

# TEOREMA DE BAYES

*Nexus-Probability*

## CURSO 1 (PROBABILIDAD I)

PARTE 1 / LECCIÓN 2

**Definición 1** El **Teorema de Bayes** relaciona las probabilidades condicionales de dos eventos, permitiendo calcular la probabilidad de un evento  $A$  dado que otro evento  $B$  ha ocurrido, en términos de sus probabilidades a priori y la probabilidad condicional inversa. Matemáticamente:

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)}, \quad \text{si } P(B) > 0.$$

Donde:

- $P(A)$ : Probabilidad a priori del evento  $A$ .
- $P(B | A)$ : Probabilidad de que ocurra  $B$  dado que  $A$  ocurrió (verosimilitud).
- $P(B)$ : Probabilidad total del evento  $B$ , que puede descomponerse como:

$$P(B) = P(B | A)P(A) + P(B | A^c)P(A^c),$$

donde  $A^c$  es el complemento de  $A$ .

## Ejercicios

Los siguientes ejercicios propuestos tendrán solución en **Python**, por lo que te invitamos a ejecutar el código en tu computadora.

**Ejercicio 1** Considere dos urnas. La primera contiene dos bolas blancas y siete bolas negras, y la segunda contiene cinco bolas blancas y seis bolas negras. Lanzamos una moneda justa y:

- Si sale cara, seleccionamos una bola de la primera urna.
- Si sale cruz, seleccionamos una bola de la segunda urna.

¿Cuál es la probabilidad de que se extraiga una bola blanca?

## Solución.

```
1      # Probabilidades individuales
2      P_cara = 0.5   #Probabilidad de que salga cara (primera urna)
3      P_cruz = 0.5   #Probabilidad de que salga cruz (segunda urna)
4
5      # Probabilidades de extraer una bola blanca dado cada urna
6      P_blanca_urna1 = 2 / 9   #Primera urna: 2 blancas de un total
7                                de 9
8      P_blanca_urna2 = 5 / 11  #Segunda urna: 5 blancas de un
9                                total de 11
10
11     # Probabilidad total de extraer una bola blanca
12     P_blanca = (P_blanca_urna1 * P_cara) + (P_blanca_urna2 *
P_cruz)
```

Ejercicio 1:  
0.33838383838383834

**Ejercicio 2** Un test para detectar una enfermedad tiene una tasa de sensibilidad del 99 % y una tasa de especificidad del 95 %. El 0.5 % de la población tiene la enfermedad.

Si una persona obtiene un resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que realmente tenga la enfermedad?

## Solución

```
1      # Definir probabilidades
2      P_E = 0.005   # Probabilidad de tener la enfermedad
3      P_not_E = 1 - P_E   # Probabilidad de no tener la enfermedad
4
```

```

5     P_pos_given_E = 0.99 # Sensibilidad: Probabilidad de
    positivo dado enfermedad
6     P_pos_given_not_E = 0.05 # Falso positivo: Probabilidad de
    positivo dado no enfermedad
7
8     # Probabilidad total de un resultado positivo P(+)
9     P_pos = P_pos_given_E * P_E + P_pos_given_not_E * P_not_E
10
11    # Aplicar el Teorema de Bayes para encontrar P(E|+)
12    P_E_given_pos = (P_pos_given_E * P_E) / P_pos
13
14    # Imprimir resultado
15    print(f"La probabilidad de tener la enfermedad dado un
    resultado positivo es: {P_E_given_pos:.4f}")

```

La probabilidad de tener la enfermedad dado un resultado positivo es: 0.0905

**Ejercicio 3** *Un test médico para detectar una enfermedad tiene los siguientes resultados:*

- *El 99 % de las personas enfermas reciben un resultado positivo (es decir, la sensibilidad del test es del 99 %).*
- *El 95 % de las personas sanas reciben un resultado negativo (es decir, la especificidad del test es del 95 %).*
- *El 1 % de la población tiene la enfermedad.*

*Una persona se realiza el test y recibe un resultado positivo. ¿Cuál es la probabilidad de que realmente tenga la enfermedad?*

## Solución

```

1     # Datos del problema
2     Sea:
3     E: La persona tiene la enfermedad.
4     Ec: La persona no tiene la enfermedad.
5     T+: El test es positivo.
6
7     P_E = 0.01 # Probabilidad de que la persona tenga
    la enfermedad
8     P_Ec = 1 - P_E # Probabilidad de que la persona no
    tenga la enfermedad
9     P_T_pos_given_E = 0.99 # Sensibilidad del test
10    P_T_pos_given_Ec = 0.05 # Falsos positivos

```

```
11
12     # Calculo de P(T+), la probabilidad de un resultado positivo
13     P_T_pos = (P_T_pos_given_E * P_E) + (P_T_pos_given_Ec * P_Ec
14 )
15
16     # Aplicamos el Teorema de Bayes para calcular P(E | T+)
17     P_E_given_T_pos = (P_T_pos_given_E * P_E) / P_T_pos
18
19     # Mostramos el resultado
20     print(f"La probabilidad de tener la enfermedad dado un test
21 positivo es: {P_E_given_T_pos:.4f}")
```

La probabilidad de tener la enfermedad dado un test positivo es: 0.1667