The image shows a cable-driven robot system in a laboratory. The robot is a small, dark, rectangular object suspended by multiple thin cables. It is positioned in the center of the frame, between two vertical metal support structures. The support structures are made of dark metal beams with visible bolts. On the left support, there is a yellow sign that reads "INTERDICTION DE MANGER dans les salles". The background is a laboratory with various equipment, including a large glass enclosure and a workbench. The floor is covered with a light-colored mat. The overall scene is well-lit, with overhead fluorescent lights visible.

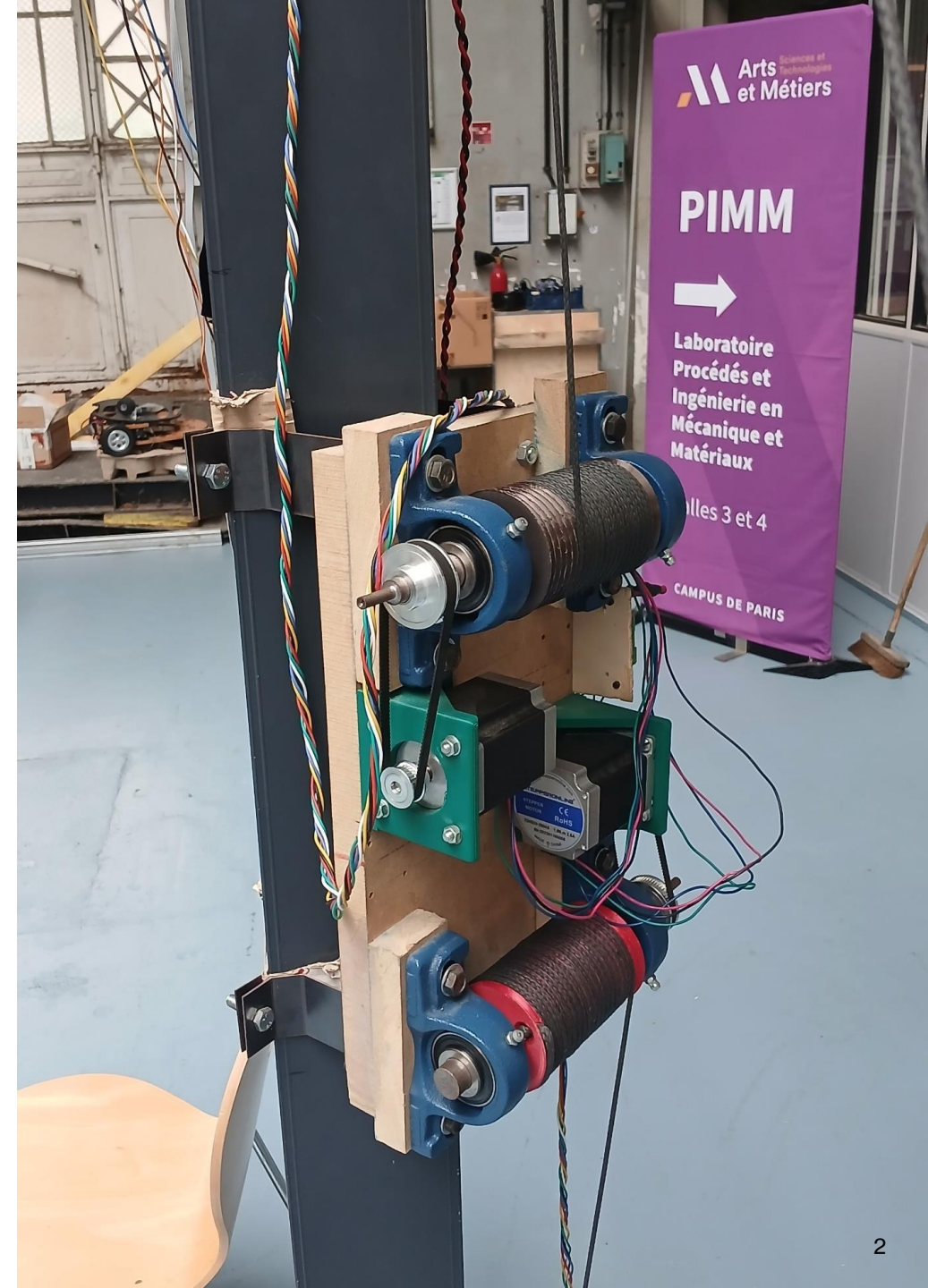
# Robot à câbles – Modélisation et estimations des paramètres

RIVIERE Gwezheneg, THIEBAUT Ngatam



# Sommaire

- Introduction
- Schémas
- Modèles géométriques
  - **Modèle 1**
  - **Modèle 2**
  - **Complexification**
- Cinématique
- Dynamique
- Conclusion et améliorations possible
- Annexes



# Introduction

- 1 Robot à câble, 2 élèves ingénieurs, 5 mois d'expertise
- **Robot à câble:**
  - Un cube (espace de travail)
  - Un effecteur (plaque carrée en aluminium laminé)
  - 4 poulies sur un plan
- **Tâches:**
  - Mesure & prises de côtes sur le robot
  - Définition d'un modèle et implémentation
  - Comparaison essais/calculs
- **Un travail en lien avec les autres groupes:**
  - IA pour entraînement
  - Automatique pour commande
  - Jeux avec robot pour déplacement



Figure 1: Robot à câble du Hall 3 des Ateliers du campus des Arts et Métiers de Paris (vu de profil)

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"><li>- Faible inertie</li><li>- Rapide</li><li>- Large espace de travail</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Câbles</li><li>- Difficile à utiliser</li><li>- Communication entre les moteurs</li></ul>

Tableau 1: Avantages et Inconvénients du robot à câble

## Schéma des nominations

### Hypothèses:

- Les câbles sont accrochés à d'une extrémité au centre des poulies et de l'autre, au point d'attache de l'effecteur.
- Les câbles sont toujours tendus

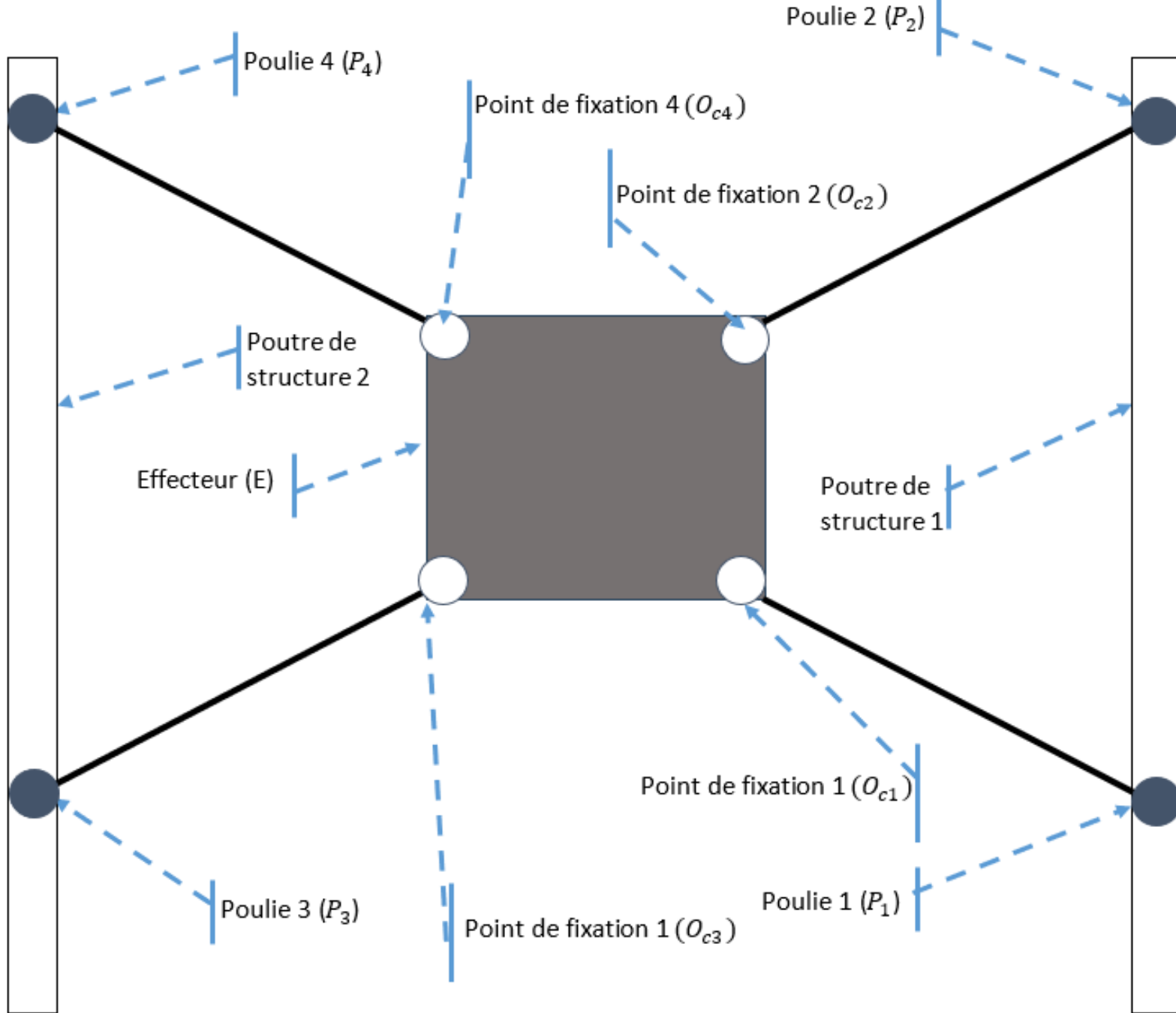


Figure 2: Schéma des nominations

## Schéma des dimensions

Dimension	Explication	Dimensions variables ?
$h_1$	Hauteur 1, hauteur des poulies 1 et 3 par rapport au sol. Dimension	Non
$h_2$	Hauteur 2, hauteur des poulies 2 et 4 par rapport au sol.	Non
$l_1$	Longueur 1, longueur entre les pieds de la structure du robot à câbles.	Non
$L$	Longueur de la plaque de l'effecteur.	Non
$l$	Largeur de la plaque de l'effecteur.	Non
$\lambda_i$	Longueur du câbles i.	Oui

Tableau 2: Tableau des dimensions du robot

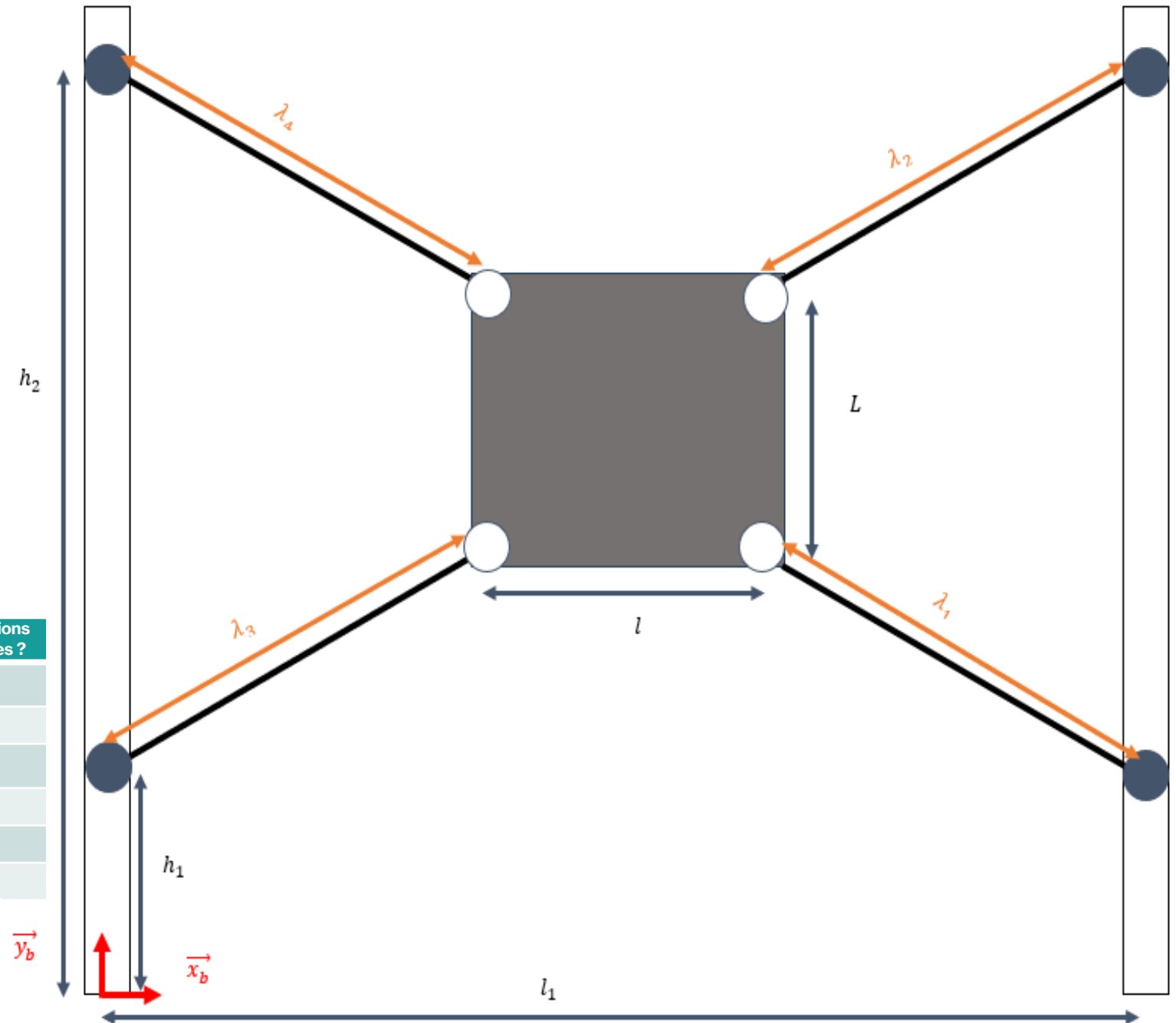


Figure 3: Schéma des dimensions

## Schéma des bases et repères

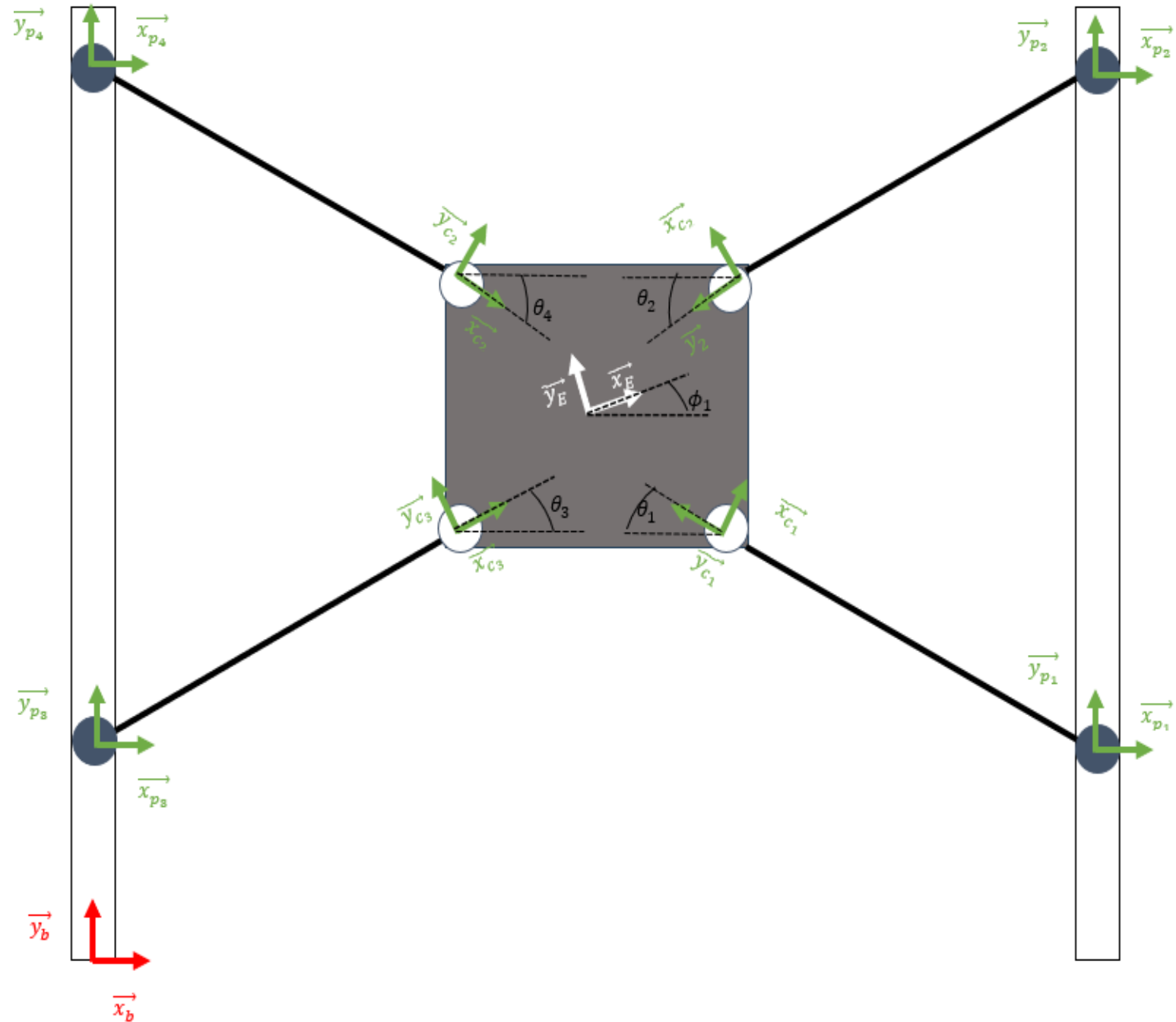


Figure 4: Schéma des bases et repères

# Modèles géométriques- Modèle 1

Modèle 1 :

Fermetures géométriques

Origine  $\rightarrow$  Poulie i  $\rightarrow$  Accroche i  
 $\rightarrow$  Centre effecteur  $\rightarrow$  Origine

## Hypothèses:

- Les câbles sont accrochés à d'une extrémité au centre des poulies et de l'autre, au point d'attache de l'effecteur.
- Les câbles sont toujours tendus

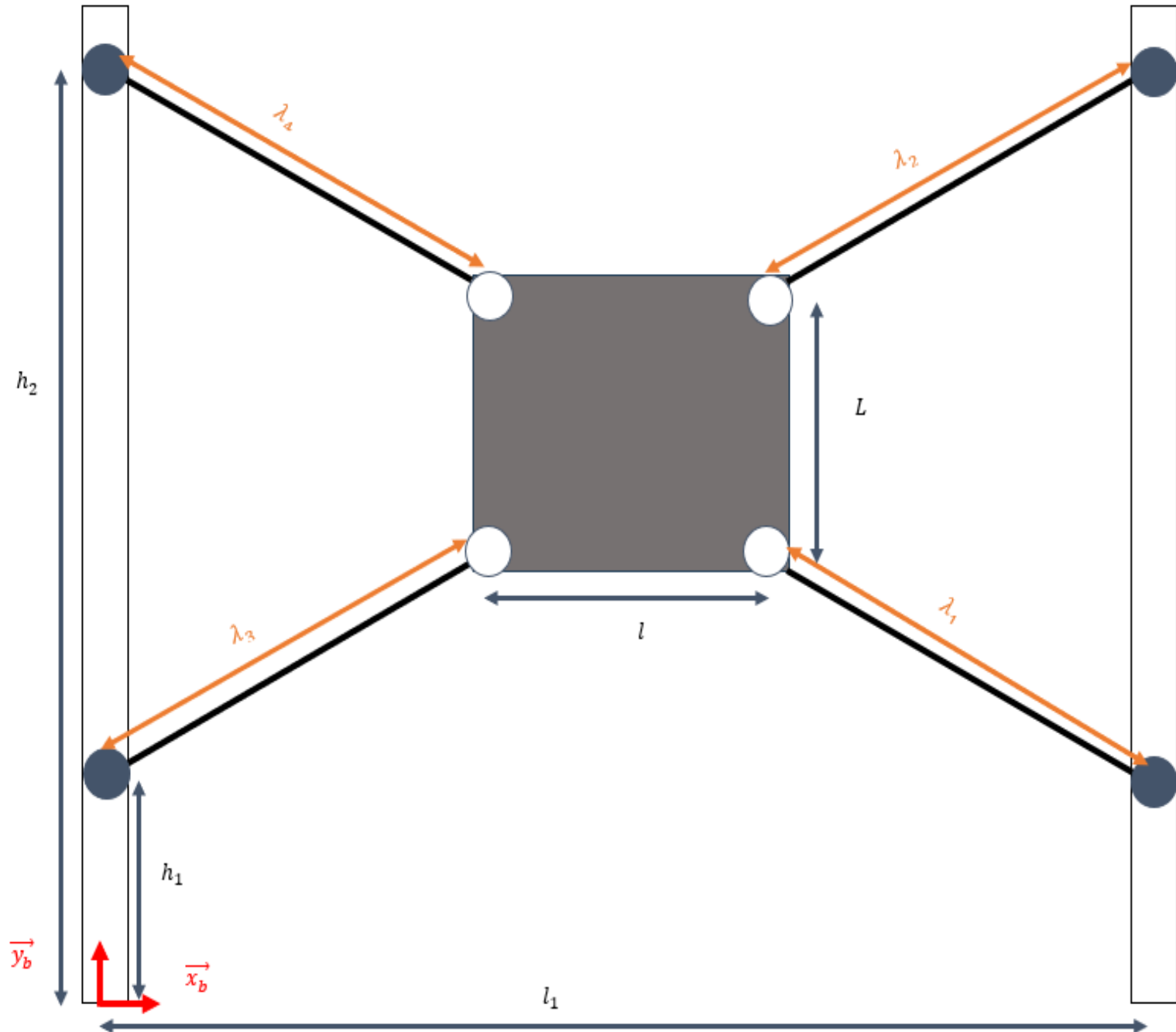


Figure 3: Schéma des dimensions



# Modèles géométriques- Modèle 1

On obtient des équations pour chaque poulie :

$$X_e = \pm \lambda_i \sin(\theta_i) \pm \frac{1}{2} [l \cos(\phi_1) \pm L \sin(\phi_1)] \pm l_i$$

$$Y_e = \pm \lambda_i \cos(\theta_i) \pm \frac{1}{2} [\pm l \sin(\phi_1) \pm L \cos(\phi_1)] \pm h_i$$

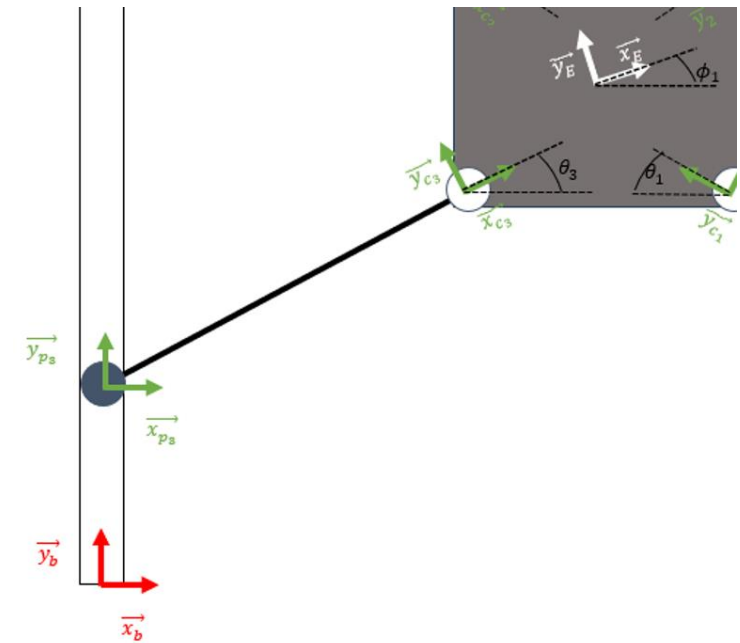


Figure 5: Schéma pour le modèle 1 du robot

Ce qui nous donne finalement :

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{r} \sqrt{\left(-\frac{1}{2}(l \cos(\phi_1) + L \sin(\phi_1) - X_e + l_1)^2 + \left(+\frac{1}{2}(l \sin(\phi_1) - L \cos(\phi_1) + Y_e - h_1)^2\right)\right)} \\ q_2 &= \frac{1}{r} \sqrt{\left(-\frac{1}{2}(l \cos(\phi_1) - L \sin(\phi_1) - X_e + l_1)^2 + \left(-\frac{1}{2}(l \sin(\phi_1) + L \cos(\phi_1) - Y_e + h_2)^2\right)\right)} \\ q_3 &= \frac{1}{r} \sqrt{\left(-\frac{1}{2}(l \cos(\phi_1) - L \sin(\phi_1) + X_e)^2 + \left(-\frac{1}{2}(l \sin(\phi_1) + L \cos(\phi_1) + Y_e - h_1)^2\right)\right)} \\ q_4 &= \frac{1}{r} \sqrt{\left(-\frac{1}{2}(l \cos(\phi_1) - L \sin(\phi_1) + X_e)^2 + \left(\frac{1}{2}(l \sin(\phi_1) - L \cos(\phi_1) - Y_e + h_2)^2\right)\right)} \end{aligned}$$

- $q_1$  : position angulaire des moteurs (rad)
- $r = \kappa * \sqrt{e^2 + \frac{\rho^2}{2\pi}}$
- $\kappa$  : rapport de réduction des enrouleurs
- $e$  : rayon des enrouleurs
- $\rho$  : pas des enrouleurs



# Modèles géométriques- Modèle 1

**La commande donnée ici est un déplacement (500mm;500mm)**

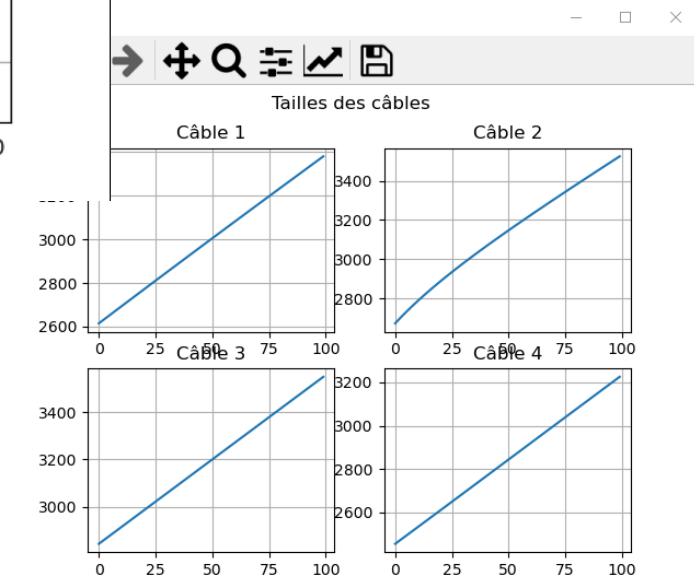
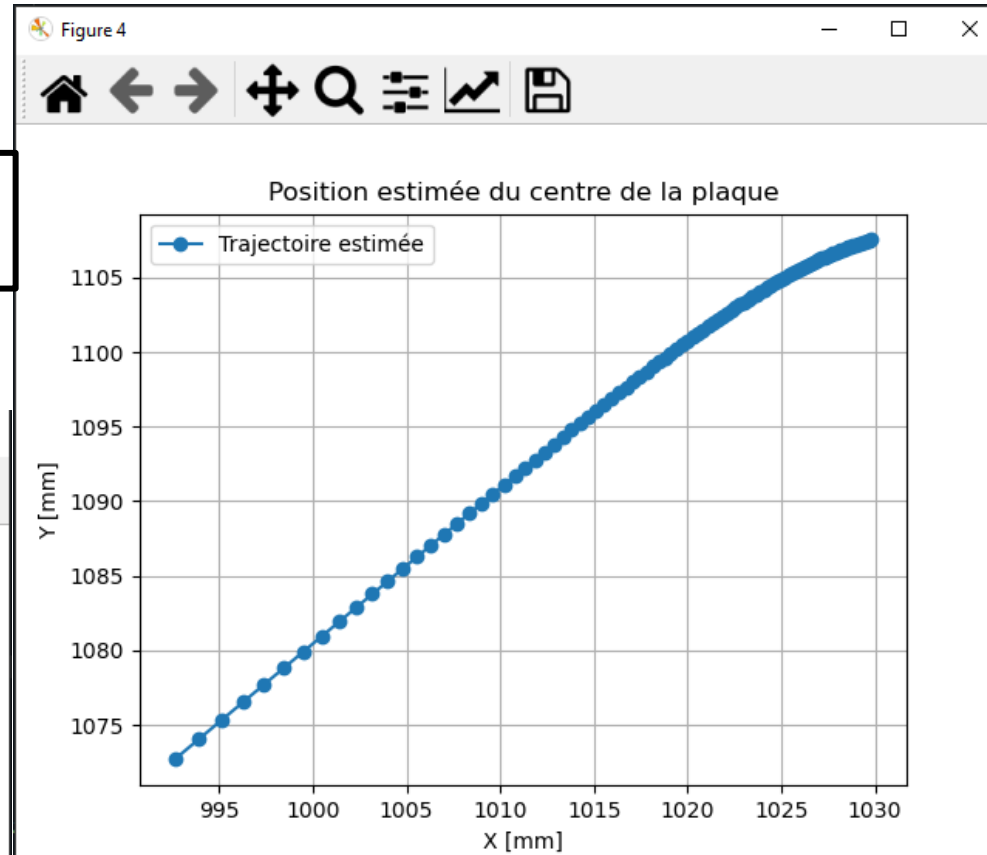
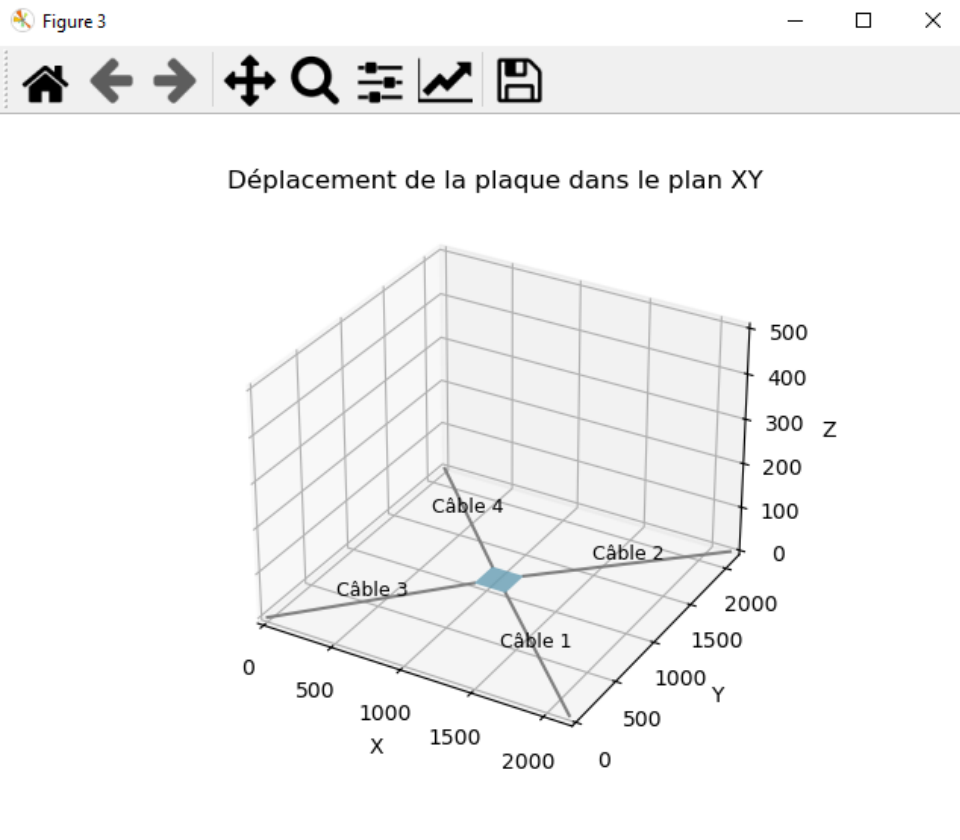


Figure 6: Résultats des tests avec le modèle 1

# Modèles géométriques- Modèle 2

Modèle 2 :

Suivi des points d'accroche

Centre de l'effecteur → Point  
d'accroche → Centre de la poulie

## Hypothèses:

- Les câbles sont accrochés à d'une extrémité au centre des poulies et de l'autre, au point d'attache de l'effecteur.
- Les câbles sont toujours tendus

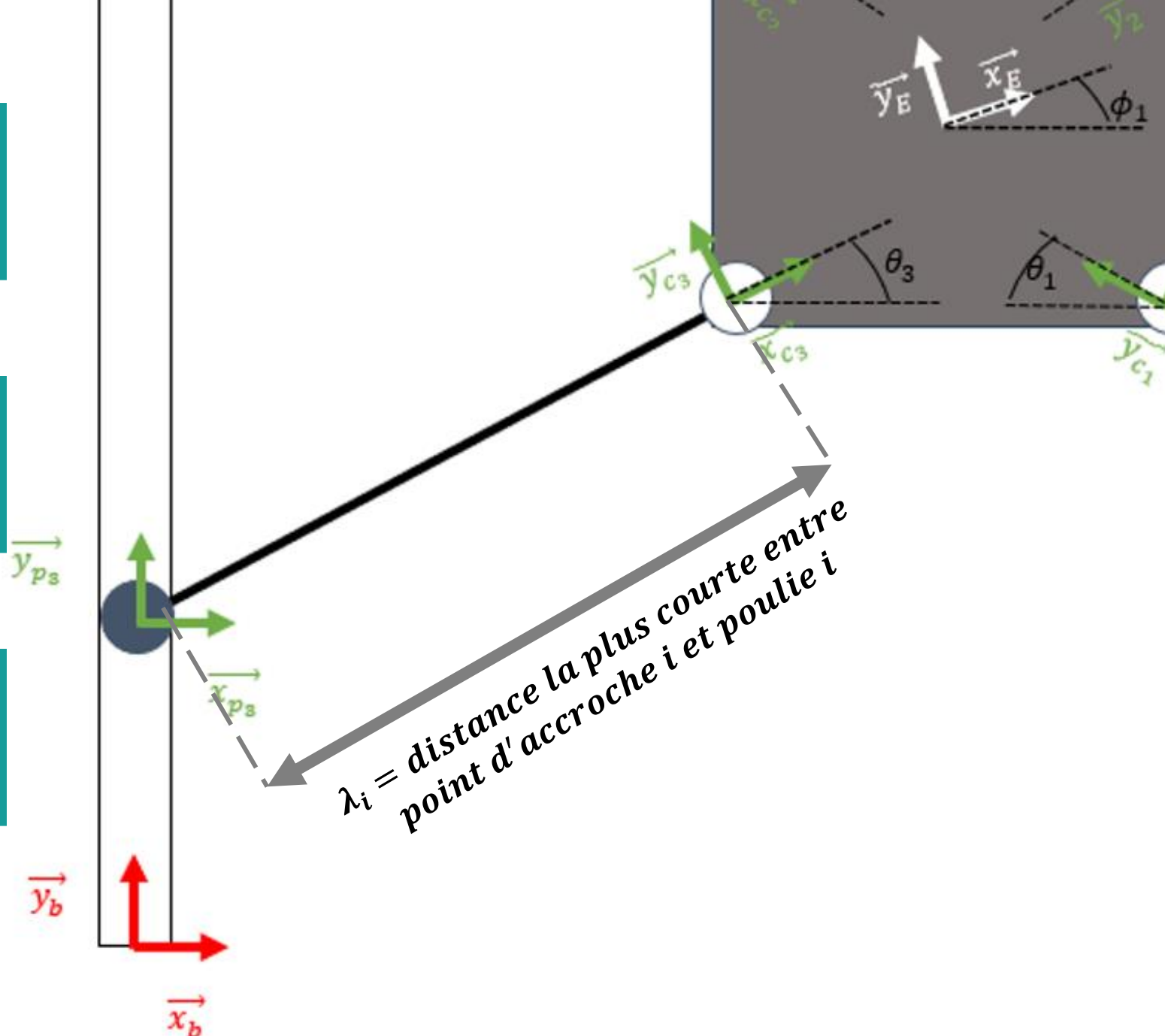


Figure 7: Schéma pour le modèle 2 du robot

# Modèles géométriques-

## Modèle 2

- Position initiale ( $X_i, Y_i, \phi_{1i}$ )
- Position finale ( $X_f, Y_f, \phi_{1f}$ )
- Données simulation ( $step, V_{min}, nb_{etape}, \epsilon$ )

- Pour  $i \in [0, nb_{etape}]$ , on a  $X_e, Y_e, \phi_{1e}$ .
- Calcul  $dx, dy, d\phi_1$
- Calcul direction

- Calcul Jacobienne avec  $X_e, Y_e$  et  $\phi_{1e}$
- Calcul variation des câbles attendues
- Calcul des positions des moteurs attendues avec la variation des câbles calculé

- Mises à jour des longueurs de câbles et des vitesses
- Condition d'arrêt

- Animations
- Plot
- Données de test

```
# Calcul de la Jacobienne
J = jacobian(X, Y, phi_1) # Jacobienne (d_rond L/ d_rond X); X = [x, y, phi_1] à l'instant courant

# Calcul de la pseudo inverse de la Jacobienne pour estimer variation de la position de la plaque
J_pseudo_inv = pinv(J.T @ J) @ J.T # Pseudo-inverse de la Jacobienne
d1 = J @ target_move # Variation attendue des longueurs des câbles
delta_q = J_pseudo_inv @ d1 # Variation de position à partir de la longueur des câbles attendues
```

```
# ----- Boucle de simulation -----#
for i in range(nb_points):
    dx = X_final - X
    dy = Y_final - Y
    dphi = phi_1_final - phi_1
    error = np.array([dx, dy, dphi])
    error_norm = np.linalg.norm(error)

    # Pour éviter de diviser par 0
    if error_norm < 1e-4:
        break

    # Direction normalisée de l'erreur
    direction = error / error_norm

    # Vitesse constante (ou minimale)
    vitesse_constante = V_min # mm/itération

    # Déplacement souhaité avec vitesse fixe
    target_move = direction * vitesse_constante
```

```
# Mise à jour de la position
X += delta_q[0]
Y += delta_q[1]
phi_1 += delta_q[2]
print("\nPosition : X = ", X, "Y = ", Y, "phi_1 = ", phi_1)

# Stockage des nouvelles valeurs
X_traj.append(X)
Y_traj.append(Y)
phi_traj.append(phi_1)

# Calcul de la nouvelle longueur et vitesse des câbles
l_curr = cable_lengths(X, Y, phi_1)
l_prev = l_traj[-1]
v = (l_curr - l_prev) / step # Vitesse estimée
v_traj.append(v)
l_traj.append(l_curr)
print("Longueurs des câbles : ", l_curr)

# Arrêt si on a atteint la position finale à avec une marge de [valeur finale * epsilon/100; valeur finale * epsilon/100]
tol = epsilon / 100
abs_tol_x = tol * max(1.0, abs(X_final))
abs_tol_y = tol * max(1.0, abs(Y_final))
abs_tol_phi = tol * max(1.0, abs(phi_1_final))

if abs(X - X_final) <= abs_tol_x and \
   abs(Y - Y_final) <= abs_tol_y and \
   abs(phi_1 - phi_1_final) <= abs_tol_phi:
    print("\nArrêt à l'itération:", i, "\n")
    break
```

# Modèles géométriques- Modèle 2

**La commande donnée ici est un déplacement (500mm;500mm)**

## Comparaison :

	Cable 1 (mm)	Cable 2 (mm)	Cable 3 (mm)	Cable 4 (mm)
Initialisation	956	1257	1055	1334
Simulation	1095	561	1753	1479
Mesure initiale	940	1310	1030	1330
Mesure finale	1090	630	1670	1450
<b>Erreur</b>	<b>10,5</b>	<b>61</b>	<b>54</b>	<b>16,5</b>

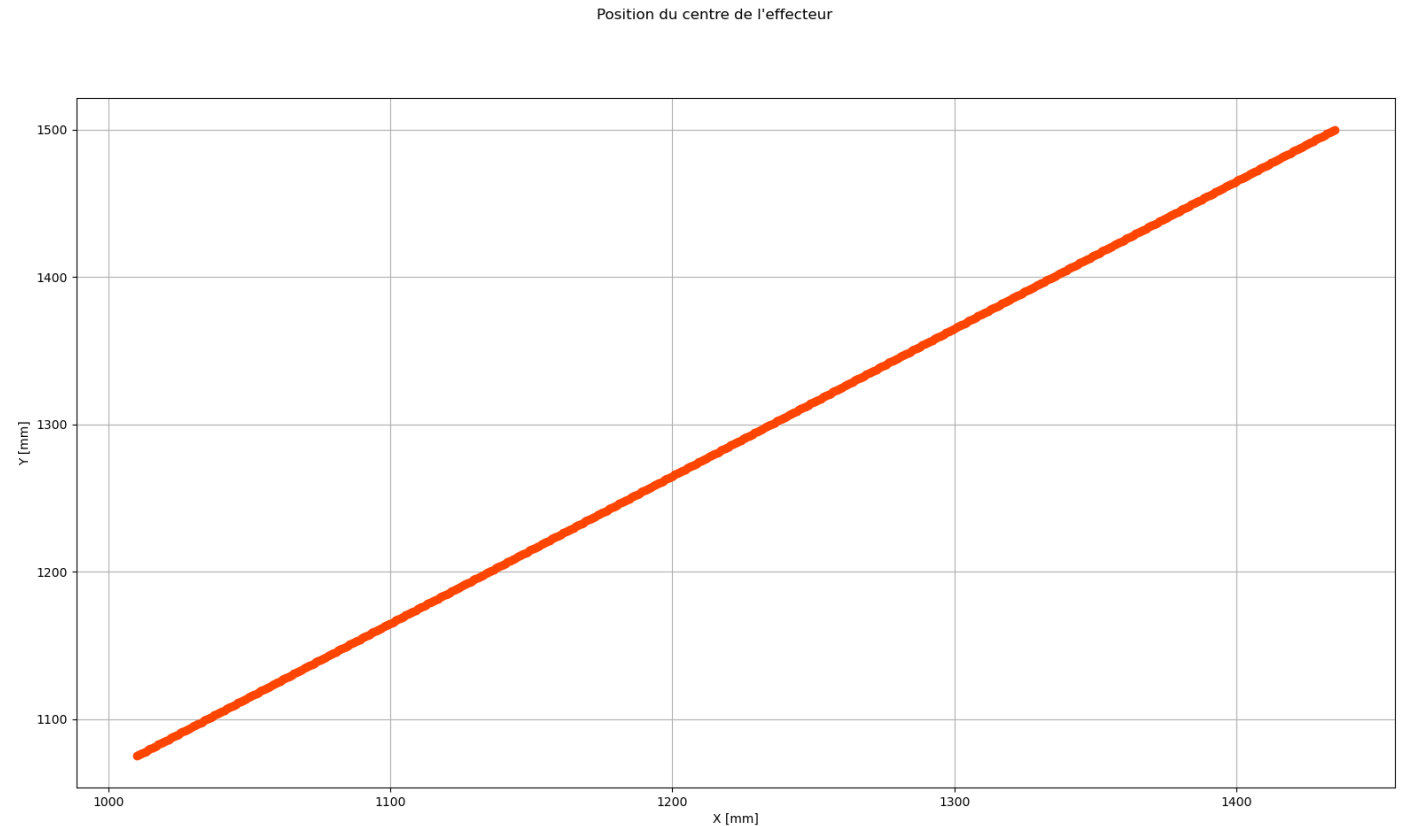
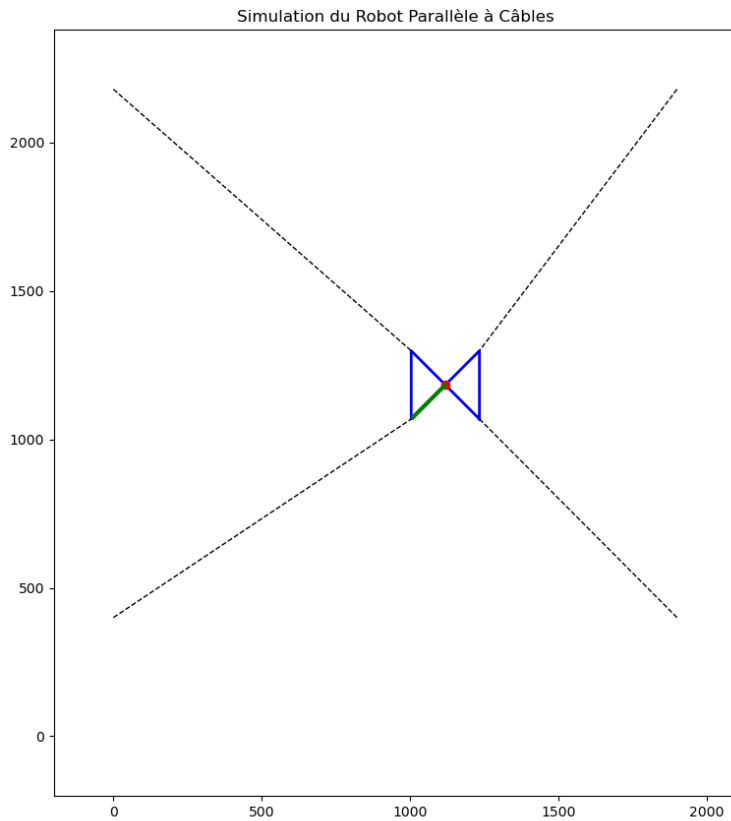


Figure 8: Résultats des tests avec le modèle 2



# Modèles géométriques- Complexification

## Hypothèse :

Les câbles ne sont plus reliés au centre des poulies mais sortent tangentes à leurs rayons.

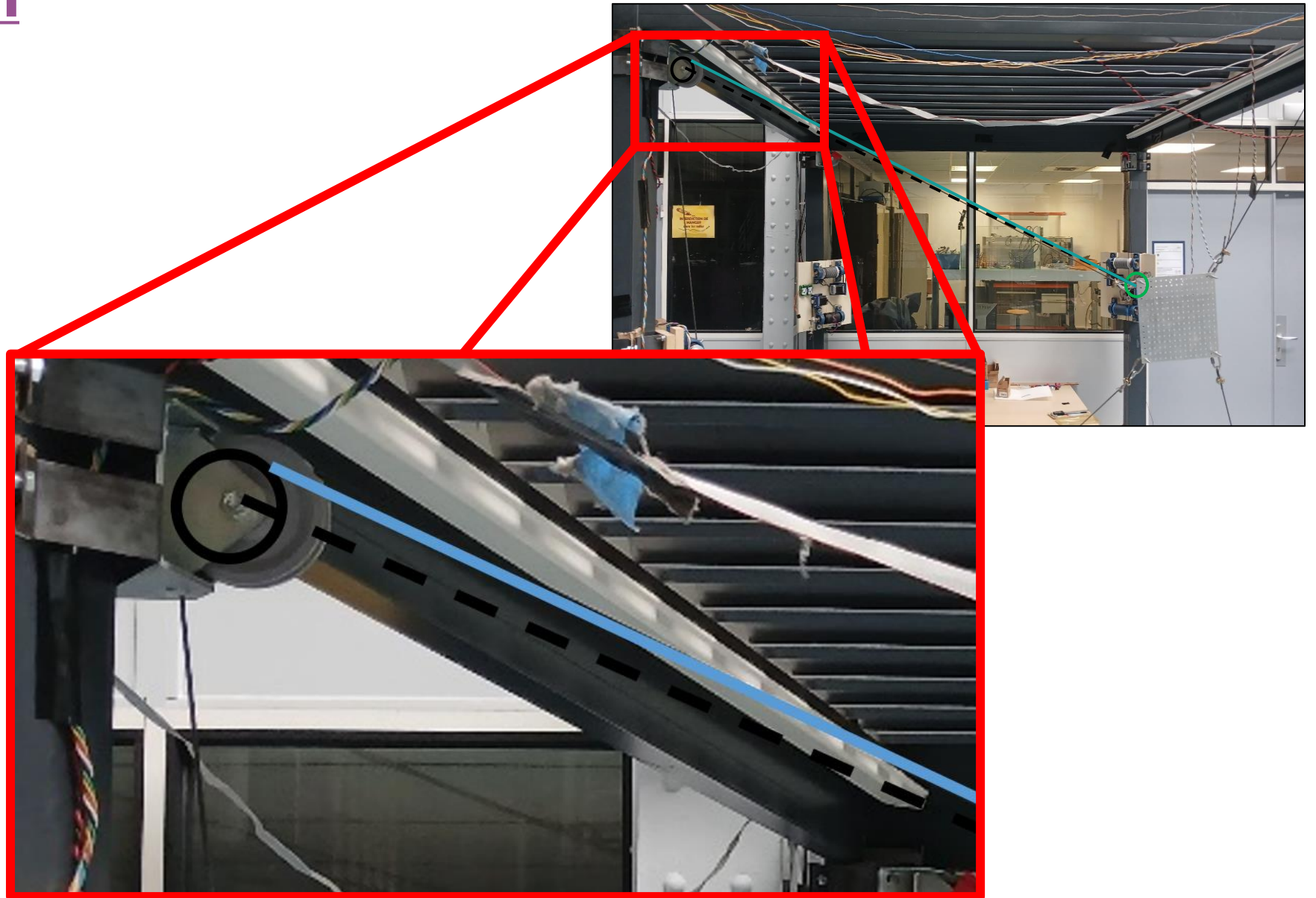


Figure 9: Photos du robot pour complexification du modèle

# Modèles géométriques- Complexification

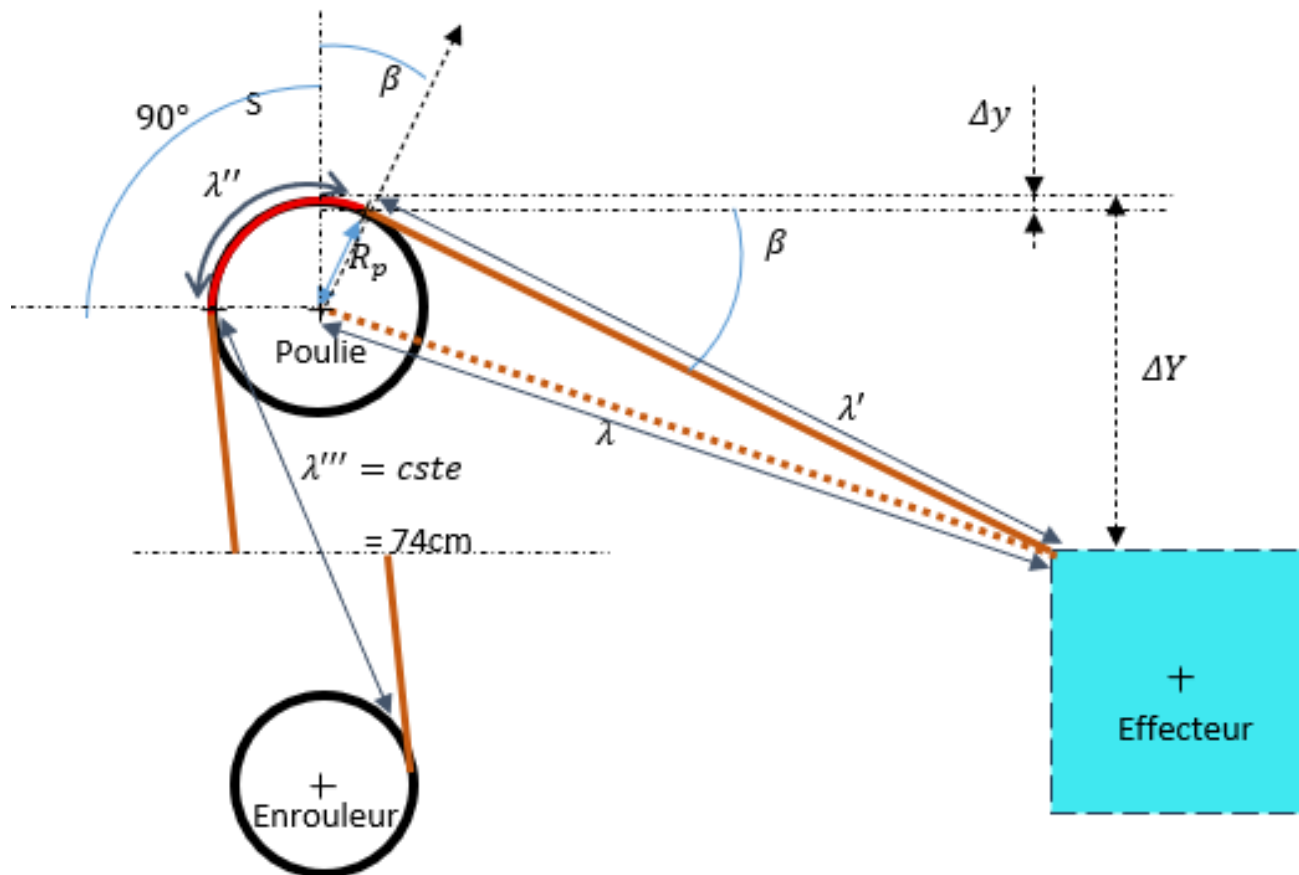


Figure 10: Schéma pour complexification du modèle

- Décomposition du câble en **3 segments** pour aller de l'enrouleur à l'effecteur
- Hypothèses :
  - $\Delta y \ll \Delta Y$
  - $\beta * R_p \ll \lambda'$
  - Le câble est vertical entre l'enrouleur et la poulie
- On calcule donc les 3 longueurs  $\lambda'$ ,  $\lambda''$  et  $\lambda'''$  pour les **sommer**

**Remarque : les hypothèses faites restreignent l'espace de travail**

Relation Vitesses angulaires moteurs – Vitesses linéaires des câbles :  $\dot{Q}_1 = R^{-1} * \dot{\Lambda}_1$

Relation Vitesses linéaires des câbles – Vitesse effecteur :  $\dot{\Lambda}_1 = J(x) * \dot{X}_1$

Relation Vitesses angulaires moteurs – Vitesse effecteur:  $\dot{Q}_1 = R^{-1} * J(x) * \dot{X}_1$

## Paramètres:

$X_e, Y_e, \phi_1$  : Coordonnées de l'effecteur

$X_i, Y_i$  : Coordonnées de la poulie i

$a_i, b_i$  : Coordonnées point d'accroche i

## Vecteurs:

$\dot{Q}_1$  : Vecteur des vitesses angulaire des moteurs

$\dot{\Lambda}_1$  : Vecteur des vitesses linéaires des câbles

$\dot{X}_1$  : Vecteur des vitesses de l'effecteur ( $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{\phi}_1$ )

$R$ : Vecteur des coefficients d'enroulement des enrouleurs et moteur

$j_i$ : Expression de la colonne i de la Jacobienne

$$j_i = \begin{bmatrix} \frac{2X_e - 2X_i + 2a_i \cos(\phi_1) - 2b_i \sin(\phi_1)}{2l_i} \\ \frac{2Y_e - 2Y_i + 2b_i \cos(\phi_1) + 2a_i \sin(\phi_1)}{2l_i} \\ \frac{-2(b_i \cos(\phi_1) + a_i \sin(\phi_1))(X_e - X_i + a_i \cos(\phi_1) - b_i \sin(\phi_1)) - 2(a_i \cos(\phi_1) - b_i \sin(\phi_1))(Y_e - Y_i + b_i \cos(\phi_1) + a_i \sin(\phi_1))}{2l_i} \end{bmatrix}$$

Relation de Newton-Euler :

$$\begin{pmatrix} \sum f \\ \sum \tau \end{pmatrix} = M(\dot{x})\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x}$$

## Hypothèses:

- Centres de masse et géométriques de l'effecteur confondus
- Pas de frottements

Dynamique de l'effecteur :

$$\begin{bmatrix} m_{tot} & 0 & 0 \\ 0 & m_{tot} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \cdot \ddot{x} = -J^T \cdot t + \begin{bmatrix} 0 \\ -m_{tot} * g \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dynamique du bloc moteur + enrouleur :

$$\tau_m = I_m \ddot{q} + F_f(\dot{q}) + R \cdot t$$

Or on néglige les frottements et les 4 moteurs sont identiques :

$$\tau_m = I_m \ddot{q} + R \cdot t$$

Equation finale	Direct	Inverse
$M(x) \cdot \ddot{x} = -J^T R^{-1}(\tau_m - I_m \cdot \ddot{q}) + g(x)$	$\ddot{x} = J^+ R \ddot{q} + \dot{J}^+ R \dot{q}$	$\ddot{q} = R^{-1}(J \ddot{x} + \dot{J} \dot{x})$



# Conclusion et améliorations possibles

- **Modèle géométrique validé par l'expérimentation**
- **Modèle géométrique utilisable pour d'autres groupes (IA, automatique, jeux avec robot)**
- **Modèle cinématique utilisable**
- **Simulation facilement utilisable (commande en pas, animation, codes explicites, documentation)**
- **PJE très formateur (autonomie, recherches de nouveau modèle, tests, complexification, ...)**
- **Une documentation et un code disponible en ligne : <https://github.com/Ngatam/geometry>**

Améliorations possibles	Description
Modèles en 3D	Modèle en 3D faisable en faisant du suivi de point (modèle 2)
Consigne de vitesse et test modèle cinématique	$V_{min}$ dans la simulation peut être variable au cours du temps, utiliser ça pour une loi de vitesse / consigne en vitesse
Dynamique du robot	Les équations du modèle dynamique peuvent être implantées dans le code de la simulation après test sur le modèle cinématique



Merci

RIVIERE Gwezheneg, THIEBAUT Ngatam

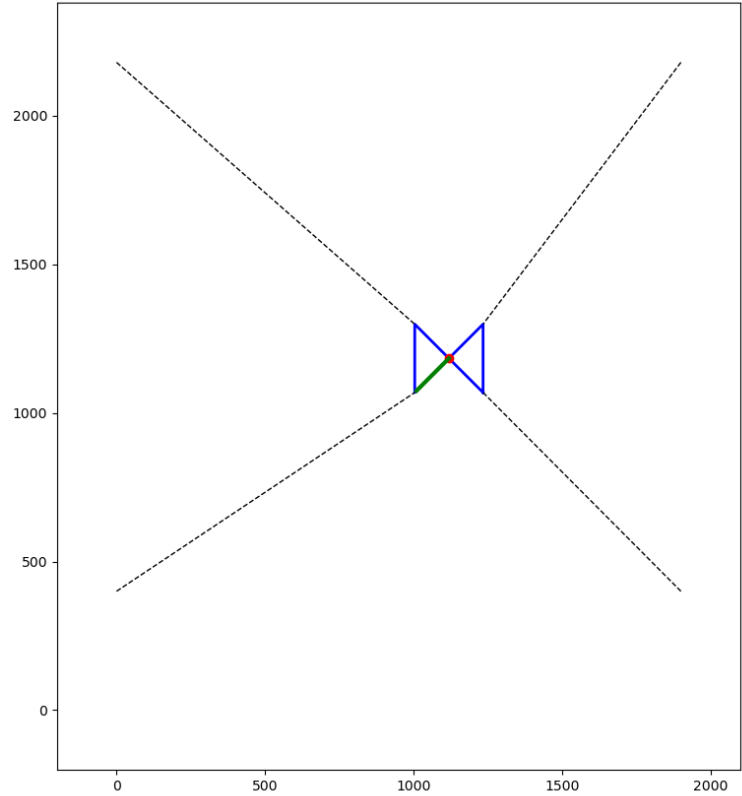


# Annexes

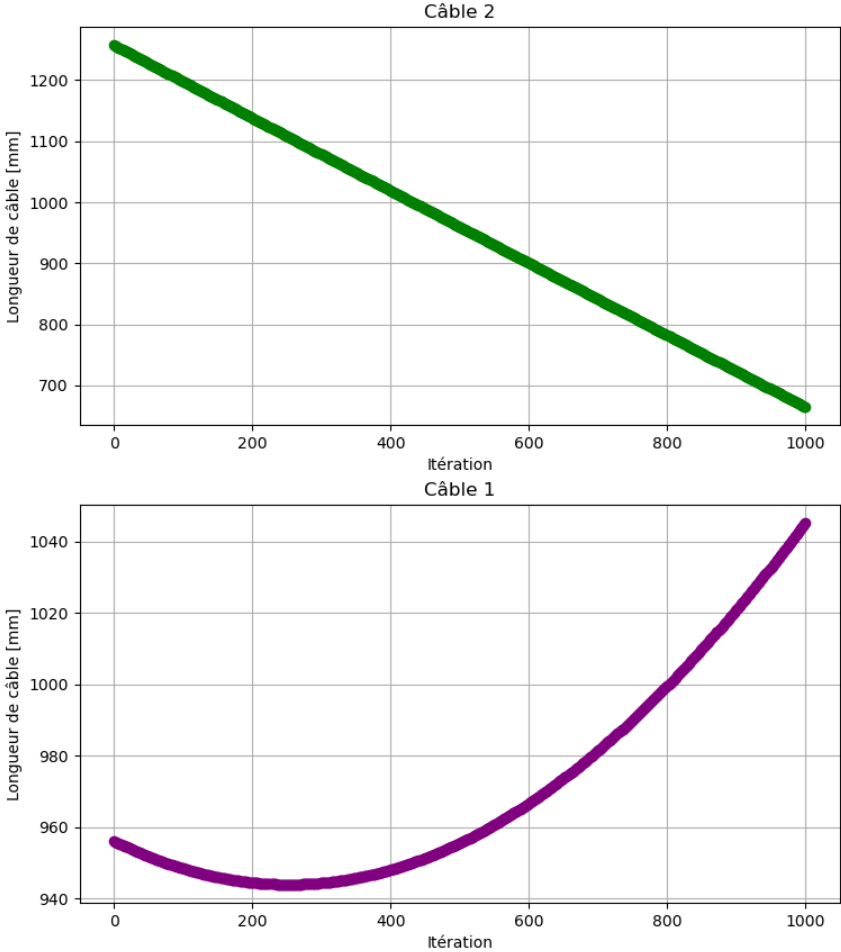
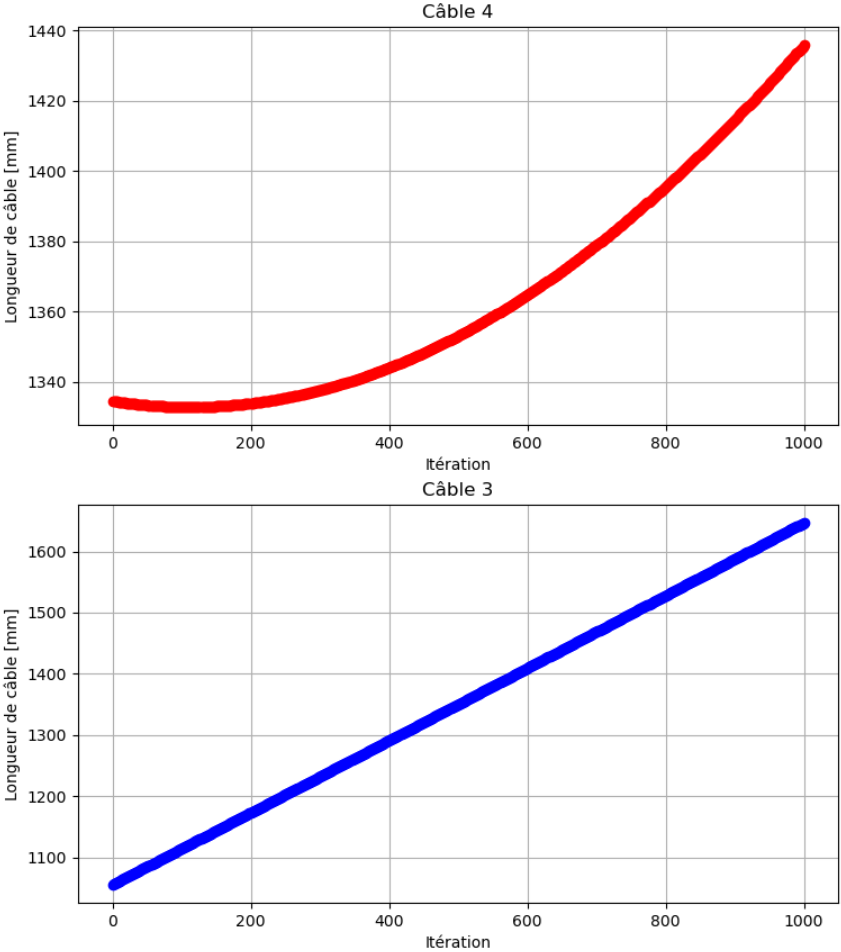


# Résultats test avec le modèle 2

Simulation du Robot Parallèle à Câbles



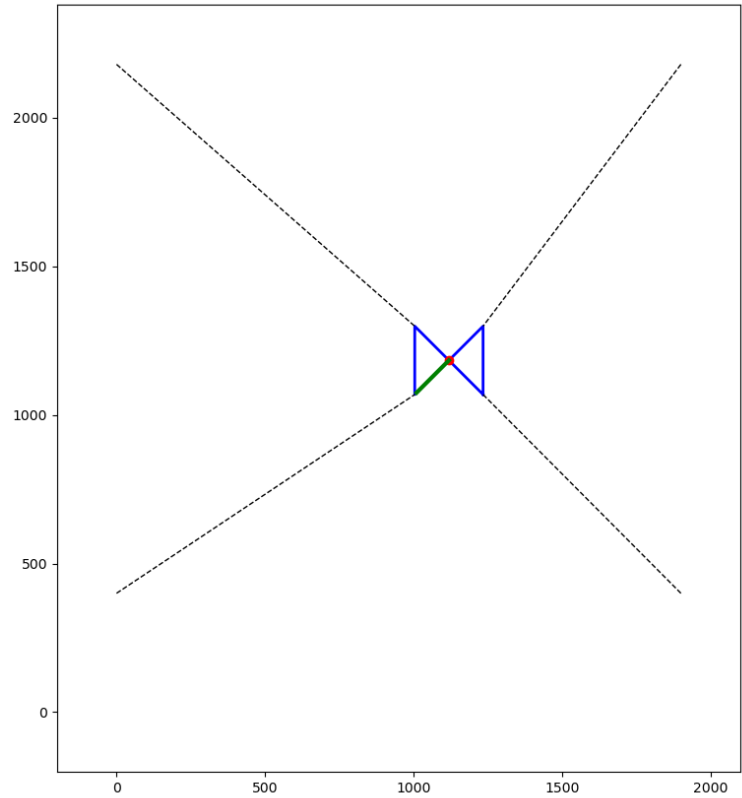
Longueurs des câbles



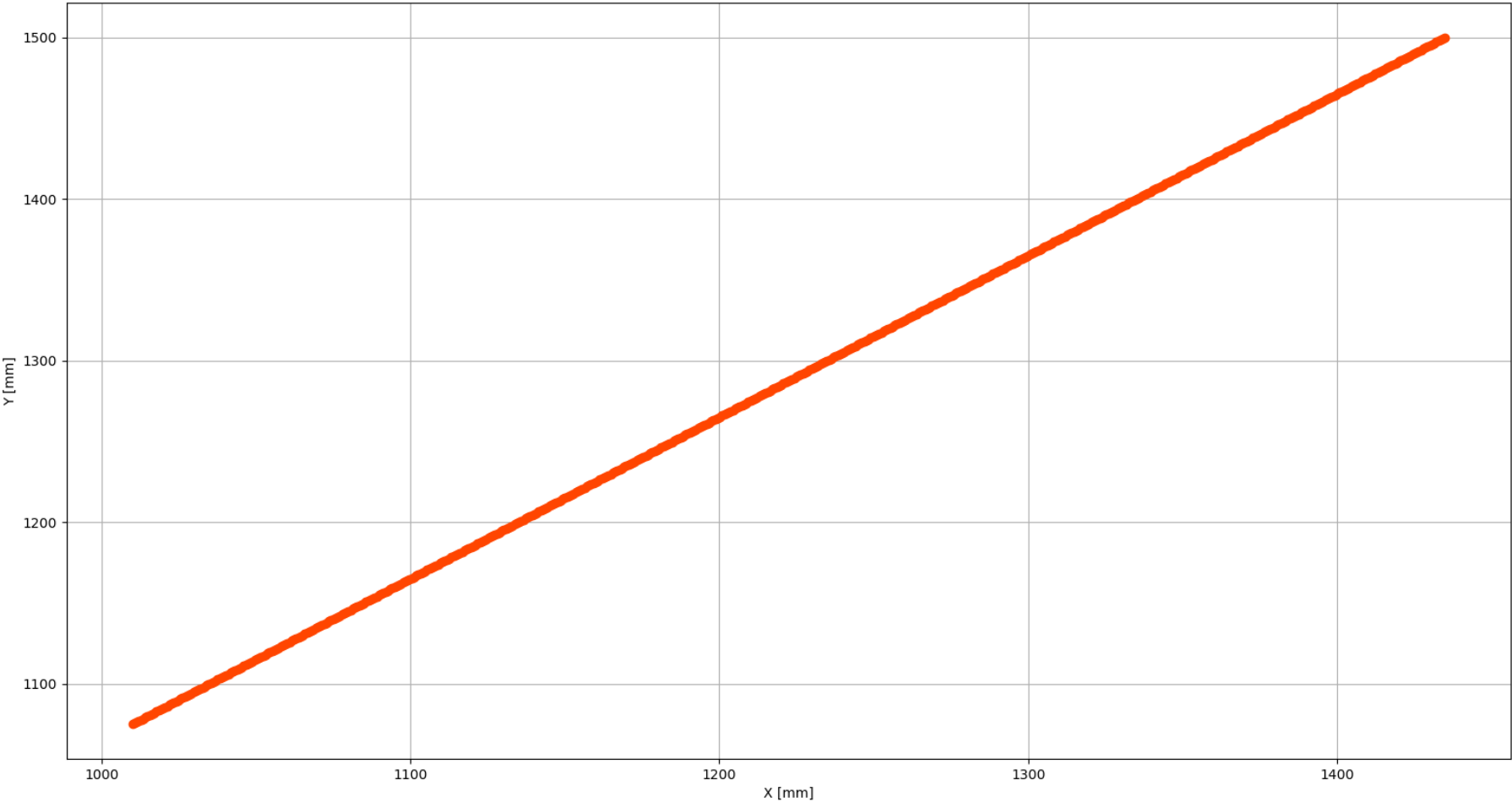


# Résultats test avec le modèle 2

Simulation du Robot Parallèle à Câbles

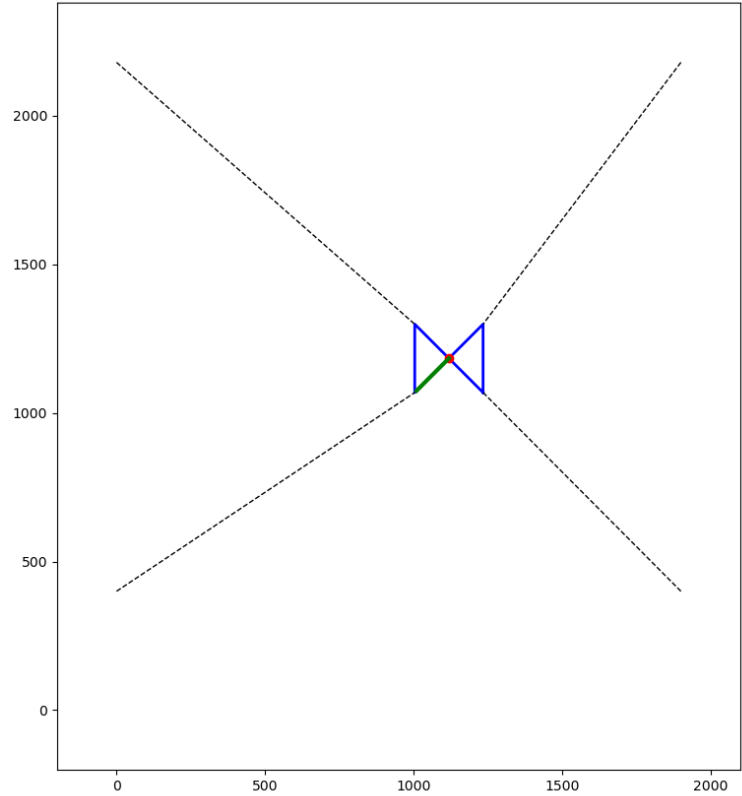


Position du centre de l'effecteur

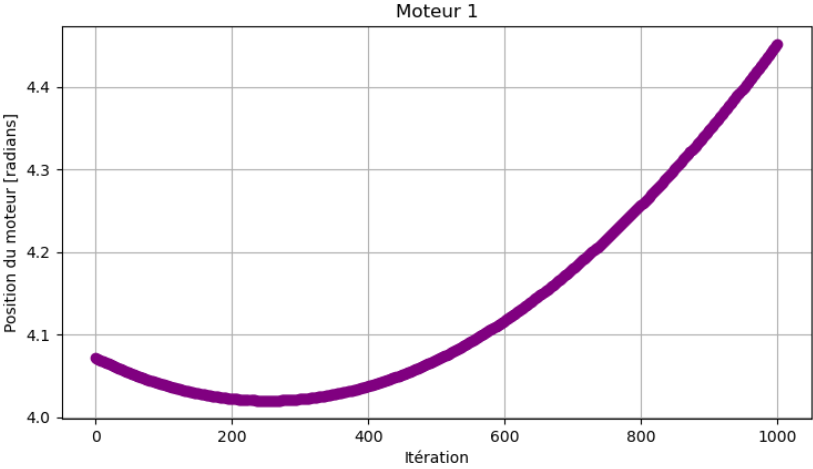
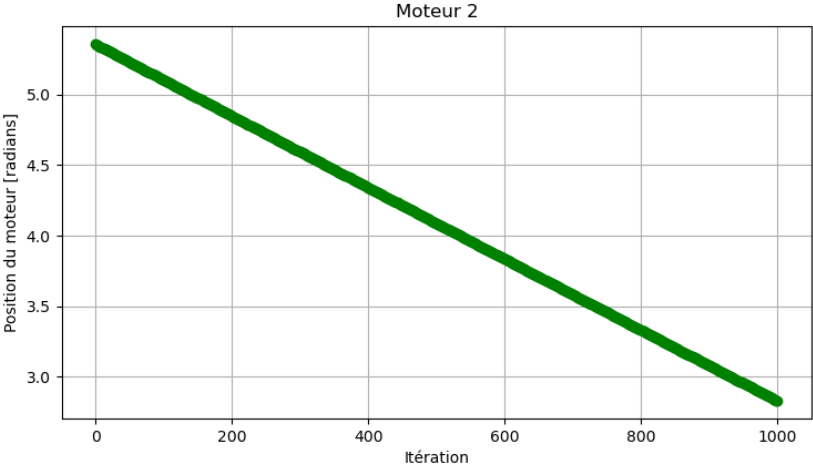
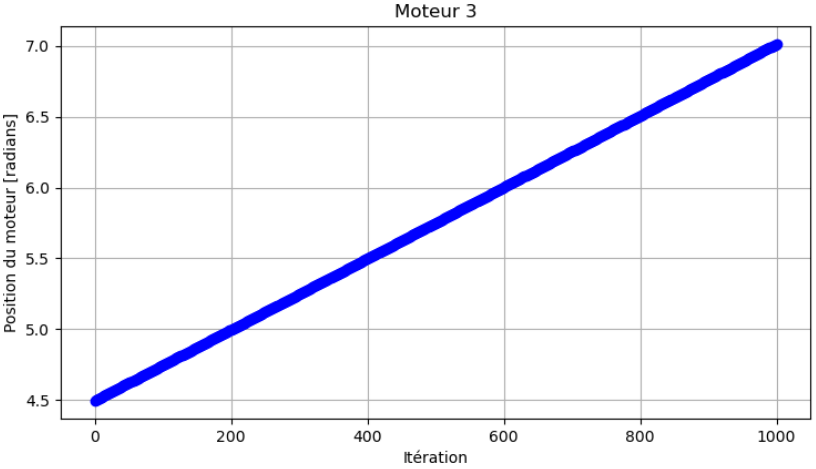
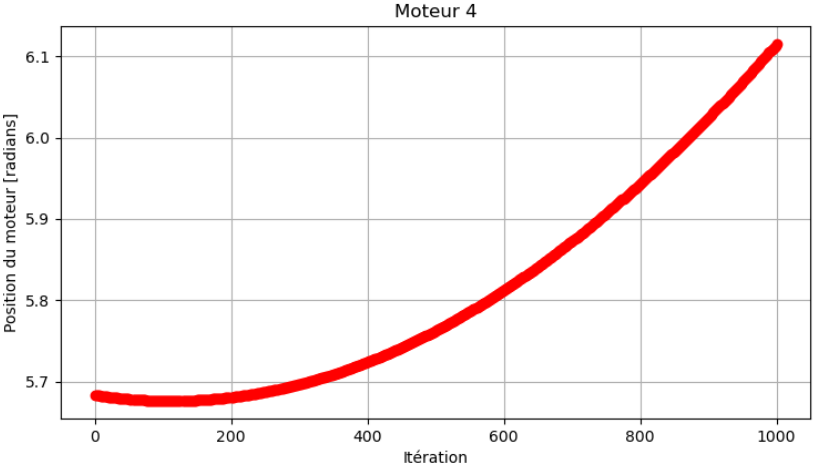


# Résultats test avec le modèle 2

Simulation du Robot Parallèle à Câbles

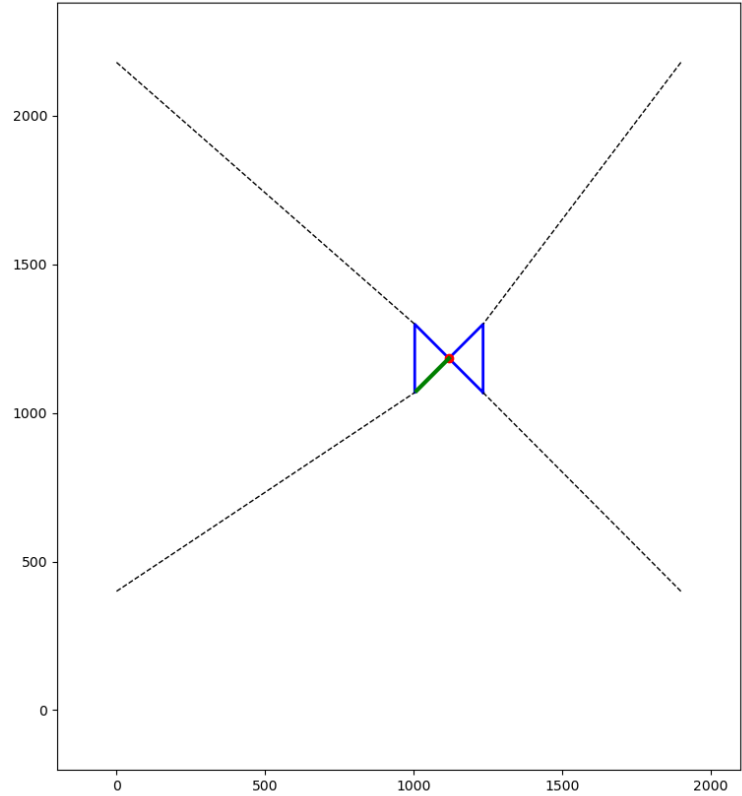


Positions angulaires des moteurs

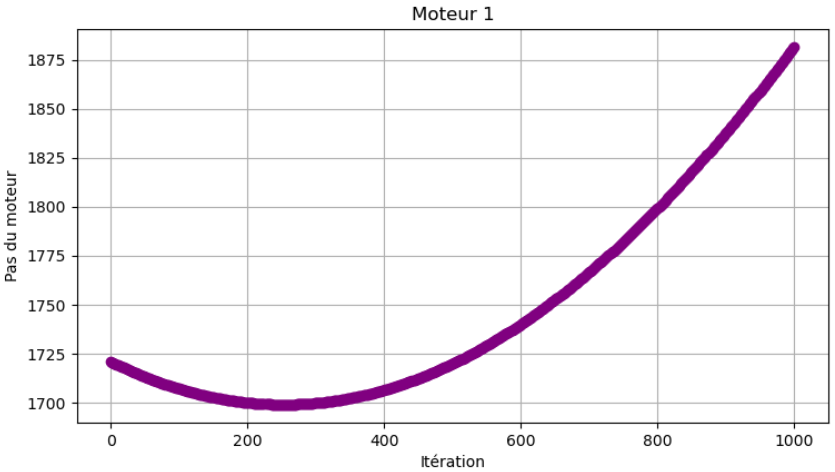
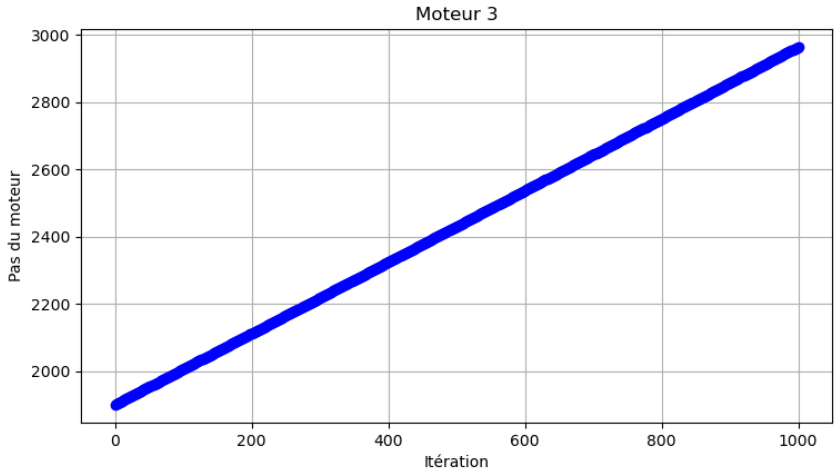
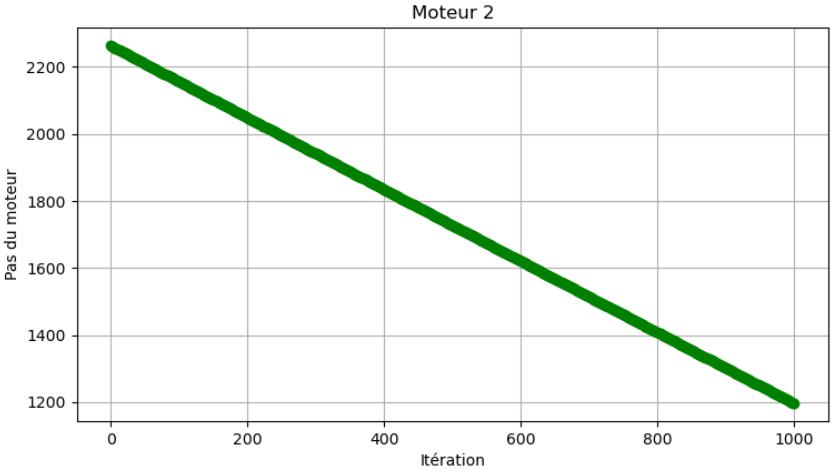
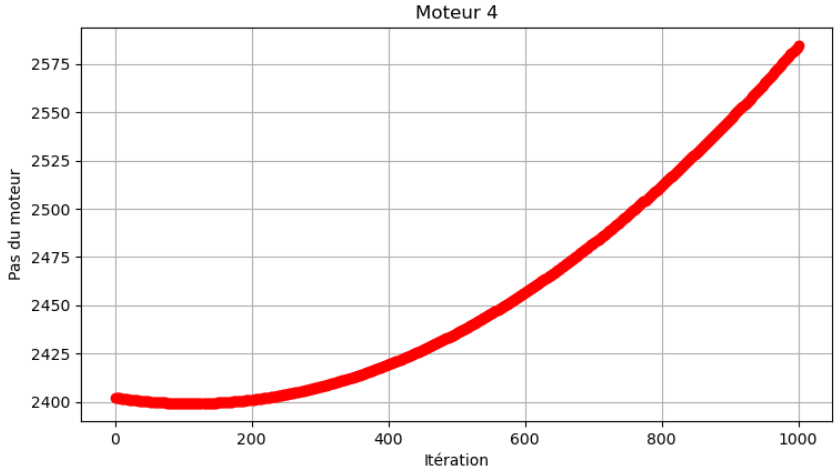


# Résultats test avec le modèle 2

Simulation du Robot Parallèle à Câbles

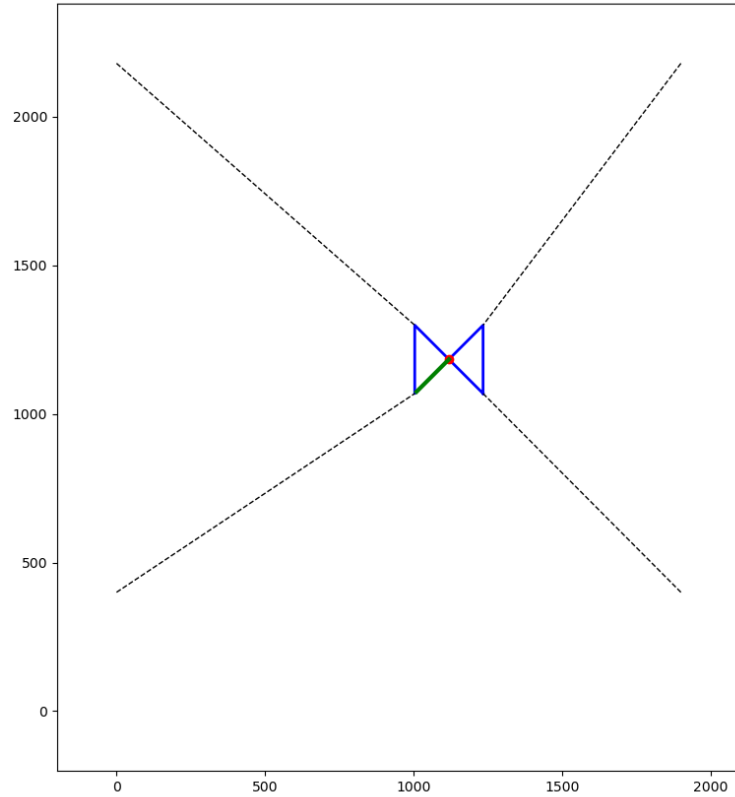


Pas des moteurs

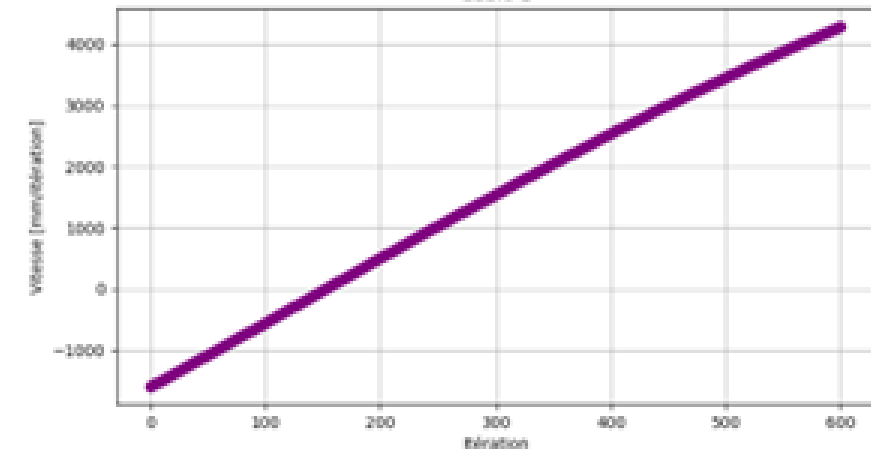
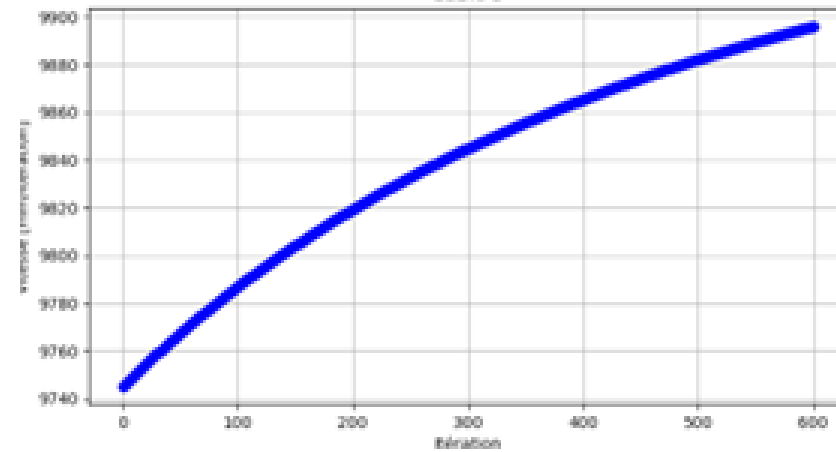
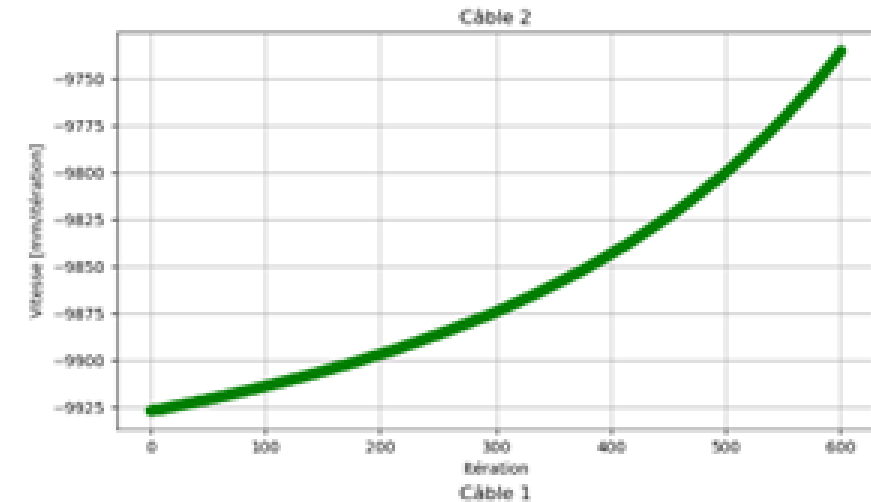
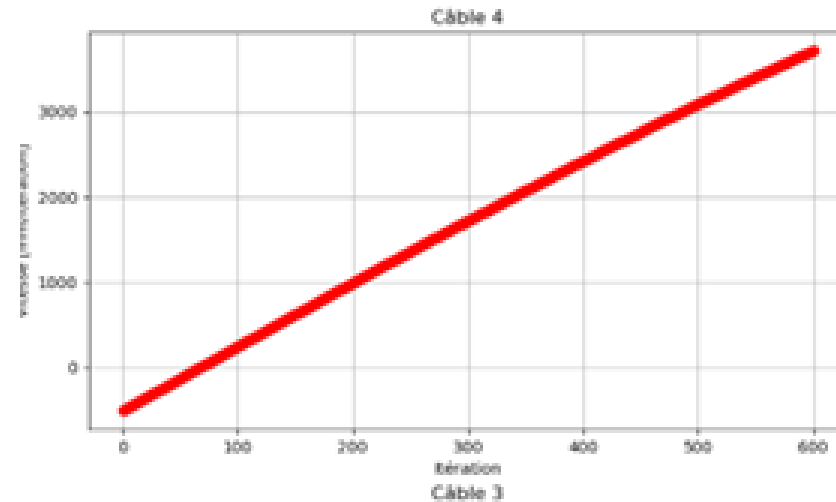


# Résultats test avec le modèle 2

Simulation du Robot Parallèle à Câbles



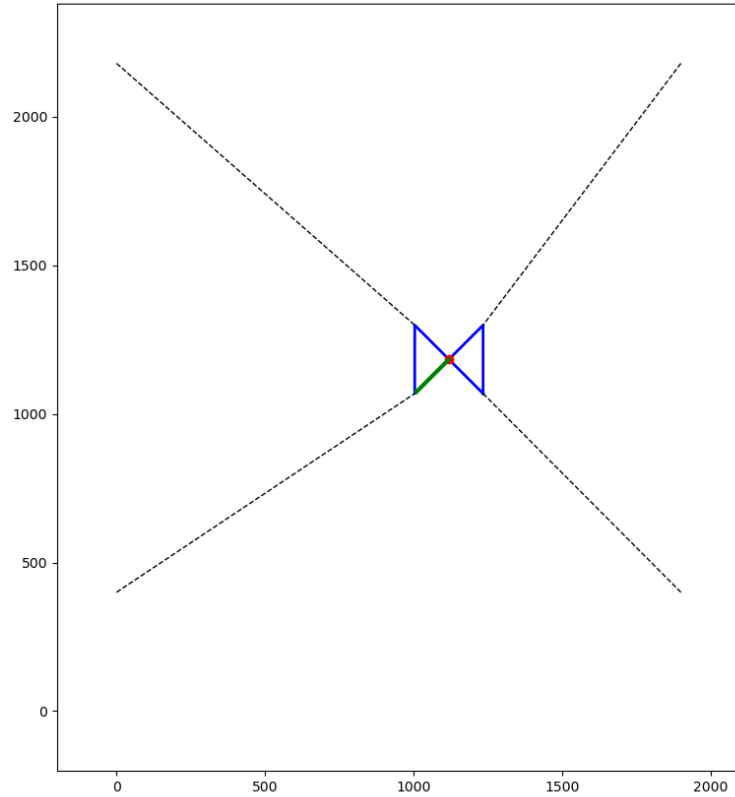
Vitesses linéaires des câbles



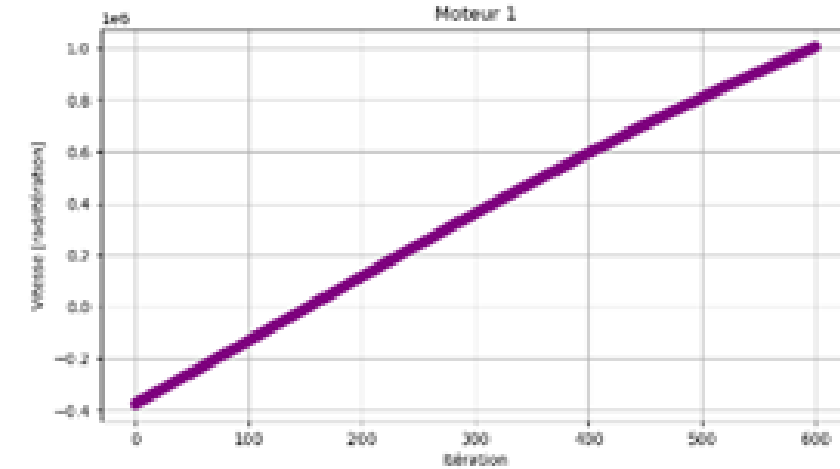
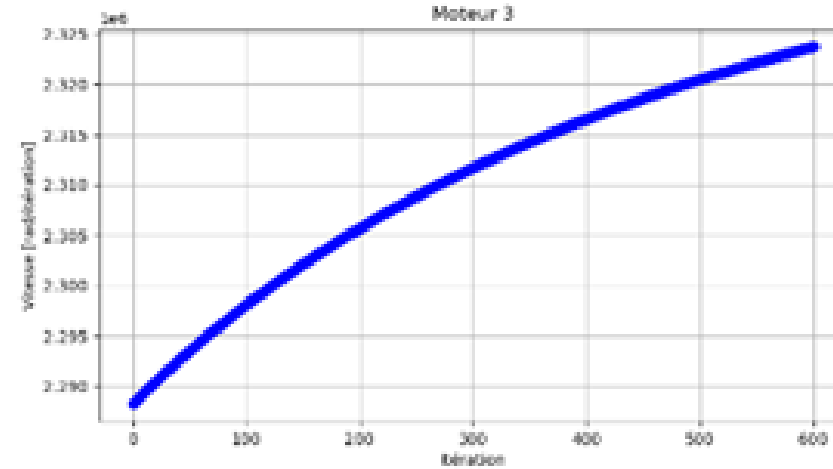
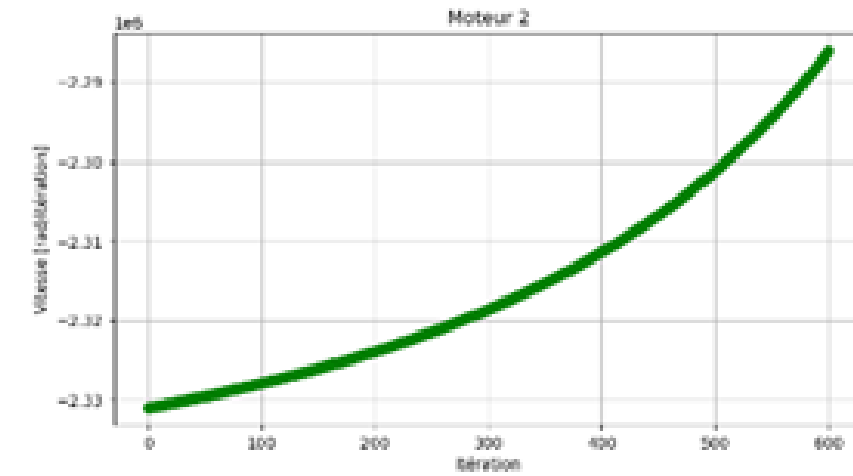
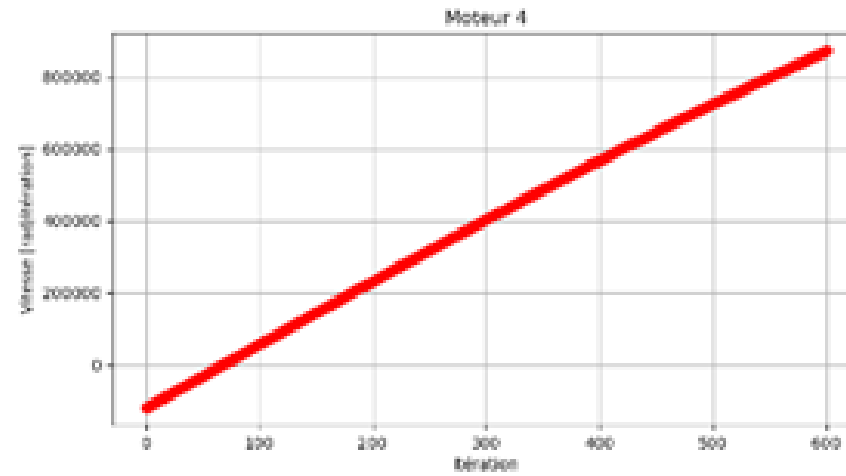


# Résultats test avec le modèle 2

Simulation du Robot Parallèle à Câbles

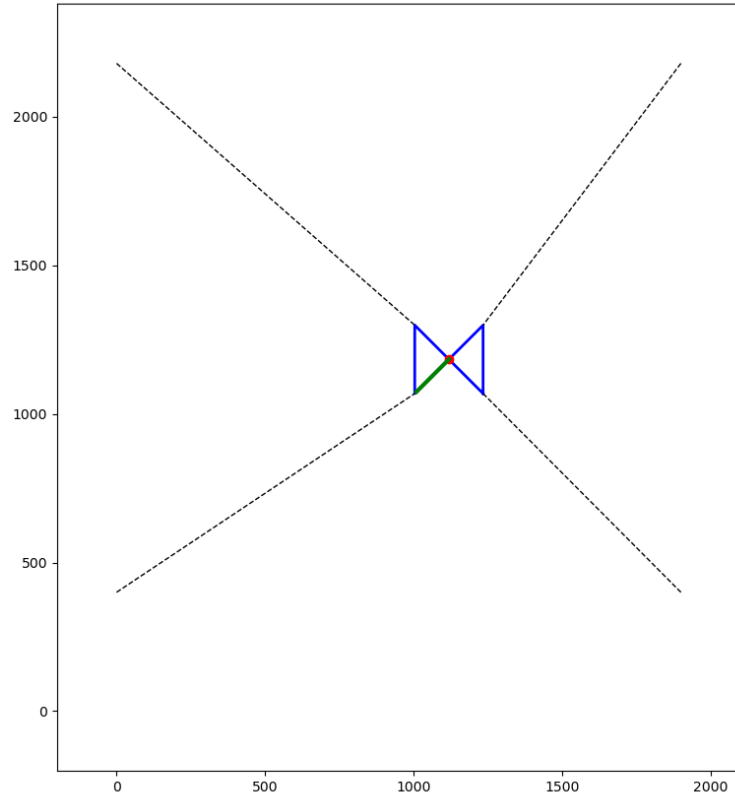


Vitesses angulaires des moteurs

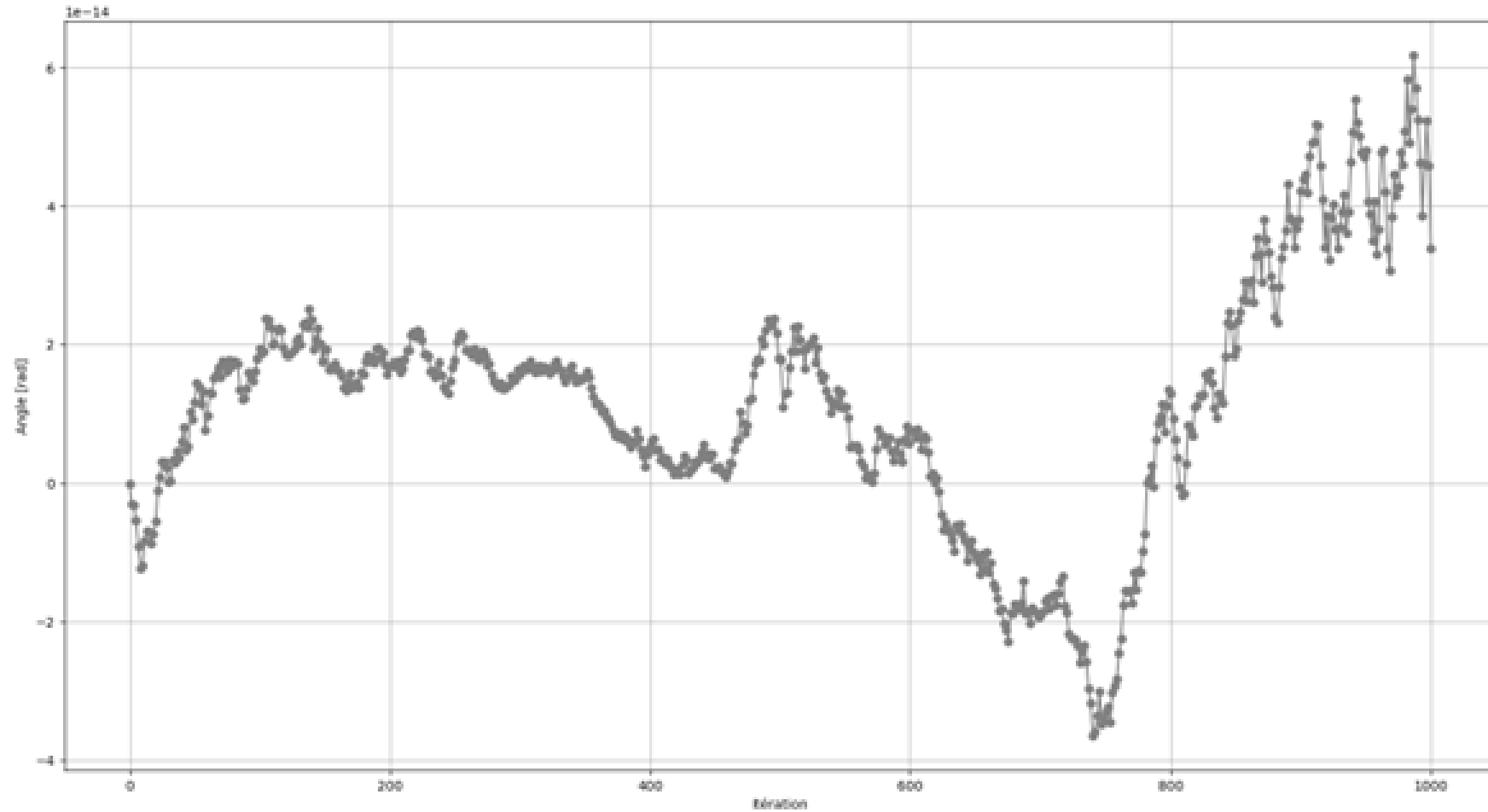


# Résultats test avec le modèle 2

Simulation du Robot Parallèle à Câbles

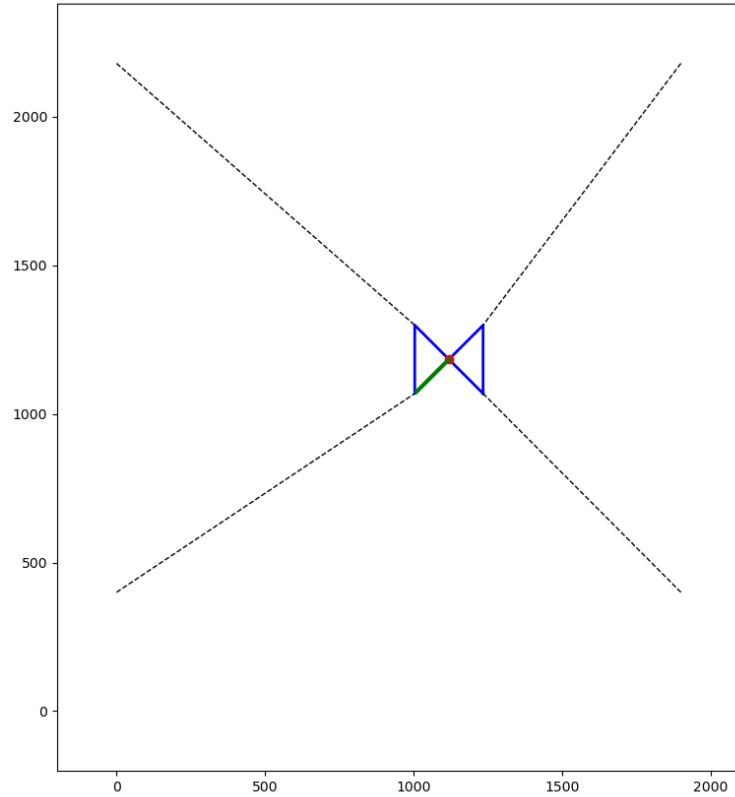


Rotation du centre de l'effecteur



# Résultats test avec le modèle 2

Simulation du Robot Parallèle à Câbles



Longueurs totales des câbles

