

2024-Spring

대학 수학

제2강 (review level)

김성동 교수

적극적인 대학생활이 필요한 시기입니다.

- 대내외 장학금
- 대외 공모전
- 다양한 동아리 만들기

1. 과제접수 및 질문 받는 곳입니다..

<https://band.us/n/a9a104XbCaE9t>

2. 보내는 방법

- 만드시 개인Chatting 으로 보내야 합니다.

3. 다양한 개인적 질문도 Chatting 으로 하시기 바랍니다.

3D math is all about measuring locations, distances, and angles precisely and mathematically in 3D space. The most frequently used framework to perform such calculations using a computer is called the Cartesian coordinate system. Cartesian mathematics was invented by (and is named after) a brilliant French philosopher, physicist, physiologist, and mathematician named René Descartes, who lived from 1596 to 1650. René Descartes is famous not just for inventing Cartesian mathematics, which at the time was a stunning unification of algebra and geometry. He is also well-known

Cartesian and Screen Coordinates

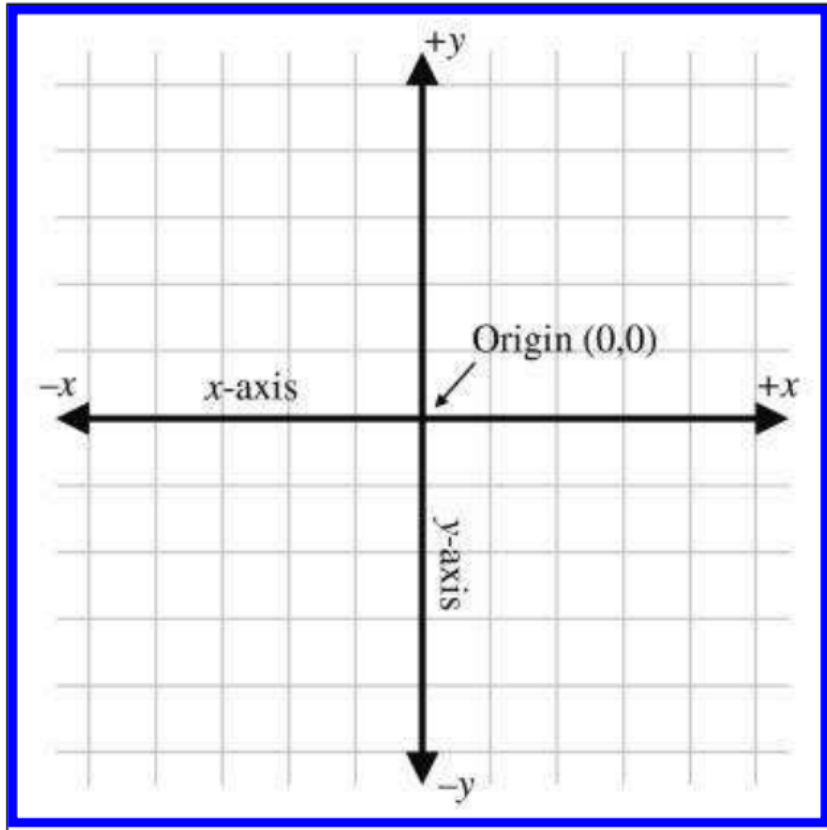


Figure 1.5
A 2D Cartesian coordinate space

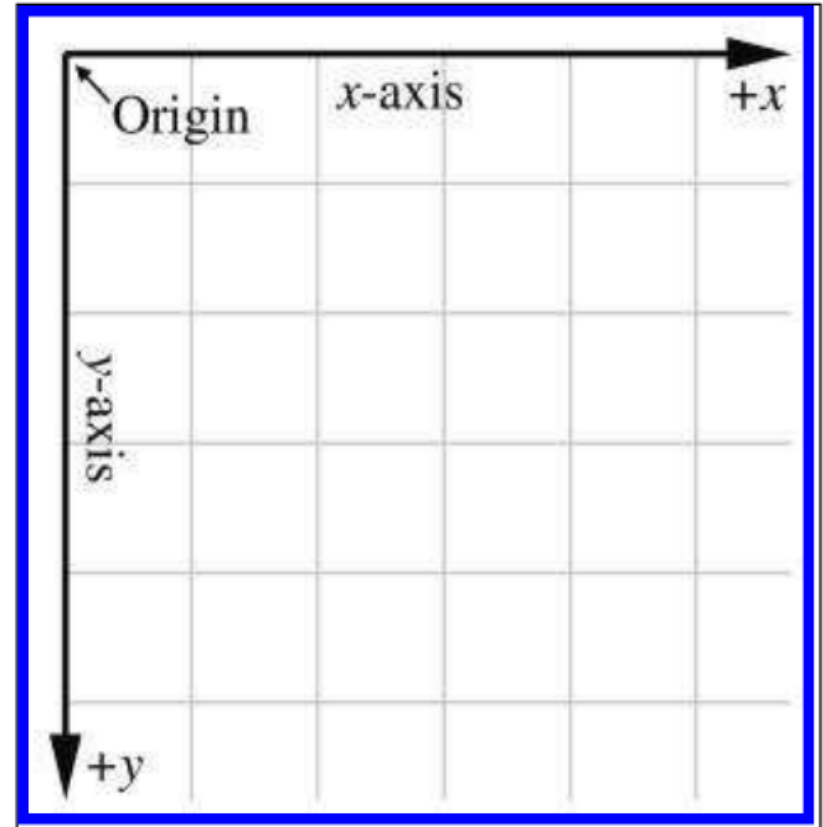


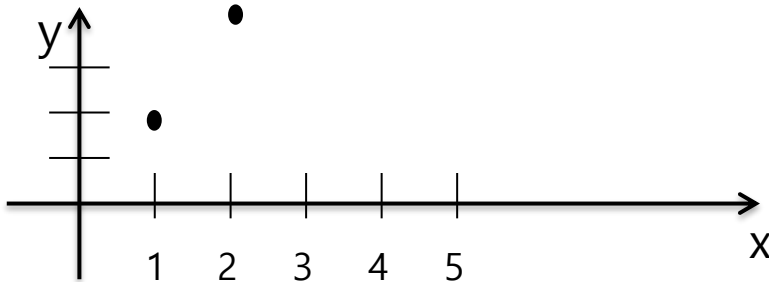
Figure 1.6
Screen coordinate space

제 1 장 Points and Lines(직교 좌표계)_orthogonal coordinate system

1. 콘텐츠, 코딩을 제작하는 과정: 2D , 3D 화면 물체 위치지정은 중요

2. 점의 정의 : 화면, 평면 (데카르트), 벡터(Vector)공간, Cartesian 좌표

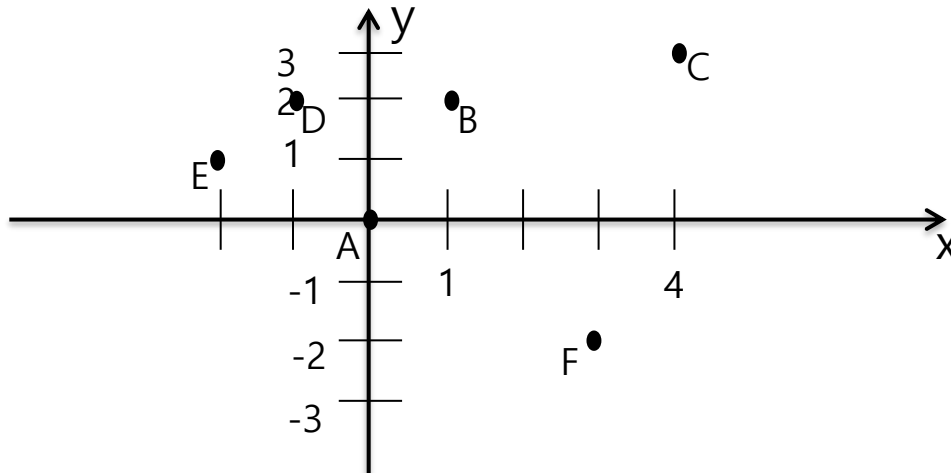
Ex) pair (0,0) (1,2) (2,4) (4,8)



우리가 세상을 보는 방식을 새롭게 규정했다.
자연은 눈에 보이지 않는 미세한 물질로 이루어져 있으며, 자연현상이란 이런 물질의 운동에 의해서 일어난다.

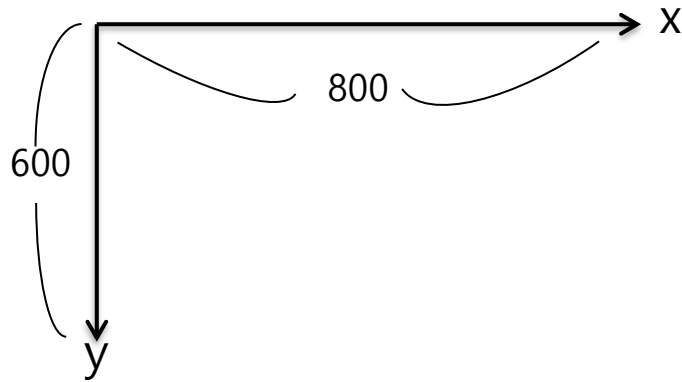
Ex) 데카르트 (Cartesian coordinate system)

A(0,0) B(1,2) C(4,3) D(-1,2) E(-2,1) F(3,-2)

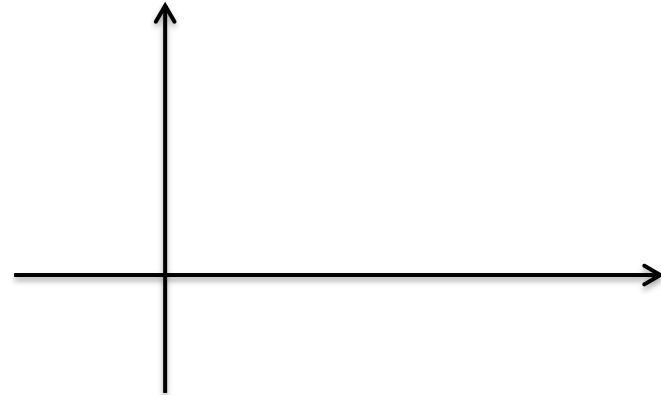


Ref)

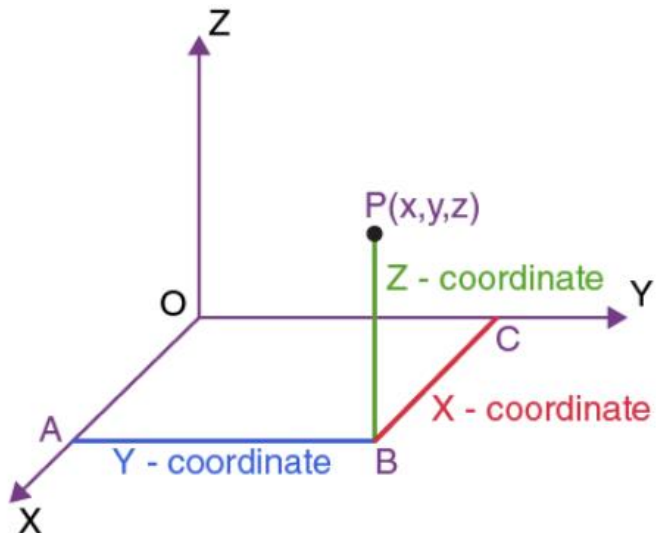
화면 좌표계



데카르트 좌표계



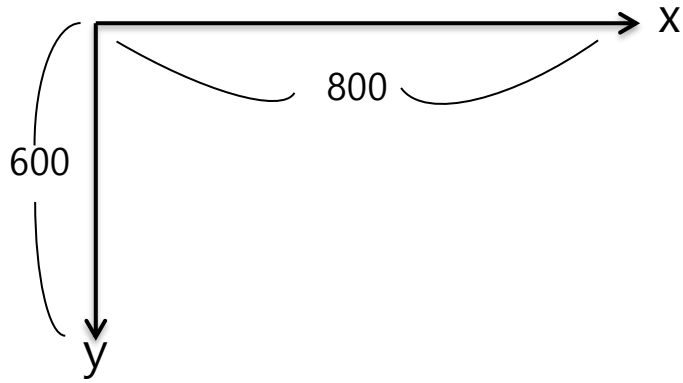
3D 좌표계



- 표현에 있어서 정하여진 표준이 없음
- 대부분 수학에서 사용하는 좌표계

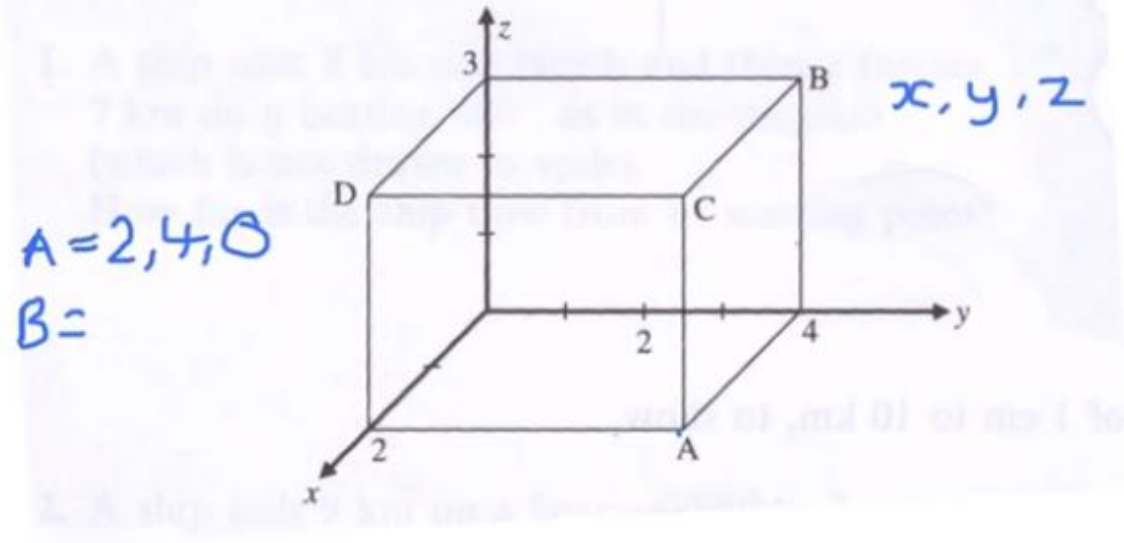
(x, y, z) - Object 위치를 표현하는데 사용.

Ref) **예제, 화면 좌표계, and GRAY, RGB 칼라 개념**



Example

1. Write down the coordinates of the points A, B, C, D.



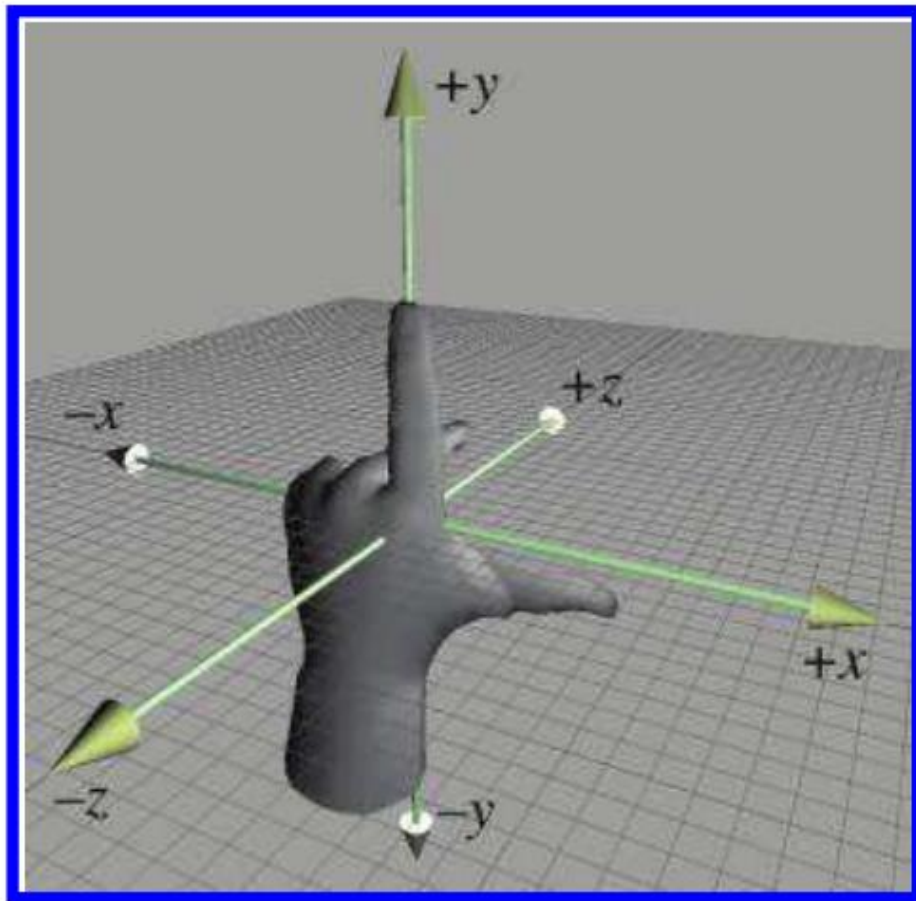
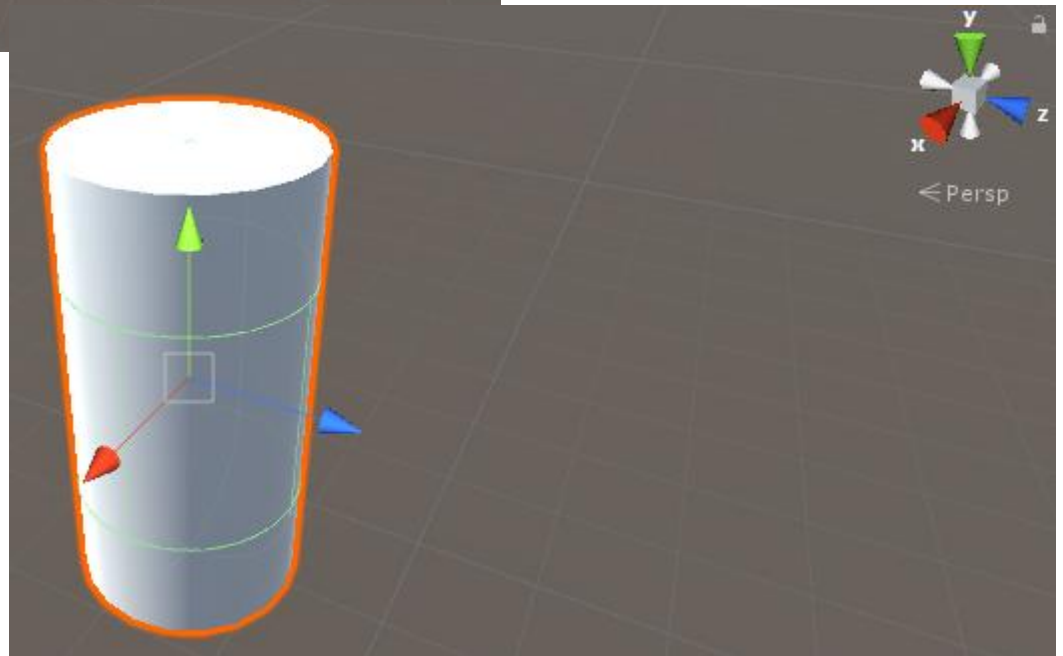
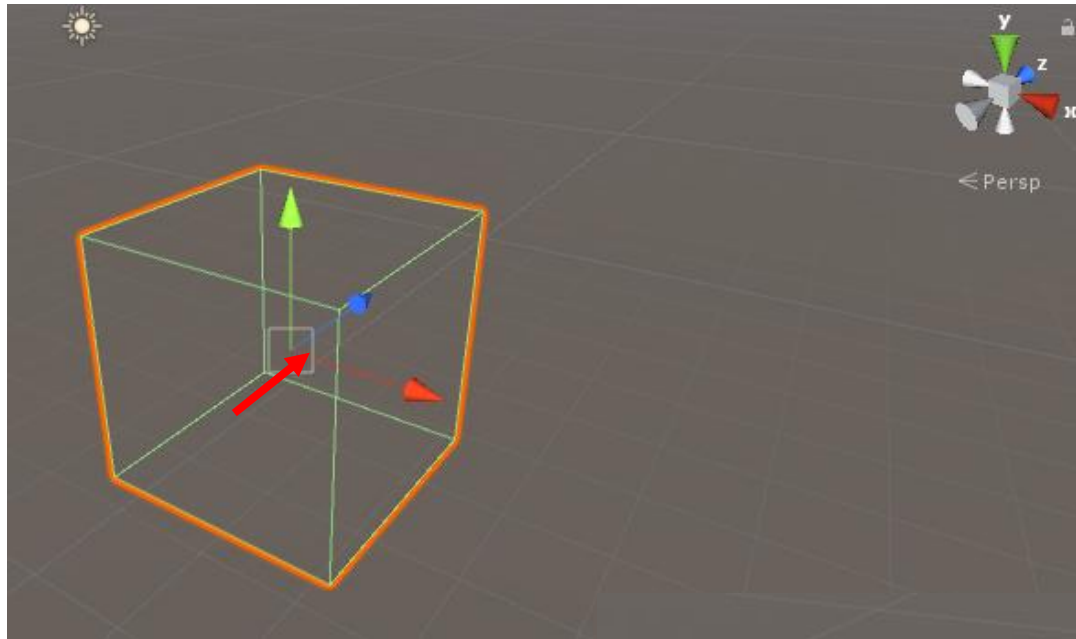


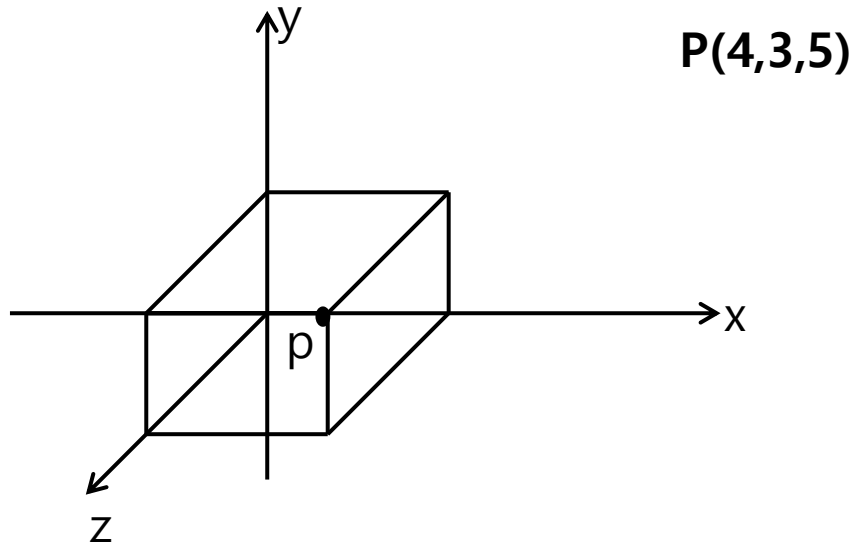
Figure 1.12
Left-handed coordinate space

GameObject 표현하여 보기.



Object 표현하여 보기.

Ex)

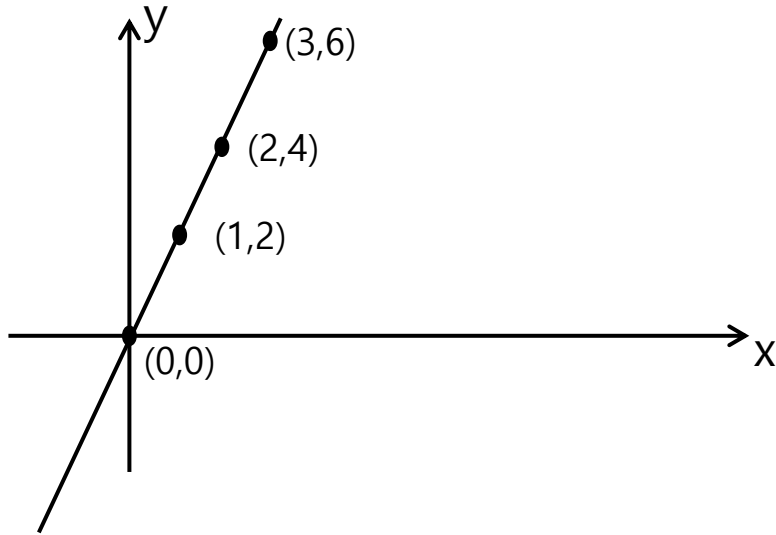


Ex)

2D game : 800 x 600

3D game : 800 x 600 x 100 (아래쪽 방향 사용)

1. 2D 에서 직선을 정의하는 방법, $y = ax + b$



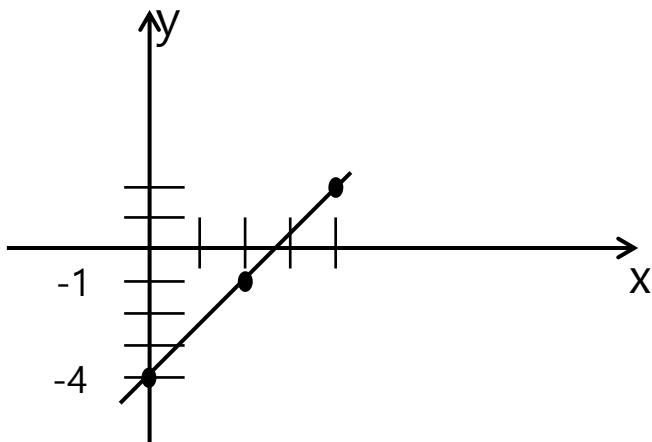
$$y = 2x \quad (1D \text{ 식 : 점의 집합})$$

$$Ax + By = C \quad (A, B \neq 0)$$

$$By = -Ax + C$$

$$y = -\frac{A}{B}x + \frac{C}{B}$$

Ex) equation (식)



$$3x - 2y = 8$$

$$(y = ax + b)$$

$$y = \frac{3}{2}x - 4$$

$$(0, -4)$$

$$(2, -1)$$

$$(4, 2)$$

Self- test

1. 격자 위에 다음의 2차원 점을 표시하여 보자

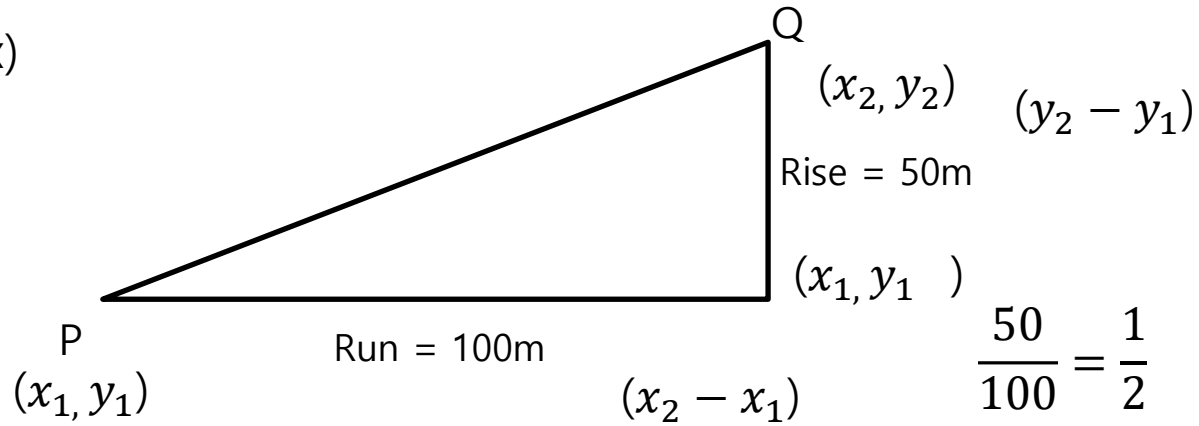
A (3,1), B(-3,1), C(0,2), D(-2,0), E(-1,-2)

2. 3차원 점의 오브젝트(cube)를 그려보자.

A(2, 3, 2), B(-2,1, -4) , C(2, -3, 2)

선의 성질

Ex)



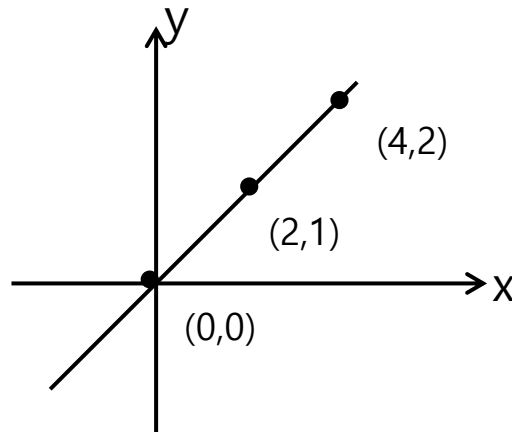
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

↗ m

Ex)

$$\frac{1}{2}x - y = 0$$

$$y = \frac{1}{2}x$$



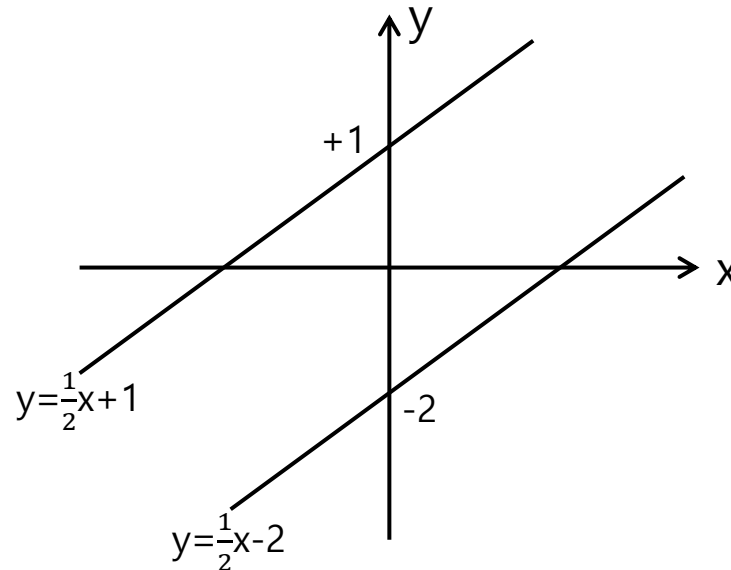
Ex) **두 점 사이의 기울기**

$$\begin{array}{ccc} P(1,5) & Q(-2,0) & y-5=\frac{5}{3}(x-1) \\ x_1 \ y_1 & x_2 \ y_2 & \\ & & y=\frac{5}{3}x-\frac{5}{3}+5 \\ & & \frac{0-5}{-2-1}=\frac{5}{3} \end{array}$$

Ex) 두 직선의 기울기, 그래프를 하나의 데카르트 좌표계에 그리자.

㉠ $y=\frac{1}{2}x+1$

㉡ $-3x+6y=-12, y=\frac{1}{2}x-2$



◆ 스스로 평가

다음 두 점 사이의 기울기를 계산하십시오.

1. $(1, 10)$ $(5, 0)$
2. $(3, 5)$ $(1, 9)$
3. $(2, -1)$ $(6, 1)$
4. $(-2, -5)$ $(1, 4)$
5. $(-3, -5)$ $(-4, 7/2)$
6. $(9, 8)$ $(9, -7)$
7. $(4, 2)$ $(-2, 1)$
8. $(3, 7)$ $(-8, 7)$
9. 문제 1번과 2번의 직선은 어떤 관계입니까?
10. 문제 6번의 직선은 어떤 모양인지 설명해 보십시오.
11. 문제 8번의 직선은 어떤 모양인지 설명해 보십시오.

다음 직선의 기울기를 구하십시오.

12. $2x+3y=10$
13. $x-5y=0$
14. $2y=8$
15. $x+y=-7$

다음 두 점을 잇는 직선의 식을 구하십시오.

16. $(0, 10)$ $(5, 0)$
17. $(3, 5)$ $(1, 9)$
18. $(2, -1)$ $(6, 1)$
19. $(-2, -5)$ $(1, 4)$

2D Perpendicular(수직)



Orthogonal (수직)



(논리적 의미)

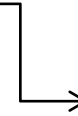
목적: 오브젝트 충돌에 대한 이해를 돕기 위함.

2D Perpendicular(수직)

Orthogonal (수직)



(기하학적 의미)



(논리적 의미)

Ex) 직선의 식 구하기

캐릭터가 화면상에서 (50,200)에 위치, Player가 (150,400)을 클릭하여
가고자 하는 방향 설정, 원하는 위치까지 가는 직선 경로의 식?

P(50,200) \longrightarrow Q(150,400)

$$y-200=\frac{400-200}{150-50}(x-50)$$

$$y-200=\frac{200}{100}(x-50)$$

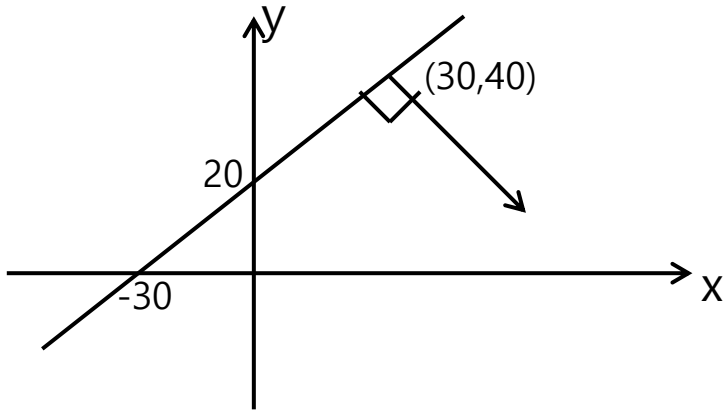
$$y=2x-100+200$$

$$=2x+100$$

수직선의 식 구하기

Ex) 물체(object)가 **선형 식** $y = \frac{2}{3}x + 20$ 따라 움직임.

When this (30,40)에 도착. 90° 를 꺾어서 가길 원함. Player 방향키 식?



$$y = \frac{2}{3}x + 20$$

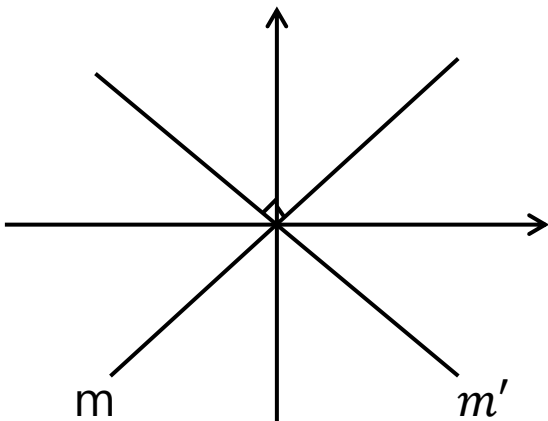
$$\frac{2}{3} \cdot m_1 = -1$$

$$m_1 = -\frac{3}{2}$$

$$y - 40 = -\frac{3}{2}(x - 30)$$

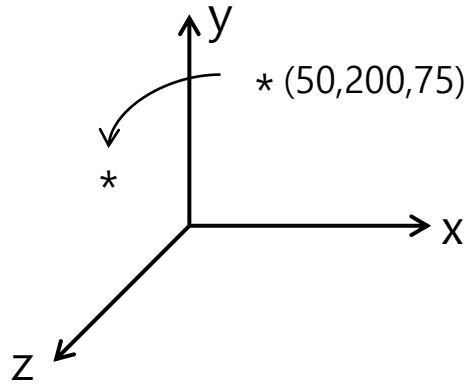
$$y - 40 = -\frac{3}{2}x + 45$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 85$$



$$\star m \cdot m' = -1$$

Ex) 3D(차원)에서 직선정의하기

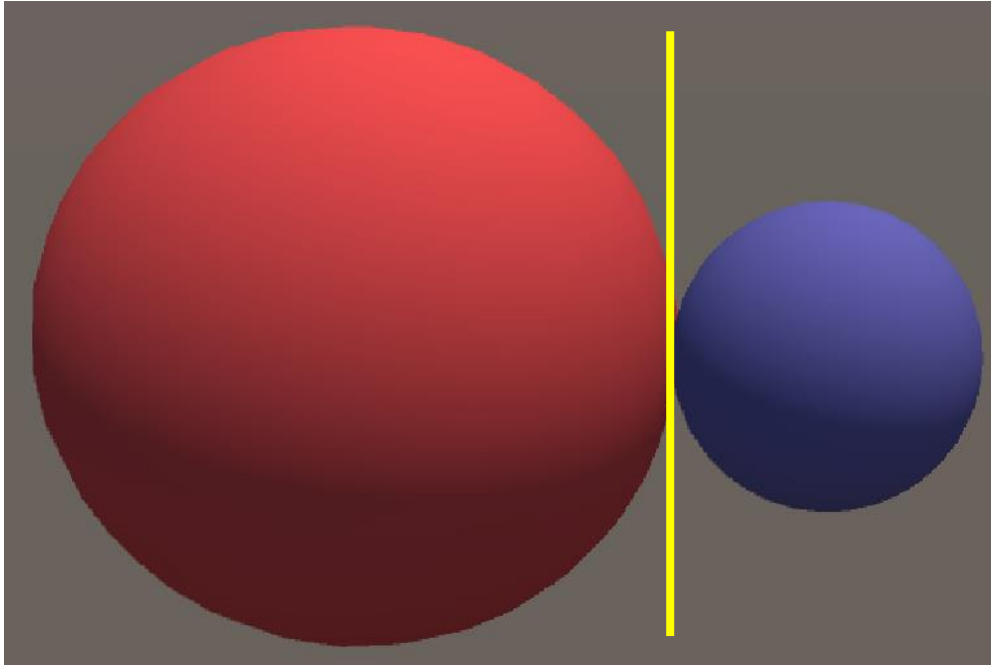


캐릭터가 3D 현재(50,200,75)에 위치.
→ (100,50,225) 직선경로?

$$\begin{aligned}\Delta x &= 100 - 50 = 50 \\ \Delta y &= 50 - 200 = -150 \\ \Delta z &= 225 - 75 = 150\end{aligned}$$

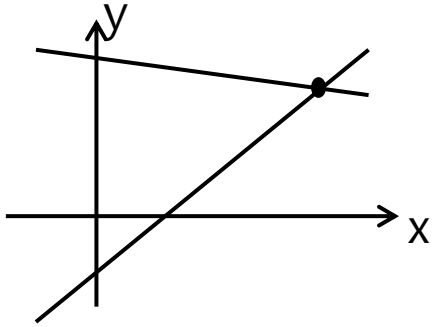


Ex) 3D (차원)에서 충돌 정의하기



충돌검출에의 응용

프로그래밍에서 두 직선이 만나는 점이 어디인지?



$$\begin{aligned}2x+3y &= 3 \\ -x+3y &= -6\end{aligned}$$

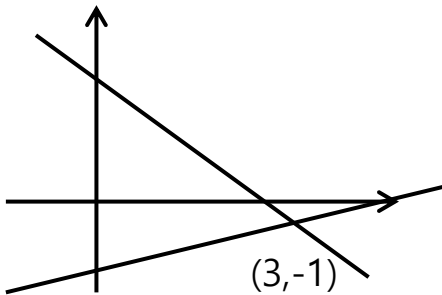
$$3x = 9$$

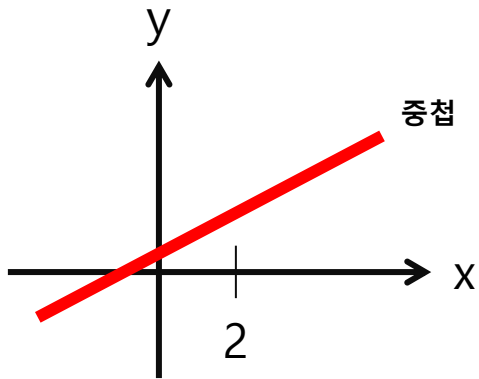
$$x = 3$$

$$2(3)+3y = 3$$

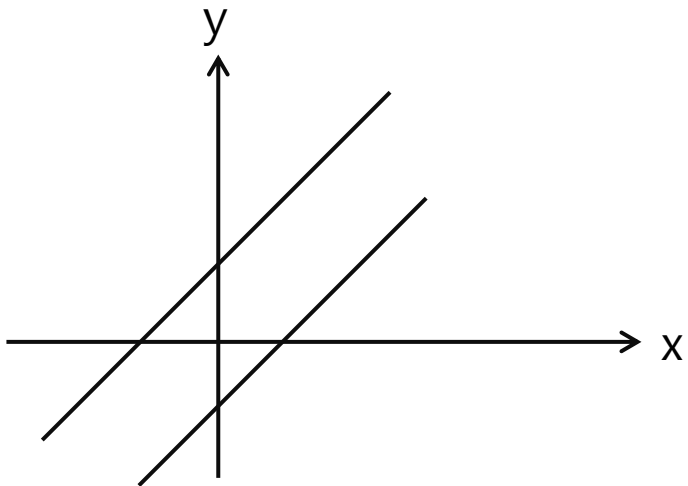
$$y = -1$$

※ 두 직선의 기울기는 다르다는 점





$$\begin{aligned} -3x+6y &= 6 \\ -x+2y &= 2 \longrightarrow -3x+6y = 6 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} -x+2y &= 2 \\ -x+2y &= -2 \\ 2y &= x-2 \\ y &= \frac{1}{2}x \end{aligned}$$

다음 식의 그래프(두 개의 직선)을 그리고, **교차점을 구하자.**

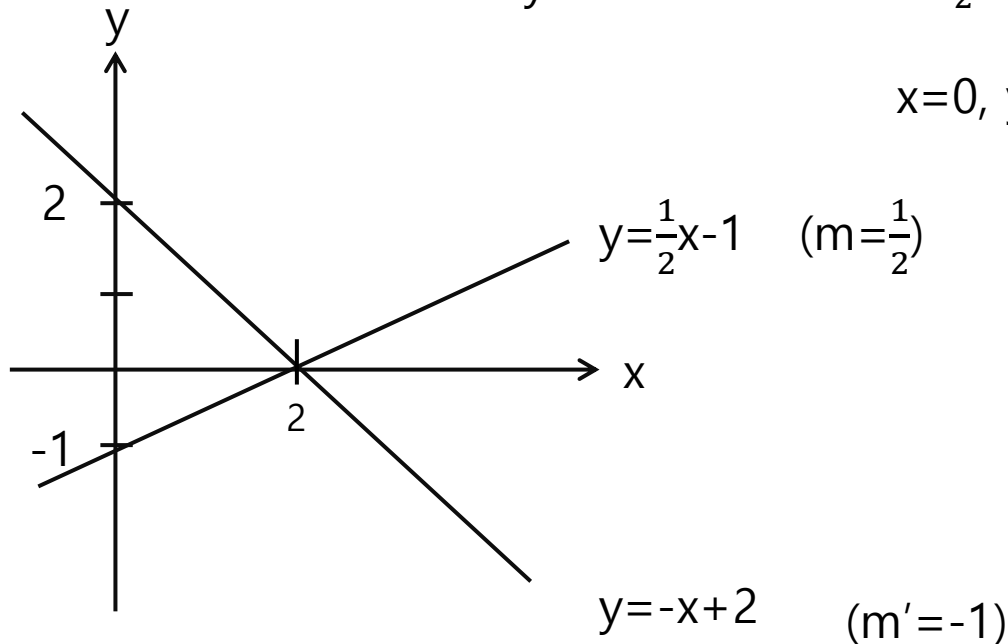
$$\begin{aligned} x+y &= 2 \\ -x+2y &= -2 \end{aligned}$$

$$\longrightarrow y = -x + 2$$

$$\therefore y=0, x=2 \text{ and } x=0, y=2$$

$$2y = x - 2 \longrightarrow y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$x=0, y=-1 \text{ and } x=2, y=0$$

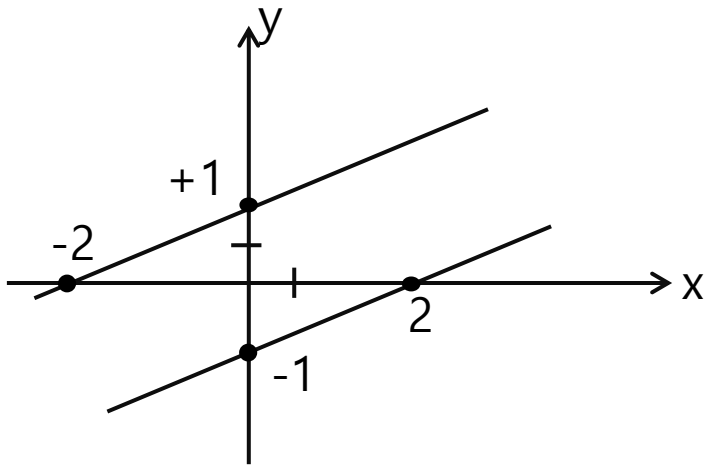


$(m \neq m')$ 교차점 한 개 존재

직선과의 충돌 검사 (example)

화면에서 공이 직선 $-x+2y=-2$ 를 따라서 움직이고 있다,
벽이 직선 $3x-6y=-6$ 을 따라 위치에 있다.
공이 벽과 충돌 할 것 인지 결정?

$$\begin{aligned} \textcircled{1} -x + 2y &= -2 \longrightarrow 2y = x - 2 \longrightarrow y = \frac{1}{2}x - 1 \\ \textcircled{2} 3x - 6y &= -6 \longrightarrow -6y = -3x - 6 \longrightarrow y = \frac{1}{2}x + 1 \end{aligned}$$



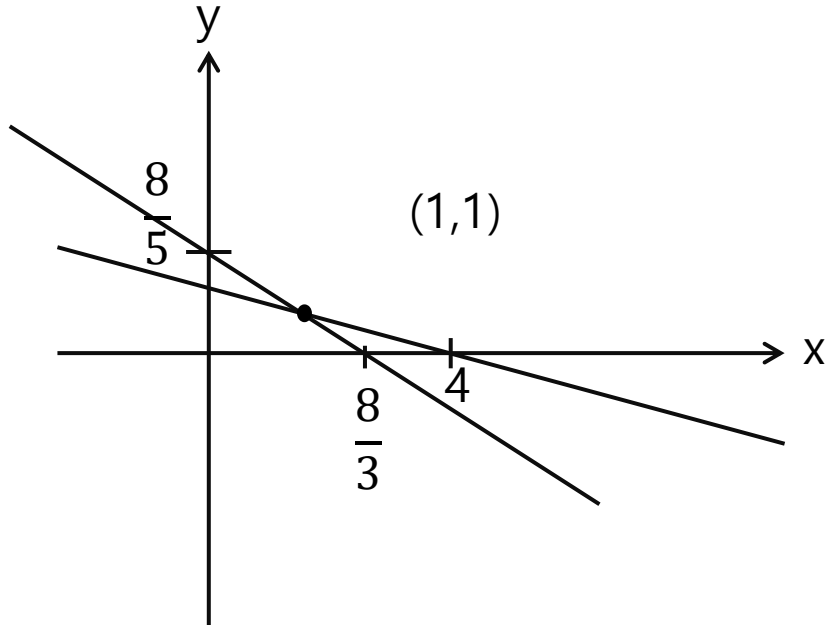
$$b_1 \neq b_2$$

선형 결합법으로 교점 구하기

자동차 한 대가 식 $3x+5y=8$ 를 정의되는 직선을 따라 이동하는 상황에서, 직선 $x+3y=4$ 로 정의되는 벽이 하나 있다. 만약 자동차가 같은 경로로 계속 이동 한다면 벽과 충돌하게 되는지, 만약 충돌한다면 충돌하는 위치는 어디일까 ?

$$3x+5y=8 \longrightarrow 5y=-3x+8 \longrightarrow y=-\frac{3}{5}x+\frac{8}{5}$$

$$x+3y=4 \longrightarrow 3y=-x+4 \longrightarrow y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$$



$$\begin{aligned} 3(4-3y)+5y &= 8 \\ 12-9y+5y &= 8 \\ 12-4y &= 8 \end{aligned}$$

(y=1, x=1) 충돌지점

치환법으로 직선교점 구하기

$$-3x+y=8 \longrightarrow y=8+3x$$

$$5x-2y=9$$

$$5x-2(8+3x)=9$$

$$5x-16-6x=9$$

$$-x=25 \quad \therefore x=-25$$

$$y=8+3(-25)=8-75 \\ =-67$$

◆ 스스로 평가

각 식 기울기와 y 축과 만나는 점을 구하십시오.

1. $x+y=7$

2. $x+4y=8$

3. $-x+3y=-6$

4. $x-y=5$

5. $5x+y=0$

6. $2x+6y=-5$

Finally, **Summation and PI**

1.4.1 Summation and Product Notation

Summation notation is a shorthand way to write the sum of a list of things. It's sort of like a mathematical **for** loop. Let's look at an example:

$$\sum_{i=1}^6 a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6.$$

Summation notation is also known as *sigma notation* because that cool-looking symbol that looks like an E is the capital version of the Greek letter sigma.

A similar notation is used when we are taking the product of a series of values, only we use the symbol Π , which is the capital version of the letter π :

$$\prod_{i=1}^n a_i = a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_{n-1} \times a_n.$$

2주차 과제아래 주의사항 꼭 읽어 주세요.

1. 미소과는 여러분들이 모두 성실하게 공부하여 성공하기를 바랍니다.
2. 과제마감은 항상 다음수업 전 날 **밤 12.00 시 까지** 입니다. 간단하게 문서작성 하셔서 사진으로 올려 주셔도 되고, 파일로 보내주셔도 됩니다.
3. **Quiz 나 중간평가**는 꼭 과제에서 출제할 것 임다. (약속)

퀴즈예고: 4월9일(화)

1. 3D 오브젝트를 만들어보자.

P (-2,-3, 3) Q(2,3, -3)

2. 캐릭터가 $y = -\frac{1}{2}x$ 를 따라서 움직이고 있다. (10, -5) 지점에서 갑자기 수직으로 꺾어서 가려고 한다면, 캐릭터가 수직으로 이동하려는 수식은 어떻게 될까요 ??

3. 다음 직선의 기울기를 구하십시오.

a. $x + y = -7$ b. (4, 2) (-2, 1)

4. 다음 두 점을 잇는 직선의 방정식을 구하십시오.

a. (0, 10) (5, 0) b. (3, 5) (1, 9)