

TP

Automatique

Suspension

magnétique

Compte-Rendu

Ngatam THIEBAUT

Q1) Linéarisation du système autour du point de fonctionnement $Z_0 = 1,5\text{cm}$

Pour linéariser les équations du système, on utilise le développement de Taylor à l'ordre 2 :

$$f(a+h) = f(a) + \sum_{i=1}^n h_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(a) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n h_i h_j \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(a) + o(\|h\|^2).$$

On applique cette formule pour les équations (5), (6) et (7)

On obtient :

- $\ddot{z} = a_1 z + a_2 i \text{ (5')}$
- $u = l * i + b_i * \dot{z} + b_2 * i \text{ (6')}$
- $v = -\alpha * Z(t) \text{ (7')}$

Avec

$$a_1 = \frac{2 * k_1 * I_0^2}{m(z_0 + k_2)^3}, \quad a_2 = \frac{-2 * k_1 * I_0}{m(z_0 + k_2)^2}, \quad b_1 = -\frac{2 * k_1}{(z_0 + k_2^2)} \text{ et } b_2 = \frac{2k_1}{z_0 + k_2}$$

Q2) Changement de variable temporelle avec $\bar{t} = 10t$

On a :

- $\ddot{z} = \frac{a_1}{100} z + \frac{a_2}{100} i \text{ (5'')}$
- $u = l * i + 10 * b_i * \dot{z} + 10 * b_2 * i \text{ (6'')}$

Q3) Calcul de la fonction de transfert $P(s)$

On obtient :

$$P(s) = \frac{-\frac{f_2}{g_2} * \frac{\alpha}{1000}}{s^3 + \frac{R}{10 * g_2} s^2 + \frac{(f_2 * g_1 - f_1 * g_2)}{100 * g_2} - \frac{f_1 * R}{1000 * g_2}} = \frac{B}{A}$$

Q4) Programme MatLab & Q5) Fonction de transfert en boucle ouverte

```

%#---- Définition des paramètres ----#
m = 1.75;
R = 24;
k_1 = 1.9*10^(-4);
k_2 = -6.4*10^(-4);
L_0 = 0.3714;
alpha = 1000;
g = 9.81;

%#---- Définition des valeurs au point de fonctionnement ----#
Z_0 = 1.5*10^(-2);
I_0 = (Z_0 + k_2) * sqrt(m*g/k_1);
U_0 = R*I_0;
V_0 = -alpha*Z_0;

%#---- Linéarisation des fonctions f_1, f_2, g_1 et g_2 ----#
f_1 = (2*k_1*I_0^2)/(m*(Z_0 + k_2)^3); % f_1 <=> a_1
f_2 = -(2*k_1*I_0)/(m*(Z_0 + k_2)^2); % f_2 <=> a_2
g_1 = -(2*k_1*I_0)/(Z_0+k_2)^2; % g_2 <=> b_2
g_2 = (2*k_1 + L_0*(Z_0 + k_2)) / (Z_0 + k_2); % g_1 <=> b_1

%#---- Définition des fonction A et B de la fonction de transfert P = B/A----#
B = [0, 0, 0, -f_2*alpha/(1000*g_2)]; %Création de B à partir des bi
A = [1, R/(10*g_2), (f_2*g_1 - f_1*g_2)/(100*g_2), -f_1*R/(1000*g_2)];
%Création de A à partir des ai
suspension = tf(B,A); % suspension = fonction de transfert de B/A

%#---- Placement des pôles B0 - RST de degré relatif 1 ----#
poles_systeme = roots(A);
% les pôles du systèmes sont -3.6497 -5.7645 et -3.9174

%#---- Calcul des polynômes R et S ----#
% On choisit nos pôles 4 qui viennent du systèmes (dont -3.6497 qu'on choisit 2
fois); et 3 pôles rapides en -10
A_BF = poly([poles_systeme(1) poles_systeme(1) poles_systeme(2) poles_systeme(3)
-100 -100 -100]);
M = [A_BF(2)-A(1), A_BF(3)-A(2), A_BF(4)-A(3), A_BF(5), A_BF(6), A_BF(7),
A_BF(8)]; % Creation de la matrice pour le système avec la matrice de Sylvester

%#---- Matrice de Sylvester ----#
sylv = [
    A(1) 0 0 0 0 0 0;
    A(2) A(1) 0 0 0 0 0;
    A(3) A(2) A(1) 0 0 0 0;
    A(4) A(3) A(2) B(4) 0 0 0;
    0 A(4) A(3) B(3) B(4) 0 0;
    0 0 A(4) B(2) B(3) B(4) 0;
    0 0 0 B(1) B(2) B(3) B(4);
];

%#---- Resolution de l'équation: sylv * [S R]' = M' et création des vecteur R et
S----#
Vecteur_solution = inv(sylv)* (M');

sigma_1 = abs(Vecteur_solution(1));
sigma_2 = abs(Vecteur_solution(2));

```

```

sigma_3 = abs(Vecteur_solution(3));

r_0 = abs(Vecteur_solution(4));
r_1 = abs(Vecteur_solution(5));
r_2 = abs(Vecteur_solution(6));
r_3 = abs(Vecteur_solution(7));

S = [1, sigma_1, sigma_2, sigma_3, 0];
R = [r_0, r_1, r_2, r_3];

%Correction - donnée lors du TP
%R = 1E+04 * [0.2930, 2.9537, 7.7461, 2.6330];
%S = 1E+03 * [0.001, 0.0409, 0.6818, 6.0776, 0];

V = poly([-1 , -1, -1, -1]); % Polynôme pour rendre causaux les blocs R et T

%#---- Choix du T(s) ----#
T = 26.330 * [1 30 300 1000]; % alpha a été calculé à la main

%#---- Analyse de la robustesse / Fonction de transfert du système corrigé en BO
----#
corRS = tf(R, S);
L = suspension*corRS; % L = B*R/A*S
margin(L);
Sens = 1/(1+L);
Mm = 1/norm(Sens, inf);

figure
nyquist(L)

%#---- Simulation ----#
sim('TP_Automatique_suspension_simulink')
figure
subplot(211)
plot(t,U);
title('U(t)')
hold
subplot(212)
plot(t,Z);
title('Z(t)')
hold

```

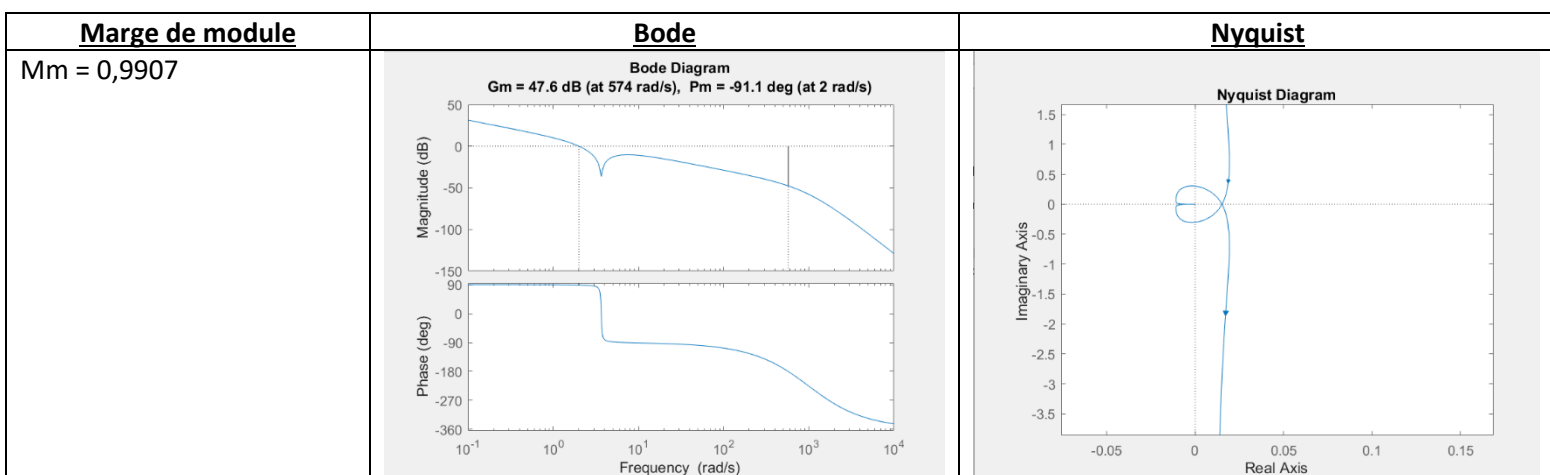
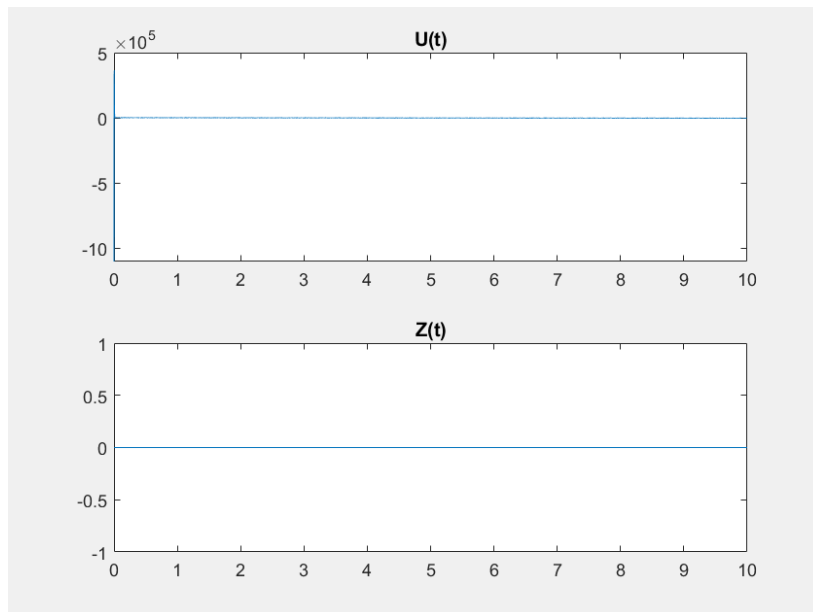
Q6) Marges obtenues avec 3 pôles rapides différents

Pôles rapides choisis	Marge de module	Diagramme de Bode	Diagramme de Nyquist
Pôles en -10	Mm = 0,7168	<p>Bode Diagram Gm = 18.4 dB (at 3.82 rad/s), Pm = 179 deg (at 2.79 rad/s)</p>	<p>Nyquist Diagram</p>
Pôles en -100	Mm = 0,9047	<p>Bode Diagram Gm = 26.5 dB (at 54.4 rad/s), Pm = -94.7 deg (at 2.09 rad/s)</p>	<p>Nyquist Diagram</p>
Pôles en -1000	Mm = 0,9907	<p>Bode Diagram Gm = 47.6 dB (at 574 rad/s), Pm = -91.1 deg (at 0.01 rad/s)</p>	<p>Nyquist Diagram</p>

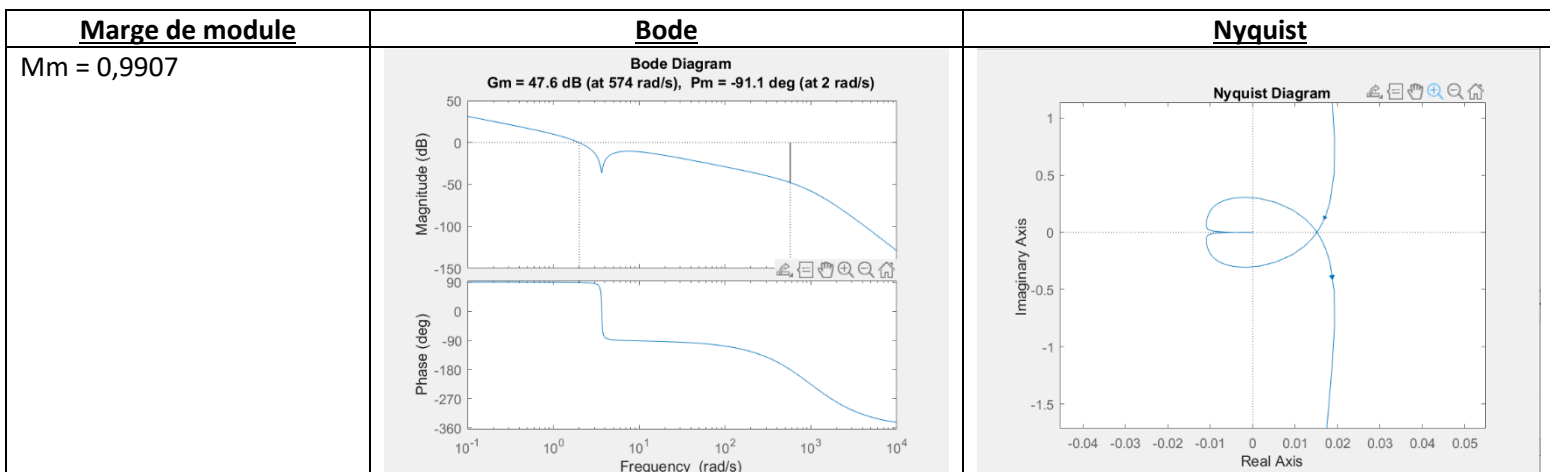
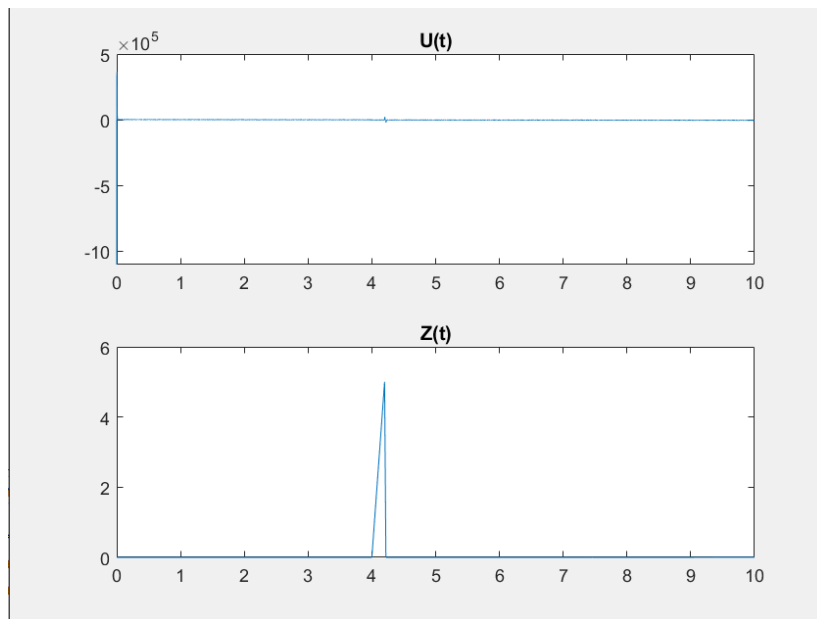
On remarque que Mm augmente lorsqu'on choisit des pôles de plus en plus rapides, ce qui est logique car il s'agit des pôles de l'observateur, plus l'observateur est rapide, plus il réagit vite.

Q8) Réponses de V et U sans perturbation et calcul de T avec 1 pôles rapides et 2 pôles lents

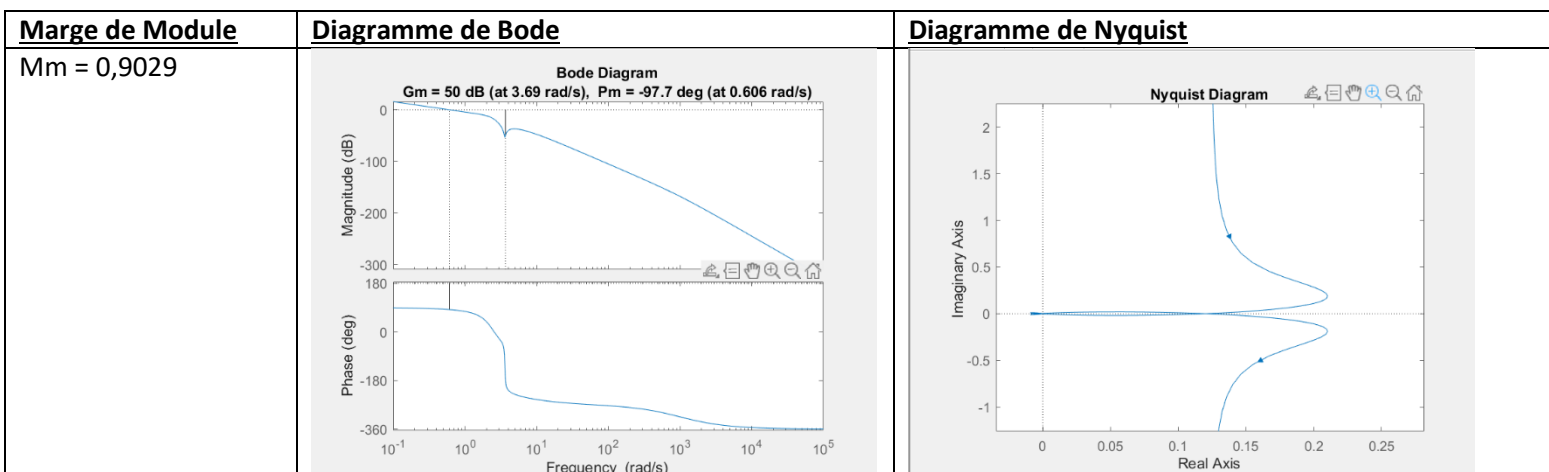
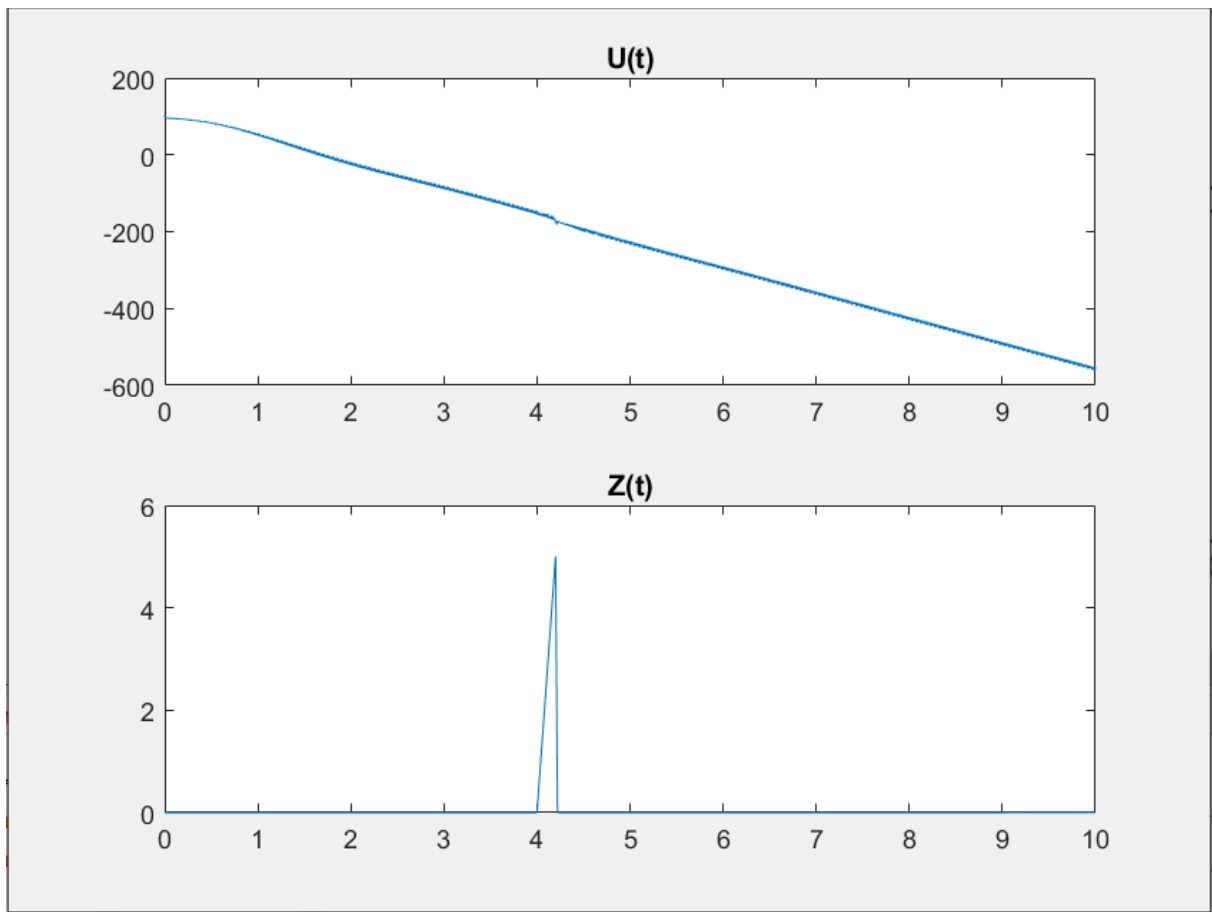
Les réponses de V et U sont les suivantes :



Avec une perturbation, on a :



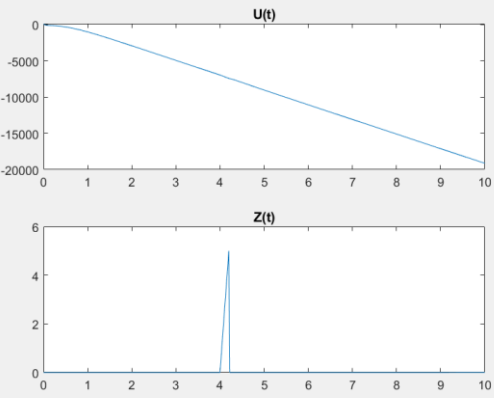
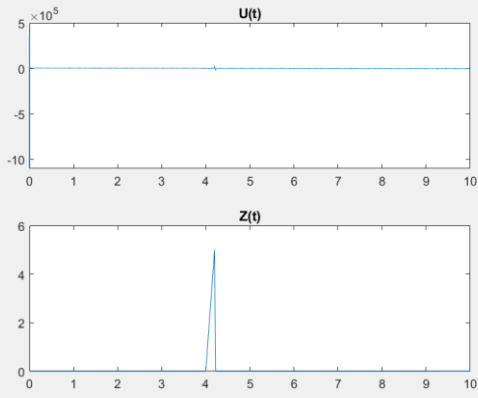
Cette fois-ci, on choisit un pôle rapide en -1000 et 2 pôles lents en -1, on a les résultats suivants :



On remarque que la marge de module est plus faible que lorsque les pôles étaient en -1000 -1000 et -1000, ce qui est vraisemblable avec la remarque énoncé précédemment.

Q9) Simulation avec 3 pôles rapides et perturbation

Et on a pour U et V avec ce choix de pôles :

	U et V	Marge de module
Pôles en -1, -1, -1		Mm = 0,1371
Pôles en -10, -10, -10		Mm = 0,7168
Pôles en -1000, -1000, -1000		Mm = 0,9907

On note que dans tous les cas, la position revient à son équilibre, mais plus les pôles sont rapides, plus la marge de module est élevée et donc plus le système est robuste. Mais plus le système a des pôles rapides, plus les actionneurs sont sollicités et donc pour ne pas endommager trop vite notre système, il faut des pôles rapides pas trop rapides. Ici on trouve de manière expérimentale que des pôles placés en -100, -100, -100 donne une marge de gain de 0,9047 ce qui est largement suffisant pour un système de ce type.



Contact

Mail : ngatam.thiebaut@ensam.eu