

# DISTRIBUCIÓN BERNOULLI

*Nexus-Probability*

## CURSO 1 (PROBABILIDAD I)

### PARTE 4 / LECCIÓN 2

**Definición 1 (Función de Densidad)** Un ensayo Bernoulli se define como aquel experimento aleatorio con únicamente dos posibles resultados llamados genéricamente: éxito y fracaso. Supondremos que las probabilidades de estos resultados son  $p$  y  $1 - p$  respectivamente. Si se define la variable aleatoria  $X$  como aquella función que lleva el resultado éxito al número 1 y el resultado fracaso al número 0, entonces decimos que  $X$  tiene una distribución Bernoulli con parámetro  $p \in (0, 1)$ , y escribimos  $X \sim \text{Ber}(p)$ .

La función de probabilidad de esta variable aleatoria es:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 - p, & \text{si } x = 0, \\ p, & \text{si } x = 1 \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

**Definición 2 (Función de Distribución)** La función de distribución de esta variable aleatoria es:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0, \\ 1 - p, & \text{si } 0 \leq x < 1, \\ 1, & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

#### Teorema

Sea  $X \sim \text{Bernoulli}(p)$ , entonces:

- (i)  $\mathbb{E}[X] = p$
- (ii)  $\text{Var}[X] = p(1 - p)$
- (iii)  $m_X(t) = (1 - p) + pe^t$

## Ejercicios

Los siguientes ejercicios propuestos tendrán solución en **Python**, por lo que te invitamos a ejecutar el código en tu computadora.

**Ejercicio 1** *En una mochila hay 6 libros: matemática, física, química, mecánica, termodinámica y estadística ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante saque al azar el libro de estadística?*

### Solución.

```
1  # Ejercicio 1:
2  from scipy.stats import bernoulli
3
4  # Probabilidad de éxito (sacar el libro de estadística)
5  p = 1 / 6
6
7  # Crear una distribución de Bernoulli
8  distribucion_bernoulli = bernoulli(p)
9
10 # Probabilidad de éxito (sacar el libro de estadística)
11 probabilidad_exito = distribucion_bernoulli.pmf(1)
12
13 # Probabilidad de fracaso (no sacar el libro de estadística)
14 probabilidad_fracaso = distribucion_bernoulli.pmf(0)
15
16 # Resultados para el Ejercicio 1
17 print("probabilidad de éxito:", probabilidad_exito)
18 print("probabilidad de fracaso:", probabilidad_fracaso)
19
```

Ejercicio 1:  
probabilidad de éxito: 0.16666  
probabilidad de fracaso: 0.83333

**Ejercicio 2** *¿Cuál es la probabilidad de, que al lanzar una moneda, se obtenga cara o cruz?*

### Solución.

```
1  from scipy.stats import bernoulli
2
```

```

3      # Probabilidad de éxito (obtener cara)
4      p = 0.5
5
6      # Crear una distribución de Bernoulli
7      distribucion_bernoulli = bernoulli(p)
8
9      # Probabilidad de obtener "cara" (éxito)
10     probabilidad_cara = distribucion_bernoulli.pmf(1)
11
12     # Probabilidad de obtener "cruz" (fracaso)
13     probabilidad_cruz = distribucion_bernoulli.pmf(0)
14
15     #Mostrar resultados
16
17     print("probabilidad de obtener cara:", probabilidad_cara)
18     print("probabilidad de obtener cruz:", probabilidad_cruz)
19

```

probabilidad de obtener cara: 0.5  
probabilidad de obtener cruz: 0.5

**Ejercicio 3** En un restaurante de comida rápida, el 25 % de las órdenes para beber es una bebida pequeña, el 35 % una mediana y el 40 % una grande. Sea  $X = 1$  si se escoge aleatoriamente una orden de una bebida pequeña y sea  $X = 0$  en cualquier otro caso. Sea  $Y = 1$  si la orden es de una bebida mediana y  $Y = 0$  en cualquier otro caso. Sea  $Z = 1$  si la orden es una bebida pequeña o mediana y  $Z = 0$  para cualquier otro caso.

- Sea  $P(X)$  la probabilidad de éxito de  $X$ . Determine  $P(X)$ .
- Sea  $P(Y)$  la probabilidad de éxito de  $Y$ . Determine  $P(Y)$ .
- Sea  $P(Z)$  la probabilidad de éxito de  $Z$ . Determine  $P(Z)$ .

## Solución.

```

1      from scipy.stats import bernoulli
2
3      # Probabilidades de éxito para cada variable
4      p_x = 0.25  # Probabilidad de X=1 (bebida pequeña)
5      p_y = 0.35  # Probabilidad de Y=1 (bebida mediana)
6      p_z = 0.25 + 0.35  # Probabilidad de Z=1 (bebida pequeña o
                          mediana)

```

```

7
8     # Modelos Bernoulli
9     X = bernoulli(p_x) # Distribucion Bernoulli para X
10    Y = bernoulli(p_y) # Distribucion Bernoulli para Y
11    Z = bernoulli(p_z) # Distribucion Bernoulli para Z
12    # Resultados para el Ejercicio 3
13    print(f"P(X=1): {X.pmf(1)}") # P(X=1) - Probabilidad de
14    exito
15    print(f"P(X=0): {X.pmf(0)}") # P(X=0) - Probabilidad de
16    fracaso
17
18    print(f"P(Y=1): {Y.pmf(1)}") # P(Y=1) - Probabilidad de
19    exito
20    print(f"P(Y=0): {Y.pmf(0)}") # P(Y=0) - Probabilidad de
21    fracaso
22
23    print(f"P(Z=1): {Z.pmf(1)}") # P(Z=1) - Probabilidad de
24    exito
25    print(f"P(Z=0): {Z.pmf(0)}") # P(Z=0) - Probabilidad de
26    fracaso

```

Ejercicio 3:

$P(X=1)$ : 0.25  
 $P(X=0)$ : 0.75  
 $P(Y=1)$ : 0.35  
 $P(Y=0)$ : 0.65  
 $P(Z=1)$ : 0.6  
 $P(Z=0)$ : 0.40