声明

本试卷是中国科学院大学 (UCAS)2024 年秋季学期开设课程《物理中的概率与统计》期末考试试题的回忆版本，措辞与原试卷并不相同，但是核心内容一致，希望可以为考试的复习提供帮助。祝大家取得理想成绩。

1 一、选择题（共 20 分）

1. 如果两件不相容事件且对应概率 $P_1 > 0, P_2 > 0$, 则这两件事件一定相互独立. ( )
2. 三角函数 $\frac{1}{2}sinX - \frac{1}{2}cosX$ 可以作为某一连续型变量的概率密度函数. ( )
3. 如果 F_1 和 F_2 分别是两个事件的概率累计函数，那么 F_1F_2 也可能是某一事件的概率累计函数 ( )
4. 直方图绘制中，为了凸显出更加精细的数据特征，我们选取的直方图组距越小越好 ( )
5. 如果两个随机变量 XY 的相关系数 $\rho_{XY} = 0$, 则两个随机变量相互独立 ( )
6. 似然函数是子样的概率函数（密度）. ( )
7. 忘记了。。。
8. 人工神经网络的训练根本上是为了获得各个参量合适的权重. ( )
9. 若果随机变量 X 满足 $X = U^3$，则其概率密度函数为 $f(x) = \frac{2}{3}x^{-1/3}$. ( )
10. 在蒙特卡洛（MC）的模拟中，其误差 E 与模拟样本量 N 的关系满足:$E \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$ ( )

2 二、选择题（多选、共 20 分）

1. 下列说法正确的是 ( )
   A. 有效数字是指一个数中的所有数字，其中包括所有的 0。
   B. 有效数字是指在一个测量值中所有可以精确到的数字，不包括前导零，但包括所有尾随零.
   C. 5.182±0.123
   D. 60.23±0.56

2. 某家工厂生产的零件标准时 50cm，现随机从一批产品中挑选出了 10 件样品，经测量其尺寸信息分别是 49.5、48.9、50.2、50.3、49.9、49.8、50.2、50.3、50.1、49.9（单位为 cm），则根据此次抽样下列说法正确的是 ( )
   A. 本次检验是双侧检验。
   B. 检验的误差随着样品的挑选数量增大而减小。
   C. 在 $\alpha = 0.05$ 的水平上认为本次产品合格。
   D. 在 $\alpha = 0.05$ 的水平上认为本次产品不合格。

3. 其中 x_i 是正态分布的子样，则下列随机变量的对应关系正确的有 ()
   A. $\frac{1}{N}\Sigma_{i=0}^{N}x_i$~N($\mu, \sigma^2$)
   B. $\frac{1}{N}\Sigma_{i=0}^{N}x_i$~N($\mu, \frac{\sigma^2}{n}$)
   C. $\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{1}{N}\frac{\Sigma_{i=0}^{N}(x_i-\mu)^2}{n-1}}}$~t(n)
   D. $\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{1}{N-1}\frac{\Sigma_{i=0}^{N}(x_i-\mu)^2}{n-1}}}$~t(n-1)

3 三、计算及概念 (共 60 分)

1. 离散型随机变量满足以下表格的关系：

X	1	2	3
p(X)	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

用极大似然法估计参数的值。

2. 某工厂生产两种激光器 A 和 B，现在想知道这两种激光器的功率是否在 $\alpha = 0.05$ 的水平上相同，随后进行了抽样测量得到数据（抽样数据对于本次测试来说是足够大的），其中 $\bar{x}_A = 500, S_A^2 = 1.10, N_A = 10; \bar{x}_B = 496, S_B^2 = 1.20, N_B = 20$

3.MC 满足的分布于实际的分布不一样，如何将 MC 的数据转变成实际分布的数据。

4. Bayes 推断的前提？写出贝叶斯公式（离散和积分都写出）.Bayes 决策的条件？以及 Bayes 决策的优点。样本数据的两种来源？以及各自的优缺点。

5. 宇宙线中的质子 P 占约 90%, 正电子 e^+ 占比 0.1%, 随后进行一系列的本底去除后（只剩下 P 本底），正电子和质子数量为：$N_{e^+} = 1 * 10^4, N_P = 1 * 10^5$，其中被识别成正电子信号和被识别成质子的信号数分别为：$N'_{e^+} = 9 * 10^3, N'_P = 1 * 10^2$. 试求信号分辨能力 r 的误差, 以及信号检测为正电子，其来源于正电子的概率。(贝叶斯公式解决)

使用公式：

$$\hat{\xi}_{SS} = \frac{n_{SS}}{N_S} \tag{1}$$

$$\hat{\xi}_{SB} = \frac{n_{SB}}{N_B} \tag{2}$$

$$\hat{r}_{SS} = \frac{\xi_{SS}}{\xi_{SB}} \tag{3}$$

而这些估计量服从二项分布：

$$V(\hat{\xi}_{SS}) \simeq \frac{\hat{\xi}_{SS}(1-\hat{\xi}_{SS})}{N_S} \tag{4}$$

$$V(\hat{\xi}_{SB}) \simeq \frac{\hat{\xi}_{SB}(1-\hat{\xi}_{SB})}{N_B} \tag{5}$$

$$\frac{V(\hat{r}_{SS})}{\hat{r}_{SS}^2} \simeq \frac{V(\hat{\xi}_{SS})}{\hat{\xi}_{SS}^2} + \frac{V(\hat{\xi}_{SB})}{\hat{\xi}_{SB}^2} \tag{6}$$