

EVENTOS INDEPENDIENTES

Nexus-Probability

CURSO 1 (PROBABILIDAD I)

PARTE 1 / LECCIÓN 2

Definición 1 (Eventos Independientes) Dos eventos E y F se dicen independientes si:

$$P(EF) = P(E)P(F).$$

Por la ecuación de la definición 1, esto implica que E y F son independientes si:

$$P(E | F) = P(E).$$

(Lo cual también implica que $P(F | E) = P(F)$). Es decir, E y F son independientes si saber que F ha ocurrido no afecta la probabilidad de que E ocurra. Es decir, la ocurrencia de E es independiente de si F ocurre o no.

Dos eventos E y F que no son independientes se denominan dependientes.

Definición 2 (Independencia Mutua) Un conjunto de eventos A_1, A_2, \dots, A_n es mutuamente independiente si para cualquier subconjunto $\{A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}\}$ se cumple:

$$P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k}).$$

Ejemplo 1 Al lanzar una moneda y un dado, definimos los eventos:

- A : Sacar cara en la moneda.
- B : Sacar un número par en el dado.

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{4}.$$

Por lo tanto, A y B son independientes.

Definición 3 (Independencia vs. Exclusividad) Dos eventos mutuamente excluyentes no pueden ser independientes a menos que uno de ellos tenga probabilidad cero, ya que:

$$P(A \cap B) = 0 \neq P(A)P(B).$$

Ejemplo 2 Considere que se extrae una bola de una urna que contiene cuatro bolas numeradas como 1, 2, 3 y 4. Sean:

$$E = \{1, 2\}, \quad F = \{1, 3\}, \quad G = \{1, 4\}.$$

Si se asume que los cuatro resultados son igualmente probables, entonces:

$$P(EF) = P(E)P(F) = \frac{1}{4},$$

$$P(EG) = P(E)P(G) = \frac{1}{4},$$

$$P(FG) = P(F)P(G) = \frac{1}{4}.$$

Sin embargo:

$$P(EFG) = \frac{1}{4} \neq P(E)P(F)P(G).$$

Por lo tanto, aunque los eventos E , F y G son independientes por parejas, no son independientes de forma conjunta.

Ejercicios

Los siguientes ejercicios propuestos tendrán solución en **Python**, por lo que te invitamos a ejecutar el código en tu computadora.

Ejercicio 1 (Probabilidad de Lanzamiento de Monedas) Se lanzan dos monedas justas. Definamos los eventos:

- A : El resultado del primer lanzamiento es cara.
- B : El resultado del segundo lanzamiento es cara.

Determina si los eventos A y B son independientes, y calcula la probabilidad de que ambos eventos ocurran.

Solución

```
1 P_A = 1 / 2 # Probabilidad de que el primer lanzamiento sea
   cara
2 P_B = 1 / 2 # Probabilidad de que el segundo lanzamiento
   sea cara
3 P_A_and_B = P_A * P_B # Probabilidad de que ambos sean cara
4
5 print(f"Ejercicio 7: La probabilidad de que ambos eventos
   ocurran es: {P_A_and_B}")
```

La probabilidad de que ambos eventos ocurran es: 0.25

Ejercicio 2 (Bolas de una Urna) Una urna contiene 5 bolas: 3 rojas y 2 verdes. Se extraen dos bolas sin reemplazo. Definamos los siguientes eventos:

- *A*: La primera bola extraída es roja.
- *B*: La segunda bola extraída es verde.

¿Son *A* y *B* eventos independientes?

Solución

```
1 P_A = 3 / 5 # Probabilidad de que la primera bola sea roja
2 P_B_given_A = 1 / 2 # Probabilidad de que la segunda bola
  sea verde dado que la primera fue roja
3 P_A_and_B = P_A * P_B_given_A # Probabilidad conjunta
4
5 P_B = 2 / 5 # Probabilidad de que la segunda bola sea verde
6
7 if P_B_given_A == P_B:
8     print("Ejercicio 8: Los eventos son independientes")
9 else:
10     print("Ejercicio 8: Los eventos no son independientes")
11
12 print(f"Probabilidad conjunta: {P_A_and_B}")
```

Ejercicio 2: Los eventos no son independientes
Probabilidad conjunta: 0.3

Ejercicio 3 (Lanzamiento de Dados) Se lanza un dado justo. Definamos los siguientes eventos:

- *A*: El número lanzado es par.
- *B*: El número lanzado es mayor que 3.

Determina si los eventos *A* y *B* son independientes.

Solución

```
1 P_A = 3 / 6 # Probabilidad de que el número lanzado sea
  par
```

```

2     P_B = 3 / 6 # Probabilidad de que el n mero lanzado sea
    mayor que 3
3     P_A_and_B = 2 / 6 # Probabilidad de que el n mero sea par
    y mayor que 3
4
5     if P_A_and_B == P_A * P_B:
6         print("Ejercicio 9: Los eventos son independientes")
7     else:
8         print("Ejercicio 9: Los eventos no son independientes")
9
10    print(f"Probabilidad conjunta: {P_A_and_B}")

```

Ejercicio 3: Los eventos no son independientes
 Probabilidad conjunta: 0.3333333333333333