

## 声明

本试卷是中国科学院大学 (UCAS)2024 年秋季学期开设课程《物理中的概率与统计》期末考试试题的回忆版本，措辞与原试卷并不相同，但是核心内容一致，希望可以为考试的复习提供帮助。祝大家取得理想成绩。



## 1 一、选择题（共 20 分）

1. 如果两件不相容事件且对应概率  $P_1 > 0, P_2 > 0$ , 则这两件事件一定相互独立. ( )
2. 三角函数  $\frac{1}{2}\sin X - \frac{1}{2}\cos X$  可以作为某一连续型变量的概率密度函数. ( )
3. 如果  $F_1$  和  $F_2$  分别是两个事件的概率累计函数, 那么  $F_1 F_2$  也可能是某一事件的概率累计函数 ( )
4. 直方图绘制中, 为了凸显出更加精细的数据特征, 我们选取的直方图组距越小越好 ( )
5. 如果两个随机变量  $XY$  的相关系数  $\rho_{XY} = 0$ , 则两个随机变量相互独立 ( )
6. 似然函数是子样的概率函数 (密度). ( )
7. 忘记了。。 ( )
8. 人工神经网络的训练根本上是为了获得各个参量合适的权重. ( )
9. 若果随机变量  $X$  满足  $X = U^3$ , 则其概率密度函数为  $f(x) = \frac{2}{3}x^{-1/3}$ . ( )
10. 在蒙特卡洛 (MC) 的模拟中, 其误差  $E$  与模拟样本量  $N$  的关系满足:  $E \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$  ( )

## 2 二、选择题（多选、共 20 分）

1. 下列说法正确的是 ( )
  - A. 有效数字是指一个数中的所有数字, 其中包括所有的 0。
  - B. 有效数字是指在一个测量值中所有可以精确到的数字, 不包括前导零, 但包括所有尾随零。
  - C.  $5.182 \pm 0.123$
  - D.  $60.23 \pm 0.56$
2. 某家工厂生产的零件标准时 50cm, 现随机从一批产品中挑选出了 10 件样品, 经测量其尺寸信息分别是 49.5、48.9、50.2、50.3、49.9、49.8、50.2、50.3、50.1、49.9 (单位为 cm), 则根据此次抽样下列说法正确的是 ( )
  - A. 本次检验是双侧检验。
  - B. 检验的误差随着样品的挑选数量增大而减小。
  - C. 在  $\alpha = 0.05$  的水平上认为本次产品合格。
  - D. 在  $\alpha = 0.05$  的水平上认为本次产品不合格。
3. 其中  $x_i$  是正态分布的子样, 则下列随机变量的对应关系正确的有 ( )
  - A.  $\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$
  - B.  $\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N x_i \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$
  - C.  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (x_i - \mu)^2}} \sim t(n)$
  - D.  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^N (x_i - \mu)^2}} \sim t(n-1)$

## 3 三、计算及概念 (共 60 分)

1. 离散型随机变量满足以下表格的关系:

X	1	2	3
p(X)	$\theta^2$	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

用极大似然法估计参数的值。

2. 某工厂生产两种激光器 A 和 B, 现在想知道这两种激光器的功率是否在  $\alpha = 0.05$  的水平上相同, 随后进行了抽样测量得到数据 (抽样数据对于本次测试来说是足够大的), 其中  $\bar{x}_A = 500, S_A^2 = 1.10, N_A = 10; \bar{x}_B = 496, S_B^2 = 1.20, N_B = 20$

3. 记不清了, 反正是蒙卡相关的

4. Bayes 推断的前提? 写出贝叶斯公式 (离散和积分都写出). Bayes 决策的条件? 以及 Bayes 决策的优点。样本数据的两种来源? 以及各自的优缺点。

5. 宇宙线中的质子 P 占约 90%, 正电子  $e^+$  占比 0.1%, 随后进行一系列的本底去除后 (只剩下 P 本底), 正电子和质子数量为:  $N_{e^+} = 1 * 10^4, N_P = 1 * 10^5$ , 其中被识别成正电子信号和被识别成质子的信号数分别为:  $N'_{e^+} = 9 * 10^3, N'_P = 1 * 10^2$ . 试求信号分辨能力 r 的误差, 以及信号检测为正电子, 其来源于正电子的概率。(贝叶斯公式解决)

使用公式:

$$\hat{\xi}_{SS} = \frac{n_{SS}}{N_S} \quad (1)$$

$$\hat{\xi}_{SB} = \frac{n_{SB}}{N_B} \quad (2)$$

$$\hat{r}_{SS} = \frac{\xi_{SS}}{\xi_{SB}} \quad (3)$$

$$(4)$$

而这些估计量服从二项分布:

$$V(\hat{\xi}_{SS}) \cong \frac{\hat{\xi}_{SS}(1-\hat{\xi}_{SS})}{N_S} \quad (5)$$

$$V(\hat{\xi}_{SB}) \cong \frac{\hat{\xi}_{SB}(1-\hat{\xi}_{SB})}{N_B} \quad (6)$$

$$\frac{V(\hat{r}_{SS})}{\hat{r}_{SS}^2} \cong \frac{V(\hat{\xi}_{SS})}{\hat{\xi}_{SS}^2} + \frac{V(\hat{\xi}_{SB})}{\hat{\xi}_{SB}^2} \quad (7)$$