

ESPACIOS MUESTRALES Y EVENTOS

Nexus-Probability

CURSO 1 (PROBABILIDAD I)

PARTE 1 / LECCIÓN 1

Definición 1 (Espacio Muestral) El espacio muestral, denotado por S , es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Dependiendo del tipo de experimento, el espacio muestral puede ser finito o infinito.

Ejemplo 1 Si lanzamos un dado, el espacio muestral es

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Para un experimento donde elegimos un número real al azar entre 0 y 1, el espacio muestral es el intervalo $S = [0, 1]$.

Definición 2 (Evento) Un evento es cualquier subconjunto del espacio muestral. Dependiendo de la cantidad de elementos que contenga el evento, puede ser un evento simple o evento compuesto.

- Un evento simple contiene un solo resultado.
- Un evento compuesto puede contener varios resultados.

Ejemplo 2 Por ejemplo, el evento A de obtener un número par en el lanzamiento de un dado es $A = \{2, 4, 6\}$ y es un evento compuesto.

El evento seguro es el espacio muestral completo S , ya que siempre ocurrirá algo, y el evento imposible es el conjunto vacío \emptyset , ya que nunca ocurrirá.

1. Teoremas Básicos de Probabilidad

Teorema 1 (Teorema de la Probabilidad Total) Si el espacio muestral se divide en eventos disjuntos A_1, A_2, \dots, A_n , entonces la probabilidad de un evento A es:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

si los eventos A_1, A_2, \dots, A_n son disjuntos (no pueden ocurrir al mismo tiempo).

Teorema 2 (Teorema de Bayes) El Teorema de Bayes nos permite calcular la probabilidad de un evento A dado que ha ocurrido otro evento B . Se expresa como:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

donde $P(A|B)$ es la probabilidad de A dado que ha ocurrido B , $P(B|A)$ es la probabilidad de B dado que ha ocurrido A , y $P(A)$ y $P(B)$ son las probabilidades de A y B , respectivamente.

Ejercicio 1 (Lanzamiento de un Dado) Simulamos el lanzamiento de un dado y calculamos la probabilidad de que ocurra un número par. El espacio muestral es $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y el evento de obtener un número par es $A = \{2, 4, 6\}$.

Código en Python

```
1 import random
2
3 # Simulaciones
4 n_simulaciones = 10000
5 resultados = [random.randint(1, 6) for _ in range(n_simulaciones
6
7 # Evento: Número par
8 eventos_par = [x for x in resultados if x in [2, 4, 6]]
9 probabilidad_par = len(eventos_par) / n_simulaciones
10
11 print(f'Probabilidad de obtener un número par: {
    probabilidad_par}')
```

Solución

La probabilidad de obtener un número par es aproximadamente $\frac{3}{6} = 0.5$.

Ejercicio 2 (Selección Aleatoria de un Número Real) Seleccionamos un número real aleatorio en el intervalo $[0, 1]$. Calculamos la probabilidad de que el número sea menor que 0.5.

Código en Python

```
1 # Simular la selección de un número real
2 n_simulaciones = 10000
```

```
3 resultados = [random.uniform(0, 1) for _ in range(n_simulaciones
4             )]
5 # Evento: N mero menor que 0.5
6 eventos_menor_que_0_5 = [x for x in resultados if x < 0.5]
7 probabilidad_menor_que_0_5 = len(eventos_menor_que_0_5) /
8     n_simulaciones
9 print(f'Probabilidad de que el n mero sea menor que 0.5: {
10     probabilidad_menor_que_0_5}')
```

Solución

La probabilidad de que el número seleccionado sea menor que 0.5 es aproximadamente 0.5, ya que el intervalo es simétrico.