

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»  
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

Отчет по лабораторной работе №1  
по дисциплине  
*«Адаптивное и робастное управление»*

по теме:

«ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ АДАПТИВНОГО  
УПРАВЛЕНИЯ НЕВОЗМУЩЕННЫМИ ОБЪЕКТАМИ»

Вариант №13

Студенты:

Нгуен Тоан

Буй Динь Кхай Нгуен

Хюинь Тан Куонг

Научный руководитель:

Козачёк Ольга Андреевна

**ИТМО**

Санкт-Петербург – 2024

## Содержание

Глава 1. Введение .....	2
1.1. Цель работы .....	2
1.2. Методические рекомендации. ....	2
1.3. Теоретические сведения .....	2
Глава 2. Порядок выполнения работы .....	6
2.1. Построение неадаптивной системы управления .....	6
2.2. Построение адаптивной СУ .....	8
Выводы .....	12
Список рисунков .....	13
Список таблиц .....	14

## Глава 1. Введение

Работа №1. Принцип построения систем адаптивного Управления невозмущенными объектами

### 1.1. Цель работы

Освоение принципов построения систем адаптивного управления на примере задачи слежения выхода скалярного объекта за эталонным сигналом.

### 1.2. Методические рекомендации.

До начала работы студенты должны ознакомиться с анализом устойчивости нелинейных систем методом функций Ляпунова.

### 1.3. Теоретические сведения

Рассмотрим решение задачи адаптивного слежения, начиная с постановки и заканчивая анализом свойств замкнутой системы

Постановка задачи. Дан объект

$$\dot{x} = \theta x + u \quad (1.1)$$

где  $x$  выход объекта (совпадает с переменной состояния),  $u$  сигнал управления,  $\theta$  – неизвестный постоянный параметр.

Цель управления заключается в компенсации неопределенности  $\theta$  и обеспечении следующего целевого равенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_{m(t)} - x(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0 \quad (1.2)$$

где  $\varepsilon = x_m - x$  — ошибка управления,  $x_m$  — эталонный сигнал, являющийся выходом динамической модели (*эталонной модели*)

$$\dot{x}_m = -\lambda x_m + \lambda g \quad (1.3)$$

где  $g$  — кусочно-непрерывный ограниченный сигнал задания,  $\lambda > 0$  — параметр, задающий время переходного процесса. Эталонная модель (1.3) определяет желаемое качество слежения объекта (1.1) за сигналом задания  $g$ .

*Решение задачи.* Временно предположим, что параметр  $\theta$  известен. Тогда, вычисляя производную ошибки слежения  $\varepsilon$  по времени с учетом (1.1) и (1.3), получим:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{x}_m - \dot{x} = -\lambda x_m + \lambda g - \theta x - u \quad (1.4)$$

Ошибка слежения будет экспоненциально стремиться к нулю, если будет выполняться равенство

$$\dot{\varepsilon} = -\lambda \varepsilon$$

Приравнивая правые части последнего уравнения и модели (1.4), находим искомый закон управления:

$$\begin{aligned} -\lambda x_m + \lambda g - \theta x - u &= -\lambda \varepsilon = -\lambda x_m + \lambda x \\ u &= -\theta x - \lambda x + \lambda g \end{aligned} \quad (1.5)$$

Таким образом, в случае известного значения параметра  $\theta$  закон управления (1.5) обеспечивает для объекта (1.1) выполнение целевого равенства (1.2).

Пусть теперь, как в исходной постановке задачи, параметр  $\theta$  неизвестен. Тогда для реализуемости закона управления (1.5) заменим величину  $\theta$  на ее оценку  $\hat{\theta}$ :

$$u = -\hat{\theta}x - \lambda x + \lambda g \quad (1.6)$$

Дальнейшее решение задачи сводится к задаче нахождения функции  $\hat{\theta}(t)$ , которая обеспечит устойчивость замкнутой системы и цель управления (1.2). Для нахождения  $\hat{\theta}(t)$  проведем ряд алгебраических преобразований и воспользуемся методом функций Ляпунова. Подставим последнее выражение в модель (1.1) и получим:

$$\dot{x} = \theta x - \hat{\theta}x - \lambda x + \lambda g = \tilde{\theta}x - \lambda x + \lambda g$$

где  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  параметрическая ошибка. Сформируем модель ошибки управления:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{x}_m - \dot{x} = -\lambda x_m + \lambda g - \tilde{\theta}x + \lambda x - \lambda g = -\lambda \varepsilon - \tilde{\theta}x$$

или

$$\dot{\varepsilon} = -\lambda\varepsilon - \tilde{\theta}x \quad (1.7)$$

Выберем функцию Ляпунова:

$$V = \frac{1}{2}\varepsilon^2 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^2 \quad (1.8)$$

где  $\gamma > 0$  — параметр. Вычислим производную по времени функции  $V$  с учетом (1.7):

$$\dot{V} = \frac{1}{2}2\varepsilon\dot{\varepsilon} + \frac{1}{2}2\tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} = -\lambda\varepsilon^2 - \tilde{\theta}x\varepsilon - \tilde{\theta}\frac{1}{\gamma}\dot{\tilde{\theta}}$$

В соответствии с методом функций Ляпунова выберем алгоритм формирования оценки  $\hat{\theta}(t)$  (т.е. правило определения производной  $\dot{\hat{\theta}}(t)$ ) из условия отрицательности производной функции Ляпунова. Нетрудно видеть, что при выборе

$$\dot{\hat{\theta}} = -\gamma x\varepsilon \quad (1.9)$$

производная функции Ляпунова будет отрицательной:

$$\dot{V} = -\lambda\varepsilon^2 < 0, \forall \varepsilon \neq 0.$$

Алгоритм (1.9), формирующий оценку  $\hat{\theta}$ , называется алгоритмом адаптации, а параметр  $\gamma$  — коэффициентом адаптации.

Таким образом, алгоритм адаптивного управления, обеспечивающий цель (1.2), представляется настраиваемым регулятором (1.6) и алгоритмом адаптации (1.9). При любых начальных условиях  $x(0)$ ,  $\hat{\theta}(0)$  и любом ограниченном сигнале  $g$  алгоритм управления наделяет замкнутую систему следующими свойствами:

1. ограниченность всех сигналов в замкнутой системе;
2. асимптотическое стремление ошибки слежения  $\varepsilon$  к нулю;
3. экспоненциальное стремление  $\hat{\theta}$  к  $\theta$  при выполнении условия

$$\int_t^{t+T} x^2(\tau) d\tau > \alpha I > 0$$

(частного случая условия  $\int_t^{t+T} x(\tau)x^{T(\tau)}d\tau > \alpha I$ , почти всегда выполняемого в задаче управления скалярным объектом при  $g(t) \neq 0$ ), что следует из свойства 2 и выражения (1.7);

4. увеличение скорости сходимости параметрической ошибки  $\tilde{\theta}$  к нулю при увеличении коэффициента  $\gamma$  до некоторого оптимального значения. Дальнейшее повышение  $\gamma$  приведет к снижению скорости сходимости ошибки и появлению колебаний в системе

## Глава 2. Порядок выполнения работы

### 2.1. Построение неадаптивной системы управления

На основе заданных в Таблице 2.1 значений параметров объекта (1.1) и эталонной модели (1.3) построить неадаптивную систему управления на базе регулятора (1.5). Провести моделирование системы в условиях скачкообразного трехкратного увеличения параметра  $\theta$  и построить два графика. На одном вывести  $x(t)$  и  $x_{m(t)}$  (или  $\varepsilon(t)$ ), на другом —  $u(t)$ .

Пусть  $\theta(t)$  — кусочно-заданная функции:

$$\theta(t) = \begin{cases} 6, & 0 < t < 5 \\ 18, & t \geq 5 \end{cases} \quad (2.1)$$

По заданию известны следующие параметры:

Таблица 2.1 – Вариант заданий

Вар.	Параметр объекта $\theta$	Параметр эталонной модели $\lambda$	Сигнал задания $g(t)$
13	6	4	$\text{sign}(\cos t) + 8$

Выражение (1.6) является описанием регулятора для объекта (1.1). Произведём синтез неадаптивной системы управления.

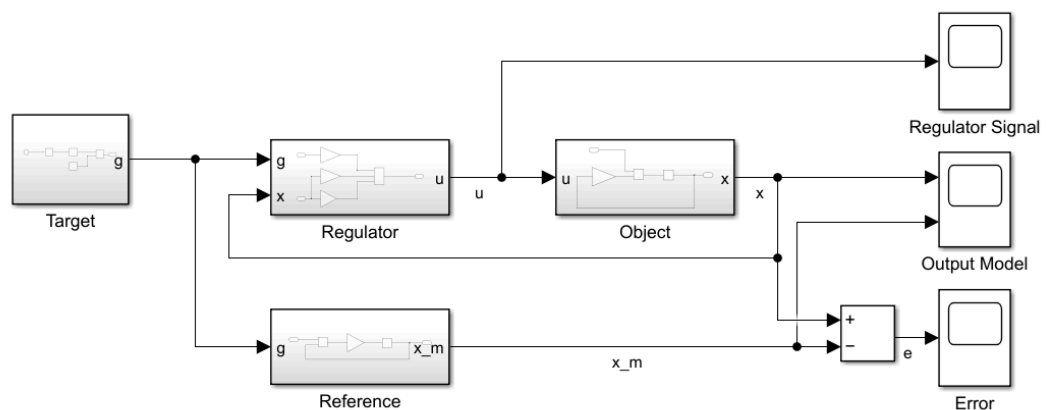


Рисунок 2.1 – Структурная схема моделирования системы.

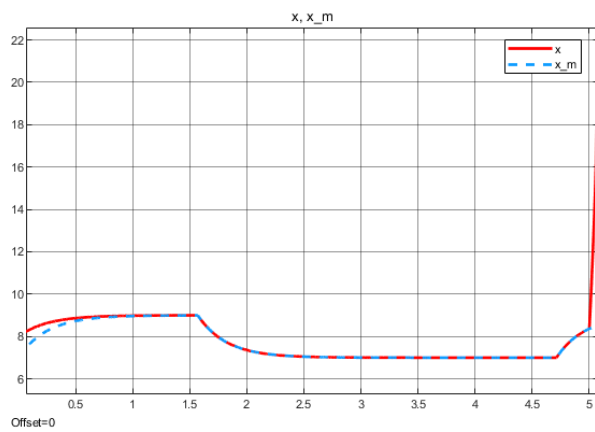


Рисунок 2.2 – График изменения выходной переменной  $x(t)$  и эталонной модели  $x_m(t)$  в  $[0, 5^+]$ .

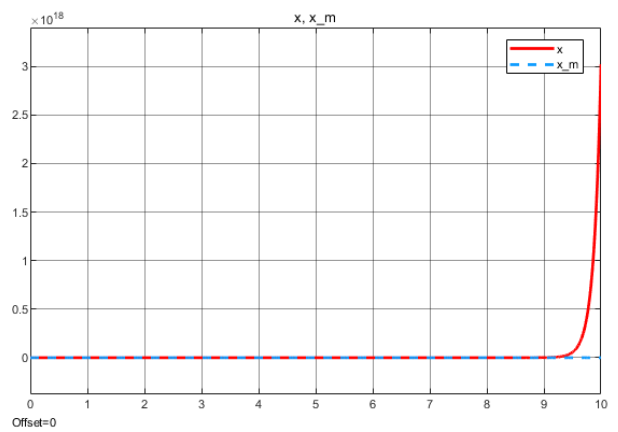


Рисунок 2.3 – График изменения выходной переменной  $x(t)$  и эталонной модели  $x_m(t)$  в 10s.

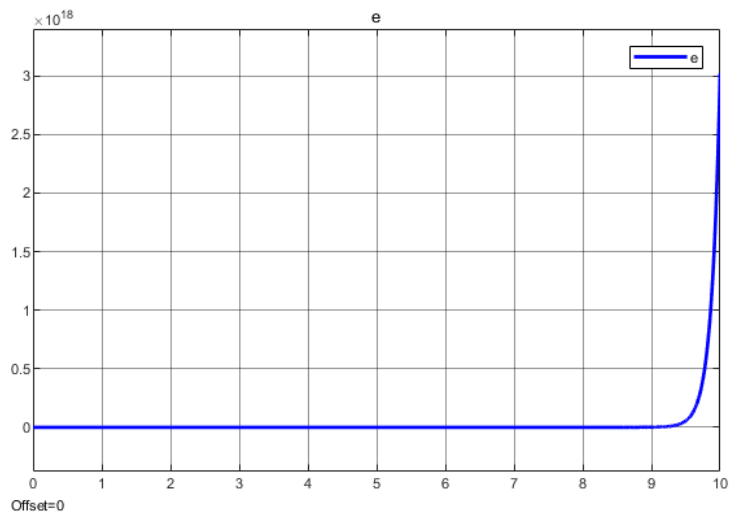


Рисунок 2.4 – График изменения ошибки  $\varepsilon(t)$ .

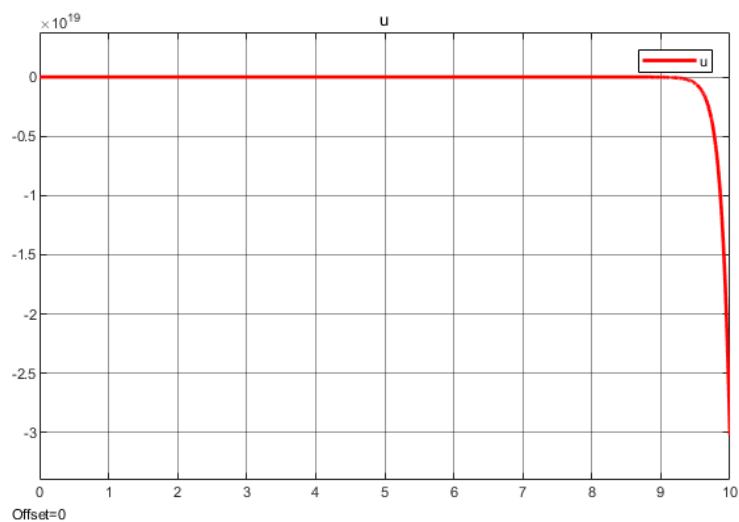


Рисунок 2.5 – График изменения управляющего воздействия  $u(t)$ .



## 2.2. Построение адаптивной СУ

Синтезировать алгоритм адаптации (1.9) и подключить его к настраиваемому регулятору (1.6). Повторить эксперимент для адаптивной системы управления, замкнутой регулятором (1.6) с алгоритмом адаптации (1.9) с  $\hat{\theta}(0) = 0$ . Коэффициент адаптации  $\gamma$  выбрать экспериментально. Дополнительно построить график параметрической ошибки  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ .

Положим теперь, что параметр  $\theta$  неизвестен. Алгоритм (1.9) называется алгоритмом адаптации. Используя данный алгоритм и закон (1.7) можем составить схему моделирования адаптивной системы с регулятором.

Как и ранее, исследуется скачкообразное изменение параметра  $\theta$ . Ниже приведены графики результаты моделирования.

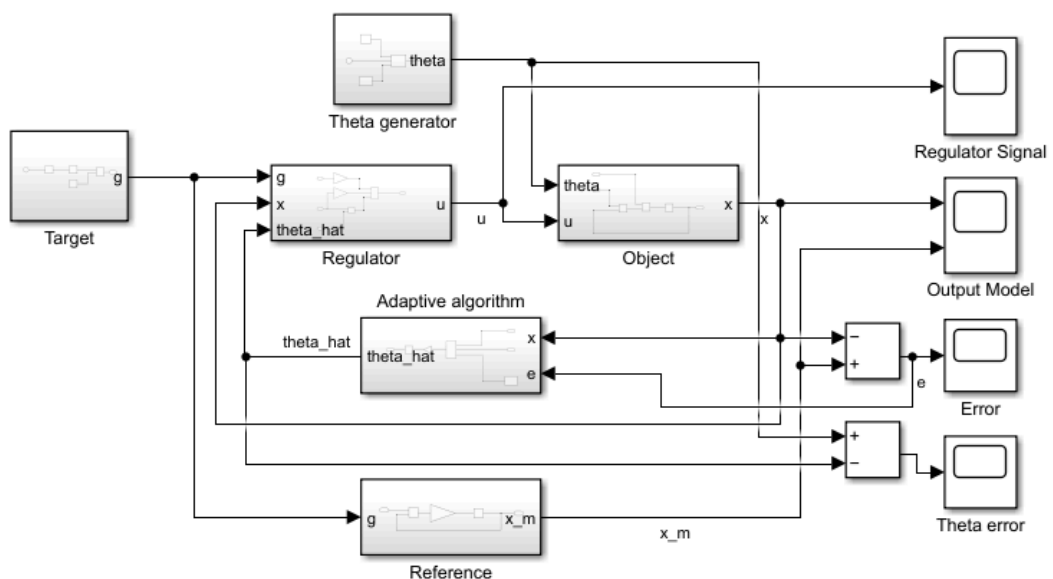


Рисунок 2.6 – Структурная схема моделирования системы.

1. При  $\gamma = 3$ :

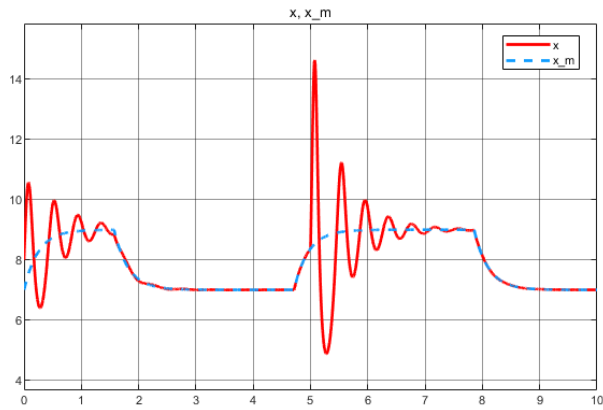


Рисунок 2.7 – График изменения выходной переменной  $x(t)$  и эталонной модели  $x_m(t)$ .

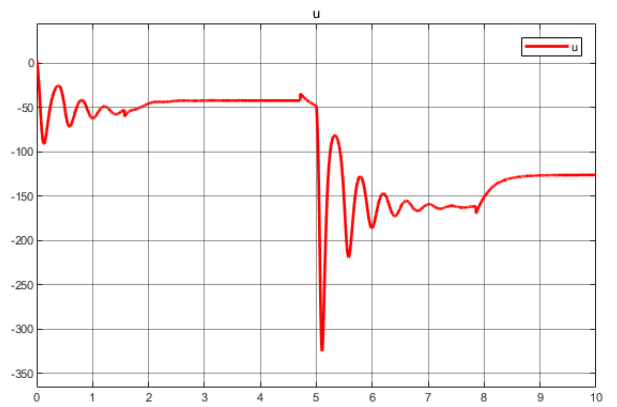


Рисунок 2.8 – График изменения управляющего воздействия  $u(t)$ .

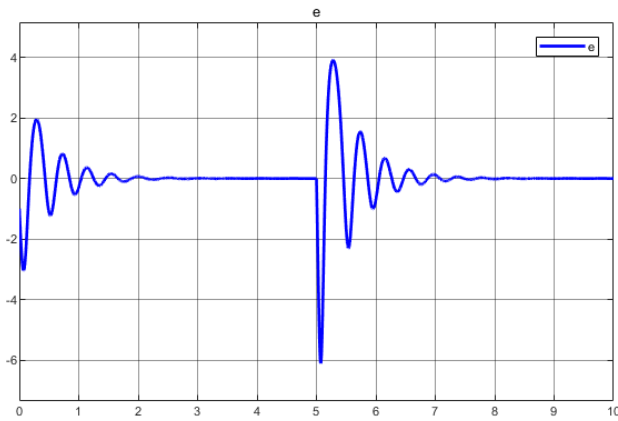


Рисунок 2.9 – График изменения ошибки  $\varepsilon(t)$ .

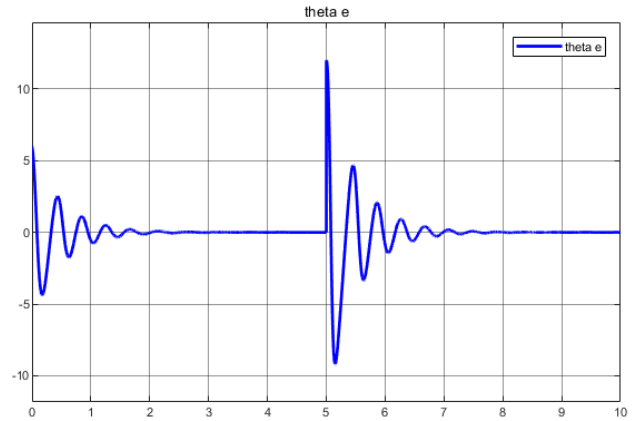


Рисунок 2.10 – График изменения ошибки  $\tilde{\theta}(t)$ .

2. При  $\gamma = 10$ :

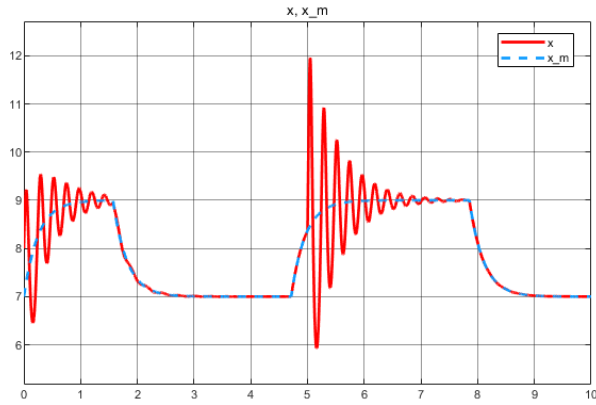


Рисунок 2.11 – График изменения выходной переменной  $x(t)$  и эталонной модели  $x_m(t)$ .

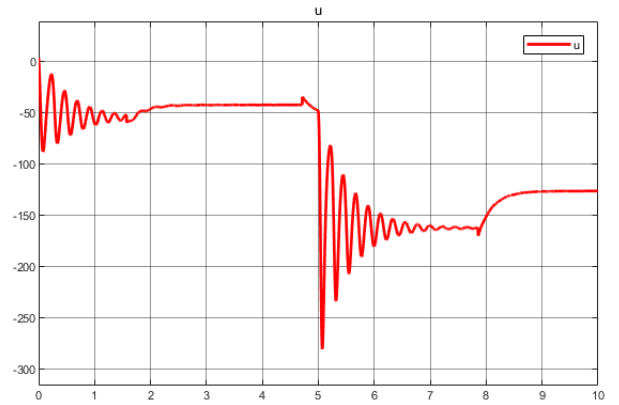


Рисунок 2.12 – График изменения управляющего воздействия  $u(t)$ .

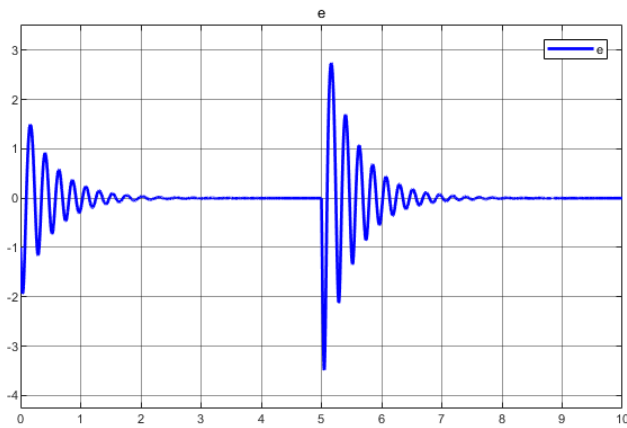


Рисунок 2.13 – График изменения ошибки  $\varepsilon(t)$ .

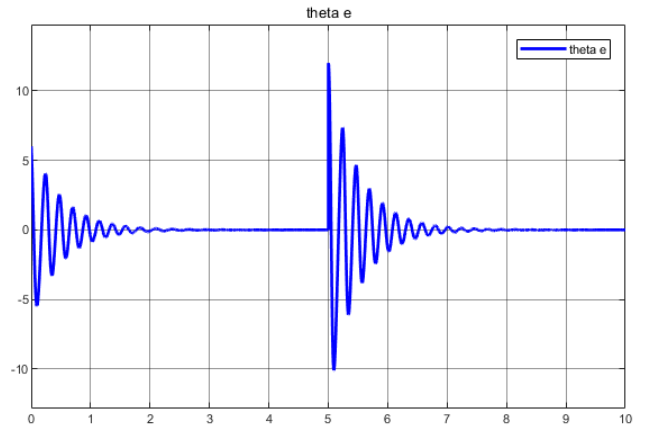


Рисунок 2.14 – График изменения ошибки  $\tilde{\theta}(t)$ .

3. При  $\gamma = 30$ :

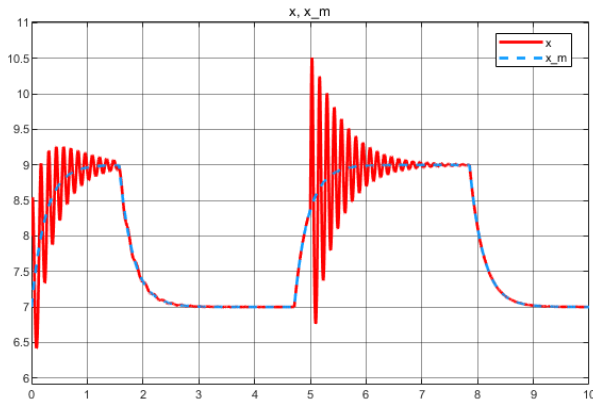


Рисунок 2.15 – График изменения выходной переменной  $x(t)$  и эталонной модели  $x_m(t)$ .

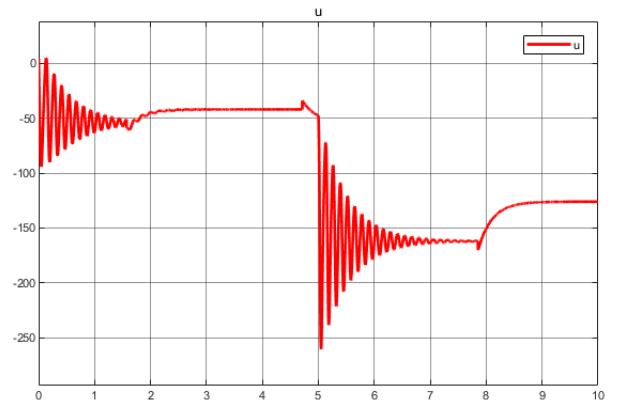


Рисунок 2.16 – График изменения управляющего воздействия  $u(t)$ .

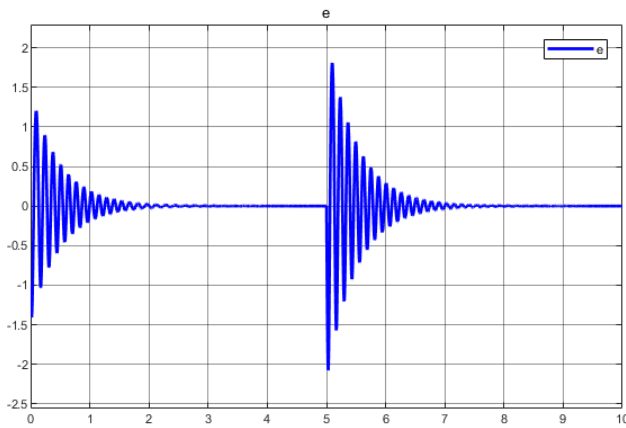


Рисунок 2.17 – График изменения ошибки  $\varepsilon(t)$ .

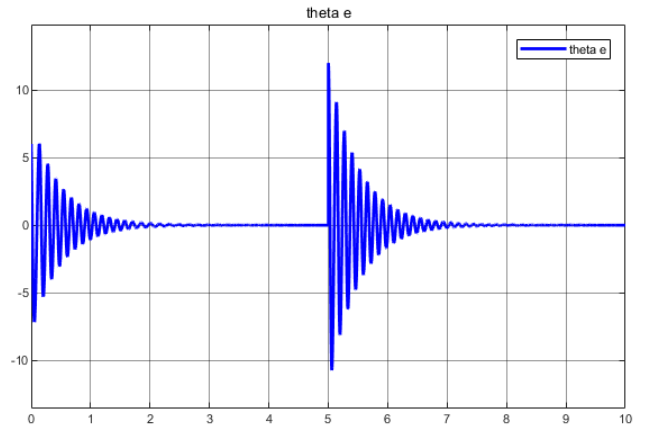


Рисунок 2.18 – График изменения ошибки  $\tilde{\theta}(t)$ .

## Выводы

В ходе работы были смоделированы две системы управления: неадаптивная и адаптивная в условиях скачкообразного изменения некоторого параметра объекта управления. Полученные результаты показали, при выбранных регуляторах, ошибки слежения и параметрические ошибки стремятся к нулю. Провели моделирование адаптивной системы управления при разных коэффициентах:  $\gamma = 10$  и  $\gamma = 30$ . Видно что, чем меньше коэффициент  $\gamma$ , сигнал чем быстрее сходит к нулю.

## Список рисунков

Рисунок 2.1: Структурная схема моделирования системы. ....	6
Рисунок 2.2: График изменения выходной переменной $x(t)$ и эталонной модели $x_m(t)$ в $[0, 5^+]$ . ....	7
Рисунок 2.3: График изменения выходной переменной $x(t)$ и эталонной модели $x_m(t)$ в 10s. ....	7
Рисунок 2.4: График изменения ошибки $\varepsilon(t)$ . ....	7
Рисунок 2.5: График изменения управляющего воздействия $u(t)$ . ....	7
Рисунок 2.6: Структурная схема моделирования системы. ....	8
Рисунок 2.7: График изменения выходной переменной $x(t)$ и эталонной модели $x_m(t)$ . ....	9
Рисунок 2.8: График изменения управляющего воздействия $u(t)$ . ....	9
Рисунок 2.9: График изменения ошибки $\varepsilon(t)$ . ....	9
Рисунок 2.10: График изменения ошибки $\tilde{\theta}(t)$ . ....	9
Рисунок 2.11: График изменения выходной переменной $x(t)$ и эталонной модели $x_m(t)$ . ....	10
Рисунок 2.12: График изменения управляющего воздействия $u(t)$ . ....	10
Рисунок 2.13: График изменения ошибки $\varepsilon(t)$ . ....	10
Рисунок 2.14: График изменения ошибки $\tilde{\theta}(t)$ . ....	10
Рисунок 2.15: График изменения выходной переменной $x(t)$ и эталонной модели $x_m(t)$ . ....	11
Рисунок 2.16: График изменения управляющего воздействия $u(t)$ . ....	11
Рисунок 2.17: График изменения ошибки $\varepsilon(t)$ . ....	11
Рисунок 2.18: График изменения ошибки $\tilde{\theta}(t)$ . ....	11

**Список таблиц**

Таблица 2.1: Вариант заданий .....	6
------------------------------------	---