

MEDIDA DE PROBABILIDAD

Nexus-Probability

CURSO 1 (PROBABILIDAD I)

PARTE 1 / LECCIÓN 2

Definición 1 (Medida de Probabilidad) *Una medida de probabilidad es una función que asigna una probabilidad a los eventos de un espacio muestral de manera que se cumplan ciertas propiedades fundamentales. Formalmente, se define como una función P que asigna a cada evento A del espacio muestral S un número real $P(A)$, y satisface las siguientes propiedades:*

1. $P(S) = 1$, donde S es el espacio muestral completo.
2. $0 \leq P(A) \leq 1$ para cualquier evento A .
3. *Aditividad: Si A_1, A_2, \dots, A_n son eventos mutuamente excluyentes (no pueden ocurrir al mismo tiempo), entonces la probabilidad de su unión es:*

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

es decir, la probabilidad de que ocurra cualquiera de los eventos es la suma de las probabilidades individuales.

Esto asegura que la probabilidad total está distribuida adecuadamente entre los eventos disjuntos, y que el evento seguro tiene probabilidad 1.

Ejercicio 1 (Probabilidad de Obtener una Suma de 4 al Lanzar Dos Dados)

Supongamos que lanzamos dos dados y queremos calcular la probabilidad de que la suma de los dos resultados sea 4. El espacio muestral es el conjunto de todas las posibles combinaciones de resultados de los dos dados, es decir, el conjunto $S = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)\}$.

El evento A de obtener una suma de 4 consiste en las combinaciones $(1, 3), (2, 2), (3, 1)$.

Código en Python

```

1 import random
2
3 # Funcion para simular el lanzamiento de dos dados
4 def lanzar_dados():
5     dado_1 = random.randint(1, 6)
6     dado_2 = random.randint(1, 6)
7     return dado_1 + dado_2
8
9 # Simulaciones
10 n_simulaciones = 10000
11 resultados = [lanzar_dados() for _ in range(n_simulaciones)]
12
13 # Evento: Suma igual a 4
14 eventos_suma_4 = [x for x in resultados if x == 4]
15 probabilidad = len(eventos_suma_4) / n_simulaciones
16
17 print(f'Probabilidad de obtener una suma de 4: {probabilidad}')

```

Solución

La probabilidad de obtener una suma de 4 al lanzar dos dados es $3/36 = 0.0833$.

Ejercicio 2 En un curso, el 80 % de los estudiantes estudian para un examen. De los estudiantes que estudian, el 90 % aprueban el examen. Por otro lado, de los estudiantes que no estudian, el 30 % aprueban el examen. Queremos calcular la probabilidad de que un estudiante haya aprobado el examen, sin saber si estudió o no.

Definimos los siguientes eventos:

- S : El estudiante estudió para el examen.
- A : El estudiante aprobó el examen.

Sabemos que:

- $P(S) = 0.8$ (80 % de los estudiantes estudian).
- $P(A|S) = 0.9$ (El 90 % de los estudiantes que estudiaron aprobaron).
- $P(\neg S) = 0.2$ (El 20 % de los estudiantes no estudiaron).
- $P(A|\neg S) = 0.3$ (El 30 % de los estudiantes que no estudiaron aprobaron).

Queremos calcular $P(A)$, la probabilidad total de que un estudiante haya aprobado el examen, usando la ley de probabilidades totales.

La ley de probabilidades totales establece que si el espacio muestral se divide en dos eventos disjuntos, en este caso S y $\neg S$, la probabilidad total de A es:

$$P(A) = P(A|S)P(S) + P(A|\neg S)P(\neg S)$$

Código en Python

```
1 # Definir probabilidades conocidas
2 P_S = 0.8          # Probabilidad de que un estudiante estudie
3 P_A_given_S = 0.9  # Probabilidad de aprobar dado que estudi
4 P_not_S = 0.2      # Probabilidad de que un estudiante no estudie
5 P_A_given_not_S = 0.3 # Probabilidad de aprobar dado que no
                        estudi
6
7 # Calcular la probabilidad total de aprobar el examen
8 P_A = P_A_given_S * P_S + P_A_given_not_S * P_not_S
9 print(f'Probabilidad total de aprobar el examen: {P_A}')
```

Solución

Aplicando la ley de probabilidades totales, la probabilidad de que un estudiante haya aprobado el examen es:

$$P(A) = (0.9)(0.8) + (0.3)(0.2) = 0.72 + 0.06 = 0.78$$

Por lo tanto, la probabilidad total de aprobar el examen es del 78 %.