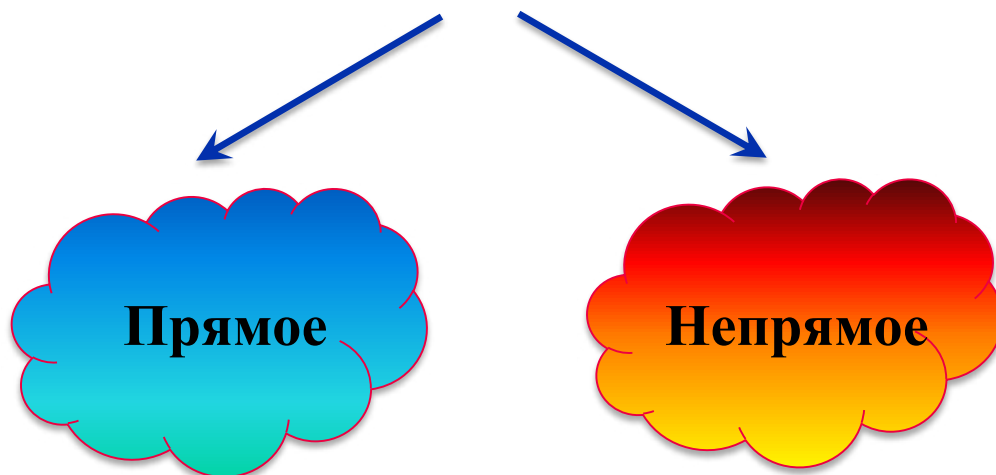


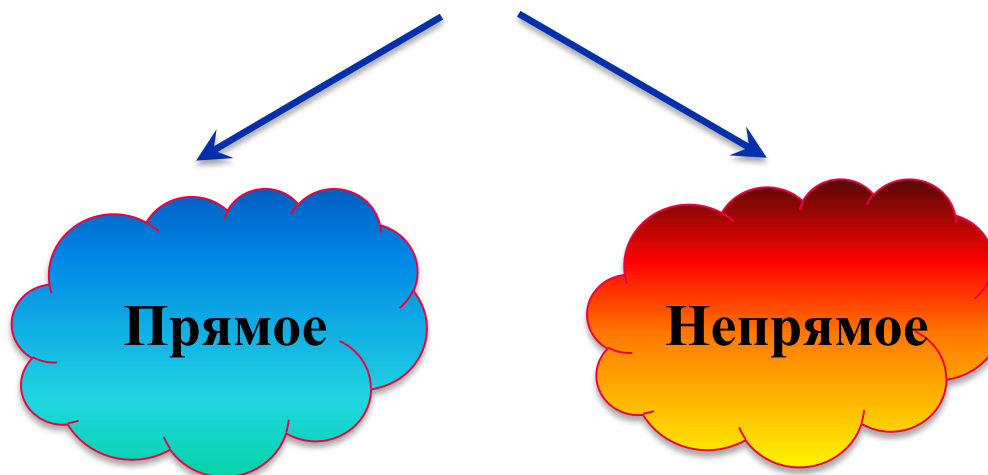
Прямое и не прямое адаптивное управление

Адаптивное управление



Прямое и непрямое адаптивное управление

Адаптивное управление



Параметры настраиваются с
целью сведения

ошибки **управления** к нулю

Параметры настраиваются с
целью сведения

ошибки **идентификации** к нулю

Прямое адаптивное управление

Настраиваемый регулятор:

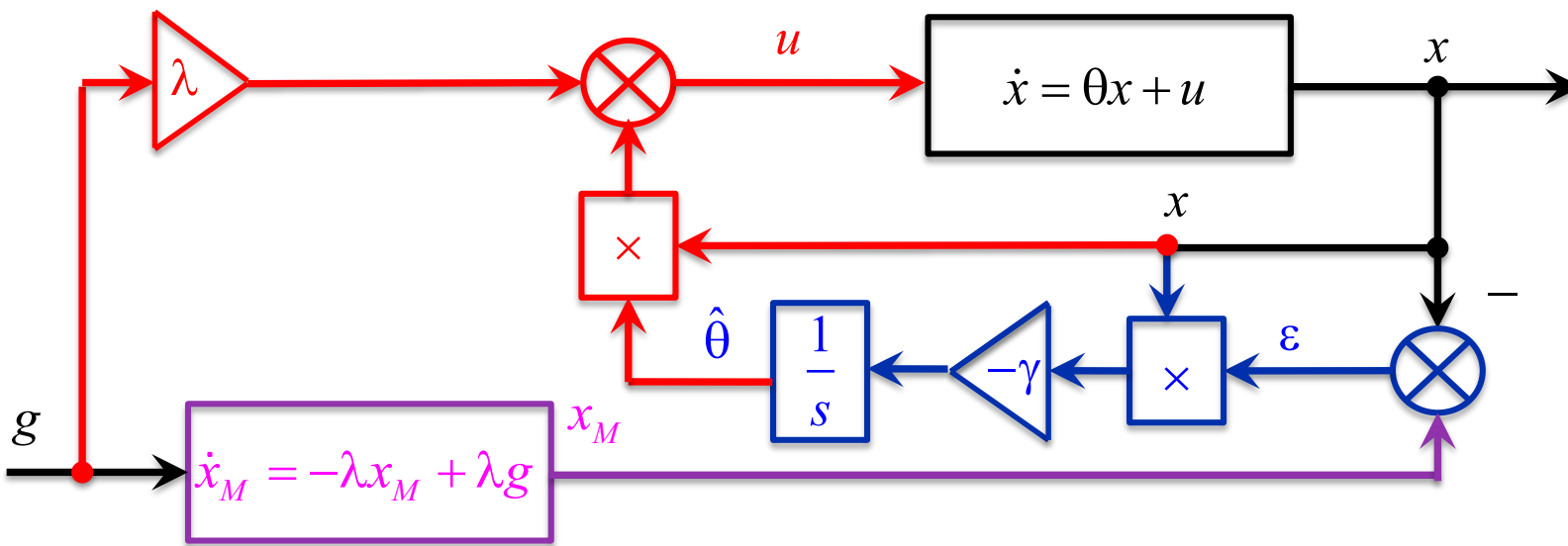
$$u = -\hat{\theta}x - \lambda x + \lambda g \quad (1)$$

Алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\gamma x \varepsilon \quad (2)$$

с $\varepsilon = x_M - x$ и эталонной моделью

$$\dot{x}_M = -\lambda x_M + \lambda g. \quad (3)$$



Непрямое адаптивное управление

Постановка задачи:

Объект:

$$\dot{x} = \theta x + u, \quad (4)$$

где θ — неизвестный параметр.

Цель: синтезировать управление u , гарантирующее равенство

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_M - x) = 0, \quad (5)$$

где x_M — выход эталонной модели

$$\dot{x}_M = -\lambda x_M + \lambda g, \quad (6)$$

g — кусочно-непрерывный ограниченный сигнал задания, $\lambda > 0$ — параметр, отвечающий за быстродействие.

Непрямое адаптивное управление

Решение:

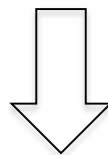
1. Пусть параметр θ известен.

Рассчитаем производную от сигнала ошибки $\varepsilon = x_M - x$ с учетом эталонной модели и модели объекта:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{x}_M - \dot{x} = (-\lambda x_M + \lambda g) - (\theta x + u)$$

Пусть $\dot{\varepsilon} = -\lambda \varepsilon = -\lambda x_M + \lambda x \Rightarrow \varepsilon(t) = \exp(-\lambda t) \varepsilon(0)$. Тогда

$$(-\lambda x_M + \lambda g) - (\theta x + u) = -\lambda x_M + \lambda x$$



$$u = -\theta x - \lambda x + \lambda g$$

(6)

Непрямое адаптивное управление

Решение:

2. Пусть параметр θ неизвестен. Поэтому закон управления

$$u = -\theta x - \lambda x + \lambda g$$

физически нереализуем. Заменим θ на функцию $\hat{\theta}(t)$:

$$u = -\hat{\theta}x - \lambda x + \lambda g$$

(7)

Непрямое адаптивное управление

Решение:

2. Пусть параметр θ неизвестен. Поэтому закон управления

$$u = -\theta x - \lambda x + \lambda g$$

физически нереализуем. Заменим θ на функцию $\hat{\theta}(t)$:

$$u = -\hat{\theta}x - \lambda x + \lambda g$$

(7)

*А в чем
разница?*



Непрямое адаптивное управление

Решение:

Утверждение: объект $\dot{x} = \theta x + u$ может быть представлен в следующей параметризованной форме:

$$\begin{aligned}x &= (k + \theta)\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u,\end{aligned}\tag{8}$$

где $k > 0$ — некоторая константа.

Непрямое адаптивное управление

Решение:

Утверждение: объект $\dot{x} = \theta x + u$ может быть представлен в следующей параметризованной форме:

$$\begin{aligned}x &= (k + \theta)\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u,\end{aligned}\tag{8}$$

где $k > 0$ – некоторая константа.



Непрямое адаптивное управление

Решение:

Утверждение: объект $\dot{x} = \theta x + u$ может быть представлен в следующей параметризованной форме:

$$\begin{aligned}x &= (k + \theta)\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u,\end{aligned}\tag{8}$$

где $k > 0$ — некоторая константа.

Доказательство: вычислим производную от $x = (k + \theta)\xi_1 + \xi_2$:

$$\dot{x} = (k + \theta)\dot{\xi}_1 + \dot{\xi}_2$$

Непрямое адаптивное управление

Решение:

Утверждение: объект $\dot{x} = \theta x + u$ может быть представлен в следующей параметризованной форме:

$$\begin{aligned} x &= (k + \theta)\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u, \end{aligned} \tag{8}$$

где $k > 0$ – некоторая константа.

Доказательство: вычислим производную от $x = (k + \theta)\xi_1 + \xi_2$:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (k + \theta)\dot{\xi}_1 + \dot{\xi}_2 \\ \dot{x} &= (k + \theta)(-k\xi_1 + x) + (-k\xi_2 + u) \\ \dot{x} &= -k^2\xi_1 + kx - k\theta\xi_1 + \theta x - k\xi_2 + u \end{aligned}$$

Непрямое адаптивное управление

Решение:

Утверждение: объект $\dot{x} = \theta x + u$ может быть представлен в следующей параметризованной форме:

$$\begin{aligned}x &= (k + \theta)\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u,\end{aligned}\tag{8}$$

где $k > 0$ – некоторая константа.

Доказательство: вычислим производную от $x = (k + \theta)\xi_1 + \xi_2$:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (k + \theta)\dot{\xi}_1 + \dot{\xi}_2 \\ \dot{x} &= (k + \theta)(-k\xi_1 + x) + (-k\xi_2 + u) \\ \dot{x} &= -k^2\xi_1 + kx - k\theta\xi_1 + \theta x - k\xi_2 + u \\ \dot{x} &= -kx + kx + \dot{x} \quad \Rightarrow \quad 0 = 0\end{aligned}$$



Ok!!!

Непрямое адаптивное управление

Решение:

Введем в рассмотрение ошибку идентификации $e = x - \hat{x}$, где \hat{x} — выход наблюдателя

$$\begin{aligned}\hat{x} &= (k + \hat{\theta})\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u,\end{aligned}\tag{9}$$

где $k > 0$ — константа.

Непрямое адаптивное управление

Решение:

Введем в рассмотрение ошибку идентификации $e = x - \hat{x}$, где \hat{x} — выход наблюдателя

$$\begin{aligned}\hat{x} &= (k + \hat{\theta})\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u,\end{aligned}\tag{9}$$

где $k > 0$ — константа.

Вычислим ее производную в силу уравнения объекта $\dot{x} = \theta x + u$:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = \theta x + u - (k + \hat{\theta})\dot{\xi}_1 - \dot{\xi}_2$$

Непрямое адаптивное управление

Решение:

Введем в рассмотрение ошибку идентификации $e = x - \hat{x}$, где \hat{x} — выход наблюдателя

$$\begin{aligned}\hat{x} &= (k + \hat{\theta})\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u,\end{aligned}\tag{9}$$

где $k > 0$ — константа.

Вычислим ее производную в силу уравнения объекта $\dot{x} = \theta x + u$:

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} = \theta x + u - (k + \hat{\theta})\dot{\xi}_1 - \dot{\xi}_2 \\ \dot{e} &= \theta x + u - (k + \hat{\theta})(-k\xi_1 + x) - (-k\xi_2 + u)\end{aligned}$$

Непрямое адаптивное управление

Решение:

Введем в рассмотрение ошибку идентификации $e = x - \hat{x}$, где \hat{x} — выход наблюдателя

$$\begin{aligned}\hat{x} &= (k + \hat{\theta})\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u,\end{aligned}\tag{9}$$

где $k > 0$ — константа.

Вычислим ее производную в силу уравнения объекта $\dot{x} = \theta x + u$:

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} = \theta x + u - (k + \hat{\theta})\dot{\xi}_1 - \dot{\xi}_2 \\ \dot{e} &= \theta x + \cancel{u} - (k + \hat{\theta})(-k\xi_1 + x) - (-k\xi_2 + \cancel{u}) \\ \dot{e} &= \tilde{\theta}x + k^2\xi_1 - kx + k\hat{\theta}\xi_1 + k\xi_2\end{aligned}$$

Непрямое адаптивное управление

Решение:

Введем в рассмотрение ошибку идентификации $e = x - \hat{x}$, где \hat{x} – выход наблюдателя

$$\begin{aligned}\hat{x} &= (k + \hat{\theta})\xi_1 + \xi_2, \\ \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u,\end{aligned}\tag{9}$$

где $k > 0$ – константа.

Вычислим ее производную в силу уравнения объекта $\dot{x} = \theta x + u$:

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} = \theta x + u - (k + \hat{\theta})\dot{\xi}_1 - \dot{\xi}_2 \\ \dot{e} &= \theta x + \cancel{u} - (k + \hat{\theta})(-k\xi_1 + x) - (-k\xi_2 + \cancel{u}) \\ \dot{e} &= \tilde{\theta}x + k^2\xi_1 - kx + k\hat{\theta}\xi_1 - \hat{\theta}x + k\xi_2\end{aligned}$$

Модель ошибки идентификации

$\dot{e} = -ke + \tilde{\theta}x$

(10)

Непрямое адаптивное управление

Решение:

3. Динамический блок, генерирующий функцию $\hat{\theta}(t)$:

$$\dot{\hat{\theta}} = \Omega(t)$$

(11)

где $\Omega(t)$ – неизвестная, но физически реализуемая функция.

Принимая во внимание, что $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ и

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}},$$

получаем

Модель параметрической ошибки

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Omega(t)$$

(12)

Непрямое адаптивное управление

Решение:

4. Модели

Модель ошибки идентификации

$$\dot{e} = -ke + \tilde{\theta}x \quad (13)$$

Модель параметрической ошибки

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Omega(t) \quad (14)$$

Выберем функцию Ляпунова

$$V(e, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\theta}^2, \quad \gamma > 0 \quad (15)$$

и вычислим ее производную в силу (18) и (20):

$$\dot{V}(e, \tilde{\theta}) = e\dot{e} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} = -\lambda e^2 + \tilde{\theta}xe - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}\Omega(t)$$

Непрямое адаптивное управление

Решение:

4. Модели

Модель ошибки идентификации

$$\dot{e} = -ke + \tilde{\theta}x \quad (13)$$

Модель параметрической ошибки

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Omega(t) \quad (14)$$

Выберем функцию Ляпунова

$$V(e, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\theta}^2, \quad \gamma > 0 \quad (15)$$

и вычислим ее производную в силу (18) и (20):

$$\dot{V}(e, \tilde{\theta}) = e\dot{e} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} = -\lambda e^2 + \tilde{\theta}xe - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}\Omega(t)$$

Если $\Omega(t) = \gamma xe$, тогда $\dot{V}(e, \tilde{\theta}) = -\lambda e^2 < 0$.



Непрямое адаптивное управление

Заключение

Настраиваемый регулятор:

$$u = -\hat{\theta}x - \lambda x + \lambda g \quad (7)$$

Алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma x e \quad (15)$$

с $e = x - \hat{x}$.

Настраиваемая модель объекта:

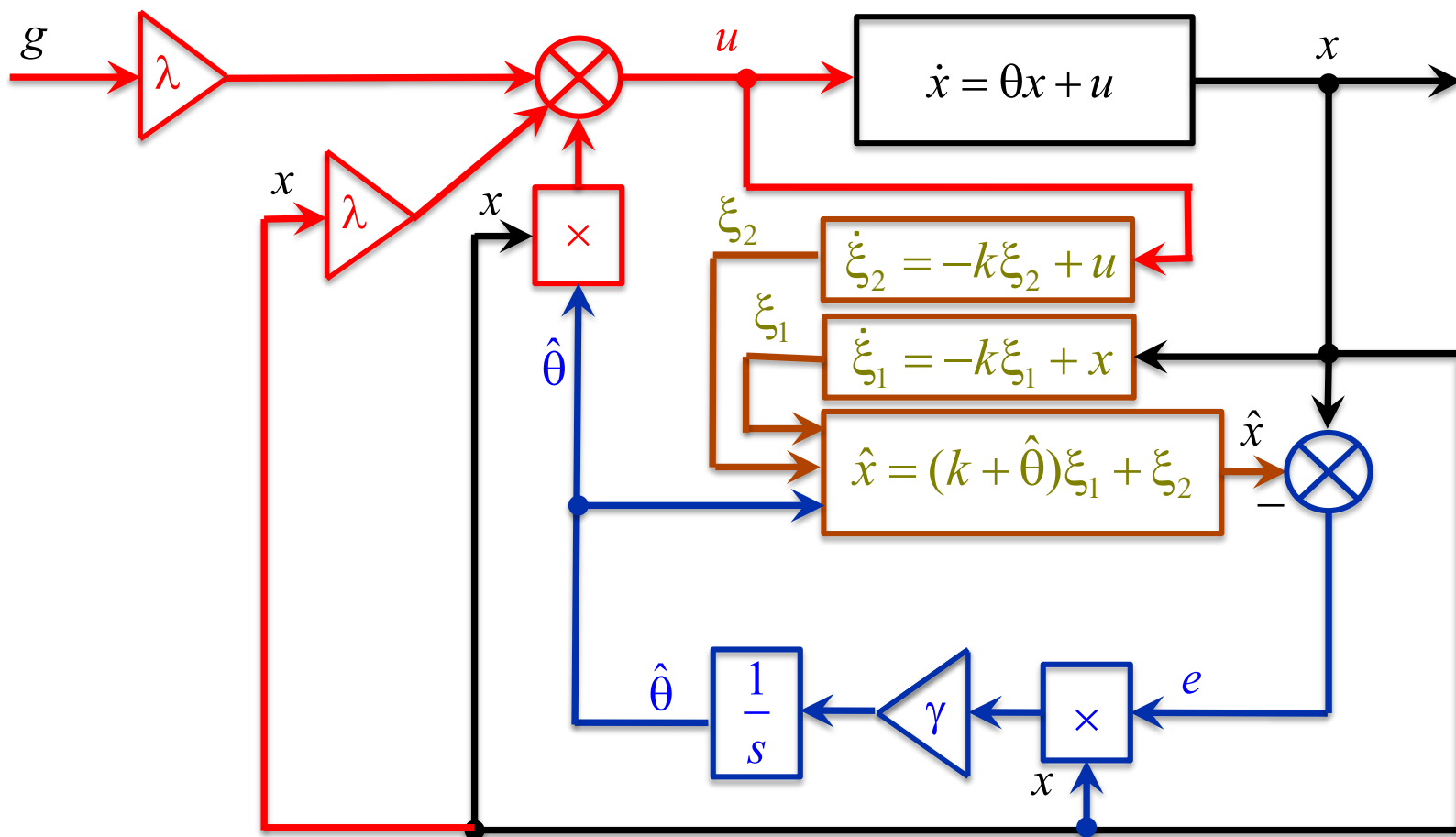
$$\hat{x} = (k + \hat{\theta})\xi_1 + \xi_2$$

Фильтры:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= -k\xi_1 + x, \\ \dot{\xi}_2 &= -k\xi_2 + u \end{aligned} \quad (9)$$

Непрямое адаптивное управление

Заключение



Непрямое адаптивное управление

Заключение

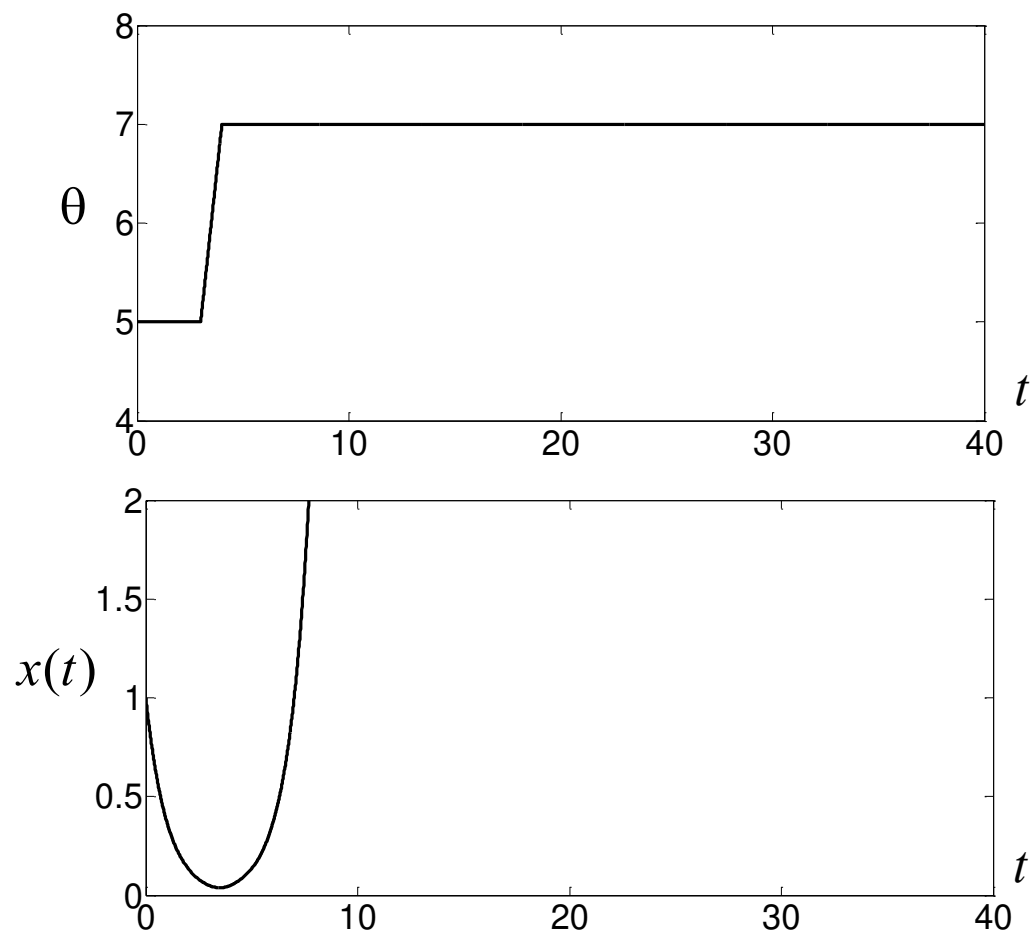
Свойства в замкнутой системе:

1. Все сигналы в системе ограничены;
2. Ошибка управления $\varepsilon = x_M - x$ стремится к нулю асимптотически;
3. Ошибка идентификации $e = x - \hat{x}$ стремится к нулю асимптотически;
4. Параметрическая ошибка $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ стремится к нулю при обеспечении условия неисчезающего возбуждения для x .
5. Если $\tilde{\theta}(t)$ стремится к нулю, то существует оптимальное значение γ , при котором скорость сходимости максимальна.

Пример: Классический закон стабилизации неустойчивого объекта

$$\dot{x} = 5x + u$$

$$u = -6x$$



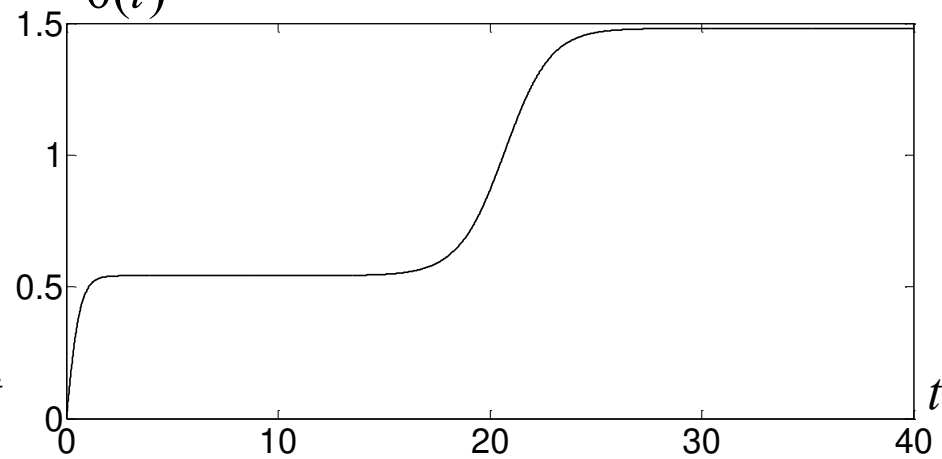
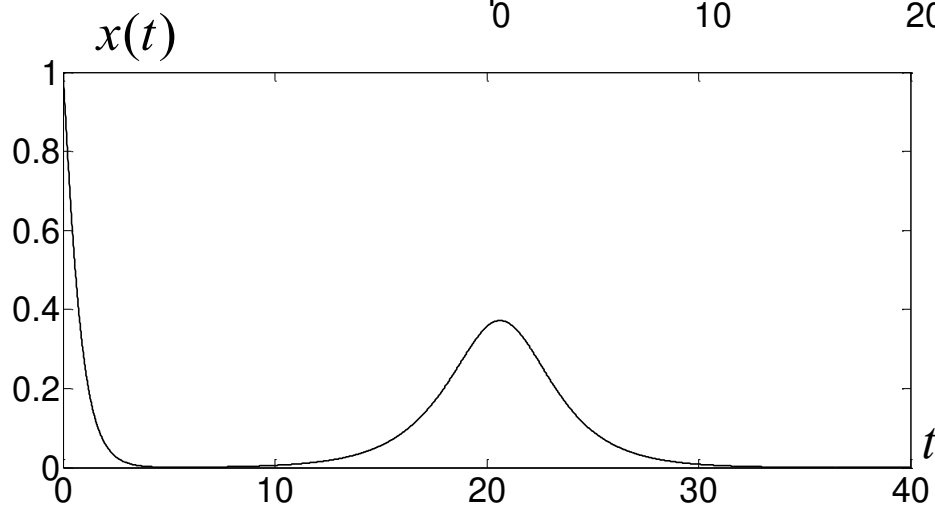
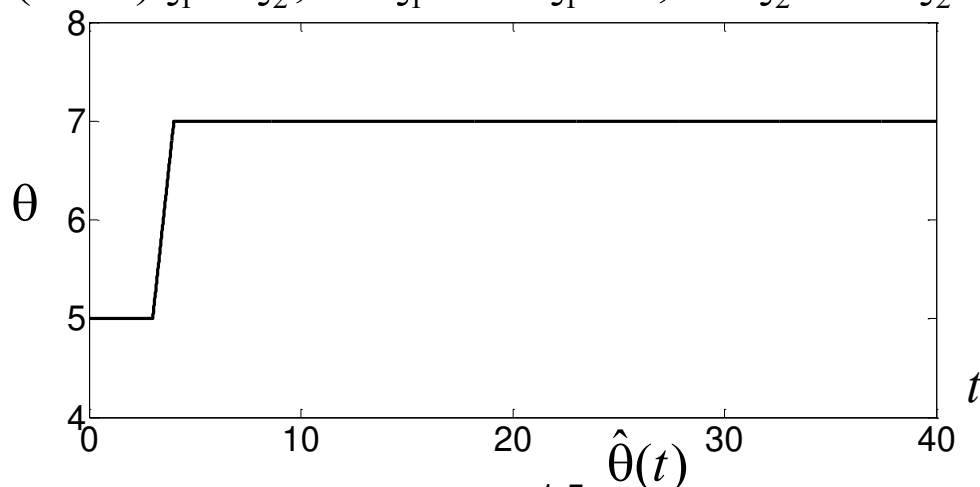
Пример: Адаптивная стабилизация объекта $\dot{x} = 5x + u$

$$u = -6x - \hat{\theta}x,$$

$$\dot{\hat{\theta}} = 0.8xe, \quad e = x - \hat{x},$$

$$\hat{x} = (k + \hat{\theta})\xi_1 + \xi_2, \quad \dot{\xi}_1 = -k\xi_1 + x, \quad \dot{\xi}_2 = -k\xi_2 + u$$

$k = 3$

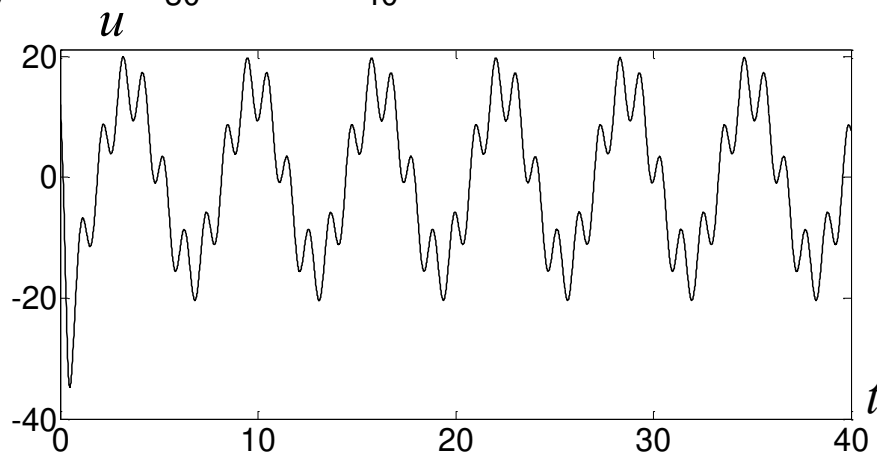
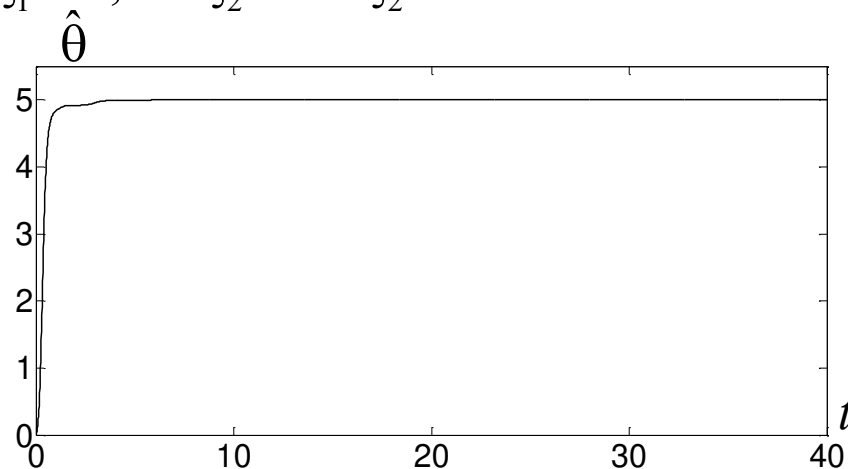
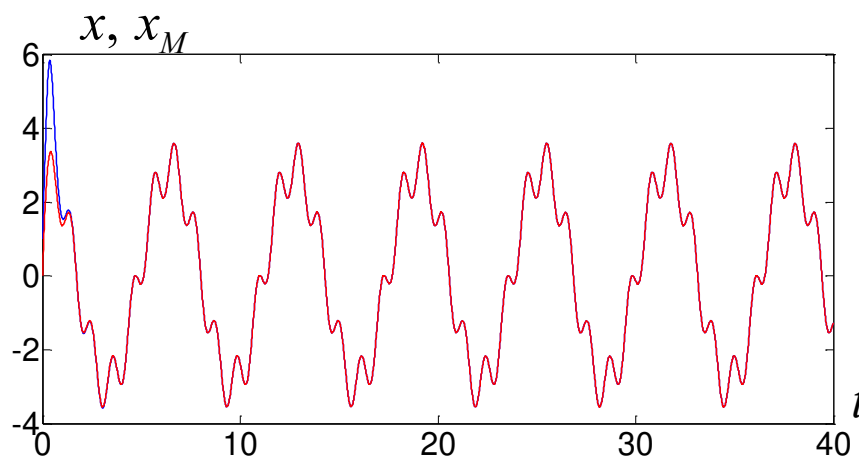


Пример: Адаптивное слежение для объекта $\dot{x} = 5x + u$

$$u = -6x - \hat{\theta}x + 6g,$$

$$\dot{\hat{\theta}} = 0.8xe, \quad e = x - \hat{x},$$

$$\hat{x} = (k + \hat{\theta})\xi_1 + \xi_2, \quad \dot{\xi}_1 = -k\xi_1 + x, \quad \dot{\xi}_2 = -k\xi_2 + u$$



$$k = 3$$