

VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS

Nexus-Probability

CURSO 1 (PROBABILIDAD I)

PARTE 3 / LECCIÓN 3

Definición 1 (Variable Aleatoria Discreta) Una **variable aleatoria discreta** es aquella que puede asumir un número **finito** o **numerable** de valores distintos. Cada uno de estos valores tiene una **probabilidad específica** asignada, y la suma de todas estas probabilidades es igual a 1.

0.1. Propiedades

- Puede tomar un conjunto finito o infinito numerable de valores.
- Se caracteriza por su **función de masa de probabilidad (pmf)**:

$$p(x) = P(X = x)$$

- La suma de todas las probabilidades debe ser 1:

$$\sum p(x) = 1.$$

Ejemplo 1 Podemos pensar en muchos ejemplos de variables aleatorias.

- x = Número de defectos en una pieza de mobiliario seleccionada aleatoriamente.
- x = Puntaje SAT de un aspirante a la universidad seleccionado aleatoriamente.
- x = Número de llamadas telefónicas recibidas por una línea de intervención en crisis durante un período de tiempo seleccionado aleatoriamente.

Ejercicios

Los siguientes ejercicios propuestos tendrán solución en **Python**, por lo que te invitamos a ejecutar el código en tu computadora.

Ejercicio 1 *Un dado sesgado tiene probabilidades desiguales para cada cara: $P(1) = 0.1, P(2) = 0.2, P(3) = 0.2, P(4) = 0.15, P(5) = 0.2, P(6) = 0.15$. Simulemos 10,000 lanzamientos y verifiquemos la frecuencia relativa.*

Solución.

```
1  import numpy as np
2
3  # Definir valores y probabilidades
4  valores = [1, 2, 3, 4, 5, 6]
5  probabilidades = [0.1, 0.2, 0.2, 0.15, 0.2, 0.15]
6
7  # Simulacion de 10,000 lanzamientos
8  simulaciones = np.random.choice(valores, size=10000, p=
  probabilidades)
9
10 # Contar las ocurrencias de cada valor
11 from collections import Counter
12 conteo = Counter(simulaciones)
13
14 # Imprimir la frecuencia relativa de cada cara
15 for valor in valores:
16     print(f"Frecuencia relativa de {valor}: {conteo[valor] /
  10000:.4f}")
17
```

Ejercicio 2 *Un ascensor en un edificio de oficinas puede llevar hasta 6 personas. Se ha observado que en cualquier momento del día, la cantidad de personas en el ascensor puede ser:*

1. *¿Cuál es la probabilidad de que el ascensor tenga 3 o más personas?*
2. *¿Cuál es la probabilidad de que el ascensor esté vacío o solo tenga una persona?*
3. *¿Cuál es el número promedio de personas en el ascensor?*

Solución.

```
1  # Definir los valores de la variable aleatoria
2  X = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]
3  P_X = [0.05, 0.10, 0.20, 0.25, 0.20, 0.15, 0.05]
4
```

```

5     # Probabilidad de que el ascensor tenga 3 o m s personas
6     P_3_o_mas = sum(P_X[3:])
7     print(f"Probabilidad de que el ascensor tenga 3 o m s
personas: {P_3_o_mas:.2f}")
8
9     # Probabilidad de que el ascensor est vac o o solo tenga
una persona
10    P_0_o_1 = P_X[0] + P_X[1]
11    print(f"Probabilidad de que el ascensor est vac o o solo
tenga una persona: {P_0_o_1:.2f}")
12
13    # Valor esperado
14    E_X = sum([X[i] * P_X[i] for i in range(7)])
15    print(f"Valor esperado del n mero de personas en el
ascensor: {E_X:.2f}")
16

```

Ejercicio 2:

Probabilidad de que el ascensor tenga 3 o más personas: 0.65

Probabilidad de que el ascensor esté vacío o solo tenga 1 persona: 0.15

Valor esperado del número de personas en el ascensor: 3.10

Ejercicio 3 *En un juego de mesa, un jugador puede ganar diferentes cantidades de puntos en una ronda según su desempeño:*

1. *¿Cuál es la probabilidad de que un jugador gane al menos 20 puntos en una ronda?*
2. *¿Cuál es la probabilidad de que un jugador gane menos de 10 puntos?*
3. *¿Cuál es el puntaje esperado por ronda?*

Solución.

```

1     # Definir los valores de la variable aleatoria
2     X = [0, 10, 20, 30, 50]
3     P_X = [0.1, 0.3, 0.3, 0.2, 0.1]
4
5     # Probabilidad de que el jugador gane al menos 20 puntos
6     P_al_menos_20 = sum(P_X[2:])
7     print(f"Probabilidad de que el jugador gane al menos 20
puntos: {P_al_menos_20:.2f}")
8

```

```

9      # Probabilidad de que el jugador gane menos de 10 puntos
10     P_menos_10 = P_X[0]
11     print(f"Probabilidad de que el jugador gane menos de 10
puntos: {P_menos_10:.2f}")
12
13     # Valor esperado
14     E_X = sum([X[i] * P_X[i] for i in range(5)])
15     print(f"Valor esperado de puntos ganados por ronda: {E_X:.2f
}")
16

```

Ejercicio 3:

Probabilidad de que un jugador gane al menos 20 puntos: 0.6

Probabilidad de que un jugador gane menos de 10 puntos: 0.1

Valor esperado de puntos ganados por ronda: 20.0