

Exercices 11 à 18

Ex 11

En ajoutant 4^{15} et 8^{10} , on obtient une puissance de 2. Laquelle ?

Ex 12

Dans chacun des cas, déterminer l'entier naturel n .

1. $2^4 \times 3^2 \times 5^6 \times 7^2 = n^2$
2. $2^3 \times 3^6 \times 5^3 \times 7^3 = n^3$
3. $\left(\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \right) \left(\frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} \right) = 2^n$
4. $3^{2001} + 3^{2002} + 3^{2003} = n \times 3^{2001}$
5. $8^n = 2^n \times 2^{12}$

Ex 13 Calculs algébriques

Soient a et b des nombres non nuls. Écrire les expressions sous la forme $a^n \times b^m$ avec n et m entiers relatifs.

Série 1

$$A = \frac{a^2 b^{-3}}{a^{-2} b}, \quad B = \frac{a^6 b^{-4}}{a^{10} b^{-8}}, \quad C = \frac{(a^2 b)^3}{b a^{-2}}, \quad D = \frac{(ab^2)^{-1}}{(a^2 b^3)^2}$$

Série 2

$$A = a^2 (ab)^{-3} (b^{-2})^{-3}, \quad B = \frac{(ab^2)^{-1}}{a^{-2} b^{-7}},$$

$$C = (a^3 b)^3 (a^2 b^5)^5, \quad D = \frac{(ab^3)^{-4} (a^{-2} b)^2}{a^{-6} b^4}$$

Ex 14 Chiffres manquants

Remplacer \bullet par des chiffres afin que les nombres obtenus vérifient la condition donnée. Écrire toutes les solutions possibles.

1. $5 \bullet 8 \bullet 2$ est divisible par 9.
2. $3 \bullet 5 \bullet$ est divisible par 9 et par 2.
3. $34 \bullet 45 \bullet$ est divisible à la fois par 5 et par 9.
4. $1 \bullet 3 \bullet$ est divisible par 15.
5. $\bullet 23 \ 45 \bullet$ est divisible par 11 et par 3.

Ex 15 PGCD et PPCM

On considère les nombres 4116 et 2156.

1. Donner leur décomposition en facteurs premiers.
2. Déterminer leur PGCD et leur PPCM.
3. Lequel de ces deux nombres a le plus de diviseurs ?

Ex 16 Simplification de fraction

En utilisant la décomposition en facteurs premiers, simplifier au maximum les fractions.

$$A = \frac{71\,610}{20\,790} \quad B = \frac{374\,850}{350\,350} \quad C = \frac{2\,635}{1\,274} \quad D = \frac{4\,923\,765}{980\,980}$$

Ex 17

Décomposer 111 111 en produit de facteurs premiers.

Ex 18 Nombre de zéros

Par combien de zéros se terminent les nombres suivants ?

$$A = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 9 \times 10,$$

$$B = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 99 \times 100,$$

$$C = 100 \times 101 \times 102 \times 103 \times \cdots \times 998 \times 999.$$