

ENSAM Mécatronique : Commande RST robuste d'une suspension magnétique

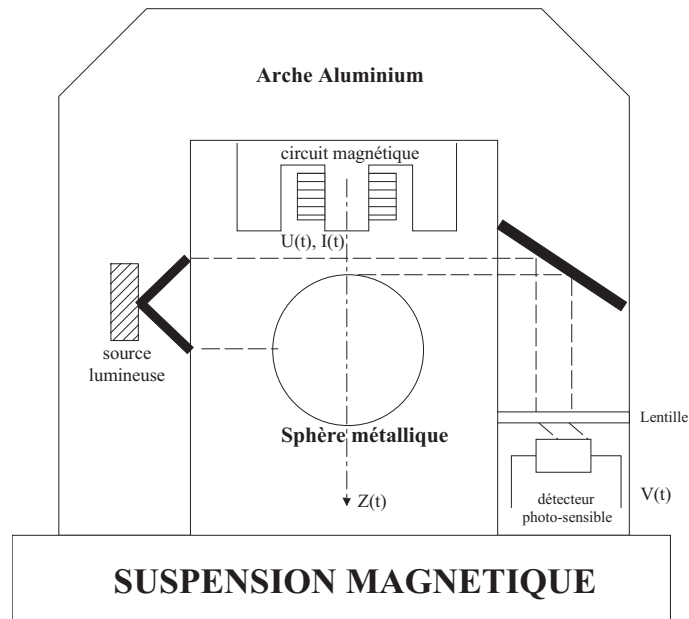


FIGURE 1 – La suspension magnétique.

On applique ici à un mobile en suspension magnétique les méthodes de commande d'un système monovarié présentées dans la première partie de cet ouvrage. Ce procédé, dont une configuration possible est décrite à la figure 1, est utilisé dans l'industrie pour du pesage de précision, du positionnement d'objet en environnement hostile, et des systèmes de transport (train sur rail magnétique). Il constitue un exemple intéressant de commande car il est naturellement instable et très non linéaire. Il est constitué des éléments suivants :

- une arche sur laquelle est fixée un électroaimant ;
- une sphère métallique ferromagnétique, objet à suspendre dans l'espace ;
- un ensemble optique composé d'une source lumineuse en face d'un dispositif de concentration en un point focal avec transport de l'information lumineuse par fibre optique.

Ce récepteur photosensible, qui reçoit une intensité lumineuse variable selon la position de la sphère, génère une tension négative proportionnelle à la distance de la sphère à l'électroaimant. Ce dispositif constitue ainsi un capteur de position sans contact.

La tension $U(t)$ appliquée aux bornes du bobinage est la commande du système, l'altitude $Z(t)$ de l'objet la sortie à régler, et l'intensité $I(t)$ qui circule dans le bobinage une *variable intermédiaire*.

Les équations physiques décrivant le comportement du processus peuvent être établies en écrivant la relation fondamentale de la dynamique d'une part, soit

$$m \ddot{Z}(t) = m g - F(t), \quad (1)$$

et l'équation électromagnétique d'autre part, soit

$$U(t) = R I(t) + \frac{d(L(t) I(t))}{dt}. \quad (2)$$

La difficulté de modélisation du système vient ici de l'inductance $L(t)$ du circuit électrique qui n'est pas constante. En effet, elle varie avec l'altitude $Z(t)$ de l'objet selon la loi

$$L(Z) = \frac{2k_1}{Z + k_2} + L_0. \quad (3)$$

Cette relation illustre le fait que l'inductance est constante (et égale à la self L_0 du bobinage) lorsque l'objet suspendu est à l'infini. A contrario, elle augmente lorsque l'objet se rapproche de l'électroaimant.

En outre, sous l'hypothèse que le matériau magnétique n'est pas saturé, l'énergie W emmagasinée par le système est donnée par

$$W = \frac{1}{2} L I^2,$$

et on calcule alors la force F s'exerçant sur l'objet en suspension, qui dérive de cette énergie, en écrivant que

$$F = -\frac{\partial W}{\partial Z} \Rightarrow F = -\frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial Z} \Rightarrow F = \frac{k_1 I^2}{(Z + k_2)^2}. \quad (4)$$

On a alors ainsi d'après (1)

$$\boxed{\ddot{Z}(t) = g - \frac{k_1 I(t)^2}{m (Z(t) + k_2)^2}.} \quad (5)$$

D'autre part, l'équation (2) s'écrit

$$U(t) = R I(t) + \dot{L}(t) I(t) + L(t) \dot{I}(t) = R I(t) + \frac{dL}{dZ} \dot{Z}(t) I(t) + L(t) \dot{I}(t).$$

En injectant alors l'expression (3) de l'inductance dans cette dernière équation, et en utilisant sa dérivée par rapport à Z déjà calculée pour obtenir la force F , il vient

$$\boxed{U(t) = R I(t) - \frac{2 k_1}{(Z(t) + k_2)^2} \dot{Z}(t) I(t) + \left(\frac{2 k_1}{Z(t) + k_2} + L_0 \right) \dot{I}(t).} \quad (6)$$

Enfin, la tension de sortie, proportionnelle à la position $Z(t)$ de la sphère, est égale à

$$\boxed{V(t) = -\alpha Z(t).} \quad (7)$$

On donne pour conclure $m = 1,75$ kg, $R = 24 \Omega$, $k_1 = 1,9.10^{-4}$ Nm²/A², $k_2 = -6,4.10^{-4}$ m, $L_0 = 0,3714$ H et $\alpha = 1000$ V/m.

Q-1 Linéariser le système autour du point de fonctionnement correspondant à $Z_0 = 1,5$ cm. On posera

$$z(t) = Z(t) - Z_0, i(t) = I(t) - I_0, u(t) = U(t) - U_0 \text{ et } v(t) = V(t) - V_0.$$

Q-2 On souhaite effectuer un changement d'échelle de temps, en posant $\bar{t} = 10t$. Ainsi, à 1 UT sur t correspondent 10 UT sur \bar{t} , c'est-à-dire qu'on regarde maintenant le système sous l'angle du dixième de seconde. Par exemple, si on appelle \bar{z} la variable d'altitude regardée sous cet angle, on aura $\bar{z}(1) = z(0,1)$. On a ainsi

$$\bar{z}(\bar{t}) = z(\bar{t}/10), \bar{i}(\bar{t}) = i(\bar{t}/10), \bar{u}(\bar{t}) = u(\bar{t}/10) \text{ et } \bar{v}(\bar{t}) = v(\bar{t}/10).$$

Calculer $dz(t)/dt$ en fonction de $d\bar{z}(\bar{t})/d\bar{t}$, $d^2z(t)/dt^2$ en fonction de $d^2\bar{z}(\bar{t})/d\bar{t}^2$ et $di(t)/dt$ en fonction de $d\bar{i}(\bar{t})/d\bar{t}$, et en déduire les nouvelles équations différentielles du système linéarisé.

Q-3 Calculer la fonction de transfert $P(s) = \hat{v}(s)/\hat{u}(s)$ de ce système. On posera

$$P(s) = \frac{B(s)}{A(s)}.$$

Q-4 Ecrire un programme Matlab permettant de calculer un régulateur RST pour ce système : on choisira un degré relatif égal à 1, mais on laissera libre le choix des pôles en boucle fermée. Le polynôme $T(s)$ sera choisi de manière à compenser les pôles rapides.

Q-5 La fonction de transfert du système corrigé en boucle ouverte est égale à

$$L(s) = P(s) K(s) = \frac{B(s) R(s)}{A(s) S(s)}.$$

Ajouter à votre programme les lignes nécessaires au tracé du diagramme de Bode de $L(s)$. Celui-ci permettra de calculer les marges de gain, de phase et de retard. En outre, la marge de module se calcule à l'aide de la commande matlab *norm(P,inf)*.

Q-6 Calculer les marges obtenues pour trois choix différents des pôles rapides. Que constatez-vous ?

Q-7 Dessiner le schéma Simulink du système en boucle fermée selon les schémas fournis en Figures 2 et 3. Demander à l'enseignant quels signaux appliquer à la consigne de tension de sortie $v(t)$ et à la perturbation d'altitude ?

Q-8 Sans la perturbation, enregistrer alors les réponses $V(t)$ et $U(t)$ obtenues pour le choix du polynôme $T(s)$ effectué à la question Q-4. Calculer ensuite $T(s)$ pour compenser un pôle rapide et les deux pôles les plus lents. Enregistrer les réponses qui résultent de ce choix et les comparer à celles obtenues précédemment.

Q-9 En présence de la perturbation, effectuer des simulations pour les trois choix des pôles rapides considérés à la question Q-6. Que constatez-vous ? Comment expliquez-vous ce phénomène ? Conclure sur le compromis performance/robustesse.

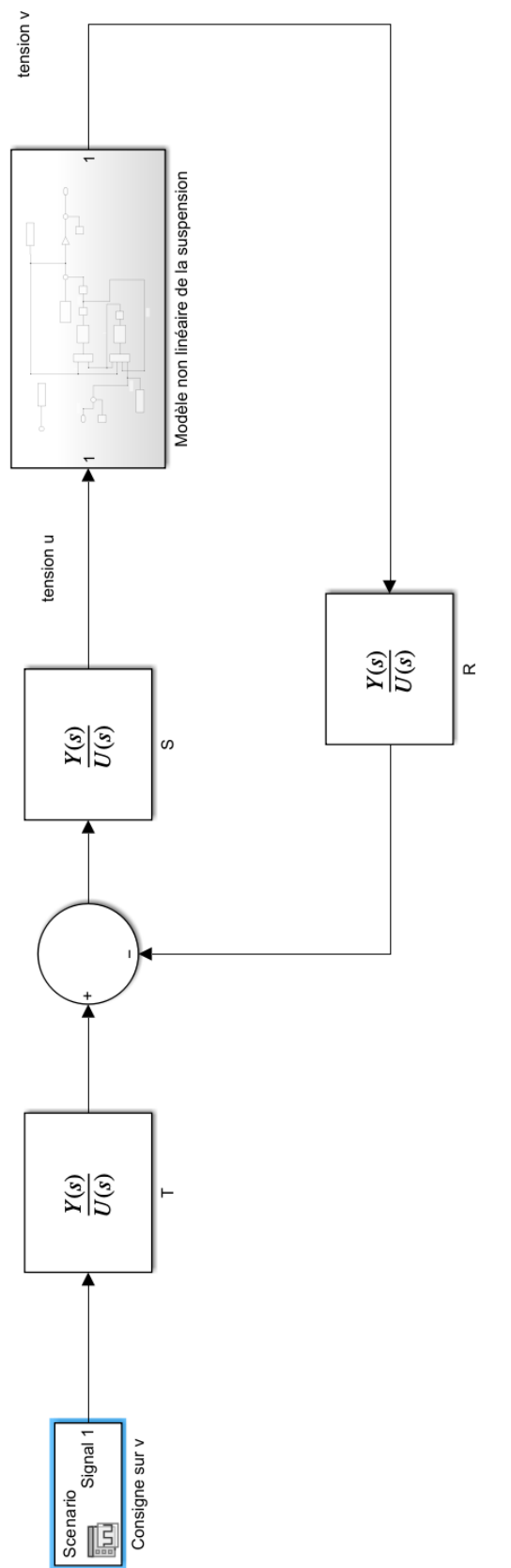


FIGURE 2 – Schéma Simulink principal.

