Modulation d'amplitude sans porteuse (AM-P)

Théorie

Figure 2 - Schéma de principe de la modulation sans porteuse

La modulation d'amplitude sans porteuse (AM-P) consiste à créer le signal $s(t) = B\, m(t)\, p(t)$ à partir d'une porteuse sinusoïdale $p(t) = Pcos(2\pi f_P t)$ et d'un signal modulant $m(t)$ quelconque. Dans vos essais pratiques, $m(t)$ sera soit un signal sinusoïdal [$m(t) = Mcos(2\pi f_m t)$] soit un signal carré. B est une constante positive égale au gain du multiplieur dans le cas de l'utilisation d'un multiplieur comme modulateur.

Dans cette partie théorique, on cherche à déterminer théoriquement le spectre du signal modulé pour deux types de signaux modulants (signal sinusoïdal et signal carré) afin de savoir interpréter et analyser les résultats pratiques.

A. Cas du signal modulant sinusoïdal :

On suppose que le signal modulant m(t) est un signal sinusoïdal de fréquence f_m et d'amplitude M. La porteuse p(t) est un signal sinusoïdal de fréquence f_P et d'amplitude P.

Ecrire la formule de s(t) en fonction de f_m et f_P.

On rappelle que : $cos(a)cos(b) = \frac{1}{2}[cos(a+b) + cos(a-b)]$.

En utilisant cette formule trigonométrique, donner l'expression de s(t) en fonction de f_P-f_m et f_P+f_m. En déduire les fréquences présentes dans le spectre de s(t) et leurs amplitudes.

Dans la pratique :

- la fréquence f_m aura une valeur comprise entre 500Hz et 20kHz ;
- l'amplitude M sera égale 1V ;
- la fréquence f_P sera égale à 100 kHz ;
- l'amplitude P vaudra 2V ;
- le gain B sera égal à $0.1V^{-1}$.

Application numérique : Donner la valeur des fréquences f_P-f_m et f_P+f_m , et la valeur des amplitudes de chacune des raies.

B. Cas du signal modulant carré :

Comme signal modulant m(t), on choisit un signal carré de fréquence f_m, d'amplitude R et centré autour de 0. ***Dessiner ce signal carré.***

La porteuse p(t) est un signal sinusoïdal : $p(t) = Pcos(2\pi f_P t)$.

On désire trouver l'expression de la transformée de Fourier de $s(t) = B\, m(t)\, p(t)$. Pour cela, on a besoin de connaître :

- la transformée de Fourier d'un produit de deux fonctions,
- la transformée de Fourier d'un signal sinusoïdal,
- la transformée de Fourier du produit d'un signal sinusoïdal par un signal quelconque
- et la transformée de Fourier d'un signal carré.

Tous ces calculs ont été demandés dans « Evaluation des connaissances ».

Dans un premier temps, ***donner la formule de la transformée de Fourier S(f) de*** $\boldsymbol{s(t) = B\, m(t)\, p(t)}$ ***en fonction de la transformée de Fourier M(f) de m(t) et de la transformée de Fourier P(f) de p(t).*** (Transformée de Fourier d'un produit).

Dans un deuxième temps, ***donner la formule de la transformée de Fourier P(f) de*** $\boldsymbol{p(t) = Pcos(2\pi f_P t)}$***.*** (Transformée de Fourier d'un signal sinusoïdal).

Dans un troisième temps, donner la formule de la transformée de Fourier ***S(f) en fonction de la transformée de Fourier M(f).*** (Transformée de Fourier du produit d'un signal sinusoïdal par un signal quelconque).

Dans un quatrième temps, ***donner la transformée de Fourier M(f) du signal carré de fréquence*** $\boldsymbol{f_m}$***, d'amplitude R et centré autour de 0, que vous avez précédemment dessiné.*** (Transformée de Fourier d'un signal carré). Cette transformée de Fourier devrait être retrouvable sur Internet (Attention aux erreurs…). Elle s'exprime en fonction de f_m et R.

Enfin, de toutes ces formules, ***donner la formule de la transformée S(f) de Fourier du signal s(t) en fonction de R,*** $\boldsymbol{f_m}$***, P, B et*** $\boldsymbol{f_P}$***.***

Tracer le spectre d'amplitude en dB de cette transformée de Fourier S(f) en supposant que la valeur de f_m est très petite devant celle de f_P : on pourra utiliser les valeurs numériques envisagées pour la partie pratique.

C. Cas du signal modulant quelconque à spectre d'amplitude borné :

Le spectre d'amplitude (module de la transformée de Fourier) $|M(f)|$ du $m(t)$ est dit borné si il s'étale sur une plage limitée de fréquences : ici de $-f_{MAX}$ à $+f_{MAX}$ sur la figure 3. Le spectre d'amplitude peut être alors représenté de la manière suivante :

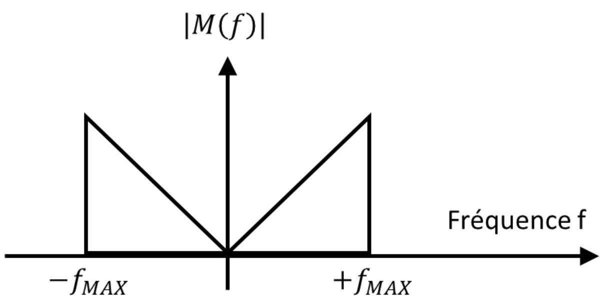

Figure 3 – Spectre d'amplitude borné

Les triangles signifient que toutes les fréquences entre $-f_{MAX}$ à $+f_{MAX}$ sont présentes dans le spectre. Comme les valeurs de leurs amplitudes sont inconnues, on les représente sous forme d'un triangle.
On définit :

- LSB : Low Side Band ou bande latérale inférieure qui regroupe les fréquences appartenant à l'intervalle $[-f_{MAX}; 0]$
- USB : Upper Side Band ou bande latérale supérieure qui regroupe les fréquences appartenant à l'intervalle $[0; +f_{MAX}]$

Pour un signal réel, quelle est la propriété sur le module d'une raie spectrale de fréquence négative ? En déduire ce que montre l'analyseur de spectre : LSB et/ou USB ?

Calculer et représenter le spectre d'amplitude du signal modulé AM-P.

Un canal de transmission est défini par sa fréquence centrale f_C et sa largeur de bande 2*B. **Pour avoir une transmission correcte du signal modulé AM-P dans ce canal, quelles conditions doivent vérifier f_P et f_{MAX} ?**

Sachant que les canaux de transmission sont à bande étroite, quelle inégalité doivent respecter les fréquences f_P et f_{MAX} ?

Sur ce spectre, on note que l'énergie sert à transmettre deux fois la même information sur chaque bande latérale : ***pour chaque bande, à quelle grandeur la puissance est-elle proportionnelle ?***
L'émetteur AM-P doit être dimensionné en conséquence.