	0.0	1	0

Tabela 5: Wyniki dla $f(x) = xe^{-x}$.

Metoda	Dane	Przybliżenie pierwiastka r	$f(r)$	Liczba iteracji	Kod błędu
Newtona	$x_0 = 1.0$	0.36787944117144233	0.0	1	2
Newtona	$x_0 = 1.1$	14.787436802837927	$9.040322779745447e - 6$	3	0
Newtona	$x_0 = 1.5$	14.787436802837927	$5.594878975694858e - 6$	10	0
Newtona	$x_0 = 2.0$	14.398662765680003	$8.03641534421721e - 6$	10	0
Newtona	$x_0 = 5.0$	15.194283983439147	$3.827247505782993e - 6$	9	0
Newtona	$x_0 = 10.0$	14.380524159896261	$8.173205649825554e - 6$	4	0
Newtona	$x_0 = 50.0$	50.0	$9.643749239819589e - 21$	0	0
Newtona	$x_0 = 100.0$	100.0	$3.7200759760208363e - 42$	0	0

Tabela 6: Wyniki dla metody Newtona $f(x) = xe^{-x}$.

6.4 Wnioski

6.4.1 Wnioski dla metody Newtona dla f1

Dla $x_0 = r$: metoda nie wykonuje żadnej iteracji, bo od razu znajduje się w pierwiastku.

Dla $x_0 > r$ np. $x_0 = 2$: metoda nadal jest zbieżna.

Dla $x_0 > r$ np. $x_0 = 10$: wartość pochodnej jest bardzo mała co w efekcie powoduje błędy obliczeń i zwracanie wartości NaN.

Dla $x_0 >> r$ np. $x_0 = 100$: wartość pochodnej jest bardzo zbliżona do zera co w efekcie skutkuje zwróceniem od razu takiego kodu o błędzie.

6.4.2 Wnioski dla metody Newtona dla f2

Dla $x_0 > r$ np. $x_0 = 1$: pochodna jest równa 0, stąd otrzymujemy odpowiedni błąd już w pierwszej iteracji (dlatego nie możemy zaczynac od $x_0 = 1$).

Dla $x_0 > r$ np. $x_0 = 10$: metoda jest rozbieżna, a przez to, że zarówno funkcja jak i jej pochodna są bardzo bliskie 0 to zwracane wyniki są dalekie od poprawnych.

Dla $x_0 >> r$ np. $x_0 = 100$: wartość funkcji przez błędy arytmetyki wynosi 0, przez co obecna wartość x_0 jest od razu zwracana.

6.4.3 Wnioski ogólne

- Żadna metoda iteracyjna nie jest w pełni niezawodna.
- Kluczowe jest odpowiednie dobranie parametrów oraz analiza funkcji i jej pochodnej.
- Ograniczona precyzja arytmetyki może powodować błędy, zwłaszcza dla dużych wartości funkcji lub małych różnic między kolejnymi przybliżeniami.
- Najbezpieczniejsza jest metoda bisekcji, ale wymaga więcej iteracji. Metody Newtona i siecznych są szybsze, lecz bardziej wrażliwe na złe początkowe warunki.