

Vzorové (cvičné a demonstrační) úlohy k maturitním tématům:

Úlohy s hvězdičkou nejsou povinné. Úlohy s více hvězdičkami nejsou povinné a mohou případně vyžadovat znalosti nad rámec semináře.

U maturity dostane student vypracovat 1 až 3 analogické úlohy (dle tématu)

1. Téma: Jednoduché datové typy, konstanty a proměnné

a/ Napište program, který vytiskne všechna písmenka od "a" až do "z" na obrazovku pod sebe pomocí jednoho for-cyklu a jediné proměnné typu char.

b/ Nadefinujte tři proměnné a, b, c typu integer. Vložte do nich náhodné hodnoty v rozsahu 1 až 50.

Určete jejich průměr. Vypište je od nejvyššího čísla do nejnižšího. Zaměňte hodnoty v proměnných a, b.

c/ Uživatel zadává celá čísla, zadávání se ukončí nulou.

Program vypíše součet zadaných sudých čísel a součet zadaných čísel, která jsou dělitelná třemi.

d/ Definujte proměnnou "Nahoru", která bude logického typu. Nastavte ji náhodně tak, aby na 30 procent měla pravdivou hodnotu a na 70 nepravdivou hodnotu.

e/ Náhodně mizející a znovuobjevující se tlačítka.

Na formulář umístíte 3 tlačítka. Pomocí komponenty Časovač (Timmer) každou sekundu u každého tlačítka změníte logickou hodnotu jeho vlastnosti (Viditelnost) tak, aby na 20 procent změnila svoji pravdivostní hodnotu na opačnou. (z pravdy bude lež a naopak) Tlačítka tak budou tedy náhodně mizet a zase se znovu objevovat na formuláři.

2. Téma: Číselné soustavy, bitová reprezentace čísel, bitové operátory

a/ Napište program, který převede číslo typu byte do pole osmi celých čísel (s hodnotami 0-1), tedy převede jednotlivé bity do osmiprvkového pole bajtů. (například číslo 14 převede tento program na pole s hodnotami prvků: [0], [0], [0], [0], [1], [1], [1], [0])

b/ Napište program, kde bude uživatel postupně zadávat celá čísla (typu byte) a program u každého čísla invertuje nejvyšší a nejnižší bit (tedy nultý a sedmý), dále potom druhý nejnižší (první bit) nastaví vždy na jedničku a druhý nejvyšší (šestý bit) nastaví vždy na nulu. Výsledné číslo potom vždy program vypíše na obrazovku. Zadávání skončí uživatelem zadáním čísla -1.

c*/ napište program, který převede celé číslo (max. 16 bitové) na text, který bude obsahovat zápis čísla v 16-kové soustavě. Například číslo 268 převede program na text: "1C" apod.

3. Téma: Základní matematické funkce a operace

- a/ Uložte do pole tabulku funkčních hodnot funkcí $y = \sin(x)$, $y = \sin(2x)$ a $y = \sin^2(x)$ v intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$
Hodnoty zapište na jedné řádce

Tuto tabulku uložte také do textového souboru. Ukázka formátu výstupu:

```
x sin(x) sin(2x) sin2(x)
0, 0, 0, 0
0.1 , 0.0998, 0.1987, 0.00997
0.2 , 0.1987, 0.3894, 0.03947
0.3 , 0.2955, 0.5646, 0.08733
```

Atd.

Můžete případně (pokud Vám zbude čas) v Excelu vykreslit grafy funkcí (typu xy bodový) do jednoho grafu

- b/ napište funkci, která vypočítá třetí odmocninu z libovolného reálného čísla, pokud programovací jazyk umí počítat pouze třetí odmocniny z nezáporných čísel

- c/ Napište program, který pomocí cyklu vypočítá součet prvních 20 členů konvergentní číselné řady:

$$\sum_{n=1}^{40} \frac{6}{n^2}$$

(jedná se o součet čtyřiceti čísel $6/1 + 6/4 + 6/9 + 6/16 + 6/25 \dots$)

Vypište potom na obrazovku druhou odmocninu z vypočítaného součtu.

- d*/ V programovacím jazyku není k dispozici obecná mocnina (např. 3 na sedmou). Ale jsou k dispozici funkce $\ln(x)$ a $\exp(x)$. Napište vlastní funkci se dvěma vstupními parametry, která bude vracet číslo a umocněné na číslo b. Použijte Vaši funkci pro výpočet a vypsání výsledku $3^7 =$

4. Téma: Podmíněný příkaz a logické operátory

a/ Napište program, který vypíše vzestupně všechna celá čísla v rozsahu 1 až 1000, která jsou dělitelná 3, nebo 7, nebo 11, ale zároveň nejsou dělitelná osmi.

b/ napište program, kde uživatel zadá koeficienty a,b,c kvadratické rovnice a program na základě hodnoty diskriminantu napíše, kolik má rovnice řešení a uvede příslušné (nebo příslušná) řešení

c/ napište funkci se dvěma vstupními parametry (celá čísla), která vrátí hodnotu true, pokud jsou obě vstupní čísla sudá nebo obě lichá. Jinak vrátí hodnotu false.

d/ Příšerka v počítačové hře se na každé křižovatce náhodně rozhodne pro jeden ze 4 směrů. Na 10 procent půjde zpět, na 40 procent rovně, na 20 procent doleva a na 30 procent doprava. Vygenerujte směr a nastavte správně hodnoty proměnných posun_x, posun_y (-1; 0; 1), (tak, aby v následujícím kroku příšerka mohla změnit své souřadnice o tyto kroky.)

e*/ Házení falešnou kostkou: Generujte 1000 náhodných hodů falešnou šestistrannou kostkou, kde čísla padají s pravděpodobnostmi:

- 1 5 procent
- 2 10 procent
- 3 10 procent
- 4 20 procent
- 5 25 procent
- 6 30 procent

Čísla vypisujte na obrazovku vedle sebe (oddělené čárkou)

Program vypočítá a vypíše v závěru, kolikrát z 1000 hodů padla jednička a kolikrát šestka

5. Téma: Cykly a jejich použití

a/ uživatel zadává posloupnost čísel ukončenou číslem nula
napište program, který vypíše jejich součet a součin

b/ uživatel zadá 2 celá čísla. Program vypíše obdélník tohoto typu:

```
1234567
1234567
1234567
1234567
```

(v případě, že uživatel zadal 4,7)

c/ napište program, který na základě zadaného čísla vypíše pyramidu z hvězdiček:

```
*
**
***
****
*****
```

(v případě, že uživatel zadal číslo 5)

d/ Napište program, který vypočítá faktoriál zadaného čísla

e/ Napište program, který zjistí, zda zadané číslo je prvočíslo

f/ Zapište program, který vypočítá součet druhých mocnin celých čísel dělitelných sedmi v rozsahu čísel 200 a 300

g*/ Napište program, který vypíše prvních n členů Fibonacciho posloupnosti
(první dva členy posloupnosti mají hodnotu jedna, každý další člen je součtem dvou předchozích členů, tedy posloupnost vypadá takto: 1,1,2,3,5,8,13, atd.)

6. Téma: Podprogramy a jejich parametry

a/ napište funkci, která vypočítá třetí odmocninu ze záporného čísla, pokud programovací jazyk umí počítat pouze třetí odmocniny z nezáporných čísel

b/ napište funkci v Pascalu, která bude vracet součet komplexního čísla (Nadefinujte datovou strukturu komplexního čísla pomocí záznamu)

c/ Definujte funkci, která bude vracet faktoriál ze zadaného čísla

d***/ Definujte proceduru s parametrem volaným odkazem. Parametrem bude pole o deseti prvcích (celá čísla). Procedura z tohoto pole odstraní všechna sudá čísla a nahradí je nulou

e/ Definujte funkci která zašifruje vstupní parametr typu string a vrátí nový string, kde budou písmenka posunutá o jedničku dle ASCII tabulky (např z 'A' se stane 'B' apod.)

7. Téma: Práce s poli, vektory a maticemi

f/ Definujte jednorozměrné celočíselné pole o 100 prvcích a vyplňte ho náhodnými reálnými čísly v rozsahu hodnot $<-200; 200>$.

Vypočítejte součet všech prvků. Najděte největší a nejmenší prvek. (Vypište na obrazovku.)

a/ Definujte dvourozměrné celočíselné pole 20×20 a vyplňte ho náhodnými čísly v rozsahu hodnot 0 až 50.

Zjistěte, kolik je v poli sudých čísel a kolik je v poli čísel dělitelných třemi.

b/ Definujte dvourozměrné celočíselné pole 30×30 a vyplňte ho celými náhodnými čísly v rozsahu hodnot 0 až 10.

Vypočítejte součet všech čísel na hlavní diagonále (pomocí jediného for-cyklu).

c/ Definujte dvourozměrné pole 10×10 (typu char) a vyplňte ho náhodnými písmenky v rozsahu hodnot a..z

Obsah pole poté vypište na obrazovku.

d*/ Definujte dvě pole, které budou reprezentovat dvě čtvercové matice A,B typu 7 x7.

Obě matice vyplňte náhodnými čísly v rozsahu hodnot $<-10; 10>$

Předpokládáme, že čtvercová matice M vznikne vynásobením matic A,B.

Napište funkci se dvěma vstupními parametry R,S. Tato funkce vrátí hodnotu prvku m_{RS} matice M. (Tedy číslo matice M v R-tém řádku a S-tém sloupečku)

Obě původní matice zde považujte za globální proměnné – nebudou tedy vstupními parametry funkce. Matici M není třeba pro tento úkol definovat ani počítat.

e*/ Definujte dva vektory v dimenzi 12 (12×1) a vyplňte oba náhodnými čísly v rozsahu hodnot $<-3; 3>$.

Vypočítejte skalární součin těchto vektorů pomocí cyklu.

f**/ Definujte dva vektory v dimenzi 5 (5×1) a vyplňte oba náhodnými čísly v rozsahu hodnot $<0; 10>$.

Správným vynásobením těchto vektorů vznikne čtvercová matice. (někdy toto násobení vektorů označujeme jako diadický součin). Vypočítejte položky této matice 5×5 .

8. Téma: Textové datové typy a práce s textem

a/ Uživatel zadá slovo. Program toto slovo vypíše pozpátku ahoj ->> joha

b/ Uživatel zadá slovo. Program toto slovo vypíše se zdvojenými písmenky
ahoj → aahhoojj

c/ Uživatel zadá slovo. Program mu slovo zašifruje tak, že každé písmenko posune o 1 dle ASCII (z A udělá B apod.)

d/ Uživatel zadá jedno delší slovo. (například Anakonda)

Program mu vypíše pyramidu z písmenek tohoto slova:

```
Anakonda
Anakond
Anakon
Anako
Anak
Ana
An
A
```

e/ Definujte jednorozměrné pole sedmi stringů. Uživatel zadá 7 slov.

Program vypočítá, kolikrát se ve všech slovech vyskytuje písmeno e.

Program vypíše slova na obrazovku v opačném pořadí.

Program vypíše všechna slova „pozpátku“.

9. Téma: Práce se seznamy

a/ Uživatel zadává slova. Uložte tato slova do seznamu. Poté projděte seznam a vypište na obrazovku všechna zadaná slova v opačném pořadí.

b/ Uložte do seznamu 50 náhodných celých čísel. Poté projděte seznam a vypište na obrazovku všechna čísla dělitelná třemi. Vypočítejte, kolik je v seznamu sudých čísel.

c/ Vytvořte seznam patnácti n-tic náhodných celých čísel

První položka seznamu bude jedno náhodné celé číslo v rozsahu 1 až 30.

Druhá položka seznamu bude dvojice náhodných celých čísel v rozsahu 1 až 30.

Třetí položka seznamu bude trojice náhodných celých čísel v rozsahu 1 až 30.

Čtvrtá položka seznamu bude čtveřice náhodných celých čísel v rozsahu 1 až 30.

Atd. ...

Patnáctá položka seznamu bude patnáctice náhodných celých čísel v rozsahu 1 až 30

Následně vytvořenou strukturu vytiskněte na obrazovku v přehledném formátu, nebo zapište do textového souboru. Výsledek může vypadat např. takto:

(1)

(12, 4)

(15, 7, 29)

(13, 14, 30, 5)

(23, 24, 3, 28, 19)

Atd.

d*/ vytvořte seznam 20ti náhodných n-tic celých čísel. Každá n-tice bude mít počet prvků n náhodný v rozsahu 2 až 5. Seznam bude tedy obsahovat 30 skupin čísel, z nichž některé budou dvojice, některé trojice, některé čtveřice a některé pětičky. Následně vytvořenou strukturu vytiskněte na obrazovku v přehledném formátu, nebo zapište do textového souboru. Výsledek může vypadat např. takto:

(1, 5, 78)

(45, 456)

(125, 7, 456, 45, 789)

(123, 145, 458, 458)

Atd.

10 Téma: Práce se záznamy a s objekty

a/ Definujte záznam `tZak`, který bude evidovat údaje o jednom žákovi ze školy. Bude obsahovat položky: jméno, příjmení, věk, třída a průměr známek. Definujte následně jednorozměrné pole o třiceti prvcích typu `tZak`, abychom mohli uložit údaje o žácích celé jedné třídy.

b/ Definujte datový typ záznam pro reprezentaci komplexních čísel v Pascalu. Umožněte uživateli, aby dvě komplexní čísla zadal a program potom vypočítá jejich součet.

c/ Definujte jednorozměrné pole záznamů – evidence knih v knihovně
U každé knihy chceme evidovat autora, název, rok vydání, počet stran a zda je vypůjčená. V knihovně bude maximálně 100 knih.

11. Téma: Práce se soubory

a/ uživatel zadává slova, ukládají se do pole. Zadávání končí zadáním stringu „0“. Poté všechna slova uložíte pod sebe do nového prázdného textového souboru.

b/ Vytvořte tabulku funkčních hodnot funkce $\sin(x)$ pro x z intervalu $<0; 2\pi>$ a uložte dvojice hodnot pod sebe do textového souboru, dvojici $x, \sin(x)$ na jednom řádku oddělte čárkou:

$x \quad \sin(x)$
0, 0
0.4 , 0.0998
0.5 , 0.1987
0.6 , 0.2955

atd...

c/ Máte textový soubor, který obsahuje 10 čísel zapsaných pod sebou. (Napište si je v nějakém textovém editoru.)

Načtěte tato čísla ze souboru do jednorozměrného pole a sečtěte je. Načtená čísla a jejich součet vypište na obrazovku.

12. Téma: Programování řízené událostmi

- a/ Použijte událost časovače. Každou sekundu se na obrazovce objeví nova malá kružnice na náhodné pozici. (Případně i náhodně velká, pokud Vám zbude čas)
- b/ Použijte vhodnou událost Formuláře, aby při stisku tlačítka myši se na zadaném místě formuláře vykreslila malá kružnice (se středem v místě stisku tlačítka).
- c/ Naprogramujte žertovné tlačítko – při najetí myši na tlačítko toto tlačítko ujede a nepůjde ho tak nikdy stisknout.
- d/ Použijte komponentu Image s obrázkem. Použijte komponentu časovače, aby každých 200ms komponenta změnila svoji polohu o 5 pixelů.
- e*/ Použijte vhodné události formuláře, aby se po stisku tlačítka myši vykreslila přímka z původní aktuální polohy do aktuálního místa, kde došlo ke stisknutí tlačítka

13. Téma: Aplikace tvořené pomocí knihovny komponent

- a/ Použijte komponentu Edit a ListBox. Jedním tlačítkem se bude přidávat string z editačního pole na konec ListBoxu.
Druhým tlačítkem se bude obsah ListBoxu mazat.
- b/ Použijte komponentu Memo a ListBox. Po stisku tlačítka se liché řádky z mema přidají na konec ListBoxu.
- c/ Použijte komponentu Časovač (Timer). Komponenta image se bude každých 200 ms posunovat o určitý počet pixelů. Počet pixelů posunu (a tedy rychlost posunu) může uživatel nastavit pomocí vhodné komponenty (např. SpinEdit)
- d/ Použijte zaškrťovací políčko. Pomocí tohoto tlačítka nastavte směr posunu v úloze c/

14 Téma: Práce s grafikou, základní grafické příkazy

- a/ Pomocí cyklu nakreslete 20 soustředných kružnic
- b/ Pomocí obdélníků nakreslete tabulku se třemi sloupci a 20 řádky
- c/ Nakreslete Sluníčko (mnoho paprsků vycházejících z jednoho bodu všemi směry pomocí cyklu a pak je překryje kolečko.)
- d/ Pomocí komponenty Timer nechte vykreslovat každou sekundu náhodné elipsy nebo obdélníky, náhodnou barvou a s náhodnou výplní na náhodné pozici.
- e/ Nakreslete menší čtverečky, které vytvoří pravidelný vzor (tabulku), každý čtvereček bude mít náhodně jinou barvu výplně.

15. Základní algoritmy vyhledávání a třídění

- a/ Uživatel zadává čísla ukončená nulou. Vypište nejvyšší číslo a druhé nejvyšší zadané číslo.
- b/ Naplňte 10-ti prvkové pole náhodnými čísly. Napište program pro jednoduché bublinkové třídění těchto čísel.
- c/ Napište program, který bude rychle hledat v setříděném poli uživatelem zadané číslo (můžete použít setříděné pole dle b/)

16. Numerické hledání kořenů rovnic

- a/ Napište program, který najde kořen rovnice $y = x^3 + 2$ metodou půlení intervalu
- b*/ Napište program, který najde kořen rovnice $y = e^x - 2$ metodou tečen
- c*/ Napište program, který najde kořen rovnice $y = e^x - 2$ metodou sečen

17. Numerické integrování

- a/ Napište program, který vypočítá určitý integrál funkce $y = \sin(x)$ na intervalu $<0, \pi>$ obdélníkovou metodou

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx$$

- b/ Napište program, který vypočítá určitý integrál funkce $y = \sin^2(x)$ na intervalu $<-\pi, \pi>$ metodou Monte Carlo

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2(x) dx$$

18. Náhodná čísla a transformace náhodných veličin

a/ vygenerujte 20 náhodných reálných čísel v intervalu $<-50; 120>$

Vypište čísla na obrazovku pod sebe.

b/ Házení falešnou kostkou: Generujte 100 náhodných hodů falešnou šestistrannou kostkou, kde čísla padají s pravděpodobnostmi:

- 1 5 procent
- 2 10 procent
- 3 10 procent
- 4 20 procent
- 5 25 procent
- 6 30 procent

Čísla vypisujte na obrazovku vedle sebe (oddělené čárkou)

Program vypočítá a vypíše v závěru, kolikrát ze 100 hodů padla jednička a kolikrát šestka

c*/ Cermat prý nemá letos dost peněz, aby opravil maturitní testy z matematiky.

Zkuste vygenerovat pro 1000 studentů náhodný výsledek jejich didaktického testu v procentech (0 až 100 celočíselně) tak, aby to dobře odpovídalo Gaussovu rozdělení a Ministerstvo na první pohled nic nepoznalo. Program závěrem vypíše, kolik studentů (z našich tisíce sledovaných) získalo přesně 0 procent a kolik studentů získalo přesně 50 procent bodů.

d/ Simulujte 100 hodů pěti mincemi najednou (2 strany – rub/líc). Určete, v kolika hodech ze sta nepadl ani jeden „líc“.

Například v následujících pěti hodech nastalo pouze jednou, že nepadl ani jeden líc (L), a to ve třetím hodu:

LLLRR

RLRLR

RRRRR

LLRRR

RLLLL

19. Numerické řešení pohybových rovnic

a/ nerovnoměrně zrychlený pohyb:

Těleso se pohybuje nerovnoměrně zrychleně. Počáteční zrychlení v čase $t=0$ má hodnotu 1m.s^{-2} .

Počáteční rychlost tělesa je nulová. Stejně tak je nulová počáteční dráha tělesa.

Aktuální zrychlení a tělesa bude záviset na okamžité rychlosti v čase t vztahem:

$$a = 1 + 0,2v$$

Tedy hodnota zrychlení se bude lehce lineárně zvyšovat s rostoucí rychlostí.

Vytvořte model, který zjistí hodnoty okamžité rychlosti, dráhy a zrychlení v čase $t = 10\text{s}$.

Nápověda: Jedná se o “jednoduchý” úkol z kinematiky, není tedy třeba řešit sílu ani hmotnost.

V dalším časovém kroku se jen dopočítá aktuální hodnota zrychlení dle poslední známé aktuální rychlosti. A provede se další časový krok, ve kterém se předpokládá, že se těleso pohybuje rovnoměrně zrychleně. Doporučený časový krok je $0,1\text{ s}$.

b/ nerovnoměrně zrychlený pohyb:

Těleso se pohybuje nerovnoměrně zrychleně. Počáteční zrychlení v čase $t=0$ má hodnotu 10 m.s^{-2} .

Počáteční rychlost tělesa je nulová. Počáteční dráha tělesa je nulová.

Aktuální zrychlení a tělesa bude záviset na okamžité dráze tělesa s vztahem:

$$a = 10 - 0,1s$$

Tedy hodnota zrychlení se bude lehce lineárně snižovat s rostoucí dráhou tělesa.

Vytvořte model, který zjistí hodnoty okamžité rychlosti, dráhy a zrychlení v čase $t = 5\text{s}$.

Nápověda: Jedná se o “jednoduchý” úkol z kinematiky, není tedy třeba řešit sílu ani hmotnost.

V dalším časovém kroku se jen dopočítá aktuální hodnota zrychlení dle poslední známé aktuální dráhy (tedy vlastně polohy). A provede se další časový krok, ve kterém se předpokládá, že se těleso pohybuje rovnoměrně zrychleně. Doporučený časový krok je $0,1\text{ s}$.

20. Částicové modelování ve fyzice

A/

Vygenerujte 1000 náhodných reálných čísel v rozsahu $<0, 10>$, která budou splňovat statistické rozdělení definované hustotou pravděpodobnosti, která má tvar lineární funkce:

$$\rho(x) = \frac{x}{50}, \quad x \in <0; 10>$$

Uvedená hustota pravděpodobnosti je již znormovaná.

Poznámka: Větší čísla budou tedy zde při generování preferována

a/ Použijte metodu inverzní funkce

b/ Použijte metodu Monte Carlo

Určete, kolik z vygenerovaných čísel je menších než 2 a kolik čísel je větších než 8.

B/

Vygenerujte 1000 náhodných reálných čísel v rozsahu $<-\frac{\pi}{2}; +\frac{\pi}{2}>$, která budou splňovat statistické rozdělení definované hustotou pravděpodobnosti, která má tvar funkce:

$$\rho(x) = \frac{\cos(x)}{2}, \quad x \in <-\frac{\pi}{2}; +\frac{\pi}{2}>$$

Uvedená hustota pravděpodobnosti je již znormovaná.

Poznámka: Čísla v blízkosti nuly budou tedy zde při generování preferována

a/ Použijte metodu inverzní funkce

b/ Použijte metodu Monte Carlo

Určete, kolik z vygenerovaných čísel je větších než $\frac{\pi}{4}$.