

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**І. В. Стеценко, О. Ю. Дифучина, А. Ю. Дифучин**

# **МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ**

## **КУРСОВА РОБОТА**

**Рекомендації до виконання  
урсової роботи**

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра  
за освітньою програмою «Інженерія програмного забезпечення інформаційних систем»  
спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення

Електронне мережеве навчальне видання

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2024

УДК 004.43::004.94  
С79

Автори: *Стеценко Інна Вячеславівна*, д-р техн. наук, проф.  
*Дифучина Олександра Юрійвна*, д-р філософії  
*Дифучин Антон Юрійович*, д-р філософії

Рецензент *Новотарський М.А.*, д-р техн. наук, проф.,  
завідувач кафедри обчислювальної техніки КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний редактор *Жаріков Е.В.*, д-р техн. наук, проф.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(протокол № 1 від 26.09.2024 р.)  
за поданням вченої ради факультету інформатики та обчислювальної техніки  
(протокол № 1 від 26.09.2024 р.)*

**Стеценко І. В.**

С79 Моделювання систем. Курсова робота [Електронний ресурс] : рек. до виконання курсов. роботи : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Інженерія програмного забезпечення інформаційних систем» спец. 121 Інженерія програмного забезпечення / І. В. Стеценко, О. Ю. Дифучина, А. Ю. Дифучин; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 109 с.

Навчальний посібник містить ґрунтовну інформацію щодо виконання курсової роботи з освітнього компоненту «Моделювання систем. Курсова робота», оформлення текстової частини роботи та підготовки до захисту. Освітній компонент спрямований на оволодіння навичками розробки алгоритму імітації та методів експериментального дослідження систем. У посібнику наведені загальні відомості з розробки імітаційних моделей дискретно-подійних систем з використанням формалізмів мережі масового обслуговування, мережі Петрі та Петрі-об'єктної моделі, варіанти завдання, зміст курсової роботи по розділах, вимоги та рекомендації до оформлення тексту курсової роботи.

УДК 004.43::004.94

Реєстр. № НП 24/25-029. Обсяг 5,1 авт. арк.

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056  
<https://kpi.ua>

Свідцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів  
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© І. В. Стеценко, О. Ю. Дифучина, А. Ю. Дифучин 2024  
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024

## ЗМІСТ

Вступ .....	5
1. Загальні відомості .....	7
1.1. Мета та завдання курсової роботи .....	7
1.2. Тема роботи .....	8
1.3. Обсяг і структура курсової роботи .....	8
2. Завдання до курсової роботи .....	11
2.1. Вибір завдання .....	11
2.2. Завдання до роботи .....	11
2.3. Перелік пропонованих текстів завдання з описом досліджуваної системи .....	12
2.3.1. Завдання рівня складності D .....	12
2.3.2. Завдання рівня складності B .....	15
2.3.3. Завдання рівня складності A .....	26
2.4. Перелік пропонованих формалізмів .....	47
3. Вказівки до виконання завдання .....	49
3.1. Розробка моделі та її експериментального дослідження .....	49
3.1.1. Розробки концептуального опису моделі .....	49
3.1.2. Розробка формалізованого опису моделі .....	50
3.1.3. Розробка алгоритму імітації .....	65
3.1.4. Проведення експериментального дослідження .....	79
3.1.5. Інтерпретація результатів моделювання .....	89
3.2. Графік виконання курсової роботи .....	90
3.3 Зміст розділів текстової частини курсової роботи .....	91
4. Оформлення курсової роботи .....	95
4.1. Структура курсової роботи .....	95
4.2. Титульна сторінка курсової роботи .....	95
4.3. Анотація .....	95
4.4. Завдання .....	96
4.5. Вимоги до оформлення тексту роботи .....	96
4.6. Найбільш поширені зауваження до курсових робіт .....	102

5. Вказівки для підготовки до захисту курсової роботи .....	103
Список використаних джерел.....	105
Додаток А. Титульний аркуш курсової роботи .....	107
Додаток Б. Зразок оформлення курсової роботи.....	108

## ВСТУП

Вивчення освітнього компоненту «Моделювання систем. Курсова робота» спрямовано на оволодіння технологіями розробки імітаційних моделей складних систем на основі універсальних об'єктно-орієнтованих мов програмування (Java, C++, C#). Для побудови моделей розглядаються формалізми мережі масового обслуговування, стохастичної мережі Петрі та Петрі-об'єктної моделі. Застосування моделей розглядається в контексті модулів програмного забезпечення для інформаційних управляючих систем та систем прийняття рішень різного призначення. Частково розглядається застосування моделей для дослідження паралельних та розподілених обчислень.

Освітній компонент «Моделювання систем. Курсова робота» для здобувачів спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення розвиває та вдосконалює професійні навички програмування, набуті в попередні роки навчання, створює умови для здобуття базових навичок з розробки програмного забезпечення систем імітаційного моделювання та дослідницькі навички.

Предмет курсової роботи – методи розробки програмного забезпечення імітаційного моделювання складних систем, технології розробки імітаційних моделей та їх застосування в інформаційних управляючих системах та системах прийняття рішень. Оскільки освітній компонент призначений для здобувачів спеціальності Інженерія програмного забезпечення, то увага концентрується на аспектах розробки програмного забезпечення з імітаційного моделювання, а саме: як розробити найбільш ефективний алгоритм імітації дискретно-подійної системи, як має бути проведений експеримент з імітаційною моделлю системи, які особливості графічних редакторів для побудови імітаційної моделі.

Сучасне програмне забезпечення для імітації дискретно-подійних систем включає такі відомі системи, як Arena [1, 5], Simio [6], CPNTools [3, 4], і широко використовується у комерційних проєктах та наукових дослідженнях для підвищення ефективності виробничих, транспортних, логістичних, телекомунікаційних, обчислювальних систем тощо. Проте ці проєкти зосереджені більше на створенні середовища для створення моделей, ніж для створення окремого програмного модуля, що може бути вбудований в інший програмний комплекс.

Водночас, з появою концепції Індустрія 4.0 та кіберфізичних систем імітаційні моделі набувають значення компонентів складного комплексу управління. Відповідно зростає потреба у розробці модулів з імітації, спеціально розроблених які легко інтегруються з іншими компонентами програмного

комплексу. Тому актуальність навичків, які пропонуються освітнім компонентом «Моделювання систем. Курсова робота», є високою.

Розвиток проєктів з імітаційного моделювання та їх підтримка свого часу спричинили появу першої об'єктно-орієнтованої мови програмування. У 1962 році Kristen Nygaard ініціював проєкт зі створення мови імітаційного моделювання. До проєкту приєднався Ole-Johan Dahl і у 1966 році був написаний компілятор нової мови. Мова Simula вперше ввела поняття, які й на сьогоднішній день є основою об'єктно-орієнтованого програмування: клас, об'єкт, інкапсуляція, спадкування та динамічне зв'язування. Отже, розвиток технологій програмування зобов'язаний імітаційним проєктам і тісно з ними пов'язаний.

# 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

## 1.1. Мета та завдання курсової роботи

Метою курсової роботи є вивчення студентами принципів та способів розробки, реалізації та дослідження моделей складних систем, надбання навичок розробки алгоритмів імітації дискретно-подійних систем.

Завданням курсової роботи є набуття студентом досвіду з розробки імітаційного алгоритму моделі складної системи та використання експериментальних методів дослідження на моделі.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студент після засвоєння освітнього компоненту «Моделювання систем. Курсова робота» повинен знати:

- методи та способи формалізації моделей складних систем,
- алгоритми імітації дискретно-подійних систем, їх верифікацію та валідацію,
- методи визначення точності алгоритмів імітації та їх складності,
- методи експериментального дослідження імітаційних моделей систем,
- складові компоненти програмного забезпечення з моделювання систем,
- сучасні тенденції розвитку програмного забезпечення з моделювання систем.

Студент повинен вміти:

- складати формалізовані моделі систем,
- розробляти алгоритми імітації на основі подійного представлення функціонування системи,
- розробляти алгоритми імітації на основі представлення функціонування системи стохастичною мережею Петрі та Петрі-об'єктного формалізму,
- оцінювати точність та складність алгоритмів імітації,
- використовувати паралельні обчислення в алгоритмах імітації та експериментальному дослідженні моделей систем,
- виконувати експериментальне дослідження з моделями систем, у тому числі їх оптимізацію.

Згідно з вимогами освітньої програми виконання курсової роботи з моделювання систем спрямоване на оволодіння студентом таких компетентностей:

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ФК19. Здатність до аналізу і оптимізації інформаційних систем з використанням математичних та імітаційних моделей і методів.

Програмні результати вивчення освітнього компоненту забезпечують такі програмні результати освітньої програми:

ПРН32. Використовувати методи математичного та імітаційного моделювання при розробці та проектуванні інформаційних систем.

## **1.2. Тема роботи**

Тема курсової роботи «Імітаційна модель (вказати модель у відповідності до завдання) на основі формального опису (вказати, який формалізм застосовується при розробці)». Наприклад:

«Імітаційна модель системи перевезення пасажирів між двома пунктами на основі формального опису мережею Петрі»,

«Імітаційна модель системи обслуговування клієнтів банку на основі формального опису мережею масового обслуговування»,

«Імітаційна модель системи постачання товарів з оптового магазину у торгові точки на основі формалізму Петрі-об'єктної моделі».

## **1.3. Обсяг і структура курсової роботи**

Курсова робота складається з 5 розділів основної частини, вступу, висновків, списку використаних джерел та додатків. У вступній частині має бути вказано актуальність тематики курсової роботи та, обов'язково, модель якого процесу чи системи буде побудовано та досліджено в роботі. У висновках автор роботи зазначає, яку модель процесу чи системи побудовано та досліджено в роботі, якими методами, з використанням яких програмних засобів та вказує фактичні дані щодо отриманих результатів моделювання.

У додатках має бути представлено основний код до розробленої моделі та проведення експериментального дослідження, а в тексті роботи – посилання на власний репозиторій github, де розміщено повний код до виконаної розробки алгоритму імітації та експериментального дослідження моделі.

Основна частина роботи містить опис усіх етапів розробки моделі: побудову концептуальної моделі системи, побудову формалізованої моделі системи, розробку алгоритму імітації, проведення експериментального дослідження моделі та інтерпретація результатів дослідження. Автор роботи наводить деталізоване пояснення до розробленої моделі та алгоритму імітації, ілюструє відповідними схемами та скриншотами, оформлює результати експериментального дослідження у вигляді графіків та таблиць, аналізує отримані результати та формулює пропозиції щодо поліпшення функціонування системи чи процесу, який досліджується у відповідності до завдання.



Опис кожного розділу основної частини потребує від 3 до 15 сторінок, тому обсяг основного тексту курсової роботи (основні розділи разом зі вступом та висновками) складає не менше 30 сторінок (і не більше 70 сторінок).

Для виконання курсової роботи кожний студент обирає завдання з пропонованого викладачем переліку. Завдання містить текстовий опис об'єкта моделювання та вказівку про використовуваний формалізм при розробці моделі. Текстовий опис об'єкта моделювання містить опис процесів, які є предметом дослідження, числові дані про змінні та параметри об'єкта моделювання, впливи зовнішнього середовища, а також характеристики процесу функціонування об'єкта, які необхідно оцінити в процесі моделювання.

Завдання поділені за рівнем складності – від найпростіших до найскладніших. Обраний рівень складності впливає на підсумкову оцінку так, що підсумкова оцінка не може перевищувати передбачувану за рівнем складності. Варіанти пропонованих завдань представлені у розділі 2.

Виконання курсової роботи передбачає розробку імітаційного алгоритму у відповідності до обраного варіанту та експериментальне дослідження імітаційної моделі. Процес, для якого розробляється алгоритм імітації, та мета дослідження за потреби уточнюється з викладачем по ходу виконання роботи.

У ході виконання курсової роботи студент повинен виконати формалізацію опису об'єкта моделювання в термінах визначеного у завданні формалізму, розробити алгоритм імітації моделі у відповідності до побудованого формального опису, виконати верифікацію алгоритму імітації, визначити статистичні оцінки заданих характеристик моделі, побудувати і провести експериментальне дослідження характеристик системи, що вказані у меті моделювання, запропонувати шляхи поліпшення функціонування досліджуваної системи.

За результатами виконання курсової роботи оформлюється текстова частина роботи, що містить:

- завдання до роботи,
- опис розробленої концептуальної та формалізованої моделі системи,
- опис розробленого алгоритму імітації та його реалізація обраною мовою програмування,
- результати верифікації моделі,
- опис проведеного експериментального дослідження, розроблених програм для його проведення та результати експериментального дослідження,

- рекомендації до використання моделі для вдосконалення функціонування системи, яка моделюється,
- лістинг алгоритму імітації,
- лістинг коду до проведення експериментального дослідження.

Пояснювальна записка оформлюється згідно вимог до оформлення технічної документації, які детально розглянуті у розділі 4 цього навчального посібника. Для складання пояснювальної записки рекомендуються розділи, представлені у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1. Розділи курсової роботи

Назва розділу	Рекомендації до обсягу
Анотація	Не менше 650 символів
Ключові слова	Не менше 3 словосполучень
Вступ	Від 0,5 до 2 сторінок
1 Концептуальна модель системи	Від 2 до 5 сторінок
2 Формалізована модель системи	Від 3 до 5 сторінок
3 Алгоритмізація та програмна реалізація імітаційної моделі системи	Від 5 до 15 сторінок
4 Експериментальне дослідження моделі	Від 7 до 15 сторінок
5 Інтерпретація результатів моделювання, формулювання висновків та пропозицій	Від 1 до 4 сторінок
Висновки	Від 1 до 2 сторінок
Список використаних джерел	1 сторінка
Додатки (лістинги розроблених програм, результати моделювання та експериментального дослідження моделі)	Від 5 до 35 сторінок

Розділи 1-5 основної частини можуть варіюватись, інші розділи є обов'язковими для оформлення роботи

## **2. ЗАВДАННЯ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ**

### **2.1. Вибір завдання**

Завдання до курсової роботи обирається студентом із запропонованого далі переліку та узгоджується з керівником роботи. При виборі завдання студент обирає текстовий опис завдання та формалізм, на основі якого буде розроблено модель та алгоритм імітації. Текстовий опис завдання містить детальний опис процесу, що моделюється, та вказівку на мету моделювання. Завдання поділені на рівні складності А, В, D за спаданням складності. Рівень складності враховується в загальній оцінці студента так, що підсумкова оцінка за курсову роботу не може перевищувати оцінку за обраним критерієм складності: D – не вище 74 балів, В – не вище 94 балів, А – не вище 100 балів.

Завдання, обрані здобувачами, затверджуються не пізніше 4-ого тижня семестру для усіх здобувачів одночасно. Перелік обраних завдань розміщується для перегляду в онлайн журналі, створеного у застосунку Google Sheets, та у навчальному курсі на платформа «Сікорський» [14]. Після затвердження завдання не може бути змінено. Текст завдання може уточнюватись здобувачем протягом семестру за умови погодження з керівником роботи.

### **2.2. Завдання до роботи**

Для обраної текстової частини завдання, що містить опис досліджуваної системи, потрібно:

- 1) розробити опис концептуальної моделі системи;
- 2) виконати формалізацію опису об'єкта моделювання в термінах визначеного у завданні формалізму;
- 3) розробити алгоритм імітації моделі дискретно-подійної системи у відповідності до побудованого формального опису;
- 4) для доведення коректності побудованого алгоритму виконати верифікацію алгоритму імітації;
- 5) визначити статистичні оцінки заданих характеристик моделі, що є метою моделювання;
- 6) спланувати і провести експериментальне дослідження моделі;
- 7) інтерпретувати результати моделювання та сформулювати пропозиції щодо поліпшення функціонування системи;

- 8) зробити висновки щодо складності розробки моделі та алгоритму імітації на основі використаного формалізму, отриманих результатів моделювання та їх корисності.

### **2.3. Перелік пропонованих текстів завдання з описом досліджуваної системи**

Завдання до курсової роботи складені за навчальним підручником [15] та посібником з моделювання систем [16]. В усіх текстах завдань при вказуванні середнього значення параметру часової затримки, якщо не вказано інше, мається на увазі випадкова величина затримки, розподілена за експоненціальним законом розподілом з заданим середнім значенням. При згадуванні статистичних характеристик, які потрібно визначити, під характеристиками випадкової величини розуміються її середнє значення, середнє квадратичне відхилення, мінімальне та максимальне значення, а також ідентифікований закон розподілу.

Частина завдань спрямовані на розробку імітаційних моделей програм і є дослідницькими. Інша частина завдань спрямована на розробку універсальних програмних засобів з імітаційного моделювання систем, що відповідають певним обмеженням.

Номер завдання складається з літери, що вказує на рівень його складності, та порядкового номеру у переліку завдань.

#### **2.3.1. Завдання рівня складності D**

**Завдання D1.** На складальну ділянку цеху підприємства в середньому через 30 хвилин, надходять партії, кожна з яких складається з трьох деталей. Для половини деталей перед зборкою проводиться попередня обробка, що потребує затримки у 7 хвилин. Інша половина надходить на зборку необробленими. Процес зборки відбувається для одної обробленої та одної необробленої деталі і триває 6 хвилин. Зібрані деталі надходять на регулювання, що триває в середньому 8 хвилин. При зборці 4% оброблених попередньо деталей виявляються бракованими. Такі деталі відправляються повторно на попередню обробку.

Визначити можливі місця накопичення деталей в чергах та їх статистичні характеристики. Дослідити на моделі причини накопичення, запропонувати заходи для зменшення накопичення та визначити середню кількість деталей, що знаходиться на складальній ділянці, для модифікованої системи.

**Завдання D2.** На комплектувальний конвеєр автоматизованого складального цеху надходять 5 виробів першого типу кожні  $5 \pm 1$  хвилин та 20

виробів другого типу кожні  $20 \pm 7$  хвилин. Конвеєр рухається зі швидкістю 1 секція / 10 хвилин. За наявності 10 деталей кожного типу секція заповнюється деталями і комплектація вважається завершеною. При нестачі деталей секція конвеєра залишається порожньою.

Визначити ймовірність пропуску секції, середні та максимальні значення черги по кожному типу виробів. Дослідити доцільність переходу на комплектацію в одній секції конвеєра по 20 виробів кожного типу. Швидкість руху конвеєра при цьому змінюється відповідно до 1 секції / 20 хвилин.

**Завдання D3.** У системі передачі даних відбувається обмін пакетами даних між пунктами А і В по дуплексному каналу зв'язку. Пакети надходять у пункти А і В від абонентів з інтервалами часу  $10 \pm 3$  мс. Передача одного пакета по каналу зв'язку триває 10 мс. У пунктах є буферні регістри, які можуть зберігати два пакети включно з тим, що передається. Якщо пакет надходить у момент, коли місце в буфері вичерпано, то надається вихід на супутникову напівдуплексну лінію зв'язку, що виконує передачу пакетів даних за  $10 \pm 5$  мс. У разі зайнятості супутникової лінії пакет вважається втраченим.

Визначити частоту викликів супутникової лінії і її завантаження. Дослідити необхідний для роботи системи без втрачених пакетів обсяг буферних регістрів.

**Завдання D4.** Обчислювальна система використовує для обробки завдань три процесори та спільну оперативну пам'ять. Завдання надходять на обробку через інтервали часу  $5 \pm 2$  хвилин і займають одну сторінку оперативної пам'яті. Після трансляції першим процесором, що триває  $5 \pm 1$  хвилини, обсяг пам'яті, необхідний для обробки завдання, збільшується до двох сторінок. Після редагування у другому процесорі, що триває  $2,5 \pm 0,5$  хвилини на кожному сторінку, обсяг пам'яті, що займає одне завдання, збільшується до трьох сторінок. Відредаговані завдання надходять на обробку у третій процесор, що потребує  $1,5 \pm 0,4$  хвилини на сторінку, і після завершення обробки звільнюють оперативну пам'ять.

Визначити характеристики зайняття оперативної пам'яті. Дослідити збільшення обсягу зайнятої оперативної пам'яті при збільшенні інтенсивності надходження завдань.

**Завдання D5.** З ливарного цеху на виробничу ділянку надходять заготовки деталей через  $20 \pm 5$  хвилин. Комплект деталей, що складається з 3 деталей, обробляється таким чином, що з однієї з 3 деталей виготовляється деталь першого типу, а з двох інших деталей комплекту виготовляються деталі другого типу. Відомо, що на виготовлення деталі 1-ого та 2-ого типу необхідно

відповідно 60 та 30 хвилин і одночасно можуть оброблюватись 3 деталі. Після обробки комплект деталей подається на зборку, що триває одночасно  $60 \pm 2$  хвилин для деталі першого типу та  $60 \pm 8$  хвилин для двох деталей другого типу. Після завершення зборки виріб залишає ділянку.

Визначити продуктивність виробничої ділянки та характеристики черг у місцях накопичення заготовок. Дослідити збільшення продуктивності при зменшенні інтервалу надходження деталей.

**Завдання D6.** На обробку в обчислювальну систему через  $300 \pm 100$  хвилин надходять завдання довжиною  $500 \pm 200$  байт. Швидкість введення, виведення й обробки завдань складає відповідно 0,5 байт / хвилину. Завдання проходять послідовно введення, обробку, виведення. Відомо, що 5% завдань виявляються виконаними невірно і такі завдання відправляються на повторну обробку. Для прискорення обробки завдань використовують упорядкування в чергах за зростанням довжини завдання в байтах. Завдання, які повторно проходять обробку, в усіх чергах обслуговуються першими.

Визначити необхідну для безвідмовної роботи ємність буферів. Дослідити статистичні характеристики часу обробки завдань в обчислювальній системі.

**Завдання D7.** Розподілена система обробки інформації організована на основі двох комп'ютерів, з'єднаних дуплексним каналом зв'язку. Запит, що надходить, обробляється на першому комп'ютері. При цьому з ймовірністю 0,5 необхідна інформація знайдена і обробка запиту вважається завершеною, в іншому випадку запит надсилається на обробку у другий комп'ютер. Запити на обробку надходять через  $10 \pm 3$  секунд, первинна обробка запиту при надходженні запиту до комп'ютера потребує 2 секунди, пошук інформації на комп'ютері потребує  $18 \pm 2$  секунди, передача по каналу зв'язку здійснюється за 3 секунди.

Визначити статистичні характеристики часу обробки запиту в інформаційній системі. Дослідити вплив інтенсивності надходження запитів на тривалість обробки запиту в системі.

**Завдання D8.** Деталі, необхідні для роботи цеху, знаходяться на цеховому та центральному складах. На цеховому складі зберігається 20 комплектів деталей, потреба в яких виникає в середньому через 60 хвилин і становить один комплект. У випадку зменшення запасу до 3 комплектів протягом 60 хвилин формується запит на поповнення запасу цехового складу до повного обсягу у 20 комплектів. Запит надсилається на центральний склад, де відбувається комплектування деталей, на яке витрачається  $60 \pm 20$  хвилин. Укомплектовані

деталі направляються у цех, їх доставка потребує  $60 \pm 5$  хвилин. Припускається, що на центральному складі деталі наявні у необмеженій кількості.

Визначити ймовірність простою цеху через відсутність деталей та середнє завантаження цехового складу. Визначити умову поповнення запасу цехового складу, за якої гарантується робота цеху без простоювання. Дослідити вплив зміни стратегії поповнення запасу від поповнення до 20 комплектів до поповнення на 3 комплекти.

### **2.3.2. Завдання рівня складності В**

**Завдання В1.** На обробну ділянку цеху надходять деталі в середньому через 50 хвилин. Первинна обробка деталей відбувається на одному із двох верстатів. Перший верстат обробляє деталь у середньому 40 хвилин і має до 4% браку, другий - відповідно 60 хвилин і 8% браку. Всі браковані деталі повертаються на повторну обробку на другий верстат. Деталі, що потрапили в розряд бракованих двічі, вважаються відходами. Вторинну обробку проводять також два верстати в середньому 100 хвилин кожний. Причому перший верстат обробляє наявні в накопичувачі після первинної обробки деталі, а другий верстат підключається при наявності в накопичувачі більше трьох деталей. Всі інтервали часу розподілені за експоненціальним законом.

Визначити завантаження другого верстата на вторинній обробці і можливість появи відходів. Визначити, як вплине зменшення умови підключення другого верстату до двох або одної деталі на завантаження другого верстата на вторинній обробці.

**Завдання В2.** На регульовальну ділянку цеху через випадкові інтервали часу надходять по два агрегати в середньому через кожні 30 хвилин. Первинне регулювання здійснюється для двох агрегатів одночасно і займає в середньому 30 хвилин. Якщо в момент приходу агрегатів попередня партія не була оброблена, агрегати на регулювання не приймаються. Агрегати, які одержали відмову, після первинного регулювання надходять у проміжний накопичувач. З накопичувача агрегати, що пройшли первинне регулювання, надходять попарно на вторинне регулювання, яке виконується в середньому за 30 хвилин, а ті, що не пройшли первинне регулювання, надходять на повне регулювання, що займає 100 хвилин для одного агрегату. Всі величини задані середніми значеннями, розподілені за експоненціальним законом.

Визначити ймовірність відмови в первинному регулюванні і завантаження накопичувача агрегатами, що потребують повного регулювання. Визначити

параметри і ввести в систему накопичувач, що забезпечує безвідмовне обслуговування агрегатів, що надходять.

**Завдання В3.** Система передачі даних забезпечує передачу пакетів даних із пункту А в пункт С через транзитний пункт В. У пункті А пакети надходять через  $10 \pm 5$  мс. Тут вони буферуються в накопичувачі ємністю 20 пакетів і передаються по будь-якій із двох ліній АВ1-за час 20 мс або АВ2-за час  $20 \pm 5$  мс. У пункті В вони знову буферуються в накопичувачі ємністю 25 пакетів і далі передаються по лініях ВС1 (за  $25 \pm 3$  мс) і ВС2 (за 25 мс). Причому пакети з АВ1 надходять у ВС1, а з АВ2 - в ВС2. Щоб не було переповнення накопичувача, у пункті В вводиться граничне значення його ємності - 20 пакетів. При досягненні чергою граничного значення відбувається підключення резервної апаратури і час передачі знижується для ліній ВС1 і ВС2 до 15 мс.

Визначити ймовірність підключення резервної апаратури і характеристики черги пакетів у пункті В. У випадку можливості його переповнення визначити необхідне для нормальної роботи граничне значення ємності накопичувача.

**Завдання В4.** На ділянку термічної обробки виконуються цементация і загартовування шестерень, що надходять через  $10 \pm 5$  хвилин. Цементация займає  $10 \pm 7$  хвилин, а загартовування -  $10 \pm 6$  хвилин. Якість визначається сумарним часом обробки. Шестерні з часом обробки більше 25 хвилин залишають ділянку, із часом обробки від 20 до 25 хвилин передаються на повторне загартування і при часі обробки менше 20 хвилин повинні пройти повторну повну обробку. Деталі із сумарним часом обробки менше 20 хвилин вважають другим сортом.

Визначити статистичні характеристики часу обробки та ймовірності повторення повної та часткової обробки. При виході продукції без повторної обробки менше 90% забезпечити на ділянці заходи, що дають гарантований вихід продукції першого сорту 90%.

**Завдання В5.** Магістраль передачі даних складається з двох каналів (основного і резервного) і загального накопичувача. При нормальній роботі повідомлення передаються по основному каналі за  $7 \pm 3$  секунд. У основному каналі відбуваються збої через інтервали часу  $200 \pm 35$  секунд. Якщо збій відбувається під час передачі, то за 2 секунд включається резервний канал, що передає перерване повідомлення із самого початку. Відновлення основного каналу займає  $23 \pm 7$  секунд. Після відновлення резервний канал виключається й основний канал продовжує роботу з чергового повідомлення. Повідомлення надходять через  $9 \pm 4$  секунд і залишаються в накопичувачі до закінчення передачі. У випадку збою передане повідомлення передається повторно по резервному каналу.



Визначити завантаження резервного каналу, частоту відмов каналу і число перерваних повідомлень. Визначити статистичні характеристики часу передачі повідомлень по магістралі.

**Завдання В6.** Транспортний цех об'єднання обслуговує три філії А, В і С. Вантажівки перевозять вироби з А в В і з В в С, повертаючись потім в А без вантажу. Навантаження в А займає 20 хвилин, переїзд з А в В триває 30 хвилин, розвантаження і навантаження у В - 40 хвилин, переїзд у С - 30 хвилин, розвантаження в С - 20 хвилин і переїзд в А - 20 хвилин. Якщо до моменту навантаження в А і В відсутні вироби, вантажівки ідуть далі по маршруту. Вироби в А випускаються партіями по 1000 штук через  $20 \pm 3$  хвилин, у В - такими ж партіями через  $20 \pm 5$  хвилин. На лінії працює 8 вантажівок, кожна перевозить 1000 виробів. У початковий момент усі вантажівки знаходяться в А.

Визначити частоту порожніх перегонів вантажівок між А і В, В і С і порівняти з характеристиками, отриманими при рівномірному початковому розподілі вантажівок між філіями й операціями.

**Завдання В7.** На обробку до інформаційної системи приймаються три класи завдань А, В і С. Завдання класів А і В можуть вирішуватися інформаційною системою одночасно, а завдання класу С вимагають, щоб система була вільна від інших завдань. Завдання класу А надходять через  $20 \pm 5$  хвилин, класу В - через  $20 \pm 10$  хвилин і класу С - через  $30 \pm 10$  хвилин і потребують для виконання: клас А -  $20 \pm 1$  хвилин, клас В -  $15 \pm 3$  хвилин і клас С -  $15 \pm 5$  хвилин. Завдання класів А і В можуть дозавантажуватись до задачі, що вирішується. Тобто одночасно можуть виконуватись дві задачі А, або дві задачі В, або одна задача А та одна задача В.

Визначити завантаження інформаційної системи. Розглянути різноманітні засоби управління чергами і визначити той із них, при якому кількість завдань у чергах мінімально.

**Завдання В8.** У системі передачі цифрової інформації передається мовлення в цифровому виді. Мовні пакети передаються через два транзитних канали, буферуючись у накопичувачах перед кожним каналом. Час передачі пакета по каналу складає 5 мс. Пакети надходять через  $6 \pm 3$  мс. Пакети, що передавалися більш 10 мс, на виході системи знищуються, тому що їхня поява у декодері значно знизить якість переданого мовлення. Знищення більш 30% пакетів неприпустимо. При досягненні такого рівня система за рахунок ресурсів прискорює передачу до 4 мс на канал. При зниженні рівня до прийнятного відбувається відключення ресурсів.

Визначити частоту знищення пакетів і частоту підключення ресурсу.

**Завдання В9.** Вантажі прибувають для відправлення в аеропорт у контейнерах із швидкістю два контейнери в 1 хвилину вантажному аеропорту немає фіксованого розкладу, а літаки відправляються в міру їхнього повного завантаження. У розпорядженні є два типи літаків для перевезення вантажів. Є три літаки з вантажопідіймальністю 80 контейнерів і два літаки з вантажопідіймальністю 140 контейнерів. Час польоту кожного літака туди й назад розподілено нормально з математичним сподіванням 3 години та середньоквадратичним відхиленням 1 година, але не може бути меншим за 2 годин чи більшим за 4 години. Керуючий аеропортом намагається якнайчастіше використовувати літаки меншої вантажопідіймальності через меншу вартість їх польотів. Літаки, що піднімають 140 контейнерів, використовуються тільки тоді, коли інших немає в наявності.

Визначити статистичні характеристики часу очікування контейнерів із вантажами і завантаженість літаків обох типів. Припустити при цьому, що часом вантаження можна знехтувати. Змінити систему, увівши час вантаження 1 хв на контейнер, і проаналізувати результати.

**Завдання В10.** Магістральний канал передачі даних складається із загального накопичувача та двох каналів – основного і резервного. Повідомлення надходять в систему через  $9 \pm 5$  секунд і чекають в накопичувачі передачі. У нормальному режимі роботи повідомлення передаються по основному каналу за  $7 \pm 3$  секунд. В основному каналі через інтервали часу  $200 \pm 35$  секунд трапляються збої. Якщо збій трапляється під час передачі повідомлення, то відбувається його переривання. При цьому за 2 секунди запускається резервний канал, який передає повідомлення з самого початку. Відновлення основного каналу займає  $70 \pm 7$  секунд. До відновлення основного каналу повідомлення передаються по резервному каналу. Після відновлення резервний канал відключається і основний канал продовжує роботу із чергового повідомлення.

Прибуток від передачі одного повідомлення через основний канал складає 50 грошових одиниць, а при передачі через резервний канал – 25 грошових одиниць. Існує можливість підвищити надійність роботи основного каналу. При збільшенні середнього часу напрацювання на відмову на  $k$  секунд прибуток з кожного повідомлення зменшується на  $0,03k$  грошових одиниць.

Визначить найкращий режим роботи системи, відповідні завантаження резервного та основного каналу, частоту переривання повідомлень та статистичні характеристики часу передачі повідомлень по магістралі.

**Завдання В11.** Філія банку з п'ятьма касами обслуговує клієнтів протягом робочого дня. Інтервали часу між надходженням клієнтів є випадкова величина,

що має експоненціальний закон розподілу із середнім значенням 1 хвилина. Час обслуговування клієнтів є випадкова величина, що має експоненціальний розподіл із середнім значенням 4,5 хвилини.

До кожної каси формується окрема черга. Клієнт, що надійшов на обслуговування, обирає найкоротшу чергу, при цьому, якщо найкоротших черг декілька, то клієнт обирає ту, що зліва.

У зв'язку з тим, що керівництво банку цікавлять поточні витрати та якість послуг, що надаються клієнтам, ставиться питання про можливість зменшення кількості кас.

**Завдання В12.** Потік літаків, що потребують посадки в аеропорті, пуассонівський з інтенсивністю 10 літаків за годину. В аеропорту є дві посадкові смуги. Літак, зробивши посадку на смугу, звільняє її через 35 хвилин. Якщо літак потребує посадки, коли усі смуги зайняті, він очікує на посадку. Якщо очікування на посадку триває більше ніж  $70 \pm 10$  хвилин, то виникає необхідність дозаправки літака, на що аеропорту доведеться витратити  $1000 \pm 200$  грошових одиниць. Після 140 хвилин очікування літак відправляється на посадку в інший аеропорт. За кожний літак, що здійснив посадку без очікування, аеропорт має прибуток 2000 гривень, а за кожний, що здійснив посадку з очікуванням -  $1500 \pm 100$  гривень. Витрати на будівництво додаткової посадкової смуги складають 3000000 гривень. В аеропорту не може бути побудовано більше ніж 10 додаткових смуг.

Метою моделювання є визначення кількості посадкових смуг, при якій інтервал часу їх окупності буде мінімальним, якщо час окупності додаткових посадкових смуг складає:

$$T = S / p,$$

де  $S$  – витрати на побудову смуг,  $p$  - прибуток за один рік.

**Завдання В13.** У приватній телефонній мережі для здійснення зовнішнього виклику необхідна наявність телефонних ліній двох типів: 1) лінія для переговорів (голосова), називана надалі Л1, 2) лінія для передачі цифрової інформації (номера телефону), називана надалі Л2. Оскільки передача номера займає значно менший час, чим розмова, у мережі встановлено 10 ліній Л1 і одна лінія Л2. Як показали результати статистичних досліджень, інтервали часу між зовнішніми викликами розподілені за експоненціальним законом з математичним сподіванням 1 хвилина (мінімум дорівнює 0 хв, а максимум дорівнює 60 хвилин). Якщо всі лінії Л1 зайняті в момент виклику, абонент «повисає» на телефоні і набирає набраний номер знову з інтервалом  $T$  хвилин, де  $T$  - нормально розподілена величина з очікуванням 15 хвилин,

середньоквадратичним відхиленням 2 хвилини, мінімумом 0 і максимумом 60 хвилин. При вільній лінії Л1 абонент, якщо це необхідно, очікує звільнення лінії Л2. Лінія Л1 займається на час очікування лінії Л2. Коли лінії обох типів вільні, абонент набирає номер, при цьому час набору номера є випадковою величиною розподіленою за експоненціальним законом з середнім значенням 0,2 хвилини, мінімумом 0,1 хвилини і максимумом 0,5 хвилини лінія Л2 звільняється, а лінія Л1 займається на весь час розмови, що розподілений за експоненціальним законом з математичним сподіванням 10 хв, мінімумом 3 хвилини і максимумом 30 хвилин.

Визначити статистичні характеристики наступних величин: тривалості набору номера; тривалості телефонної розмови; загального часу здійснення зв'язку; завантаження ліній Л1 і Л2; частоти невдалих спроб здійснення зв'язку.

**Завдання В14.** На обробку до інформаційної системи приймаються три типи завдань А, В і С. Виходячи з наявності оперативної пам'яті обчислювальної системи завдання типів А і В можуть виконуватися одночасно. Тобто завдання типу А можуть виконуватися паралельно із завданням свого класу або із завданням типу В. Аналогічно, завдання типу В можуть виконуватися паралельно із завданням свого класу або із завданням типу А. Завдання типу С монополізують інформаційну систему. Завдання надходять в середньому з інтенсивністю 0,2 завдання / хвилину, 0,07 завдання / хвилину, 0,06 завдання / хвилину для класів А, В та С відповідно. Завдання виконуються протягом часу, що є випадковою величиною, розподіленою за експоненціальним законом з інтенсивністю 0,25 завдання / хвилину, 0,2 завдання / хвилину, 0,1 завдання/хвилину, для класів клас А, В та С відповідно.

Упорядкування в черзі на обслуговування визначається комбінацією пріоритетів завдань. Можливі такі комбінації:

- А – вищий, В – середній, С – низький;
- В – вищий, А – середній, С – низький;
- С – вищий, В – середній, А – низький;
- С – вищий, А – середній, В – низький;
- С – вищий, А і В – низький;

Метою моделювання є визначення впливу різних стратегій упорядкування в черзі при різних значеннях інтенсивності надходження на такі параметри інформаційної системи: середній час обслуговування завдання в системі; середня кількість завдань, що очікують обслуговування; середній час очікування в чергах.

**Завдання В15.** У вузол комутації повідомлень, що складається з вхідного буфера, процесора, двох вихідних буферів і двох вихідних ліній, надходять повідомлення з двох напрямків. Повідомлення з одного напрямку надходять у вхідний буфер, обробляються в процесорі, буферуються у вихідному буфері першої лінії і передаються по вихідній лінії. Повідомлення з другого напрямку обробляються аналогічно, але передаються по другій вихідній лінії. Застосовуваний метод контролю потоків потребує одночасної присутності в системі не більш трьох повідомлень на кожному напрямку. Повідомлення надходять через інтервали  $15 \pm 7$  мс. Час обробки в процесорі дорівнює 7 мс на повідомлення, час передачі по вихідній лінії дорівнює  $15 \pm 5$  мс. Якщо повідомлення надходить при наявності трьох повідомлень у напрямку, то воно одержує відмову.

Визначити завантаження пристроїв та ймовірність відмови в обслуговуванні через переповнення буфера напрямку. Визначити зміни у статистичних характеристиках часу передачі при знятті обмежень, внесених методом контролю потоків.

**Завдання В16.** Зібрані телевізори на заключній стадії виробництва проходять ряд пунктів контролю. У останньому з цих пунктів здійснюється перевірка налаштування телевізорів. Якщо при перевірці виявилось, що телевізор працює неякісно, він направляється в пункт налаштування, де налаштовується наново. Після повторного налаштування телевізор знову направляється в останній пункт контролю для перевірки якості настроювання. Телевізори, що відразу або після декількох повернень у пункт налаштування пройшли фазу заключної перевірки, направляються в цех упакування. Час між надходженнями телевізорів у пункт контролю для заключної перевірки розподілено рівномірно на інтервалі 3,5-7,5 хвилин. У пункті заключної перевірки паралельно працюють два контролера. Час, необхідний на перевірку одного телевізора, розподілено рівномірно на інтервалі 6-12 хвилин. У середньому 85% телевізорів проходять перевірку успішно з першого пред'явлення і направляються на упакування. Інші 15% повертаються в пункт настроювання, який обслуговується одним робітником. Час налаштування розподілено рівномірно на інтервалі 20-40 хвилин.

Визначити час, що витрачається на обслуговування кожного телевізора на останньому етапі виробництва, а також завантаження контролерів і настроювача. Ввести такі зміни в модель і проаналізувати результати: 1) на пункт контролю одночасно прибувають щоразу два телевізори; 2) настроювач направляє 40% налаштованих телевізорів прямо на упакування, а 60% із них - контролеру; 3)

додайте ще один етап контролю, у результаті якого знижується на 0,1 ймовірність направлення телевізора на налаштування; додатковий етап здійснюється протягом 5 хвилин.

**Завдання В17.** Конвеєрна система складається з п'ятих обслуговуючих пристроїв, розташованих уздовж стрічки конвеєра. Деталі надходять на опрацювання на перший пристрій із постійною швидкістю, рівної 4 одиниці за 1 хвилину. Тривалість обслуговування на кожному пристрої розподілена за експоненціальним законом з математичним сподіванням 1 хвилина. Вільного місця перед кожним конвеєром немає, тому пристрій може зняти деталь із конвеєра, тільки якщо знаходиться в стані «вільний». Якщо перший пристрій вільний, то деталь обробляється на ньому. По закінченні оброблення деталь залишає систему. Якщо перший пристрій зайнятий у момент надходження деталі, деталь по конвеєру надходить до другого пристрою. Інтервал проходження деталі між пристроями дорівнює 1 хвилина. Якщо при прямуванні деталі по конвеєру всі пристрої були зайняті, вона повертається до першого пристрою з затримкою 5 хвилин.

Визначити статистичні характеристики часу перебування деталі в системі, завантаження обслуговуючих пристроїв і числа зайнятих пристроїв. Оцінити, наскільки поліпшиться робота конвеєра, якщо перед кожним пристроєм буде буфер для однієї деталі. На основі отриманих результатів визначити розміщення перед кожним із п'ятих пристроїв буферів із сумарною ємністю десять деталей, що забезпечить найбільшу продуктивність системи. Дослідити вплив кількості пристроїв уздовж конвеєрної стрічки на продуктивність системи.

**Завдання В18.** У банку для автомобілістів є два віконця, кожне з яких обслуговується одним касиром і має окрему під'їзну смугу. Обидві смуги розташовані поруч. З попередніх спостережень відомо, що інтервали часу між прибуттям клієнтів у годину пік розподілені за експоненціальним законом з математичним сподіванням, рівним 0,5 одиниць часу. Через те, що банк буває переобтяжений тільки в годину пік, то аналізується тільки цей період. Тривалість обслуговування в обох касирів однакова і розподілена за експоненціальним законом з математичним сподіванням, рівним 0,8 одиниць часу. Відомо також, що при рівній довжині черг, а також при відсутності черг, клієнти віддають перевагу першій смузі. В усіх інших випадках клієнти вибирають більш коротку чергу. Після того, як клієнт в'їхав у банк, він не може залишити його, доки не буде обслугований. Проте він може перемінити чергу, якщо стоїть останнім і різниця в довжині черг при цьому складає не менше двох автомобілів. Через обмежене місце на кожній смузі може знаходитися не більш трьох автомобілів.

У банку, таким чином, не може знаходитися більш восьми автомобілів, включаючи автомобілі двох клієнтів, що обслуговуються в поточний момент касиром. Якщо місце перед банком заповнено до границі, то клієнт, що прибув, вважається втраченим, тому що він відразу ж виїжджає. Початкові умови такі: 1) обидва касири зайняті, тривалість обслуговування для кожного касира нормально розподілена з математичним сподіванням, рівним 1 одиниця часу, і середньоквадратичним відхиленням, рівним 0,3 одиниць часу; 2) прибуття першого клієнта заплановано на момент часу 0,1 одиниць часу; 3) у кожній черзі очікують по два автомобіля.

Визначити такі величини: 1) середнє завантаження кожного касира; 2) середню кількість клієнтів у банку; 3) середній інтервал часу між від'їздами клієнтів від вікон; 4) середній час перебування клієнта в банку; 5) середня кількість клієнтів у кожній черзі; 6) відсоток клієнтів, яким відмовлено в обслуговуванні; 7) кількість змін під'їзних смуг.

Модифікуйте модель, увівши подію «від'їзд автомобіля від банку на вулицю». Автомобілі, що від'їжджають від банку, можуть потрапити на вулицю тільки при достатньому інтервалі між автомобілями, що їдуть по ній. Автомобілі рухаються по вулиці з інтервалом, рівномірно розподіленим від 0,3 до 0,5 хвилини. Між банком і вулицею може вмістити не більш трьох автомобілів, що очікують можливості виїзду на вулицю. Як ці зміни вплинуть на вихідні характеристики моделі.

**Завдання В19.** Завдання надходять на верстат у середньому один верстат у час. Розподіл величини інтервалу між ними експоненціальний. При нормальному режимі роботи завдання виконуються в порядку їхнього надходження. Час виконання завдання нормально розподілений з математичним сподіванням 0,5 години і середньоквадратичним відхиленням 0,1 година. Перед виконанням завдання відбувається наладка верстата, час здійснення якої розподілений рівномірно на інтервалі від 0,2 до 0,5 години. Завдання, виконані на верстаті, направляються в інші відділи цеху і вважаються такими, що залишили систему. Верстат страждає від поломок, при яких він не може продовжувати виконання завдання. Інтервали між поломками розподілені нормально з математичним сподіванням 20 годин і середньоквадратичним відхиленням 2 години. При поломці виконуване завдання виймається з верстата і поміщається в початок черги завдань до верстата. Виконання завдання відновлюється з того місця, на якому воно було перервано. Коли верстат ламається, починається процес усунення поломки, що складається їх трьох фаз. Тривалість кожної фази розподілена за експоненціальним законом з

математичним сподіванням, рівним  $3/4$  години. Оскільки загальна тривалість усунення поломки є сумою незалежних і експоненціально розподілених випадкових величин з однаковими параметрами, вона має ерланговий розподіл.

Визначити статистичні оцінки завантаження верстата і часу виконання завдання. Модифікувати модель у такий спосіб і проаналізувати результати. Ввести умову: якщо в черзі на обробку до верстата в момент його поломки знаходиться більш трьох завдань, усі завдання, крім трьох останніх, направляються на обробку до субпідрядника. Незавершене завдання також направляється до субпідрядника. Врахувати можливість переривання ремонту верстата на 3 години для одержання необхідних запасних частин. Час між перериваннями ремонту розподілено за експоненціальним законом з математичним сподіванням 100 годин. Якщо таке переривання виникає в момент, коли ремонт не відбувається, ніяка дія не здійснюється.

**Завдання В20.** Експериментальна роботизована гнучка виробнича система має два верстати із числовим пультом керування, три роботи, пункт прибуття і склад оброблених деталей. Деталі прибувають на пункт прибуття кожні 40 секунд згідно з експоненціальним законом розподілу, захоплюються одним з вільних роботів і переміщуються ним до першого верстата, після чого робот звільняється. Після завершення обробки на першому верстаті деталь захоплюється одним з роботів і переміщується на другий верстат, а після обробки на другому верстаті – одним з роботів переміщується на склад оброблених деталей. Кожний з верстатів може одночасно обробляти до трьох деталей.

Час переміщення робота між пунктом прибуття і першим верстатом, першим і другим верстатом, другим верстатом і пунктом зберігання оброблених деталей складає відповідно 6, 7, і 5 секунд незалежно від того, холостий це хід, чи ні. Роботу потрібний час  $8 \pm 1$  секунд на захоплення або вивільнення деталей. Час обробки на першому верстаті розподілений за нормальним законом із середнім значення 60 секунд і має стандартне відхилення 10 секунд. Середній час обробки на другому верстаті дорівнює 100 секунд і має експоненціальний закон розподілу.

Визначить найкращий (з точки зору підвищення пропускної здатності гнучкої виробничої системи) спосіб закріплення роботів до операцій. Можливі варіанти закріплення:

1) по одному роботу на кожний з трьох шляхів переміщення деталей (пункт прибуття – перший верстат, перший верстат – другий верстат, другий верстат, склад);



2) кожний робот може використовуватися на кожному шляху переміщення деталей(при цьому повинен займатися найближчий з роботів).

Знайдіть розподіл часу проходження деталей, коефіцієнти використання роботів і верстатів, максимальну місткість місця зберігання деталей на ділянці прибуття.

**Завдання В21.** У вузол комутації повідомлень, що складається з одного спільного вхідного буфера, процесора, двох вихідних буферів і двох вихідних ліній, надходять повідомлення з двох напрямів. Повідомлення у першому і другому напрямках надходять через інтервали часу, розподілені нормально з параметрами 6 та 1, 5 та 1 відповідно.

Повідомлення з першого напрямку надходять у вхідний буфер, обробляються в процесорі, накопичуються у вихідному буфері першої лінії і передаються по першій вихідній лінії. Повідомлення з другого напрямку передаються аналогічно, але передаються через другий вихідний буфер по другій лінії. Застосовуваний метод контролю вимагає одночасної присутності в системі не більше трьох повідомлень з кожного напрямку. Якщо повідомлення надходить за наявності в системі трьох повідомлень зі свого напрямку, то воно дістає відмову і знищується. Час обробки в процесорі дорівнює  $2 \pm 1$  мікросекунд, час передачі повідомлення по першій вихідній лінії дорівнює 7 мікросекунд, по другій лінії – 8 мікросекунд.

Прибуток від обслуговування повідомлення з першого напрямку становить 20 грошових одиниць, з другого напрямку – 40 грошових одиниць.

Існує можливість прискорити процес передачі повідомлень по вихідних лініях. Зменшення на одну одиницю середнього часу передачі повідомлення по першій лінії вимагає 2 грошових одиниці, по другій лінії – 4 грошових одиниці.

Метою моделювання є визначення таких характеристик роботи вихідних ліній, при яких досягається максимальна економічна ефективність вузла комутації повідомлень.

**Завдання В22.** На маршруті приміського сполучення працюють два мікроавтобуси (А і В), кожний з яких має  $n$  місць. Мікроавтобус А користується більшою популярністю, ніж автобус В, оскільки водій мікроавтобуса А їздить акуратніше і швидше. Тому пасажир, який підійшов до зупинки, сідає в мікроавтобус В тільки у випадку, коли автобуса А немає. Мікроавтобус відправляється на маршрут, якщо всі місця в ньому зайняті. Пасажири підходять до зупинки через  $0,5 \pm 0,2$  хвилин і, якщо немає мікроавтобусів, утворюють чергу. Якщо черга більша, ніж 30 осіб, то пасажир не стає у чергу і йде до іншого маршруту. Припускається, що всі пасажири їдуть до кінця маршруту. На

проходження маршруту мікроавтобус А витрачає  $20 \pm 5$  хвилин, а мікроавтобус В -  $30 \pm 5$  хвилин. Після того, як пасажирів звільнили автобус (протягом часу  $5 \pm 1$  хвилин), він їде у зворотному напрямку тим же чином.

Плата за проїзд складає 2 гривні. Автопідприємство стільки ж втрачає (недоотримує), якщо пасажир, що прийшов на зупинку, не стає у чергу і обирає інший маршрут.

Метою моделювання є визначення:

- середнього часу очікування пасажирів у черзі;
- виручку автопідприємства за день від маршруту, якщо мікроавтобуси працюють 10 годин на добу;
- кількість місць  $n$  (не більше 35) в автобусі, при якій середній час очікування пасажирів в черзі буде мінімальним;
- кількість пасажирів  $k$  (не менше 15) в черзі на поїздку, при якій автобус вирушає у поїздку, що забезпечує найбільший прибуток підприємства.

**Завдання В23.** Розробити універсальний алгоритм імітації класичної мережі Петрі. Забезпечити введення даних про мережу Петрі у вигляді даних, що містять множини вхідних та вихідних позицій для кожного її переходу із зазначенням кратності дуг. За результатами імітації виводиться протокол подій, середні, мінімальні та максимальні значення маркірування кожної позиції. Забезпечити дослідження множини досяжних маркірувань мережі Петрі та активності її переходів за результатами багатократних запусків імітації.

**Завдання В24.** Розробити універсальний алгоритм імітації для мереж масового обслуговування, в якому можна враховувати пріоритет вибору маршруту та встановлювати блокування маршруту за заданою умовою.

**Завдання В25.** Розробити універсальний алгоритм імітації для мереж масового обслуговування, в якому можна враховувати різний тип об'єктів обслуговування. Часові затримки та ймовірності слідування по маршруту можуть встановлюватись в залежності від типу об'єкта.

### 2.3.3. Завдання рівня складності А

**Завдання А1.** У хімчистці виконується обробка костюмів-двійок. Костюми надходять у середньому з інтервалом 10 хвилин. Всі костюми спочатку проходять обробку у оператора 1. Якщо оператор зайнятий, то костюми очікують в черзі з упорядкуванням за стратегією FIFO. Після обробки у оператора 1 одна частина костюму (піджак) надходить до оператора 2, а інша частина (брюки) - до оператора 3. Під час обробки піджака оператором 2 ймовірність його пошкодження складає 0,05, а ймовірність пошкодження брюк оператором 3 – 0,1.

Після обробки у оператора 2 піджаки надходять у чергу до оператора 4. Брюки після обробки оператором 3 надходять теж до оператора 4, але в іншу чергу. Оператор 4 збирає частини костюму в один костюм. Якщо обидві частини зібраного костюму не пошкоджені, костюм повертається клієнту. Якщо одна або обидві частини костюму пошкоджені, костюм надходить до відділу роботи з клієнтами, де працює оператор 5. Всі інтервали часу за припущенням мають експоненціальний розподіл. Середні значення часу обробки кожним оператором указані у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1. Числові значення до завдання A2

<i>Номер оператора</i>	<i>Середній час обслуговування, хвилини</i>
1	6 (костюм)
2	5 (піджак)
3	4 (брюки)
4	5 (непошкоджений костюм)
4	8 (пошкоджений костюм)
5	12 (костюм)

Визначити:

- максимальний та середній час перебування костюмів у хімчистці для обох типів костюмів – пошкоджених та непошкоджених;
- максимальну та середню довжину кожної черги;
- коефіцієнт завантаження кожного оператора.

**Завдання A2.** Студентське кафе в університеті намагається поліпшити якість обслуговування. У час найбільшого напливу клієнтів, що спостерігається з 11.30 до 13.00, клієнти надходять групами по 1, 2, 3 та 4 студенти з ймовірностями 0,5; 0,3; 0,1 та 0,1 відповідно. Інтервали часу між прибуттям груп клієнтів мають експоненціальний закон розподілу з середнім значенням 30 секунд. Кожний клієнт обирає один із трьох маршрутів по кафетерію:

- пункт видачі гарячих блюд, пункт видачі напоїв, каса;
- пункт видачі холодних закусок, пункт видачі напоїв, каса;
- пункт видачі напоїв, каса.

Ймовірності вибору маршрутів складають 0,5; 0,4 та 0,1 відповідно. На видачі гарячих блюд та на видачі холодних закусок клієнтів обслуговують по одному. На видачі напоїв організовано самообслуговування так, що на цьому пункті ніколи не виникає черга. На пункті каса клієнтів обслуговують дві каси. У кожної каси своя черга клієнтів. З двох черг студенти обирають ту, що більш коротка. Перехід клієнтів з однієї черги в іншу не можливий.

Час обслуговування у пункті видачі гарячих блюд розподілений рівномірно в інтервалі від 50 до 120, у пункті видачі холодних закусок – рівномірно від 60 до 180, у пункті видачі напоїв – від 5 до 20. Час обслуговування у пункті каса розраховується в залежності від того на яких пунктах побував клієнт до каси. Якщо клієнт обслуговувався у пункті видачі гарячих блюд, то до часу його обслуговування на касі додається випадкова величина, що рівномірно розподілена в інтервалі від 20 до 40. Якщо клієнт обслуговувався у пункті видачі холодних блюд, то до часу його обслуговування на касі додається випадкова величина, що рівномірно розподілена в інтервалі від 5 до 15. Якщо клієнт обслуговувався у пункті видачі напоїв, то до часу його обслуговування на касі додається випадкова величина, що рівномірно розподілена в інтервалі від 5 до 10.

Визначити максимальний та середній час очікування в усіх чергах; максимальну та середню кількість клієнтів в усіх чергах; максимальний та середній час очікування клієнта у чергах окремо по кожному маршруту; максимальну кількість клієнтів в кафетерії; середню кількість клієнтів в кафетерії.

**Завдання А3.** П'ятиповерхову офісну будівлю обслуговує один ліфт. Інтервали часу між надходженням людей на перший поверх є випадковою величиною, що розподілена за експоненціальним законом із середнім значенням 1 хвилина. Для кожного з інших поверхів ймовірність того, що людина прямує саме на цей поверх, дорівнює 0,25. Час, потрібний для переміщення ліфту на один поверх складає 15 секунд. Час, потрібний для завантаження та розвантаження ліфту, не враховується. На певному поверсі людина залишається протягом часу, що є випадковою величиною рівномірно розподіленою в інтервалі від 15 до 120 хвилин. Коли людина залишає поверх (2,3,4,5), то з ймовірністю 0,7 вона прямує на перший поверх і з ймовірністю 0,1 прямує на один із інших поверхів. Місткість ліфту – 6 людей. Якщо людина не вміщується у ліфт, то вона залишається в очікуванні ліфту на своєму поверсі. На початку моделювання ліфт знаходиться на першому поверсі.

Ліфт має таку логіку управління:

- ліфт піднімається уверх, якщо в ньому є пасажир, що прямує на верхні поверхи, або на верхньому поверсі є людина, що очікує ліфту;
- ліфт спускається униз, якщо в ньому є пасажир, що прямує на нижні поверхи, або на нижньому поверсі є людина, що очікує ліфту;
- якщо ліфт прямує уверх і проходить повз поверху, на якому ліфт очікує пасажир, що прямує униз, то ліфт не зупиняється;

- якщо ліфт вільний, то він знаходиться на першому поверсі;
- на кожному поверсі ліфт визначає, куди він прямує далі – уверх чи вниз, між поверхами ліфт не змінює напрямок руху.

Визначити середній час очікування в усіх чергах (на кожному поверсі у двох напрямках вверх і униз); долю часу, коли ліфт перевозить пасажирів, коли рухається без пасажирів та коли не рухається; максимальну та середню кількість людей у ліфті; долю пасажирів, що не могли сісти у ліфт з причини його переповнення.

**Завдання А4.** Для забезпечення надійності АСУ ТП у ній використовується два комп'ютери. Перший комп'ютер виконує обробку даних про технологічний процес і генерування керуючих сигналів, а другий знаходиться в "гарячому резерві". Дані до АСУ надходять через  $10 \pm 2$  секунди, обробляються протягом 3 секунд, потім посиляється керуючий сигнал, що підтримує заданий темп процесу. Якщо до моменту посилки наступного набору даних не отриманий керуючий сигнал, то інтенсивність виконання технологічного процесу зменшується вдвічі і дані посиляються через  $20 \pm 4$  секунд. Основний комп'ютер кожні 30 секунд посиляє резервній ЕОМ сигнал про працездатність. Відсутність сигналу означає необхідність включення резервного комп'ютеру замість основного. Характеристики обох комп'ютерів однакові. Підключення резервного комп'ютеру займає 5 секунд, після цього він замінює основний комп'ютер до відновлення, а процес повертається до нормального темпу. Відмови комп'ютера трапляються через  $300 \pm 30$  секунд. Відновлення комп'ютера потребує 100 секунд. Резервний комп'ютер вважається абсолютно надійним.

Визначити середній час перебування технологічного процесу в загальмованому стані та середню кількість пропущених через відмови даних.

**Завдання А5.** Система, що моделюється, складається з одного бульдозера, чотирьох самоскидів та двох механізованих навантажувачів. Бульдозер згрібає землю до навантажувачів. Для початку навантаження перед навантажувачами має бути хоча б дві купи землі. Час, що витрачається бульдозером на підготовку робіт до початку навантаження, має розподіл Ерланга з математичним сподіванням 8 та дисперсією 32. Крім наявності куп землі для початку навантаження потрібні навантажувач та порожній самоскид. Час навантаження має експоненціальний розподіл з математичним сподіванням 14 хвилин для 1-ого навантажувача та 12 хвилин для другого. Після того, як самоскид завантажений, він їде до місця розвантаження, розвантажується і знову повертається на вантаження. Час перебування самоскида в дорозі розподілено

нормально, у завантаженому стані він витрачає на дорогу в середньому 22 хвилини, а в порожньому - 18 хвилин. Середньоквадратичне відхилення в обох випадках дорівнює 10 хвилин. Час розвантаження розподілено рівномірно на інтервалі від 2 до 8 хвилин. Після вантаження кожного самоскида навантажувачу необхідний відпочинок протягом 5 хвилин, після якого він знову може працювати.

Визначити статистичні характеристики черг партій вантажу, самоскидів і навантажувачів. Дослідити можливість зменшення черг.

**Завдання А6.** У кар'єрі вантажівки доставляють руду від трьох екскаваторів до одної дробівки. Вантажівки приписані до певних екскаваторів, так що кожна вантажівка завжди повертається до свого екскаватора після того, як вивантажила руду біля дробівки. Використовуються вантажівки двох видів; вантажопідймальністю 20 і 50 тон. Вантажопідймальність впливає на час вантаження машин екскаватором, час переїзду до дробівки, час розвантаження та час повернення до екскаватору. Числові характеристики цих величин наведені у таблиці 2.2.

Таблиця 2.2. Числові значення параметрів до завдання А9.

<i>Процес</i>	<i>Час для 20-тонної вантажівки</i>	<i>Час для 50-тонної вантажівки</i>
Вантаження	Випадкова величина з експоненціальним розподілом із середнім значенням 5 хвилин	Випадкова величина з експоненціальним розподілом із середнім значенням 10 хвилин
Переїзд до дробівки	Постійна величина 2,5 хвилини	Постійна величина 3 хвилини
Розвантаження	Випадкова величина з експоненціальним розподілом із середнім значенням 5 хвилин	Випадкова величина з експоненціальним розподілом із середнім значенням 4 хвилини
Повернення до екскаватору	Постійна величина 1,5 хвилини	Постійна величина 2 хвилини

До кожного екскаватору закріплені дві вантажівки: 20-тонна та 50-тонна. У чергах до екскаваторів використовується стратегія FIFO для упорядкування. У черзі до дробівки вантажівки розміщуються у порядку зменшення їх вантажопідймальності, а при однаковій вантажопідймальності – за стратегією FIFO.

Метою моделювання є визначення:

- середньої кількості вантажівок у кожного екскаватора та у дробівки;
- коефіцієнти завантаження кожного екскаватора та дробівки.

**Завдання А7.** У супермаркеті планується ввести систему управління запасами холодильників. Час між надходженнями замовлень на холодильники має експоненціальний розподіл з математичним сподіванням 0,2 тижні. Якщо покупцю знадобився холодильник тоді, коли його в запасі немає, він у 80% випадків відправляється в інший найближчий магазин, представляючи тим самим продаж, що не відбувся для даного універмагу. У 20% таких випадків робиться повторне замовлення, і покупці чекають надходження наступної партії вантажу. Магазин використовує періодичну систему перегляду стану запасів, у якому запас проглядається кожні 4 тижні і приймається рішення про необхідність здійснення замовлення. Стратегія прийняття рішення складається в розміщенні замовлення, що доводить запас до контрольного рівня, що складає 72 холодильники. Поточний стан запасу визначається як наявний запас плюс замовлені раніше приймачі і мінус невдоволений попит. Якщо поточний стан запасів менше або дорівнює 18 холодильникам (точка замовлення), здійснюється розміщення замовлення. Час доставки (час між розміщенням замовлення і його одержання) постійний і складає 3 тижні. Початкові умови: стан запасу - 72 холодильника, невдоволеного попиту немає.

Визначити середню кількість холодильників у запасі, середній час між продажами, що не здійснилися.

**Завдання А8.** Досліджувана система є рухом транспорту по дорозі з двостороннім рухом, одна сторона якої закрита в зв'язку з ремонтом протягом 500 метрів. Світлофори, розміщені на обох кінцях односторонньої ділянки, управляють рухом на ньому. Світлофори відкривають рух на ділянці в одному з напрямків протягом заданого проміжку часу. Коли загоряється зелене світло, машини слідуєть по ділянці з інтервалом 2 секунди. Автомобіль, що під'їжджає до ділянки, їде по ньому без затримки, якщо горить зелене світло і перед світлофором немає машин. Автомобілі під'їжджають до світлофорів через інтервали часу, які мають експоненціальний розподіл з математичним сподіванням 12 секунд для 1-ого напрямку і 9 секунд для 2-ого напрямку. Світлофор має такий цикл: зелений у 1-ом напрямку, червоний в обох напрямках, зелений у 2-ом напрямку, червоний в обох напрямках. Червоне світло горить в обох напрямках протягом 55 секунд для того, щоб автомобілі, що слідуєть через ділянку дороги, яка ремонтується, змогли покинути його до переключення зеленого світла на інший напрямок.

Визначити такі значення «зелених» інтервалів для обох напрямків, при яких середній час очікування автомобіля буде мінімальним.

**Завдання А9.** В африканському порту танкери завантажуються сирою нафтою, що морським шляхом доставляють потім по призначенню. Потужності порту дозволяють завантажувати не більш трьох танкерів одночасно. Танкери, що прибувають у порт через кожні  $11 \pm 7$  годин, відносяться до трьох різних типів. Значення відносної частоти появи танкерів даного типу і часу, необхідного на вантаження, наведені у таблиці 2.3.

Таблиця 2.3. Числові значення до завдання А11

<i>Тип</i>	<i>Відносна частота</i>	<i>Час вантаження, годин</i>
1	0,25	$18 \pm 2$
2	0,55	$24 \pm 3$
3	0,20	$36 \pm 4$

У порту є один буксир, послугами якого користуються всі танкери при причалювання та відчалюванні. Причалювання та відчалювання займають приблизно 1 годину, причому, якщо послуг буксира потребують відразу декілька танкерів, пріоритет віддається операції причалювання. Судновласник пропонує дирекції порту укласти контракт на перевезення нафти в Англію і забезпечити виконання умов контракту за допомогою п'ятих танкерів особливого, четвертого типу, що на вантаження потребують  $21 \pm 3$  годин. Після вантаження танкер відчалює і випливає в Англію, там розвантажується і потім знову повертається в африканський порт для вантаження. Час циклу обертання танкера, включаючи час розвантаження, складає  $240 \pm 24$  годин. Фактором, що ускладнює процес перевезення нафти, є шторми, яким піддається порт. Інтервал часу між штормами має експоненціальний розподіл з математичним сподіванням 48 годин, причому шторм продовжується  $4 \pm 2$  години. Під час шторму буксир не працює.

Перед укладанням контракту керівництво порту вирішило визначити вплив, що вчинять п'ять додаткових танкерів на час перебування в порту інших судів. Оцінювані величини - час перебування в порту додаткових танкерів і вже працюючих танкерів трьох типів.

**Завдання А10.** Майстерня по ремонту машин складається з цеху ремонту, у який надходять і ремонтуються вузли, і цеху контролю, в якому відремонтовані вузли перевіряються і випускаються з майстерні або направляються на доробку. У цеху ремонту є три однакових робочих місця, а в цеху контролю знаходиться один контролер. Вузли потрапляють у систему через розподілені за експоненціальним законом інтервали часу з математичним сподіванням 10,25 одиниць часу. Час ремонту вузла має ерланговий розподіл із математичним сподіванням 22 і дисперсією 242. У цеху ремонту в першу чергу обслуговуються



вузли з найменшим часом ремонту. Черга відремонтованих вузлів до контролеру використовує упорядкування за стратегією FIFO. Перевірка вузла займає 6 од. часу. Після перевірки вузол відправляється на доробку з ймовірністю  $p_n$ , де  $p=0,15^n$ , а  $n$  кількість разів, що вузол направлявся на доробку. Спрямовані на доробку вузли стають у чергу до цеху ремонту. Задаються такі початкові умови: 1) два робочих місця в цеху ремонту зайняті на обслуговуванні, яке закінчають через 1,0 і 1,5 одиниць часу відповідно; 2) перше надходження вузла станеться в нульовий момент часу; 3) контролер вільний.

Визначити такі величини: 1) завантаження обслуговуючих пристроїв; 2) математичне сподівання, середньоквадратичне відхилення і гістограму загального часу чекання вузлів, що ремонтуються; 3) середню кількість вузлів у системі; 4) математичне сподівання, середньоквадратичне відхилення і гістограму якості циклів ремонту кожного вузла. Змініть правило диспетчерування вузлів в цеху ремонту так, щоб повернуті на доробку вузли оброблялись перед вузлами, що надійшли знову, а серед вузлів, що повернулися на доробку, пріоритет віддавався б тим, що провели в системі найбільший час, і проаналізуйте результати.

**Завдання A11.** Досліджується відділення банку, у якому два касири сидять у приміщенні, а два обслуговують клієнтів, що під'їжджають на автомобілях. Частина клієнтів, що надходять у банк, намагається спочатку обслуговуватись в автомобільних касирів. Час між надходженнями клієнтів цих клієнтів розподілено за експоненціальним законом з математичним сподіванням 0,75 хвилини перед автомобільними касирами обмежено. У черзі до першого касира можуть знаходитися три автомобілі, а в черзі до другого - чотири. Час обслуговування першим автомобільним касиром нормально розподілено з математичним сподіванням 0,5 хвилини і середньоквадратичним відхиленням 0,25 хвилини. Тривалість обслуговування другим касиром розподілена рівномірно на інтервалі 0,2...1,0 хвилин. Якщо прибулий на автомобілі клієнт не може встати в чергу до автомобільних касирів через відсутність вільного місця, він залишає машину на стоянці і йде до касирів, що сидять у будівлі банку. Відзначимо, що ці касири починають роботу на годину пізніше автомобільних. Інша частина клієнтів надходить на обслуговування до касирів у приміщенні банку. Інтервал між їхніми прибуттями розподілено за експоненціальним законом з математичним сподіванням 0,5 хвилини. встають в одну чергу з клієнтами, що прибули на автомобілях. До обох касирів стоїть одна черга. У черзі не може стояти більш 7 клієнтів. Клієнти, що надійшли в банк, коли черга заповнена до границі, не обслуговуються і залишають банк. Час обслуговування

в обох касирів у будівлі банку має трикутний розподіл на інтервалі  $0,1 \dots 1,2$  хвилин із модою 0,4 хвилини.

Визначите завантаження автомобільних касирів і касирів у банку, середні довжини черг, а також ймовірність того, що клієнт піде з банку не обслугованим. Модифікуйте модель із метою урахування операції оформлення кредиту для ряду клієнтів, що обслуговуються касирами в приміщенні банку. Оформлення кредиту здійснюється управителем банку і стосується тільки нових клієнтів, що складають 10% клієнтів даної категорії. Управитель одержує від клієнта необхідну інформацію і відкриває кредит, що займає від 2 до 5 хвилин (розподіл рівномірний). Час оформлення кредиту розподілений за експоненціальним законом з математичним сподіванням 5 хвилин. Упродовж цього часу клієнт очікує в окремій кімнаті. Керуючий може одночасно оформляти кредит необмеженій кількості клієнтів. Після оформлення кредиту клієнт, що його оформив, знову обслуговується управителем, причому йому віддається перевага перед тими клієнтами, що ще не були в управителя. Перед тим, як виписати кредитну картку (це займає 1 хвилина), управитель повинний закінчити поточне опитування іншого клієнта. П'ять відсотків клієнтів одержують відмову в кредиті і не потрапляють до касирів. Час, необхідний на негативну відповідь, розподілений за експоненціальним законом з середнім значенням 10 хвилин.

**Завдання A12.** В оптовому магазині використовується нова процедура обслуговування клієнтів. Клієнти, потрапляючи в магазин, визначають по каталогу найменування товарів, які вони хотіли б придбати. Після цього клієнт обслуговується клерком, що йде на розташований поруч склад і приносить необхідний товар. Кожний із клерків може обслуговувати одночасно не більш шести клієнтів. Час, що витрачає клерк на дорогу до складу, рівномірно розподілений на інтервалі від 0,5 до 1,5 хвилини. Час пошуку товару потрібного найменування залежить від числа найменувань, які клерк повинний знайти на складі. Цей час нормально розподілений із математичним сподіванням, рівним потроєному числу шуканих найменувань, і середньоквадратичним відхиленням, рівним 0,2 математичного сподівання. Отже, якщо, наприклад, із складу треба взяти товар одного найменування, час на його пошук буде нормально розподілено з математичним сподіванням, рівним 3 хвилини, і середньоквадратичним відхиленням, рівним 0,6 хвилини. Час повернення зі складу рівномірно розподілений на інтервалі від 0,5 до 1,5 хвилин. Після повернення зі складу клерк розраховується з усіма клієнтами, яких він обслуговує. Час розрахунку з клієнтом рівномірно розподілений на інтервалі від 1 до 3 хвилин. Розрахунок відбувається в тому порядку, у якому до клерка

надходили запити на товар. Інтервали між моментами надходження вимог на товари від клієнтів розподілені за експоненціальним законом з математичним сподіванням, рівним 2 хвилини. Клієнтів у магазині обслуговують три клерки.

Визначити такі величини: 1) завантаження клерків; 2) час, необхідний на обслуговування одного клієнта з моменту подачі вимоги на товар до оплати рахунку на покупку; 3) кількість вимог, що задовольняються клерком за один вихід на склад.

Змініте процедуру обслуговування клієнтів таким чином, що у випадку обслуговування тільки одного клієнта клерк чекає протягом 1 хв можливої появи інших клієнтів перед тим, як відправитися на склад. Визначите вплив цієї стратегії обслуговування на характеристики часу очікування клієнта і завантаження клерків. Введіть ймовірність доставки неправильно обраного клерком товару, рівну 0,15. Коли це відбувається, клерк негайно повертається на склад для відшукування товару потрібного найменування. Крім того, із ймовірністю 0,1 викликаного товару може не виявитися на складі. Коли це відбувається, клієнт із ймовірністю 0,25 замовляє інше найменування. Оцініть вплив цих уточнень моделі на завантаження клерка та час очікування клієнта.

**Завдання A13.** У цеху є шість верстатів, що здійснюють різні операції. За попередньою оцінкою час виконання роботи на кожному верстаті розподілено за експоненціальним законом з математичним сподіванням, рівним 20 хвилин, причому значення часу виконання роботи округляється до цілого і не може бути менше 1 хвилини. Фактичний час виконання роботи дорівнює часу за попередньою оцінкою плюс випадкова величина, що має нормальний розподіл із нульовим математичним сподіванням та середньоквадратичним відхиленням 0,3 хвилини. Виробництво в цеху організовано таким чином, що середній час виконання роботи на кожному верстаті однаковий. Роботи в цех надходять з інтервалом, розподіленим за експоненціальним законом з математичним сподіванням, рівним 25 хвилин. Інтервал між надходженням робіт округляється до цілого і не може бути менше 1 хвилини. Кожна робота складається з набору операцій, здійснюваних на розміщених у цеху верстатах. Кількість операцій, з яких складаються роботи, нормально розподілена з математичним сподіванням, 4 хвилини та середньоквадратичним відхиленням 1 хвилина. При цьому жодна з робіт не може містити менше трьох та більш шести операцій. Ймовірності включення  $k$  операцій у роботу можуть бути отримані з таблиць нормального розподілу і мають значення, наведені у таблиці 2.4.

Маршрут роботи призначається випадковим способом. Єдиним керуючим параметром є порядок, в якому виконуються роботи. Пріоритетними вважаються

роботи з негативним рівнем. Пріоритет роботи визначається як час готовності мінус поточний час, мінус оцінка часу виконання операцій, що залишилися, мінус час, що враховує фактор безпеки. Таким чином, роботи перед кожним верстатом діляться на два класи, при цьому роботи в кожному класі упорядковані в порядку зростання оцінки часу їхнього виконання.

Таблиця 2.4. Числові значення до завдання A18.

<i>Кількість операцій на роботу</i>	<i>Ймовірність</i>
3	0,3085
4	0,3830
5	0,2417
6	0,0668

Визначити статистичні характеристики часу виконання роботи, завантаження верстатів, кількість робіт у чергах; середній інтервал часу між надходженнями робіт; кількість робіт, виконаних із запізненням, тобто після часу готовності; середнє «запізнення» робіт до моменту готовності. Змініть процедуру визначення часу готовності, збільшивши його на середнє «запізнення» і проаналізуйте результати.

**Завдання A14.** У лікарню надходять хворі таких трьох типів: 1) хворі, що пройшли попереднє обстеження і направлені на лікування; 2) хворі, що бажають потрапити в лікарню, але не пройшли цілком попереднє обстеження; 3) хворі, які тільки що поступили на попереднє обстеження. Час обслуговування хворих різноманітних типів у приймальному відділенні розподілені відповідно до таблиці 2.5.

Таблиця 2.5. Числові значення до завдання A19.

<i>Тип хворого</i>	<i>Відносна частота</i>	<i>Середній час реєстрації, хв</i>
1	0,9 до 10.00 години та 0,5 після 10.00 години	15
2	0,1 у будь-який час від 0.00 до 10.00 години	40
3	0,4 після 10.00 години	30

При надходженні у приймальне відділення хворий стає в чергу, якщо обидва чергових лікарі зайняті. Лікар, що звільнився, вибирає в першу чергу тих хворих, що вже пройшли попереднє обстеження. Після заповнення різноманітних форм у приймальне відділення хворі 1 типу ідуть прямо в палату, а хворі типів 2 і 3 направляються в лабораторію. Троє супровідних розводять хворих по палатах. Хворим не дозволяється направлятися в палату без супровідного. Якщо всі супровідні зайняті, хворі очікують їхнього звільнення в приймальному відділенні. Як тільки хворий доставлений у палату, він

вважається тим, що завершив процес прийому до лікарні. Супровідному потребується 3 хвилини для того, щоб повернутися в приймальне відділення після доставки хворого в палату. Хворі, що спрямовуються в лабораторію, не потребують супроводу. Після прибуття в лабораторію хворі стають у чергу в реєстратуру. Після реєстрації вони ідуть у кімнату очікування, де чекають виклику до одного з двох лаборантів. Після здачі аналізів хворі або повертаються в приймальне відділення (якщо їх приймають у лікарню), або залишають лікарню (якщо їм було призначено тільки попереднє обстеження). Після повернення в приймальне відділення хворий, що здав аналізи, розглядається як хворий типу 1. Приймальне відділення відкрите з 7.00 до 17.00. Проте попередні обстеження (тип 3) не призначаються до 10.00 через ранкове переобтяження лабораторії. Хворі, що надходять після 16.00, направляються в профілакторій. Проте хворі типу 2, що повертаються з лабораторії, приймаються до 17.00, тобто доти, поки чергові лікарі не закінчать роботу і приймальне відділення не закриється. У таблиці 2.6 приводяться дані по тривалості дій (у хвилинах).

Таблиця 2.6. Розподіли випадкових величин до завдання A19.

<i>Величина</i>	<i>Розподіл</i>
Час між прибуттями в приймальне відділення	Експоненціальний з математичним сподіванням 15 хвилин
Час проходження в палату	Рівномірний від 3 до 8 хвилин
Час проходження з приймального відділення в лабораторію або з лабораторії в приймальне відділення	Рівномірний від 2 до 5 хвилин
Час обслуговування в реєстратуру лабораторії	Ерланга з математичним сподіванням 4,5 хвилини і $k=3$
Час проведення аналізу в лабораторії	Ерланга з математичним сподіванням 4 хвилини і $k=2$

Визначити час, проведений хворим у системі, тобто інтервал часу, починаючи з надходження і закінчуючи доставкою в палату (для хворих типу 1 і 2) або виходом із лабораторії (для хворих типу 3). Визначити також інтервал між прибуттями хворих у лабораторію. Припустити, що всі черги використовують упорядкування за стратегією FIFO і мають необмежену довжину.

**Завдання A15.** Торгова компанія має в місті 6 точок роздрібного продажу. Попит на товари у цих точках має розподіл Пуассона із математичним сподіванням 10 одиниць товару в день. Постачання товарів здійснюється з оптового магазину. На підготовку та передачу запиту на постачання товарів з оптового магазину торговій точці потрібно 1 день. Товари за запитом надходять з оптового магазину в торгову точку в середньому через 5 днів після одержання

запиту. Ця величина має логнормальний розподіл із дисперсією 1. Оптовий магазин кожні 14 днів розміщує замовлення на фабриці. Час, протягом якого магазин одержує вантаж із фабрики розподілений нормально з математичним сподіванням 90 днів та середньоквадратичним відхиленням 10 днів, при цьому замовлення ніколи не виконується раніше 60 днів або пізніше 120 днів. Задати такі початкові умови: перший запит надходить в нульовий момент часу, поточний запас товару в кожній торговій точці складає 70 одиниць, нормативний запас – також 70 одиниць, запас у магазині складає 1920 одиниць; із фабрики відправлені три вантажі, у кожному з яких знаходиться по 180 одиниць товару, при цьому перший вантаж надійде в магазин на 30-й день, другий – на 60-й, а третій – на 90-й день.

Визначити статистичні характеристики таких величин: рівень запасу в оптовому магазині, ймовірність невдоволеного запиту торгової точки. Запропонуйте таку стратегію керування роздрібними торговими точками й оптовим магазином, яка забезпечить нульову ймовірність невдоволеного запиту торгової точки при найменшому рівні запасу в оптовому магазині.

**Завдання A16.** Багатопроекторна обчислювальна система складається з двох процесорів із загальною оперативною пам'яттю обсягом 131 сторінка, чотирьох накопичувачів на дисках, кожний із яких доступний обом процесорам, і одного каналу передачі даних. Завдання надходять у систему із середньою інтенсивністю, рівною 12 завданням у хвилину відповідно до розподілу Пуассона. Загальний час, необхідний процесору на обробку завдання, розподілено нормально з математичним сподіванням 10 секунд та середнім квадратичним відхиленням 3 секунди. Час обробки процесором включає переривання, необхідні для здійснення обміну по каналу вводу-виводу. Інтервали між перериваннями розподілені за негативний експоненціальний розподілом з математичним сподіванням, що дорівнює оберненій величині середньої інтенсивності операцій вводу-виводу завдання. Середня інтенсивність операцій введення-виведення розподілена рівномірно на інтервалі від 2 секунд до 10 секунд. Операції введення-виведення призначаються конкретному диску. Завданню, що надходить у систему, призначається пріоритет, що є величиною, оберненою до потреби в пам'яті. Потреба завдання в пам'яті розподілена рівномірно в інтервалі від 20 до 60 сторінок. Як тільки пам'ять виділена для завдання, один з вільних процесорів починає його обробку. При видачі запиту на здійснення введення-виведення завдання може продовжувати використання процесора доти, доки в черзі залишиться тільки один запит. Таким чином, якщо зроблений запит на здійснення введення-виведення і один запит вже очікує в

черзі, то процесор звільняється, а запит на введення-виведення розміщується в черзі. Після виконання поточного запиту введення-виведення процесор може відновити обробку завдання в тому випадку, якщо вона вільна. Після переривання процесора автоматично виконується запит введення-виведення з призначеним завданням диском. Таким чином, здійснюється прямий доступ до диска з процесора. Передбачається, що час позиціонування диска розподілено рівномірно на інтервалі від 0,0 до 0,075 секунд. Одночасно може здійснюватися тільки одна операція позиціонування диска. Після позиціонування здійснюється обмін даними по каналу передачі даних. Час обміну дорівнює  $0,001 \cdot (2,5 + \eta)$ , де  $\eta$  - рівномірно розподілена на інтервалі від 0 до 25 величина. Після здійснення обміну запит введення-виведення вважається виконаним.

Визначити загальний час виконання завдання в системі, а також статистичні оцінки завантаження усіх чотирьох дисків, каналу передачі даних та обох процесорів. Крім того, необхідно одержати оцінку середнього використання пам'яті, статистику щодо кількості завдань, які очікують виділення ресурсу, та щодо часу очікування.

**Завдання A17.** Флот, що складається з 15 танкерів, здійснює перевезення сирої нафти з Валдіза (штат Аляска) у Сіетл (штат Вашингтон). Передбачається, що всі танкери при необхідності можуть бути завантажені у Валдізі одночасно. У Сіетлі є тільки один розвантажувальний док, із якого що розвантажуються нафта надходить в сховище, а потім по трубопроводі - на очисну установку. Нафта надходить у сховище з танкеру, що розвантажуються в доці, з постійною швидкістю 300 тб/день. Сховище безупинно постачає сировою нафтою очисну установку з постійною швидкістю 150тб/день. Розвантажувальний док працює з 6.00 до 24.00. Правила безпеки вимагають припинення розвантаження в момент закриття доку. Розвантаження танкера закінчується, коли об'єм нафти, що залишилася у танкері, стає менше 7,5тб. Ємкість сховища дорівнює 200тб. Коли сховище заповнене до границі, розвантаження переривається доти, поки обсяг нафти в сховище не знизиться до 80% його ємності. Коли сховище стає майже порожнім (менше 5тб), постачання очисної установки припиняється доти, поки об'єм нафти в сховище не стане рівним 50тб. Це робиться для усунення можливості частих припинень і запусків очисної установки. Характеристики танкерів наступні: номінальна вантажність дорівнює 150тб; час у дорозі завантаженого танкера розподілений нормально з математичним сподіванням 5,0 днів і середньоквадратичним відхиленням 1,5 дня; час у дорозі порожнього танкера розподілений нормально з математичним сподіванням 4,0 днів і середньоквадратичним відхиленням 1,0 день; час навантаження розподілений

рівномірно на інтервалі від 2,9 до 3,1 дня. Початкові умови відповідають ситуації, коли сховище заповнене наполовину, а танкери прибувають під навантаження з інтервалом 0,5 дня, починаючи з нульового моменту часу.

Одержати статистичні характеристики наступних величин: використання розвантажувального і навантажувального доку; час, протягом якого очисна установка постачається нафтою. Об'єм нафти в сховищі. Час повного рейсу танкера. Час очікування танкера; кількість танкерів, що очікують розвантаження.

**Завдання A18.** Служба замовлення таксі має 5 каналів для одночасного прийняття замовлень телефоном. Час між спробами виклику таксі розподілений за законом Ерланга другого порядку із середнім 180 секунд. Абонент витрачає 30 секунд на набирання номера і, якщо застає всі канали служби замовлення зайнятими або після з'єднання з'ясовує, що черга на обслуговування перевищує 10 замовлень на таксі (в такому випадку замовлення не приймаються), то через 60 секунд він повторює набирання. Після 4 спроб абонент припиняє набирання. Служба замовлення таксі має в своєму розпорядженні 10 машин для обслуговування замовлень. Час, витрачений для проїзду до клієнта, залежить від відстані. Імовірності можливих відстаней наведені у таблиці 2.7.

Таблиця 2.7. Числові значення до завдання A26.

<i>Характеристика</i>	<i>Числове значення</i>					
Відстань, км	5	8	9	11	12	20
Ймовірність	0,1	0,2	0,25	0,17	0,23	0,05

Вартість проїзду до клієнта клієнтом не сплачується. Швидкість руху машин рівномірно розподілена в інтервалі  $35 \pm 5$  кілометрів за годину. Час обслуговування клієнта рівномірно розподілений в інтервалі  $40 \pm 10$  хвилин. Вартість попереднього замовлення складає 20 гривень, вартість проїзду 1 кілометру дорівнює 3 гривні.

Знайдіть оцінку інтервалу часу виконання замовлення (час від моменту замовлення таксі до моменту доставки клієнта на місце).

З урахуванням того, що оператори, які приймають замовлення, та водії таксі взаємозамінні, перерозподіліть їх так, щоб мінімізувати час виконання замовлень. При цьому загальна кількість операторів та водіїв має залишатись 15 осіб.

Знайдіть таку кількість операторів та водіїв таксі, при якій максимізується добуток служби за добу роботи (денна заробітна плата кожного з робітників становить 1000 гривень).

**Завдання A19.** Відділ з комп'ютерного обслуговування готує носії з програмами для металорізальних верстатів із числовим програмним керуванням.



Креслення деталей надходять з конструкторсько-технологічного відділу. Програміст вивчає креслення і пише програму керування верстатом при обробці заготовки. Програмування займає інтервал часу, розподілений за експоненціальним законом із середнім часом 90 хвилин. Програма налагоджується на комп'ютері і записується на носій (тривалість операції – величина, яка розподілена за експоненціальним законом із середнім часом 70 хвилин). Потім носій з програмою ставиться на відповідний верстат для випробувань та редагування. Цей процес займає проміжок часу, розподілений за експоненціальним законом із середнім часом 60 хвилин.

Замовлення на підготовку носіїв з програмами надходять через проміжки часу, розподілені рівномірно в інтервалі  $100 \pm 20$  хвилин. У момент надходження замовлення для нього визначають директивний термін визначається сумою часу надходження замовлення і технологічного часу виконання роботи. Технологічний час виконання робіт – це загальний час обробки плюс додатковий час, рівномірно розподілений в інтервалі  $40 \pm 10$  хвилин.

Керівництво відділу перевіряє декілька способів черговості обробки замовлень з метою визначення найкращого з них. Запропоновано чотири можливих стратегії виконання замовлень, що очікують у черзі:

- спочатку виконуються замовлення, на виконання яких витрачається найменше загального часу обробки;
- спочатку виконуються замовлення, на виконання яких витрачається найбільше загального часу обробки;
- спочатку виконуються замовлення, на виконання яких витрачається найменший загальний час, що залишився;
- спочатку виконуються замовлення, які мають найближчий директивний термін.

Запропонуйте декілька критеріїв оцінки і оцініть запропоновані стратегії вибору з черги. Час моделювання необхідно вибирати так, щоб модель працювала у перехідному режимі.

**Завдання A20.** Рекламна компанія має у своєму розпорядженні декілька розвішаних по місту гучномовців, по яких протягом дня транслуються кращі радіопрограми зі вставками рекламних повідомлень. Протягом добового мовлення (час мовлення за добу – 16 годин) компанія має декілька пауз для розміщення реклами (тривалість пауз однакова, кількість пауз задати самостійно; загальна тривалість рекламних пауз не повинна перевищувати 10% від добового мовлення). Інтервал надходження рекламних повідомлень розподілений за законом Ерланга другого порядку із середнім часом 20 хвилин.

Одне рекламне повідомлення виходить в ефір лише під час однієї рекламної паузи. Розмір рекламного повідомлення є величиною, рівномірно розподіленою на інтервалі  $3 \pm 0,5$  хвилин.

Вартість однієї хвилини мовлення обходиться компанії 100 гривень. За одну хвилину рекламного повідомлення замовник сплачує компанії 300 гривень. Якщо рекламне повідомлення виходить в ефір відразу, то компанія одержує  $300 \times \text{тривалість одного повідомлення}$  гривень. Якщо рекламне повідомлення не може бути розміщене цілком, то замовник, який замовив рекламу, сплачує тільки за час розміщеної частини повідомлення, і при цьому йому ще надається знижка 10%. Якщо рекламне повідомлення не зразу виходить в ефір, то воно стає в чергу. Після 4 годин чекання рекламне повідомлення „застаріває” і видаляються з черги. За розміщене рекламне повідомлення, що знаходилося в черзі, компанія одержує на 30% менше від початкової суми. Якщо в рекламній паузі після розміщення рекламного повідомлення залишився вільний час, то компанія сплачує за нього як за звичайне мовлення.

Одноразові витрати (вартість устаткування, право мовлення і т.і.) компанії становлять 1000000 гривень.

Знайдіть оцінку періоду окупності компанії  $T$  у роках:

$$T = \frac{s}{p},$$

де  $p$  – прибуток, одержуваний за один рік, у гривнях,  $s$  – вартість мовлення за один місяць у гривнях.

Визначить кількість рекламних пауз, за якої період окупності буде мінімальним.

**Завдання A21.** Є регіональна мережа обчислювальних машин з 7 вузлами, в яких знаходяться сервери і маршрутизатори. До кожного серверу приєднано 10 віддалених абонентів. Кожний абонент має свій унікальний номер в мережі. Абоненти обмінюються повідомленнями між собою. Довжина вхідних і вихідних повідомлень, що передаються, розподілена за гамма-розподілом із середнім значенням 75 Кбайт і стандартним відхиленням 0,4 Кбайт. Усі повідомлення при передачі поділяються на пакети довжиною 4 Кбайти. Кожний пакет забезпечений адресою необхідного абонента. Сервери закольцовані між собою. Пакети передаються до серверу, за яким закріплені абоненти, потім по каналу між серверами, що має менше завантаження, і збираються у повідомлення у абонента-одержувача. Швидкість передачі від абонента до серверу і від сервера до абонента 2400 Кбайт в секунду, швидкість обміну між серверами – 96 Кбайт секунду. Потік повідомлень, що надходять від абонентів, є пуассонівським із середнім значенням 45 повідомлень за годину.

Визначити ймовірнісні характеристики часу передачі повідомлень між абонентами мережі.

**Завдання А22.** Виробнича система складається з п'яти автоматизованих робочих місць. На поточний момент міста 1, 2, 3, 4, 5 включають відповідно 3, 2, 4, 3 та 1 однакових верстатів. Завдання на обробку надходять у систему з інтервалами, що є незалежними величинами розподіленими за експоненціальним законом із середнім значенням 0,25 години. Надходять три різних типи завдань 1, 2 та 3 з імовірностями 0,3, 0,5 і 0,2 відповідно. Для різних типів завдань використовуються технологічні маршрути, вказані у таблиці 2.8. Завдання повинні виконуватися на вказаних місцях та у зазначеному порядку.

Таблиця 2.8. Технологічні маршрути проходження обробки завдань до завдання А32.

<i>Тип завдання</i>	<i>Робочі місця технологічного маршруту</i>
1	3, 1, 2, 5,
2	4, 1, 3
3	2, 5, 1, 4, 3

Отже, якщо надходить завдання типу 2, то буде виконана його обробка послідовно на 4-ому робочому місці, на 1-ому робочому місці та на 3-ому робочому місці відповідності. Якщо завдання надійшло на певне робоче місце у момент, коли всі верстати, закріплені за цим робочим місцем, зайняті, то завдання займає місце у черзі очікування цього робочого місця. У черзі використовується упорядкування за стратегією FIFO. Час виконання завдання на кожному верстаті є випадковою величиною, що розподілена за законом Ерланга 2-ого порядку із середнім значенням, що залежить від типу завдання та від робочого місця, за яким закріплений верстат. Середній час обробки для кожного типу завдання та кожній технологічній операції представлені у таблиці 2.9.

Таблиця 2.9. Час обробки на кожному операції технологічного маршруту до завдання А32.

<i>Тип завдання</i>	<i>Середній час обробки завдання на кожній операції технологічного маршруту, години</i>
1	0,5; 0,6; 0,85; 0,5
2	1,1; 0,8; 0,75;
3	1,24; 0,25; 0,7; 0,9; 1,0

Таким чином, для завдання 2-ого типу потрібний час для виконання 1,1 година на 4-ому робочому місці, 0,8 години на 1-ому робочому місці та 0,75 години на 3-ому робочому місці.

Визначити:

- середній час, що завдання очікують на обробку,
- середній час виконання завдання,
- середнє завантаження верстатів на робочих місцях.

**Завдання А23.** Кораблі надходять до гавані із часом між надходженнями, що є випадковою величиною з експоненціальним розподілом і середнім значенням 1,25 дня. У гавані є док з двома якірними стоянками та двома кранами для розвантаження кораблів. Кораблі, що надійшли у момент, коли обидві якірні стоянки зайняті, очікують у черзі з упорядкуванням за стратегією FIFO, Час, потрібний для розвантаження одним краном одного корабля, рівномірно розподілений між 0,5 та 1,5 дня. Якщо у гавані тільки один корабель, розвантаженням корабля займаються обидва крани і час розвантаження (час, що залишився) зменшується вдвічі. Якщо надходить ще один корабель, то один кран без затримки відправляється його розвантажувати. Інший кран продовжує розвантажувати корабель, що надійшов раніше, а час, що залишився на його обслуговування збільшується вдвічі.

Визначити мінімальний, максимальний та середній часу обслуговування кораблів у гавані; завантаження якірних стоянок та кранів.

**Завдання А24.** У цеху машинобудівного підприємства є п'ять верстатів, на яких обробляються вузли великих розмірів. Запити на обробку вузлів верстатами надходять в середньому через 33 одиниці часу. Вузли, що надходять, ставляться на найближчий вільний верстат одним з трьох транспортних візків типу *A* та знімаються з верстата після обробки на ньому одним з трьох транспортних візків типу *B*. У початковий момент часу всі візки типу *A* знаходяться біля першого верстата, а всі візки типу *B* – на складі, куди вони доставляють оброблені вузли. Після транспортування вузла до верстата візки типу *A* повертаються до першого верстата.

Час, впродовж якого буде зайнятий візок першого типу, складається із часу  $t_1$  транспортування вузла до вільного верстата та часу  $t_2$  повернення візка на вихідну позицію. Час, впродовж якого буде зайнятий візок другого типу, складається із часу  $t_2$  під'їзду візка до верстата, який обробив вузол, та часу  $t_1$  транспортування готового вузла до місця складування. Величини  $t_1$  і  $t_2$  визначаються так:

$$t_1 = 15 + 2(i+1),$$

$$t_2 = 15 + 3(i+1),$$

де  $i$  – номер верстата, на якому деталь обробляється.

Час обробки вузлів на верстатах – нормально розподілені випадкові величини з середнім значенням 450 та середнім квадратичним відхиленням 80.

Кожний вироблений вузол дає прибуток 700 одиниць вартості, витрати на утримання одного візка становлять 1 одиницю вартості за годину.

Метою моделювання є визначення варіанту закріплення транспортних візків за верстатами, що забезпечує найбільший прибуток.

**Завдання A25.** Розробити програмний модуль для проведення дослідження часу перехідного періоду імітаційної моделі та тактичного планування експерименту. Забезпечити зручний інтерфейс для запуску експериментів з моделлю системи. Організувати виведення результатів у вигляді, зручному для інтеграції з іншими модулями програмного забезпечення з імітації дискретно-подійних систем. Використати багатопоточні обчислення для забезпечення швидкодії проведення експериментів.

**Завдання A26.** Розробити програмний модуль для проведення факторного експерименту типу  $2^k$  ( $k=2, 3, 4$ ) з регресійним аналізом оцінки впливу факторів. Забезпечити зручний інтерфейс для запуску експериментів з моделлю системи у відповідності до плану експерименту. Організувати виведення результатів у вигляді, зручному для інтеграції з іншими модулями програмного забезпечення з імітації дискретно-подійних систем. Використати багатопоточні обчислення для забезпечення швидкодії проведення експериментів.

**Завдання A27.** Розробити програмний модуль для проведення факторного експерименту типу  $2^k$  ( $k=2, 3, 4$ ) з дисперсійним аналізом впливу факторів. Забезпечити зручний інтерфейс для запуску експериментів з моделлю системи у відповідності до плану експерименту. Організувати виведення результатів у вигляді, зручному для інтеграції з іншими модулями програмного забезпечення з імітації дискретно-подійних систем. Використати багатопоточні обчислення для забезпечення швидкодії проведення експериментів.

**Завдання A28.** Розробити графічний редактор для конструювання моделі мережі масового обслуговування, який підтримує перетягування графічних елементів «СМО», «генератор запитів», «розгалуження маршруту» у вікно редактора та їх з'єднання. Забезпечити введення та редагування числових параметрів елементів моделі, їх зручне представлення на графічному зображенні моделі. Забезпечити також представлення поточного стану елементів моделі, змінювання якого можна буде спостерігати в ході імітації або наприкінці імітації.

**Завдання A29.** Розробити універсальний алгоритм імітації розфарбованої стохастичної мережі Петрі. Така мережа відрізняється від звичайної тим, що маркери в ній визначені для окремих кольорів (або типів) і, відповідно, стан її позицій, числові параметри для вхідних та вихідних дуг переходів визначаються кількістю маркерів для кожного типу. Забезпечити введення та редагування

числових параметрів елементів моделі, їх зручне представлення на графічному зображенні моделі. Забезпечити також представлення поточного стану елементів моделі, змінювання якого можна буде спостерігати в ході імітації або наприкінці імітації.

**Завдання А30.** Розробити алгоритм імітації для моделювання дорожнього руху на керованому перехресті. Перехрестя є перетином двох доріг, кожна з яких має два зустрічні напрямки руху. На кожному напрямку для руху організована тільки одна смуга. Управління рухом здійснюється світлофорами, які встановлені на кожному з 4 напрямків руху. Цикл управління світлофорним об'єктом складається з 4 фаз. Сигнали для кожного напрямку та кожної фази управління вказані у таблиці 2.10. Протягом певного часу горить зелене світло для руху по одній дорозі, а для іншої горить червоне світло. Жовте світло в усіх напрямках горить протягом фіксованого часу, значення якого гарантує, що транспортні засоби, які виїхали на перехрестях, встигають залишити його до початку наступної фази управління. Після жовтого сигналу вмикається зелене світло для руху по іншій дорозі, а для руху першої дороги горить червоне світло. Потім знову триває фаза жовтого світла в усіх напрямках і цикл управління повторюється. Середні значення інтенсивності надходження транспортних засобів для всіх напрямках наведені у таблиці 2.11.

Таблиця 2.10. Параметри управління світлофорного об'єкта

Напрямок руху	Фаза світлофора							
	I		II		III		IV	
	сигнал	час, с	сигнал	час, с	сигнал	час, с	сигнал	час, с
1	зелений	20	жовтий	10	червоний	30	жовтий	10
2	зелений	20	жовтий	10	червоний	30	жовтий	10
3	червоний	20	жовтий	10	зелений	30	жовтий	10
4	червоний	20	жовтий	10	зелений	30	жовтий	10

Таблиця 2.11. Інтенсивність руху автомобілів у напрямках

Напрямок руху	Інтенсивність руху, 1/с
1	1/15
2	1/9
3	1/20
4	1/35

Метою моделювання є визначення тривалості першої та третьої фаз управління світлофорного об'єкта, за яких максимум середньої кількості

автомобілів, що очікують переїзду перехрестя в різних напрямках, досягає свого найменше значення:

$$\max_i L_i \rightarrow \min,$$

де  $L_i, i = 1, 2, 3, 4$  – середнє значення черги на  $i$ -ому напрямку, спостережуване протягом часу моделювання.

**Завдання А31.** Розробити імітаційну модель алгоритму паралельних обчислень, що був розроблений при виконанні курсової роботи з дисципліни «Технології паралельних обчислень». Виконати формалізацію моделі з використанням шаблонів моделювання паралельних обчислень мережею Петрі, запропонованих у публікаціях [9, 10]. Числові значення затримок для переходів мережі Петрі, що відтворюють виконання обчислювальних операцій, дослідити експериментально на запусках реальної програми паралельних обчислень. Дослідити точність результатів імітаційної моделі порівнянням з тими, що спостерігаються в реальній паралельній програмі. Виконати дослідження впливу параметрів алгоритму на його швидкодію.

## 2.4. Перелік пропонованих формалізмів

Для розробки моделі може бути використаний один з формалізмів, які вивчаються в освітньому компоненті:

- мережа масового обслуговування;
- стохастична мережа Петрі (з одноканальними переходами, з багатоканальними переходами, з вирішенням конфлікту за пріоритетами або/та за ймовірностями запуску);
- Петрі-об’єктна модель.

Мережа масового обслуговування може бути доповнена такими деталями (якщо цього потребує реалізація моделі у відповідності до завдання):

- розгалуження маршруту за пріоритетом
- розгалуження маршруту з заданною ймовірністю,
- розгалуження маршруту з блокуванням маршруту за умовою;
- враховування типу замовлення при визначенні параметрів обслуговування.

Стохастична мережа Петрі може бути доповнена такими деталями (якщо цього потребує реалізація моделі у відповідності до завдання):

- тип маркерів;
- залежність параметрів від стану моделі, наприклад, кратності дуги від поточного маркірування;

- інгібіторною дугою, що використовує умову нульової кількості маркерів в позиції як умову запуску для переходу.

Петрі-об'єктна модель може бути доповнена такими деталями (якщо цього потребує реалізація моделі у відповідності до завдання):

- тиражування груп об'єктів;
- тиражування зв'язків між об'єктами;
- залежність зв'язків від стану Петрі-об'єктів, які з'єднуються.

Більшість завдань допускають формалізацію кількома формалізмами, тому одне й те саме текстове завдання може бути виконано з різними формалізмами. Кількість варіантів індивідуального завдання, таким чином, значно більша за кількість текстових завдань. Варіанти вибору формалізму представлені у таблиці 2.12. Приклади формалізації вказаними формалізмами та вказівки до формалізації наведені у розділі 3.

Таблиця 2.12. Варіанти вибору формалізму

<i>Формалізм</i>	<i>Варіанти текстових завдань, для яких може бути застосований формалізм</i>
Мережа масового обслуговування	D3, D4, D6; B1, B2, B3, B4, B5, B6, B8, B10, B11, B12, B14, B15, B16, B17, B18, B19, B20, B21, B24, B25; A2, A5, A6, A8, A10, A11, A12, A14, A18, A19, A20, A23, A24, A28.
Стохастична мережа Петрі	Усі, окрім B24, B25, A25, A26, A27, A28
Петрі-об'єктна модель	B6, B7, B8, B9, B10, B11, B14, B15, B17, B20, B21, B22; A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A11, A13, A14, A15, A17, A18, A21, A22, A23, A24, A30, A31



### **3. ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ**

#### **3.1. Розробка моделі та її експериментального дослідження**

##### **3.1.1. Розробки концептуального опису моделі**

Концептуальна модель системи – це деталізований опис складових елементів системи, правил їх взаємодії та процесу, який моделюється, разом із зазначенням мети моделювання. Обов’язково на етапі розробки концептуальної моделі системи визначають набори вхідних змінних моделі, її параметрів та її вихідних характеристик. Усі числові значення, які використовують в описі моделі, мають бути приведені до співвідносних одиниць вимірювання.

Для кожної вхідної змінної моделі мають бути вказані:

- початкове значення;
- допустимий діапазон варіювання, тобто множина значень (неперервна або дискретна), в межах якої може змінюватись вхідна змінна в реальних умовах функціонування системи;
- закон розподілу та числові значення закону розподілу, якщо змінна приймає стохастичні значення.

Параметрами є числові характеристики процесу, які вважаються такими, що не можуть бути змінені, але їх значення має бути враховано в алгоритмі імітації. Наприклад, кількість етапів технологічної обробки деталі, кількість смуг руху на транспортній ділянці, обмеження швидкості руху на дорозі, продуктивність каналу передачі даних і т.і. Для кожного параметра моделі має бути вказано числове значення у відповідних одиницях вимірювання.

Для кожної вихідної змінної має бути вказаний її зміст і спостереження яких числових значень в ході імітації вона потребує. Наприклад, для визначення продуктивності виробничої ділянки необхідно знати кількість виробів, вироблених в одиницю часу.

Оскільки імітується стохастичний процес у більшості завдань курсової роботи, то точність визначення вихідного значення досягається за рахунок повторних замірів вихідного значення.

Для опису процесу, який моделюється, зручно використовувати схематичне зображення послідовності подій, що відбувається в системі за умов, визначених текстом завдання. Зокрема, схематичне зображення процесу, що відтворюється, можна представити у вигляді діаграми BPMN (Business Process Model and Notation) [2].

Якщо за текстом завдання потрібно розглянути альтернативні моделі, то для всіх моделей мають бути розроблені концептуальні описи, які в подальшому розвивають у відповідні формалізовані описи та алгоритми імітації.

### **3.1.2. Розробка формалізованого опису моделі**

Формалізована модель системи – це опис елементів системи та процесу, який моделюється, в термінах формалізму, який обраний при виборі завдання. Для мережі масового обслуговування елементами формального опису є пристрої обслуговування, черги та маршрути слідування. Для стохастичної мережі Петрі – позиції, переходи та дуги. Для Петрі-об'єктної моделі – множина Петрі-об'єктів з визначеними зв'язками між ними.

Для всіх елементів формального опису моделі мають бути визначені усі їх числові параметри. Наприклад, для пристрою мережі масового обслуговування має бути визначений час обробки, а для переходу стохастичної мережі Петрі – часова затримка в переході та параметри, які важливі для вирішення конфлікту переходів – пріоритет та ймовірність запуску.

Для всіх вхідних змінних та параметрів моделі з переліку, визначеного у концептуальній моделі, обов'язково мають бути визначені числові значення, а для випадкових величин – формули генераторів випадкових чисел.

Для всіх вихідних характеристик моделі з переліку, визначеного у концептуальній моделі, обов'язково мають бути визначені формула обчислення за даними, які обчислюється в процесі імітації, та вимоги до точності визначення вихідного значення.

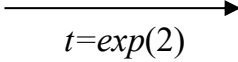
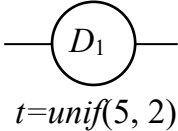
Елементи формального опису мережею масового обслуговування та визначені для них числові параметри представлені у таблиці 3.1. Мережа масового обслуговування складається з систем масового обслуговування (СМО), з'єднаних дугами, що представляють маршрут слідування запитів у відповідності до технологічного процесу обробки, та зовнішнього потоку надходження запитів. Кожна СМО – це один або кілька ідентичних пристроїв обслуговування з чергою для очікування або без неї. За відсутності черги перед пристроєм або за відсутності вільного місця в обмеженій черзі запит отримує відмову в обслуговуванні. Зовнішнє надходження присутнє у розімкнутих мережах масового обслуговування, але у замкнутих мережах цей елемент відсутній. Замість обробки зовнішнього потоку запитів у розімкнутій мережі, у замкнутій відбувається циркуляція запитів в мережі так, що в процесі обробки запити переходять від однієї СМО до іншої.

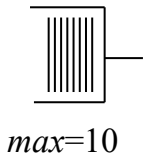
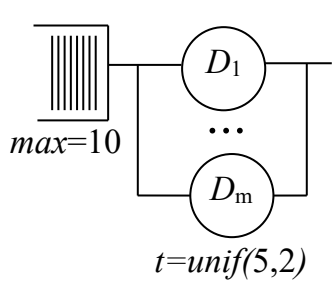
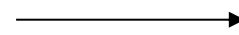
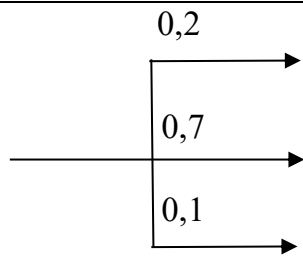
Окрім класичних елементів (черга, пристрій, дуга) у таблиці 3.1 до формального опису мережі масового обслуговування додані такі елементи: «блокування маршруту» для управління маршрутом слідування до СМО, «дуга з числовим параметром» для групування запитів при вході на обробку у СМО або виході з неї. Блокування маршруту супроводжується формулюванням умови блокування, яка формулюється у вигляді предикату або логічного виразу. Отже, при досягненні значення 1 для умови відбувається блокування маршруту, в іншому випадку маршрут відкритий для слідування. За рахунок формулювання умови блокування маршруту надається можливість гнучко налаштовувати можливі маршрути між СМО. Дуга з числовим параметром використовується для групування кількох елементів в один та розгрупування одного елемента у кілька ідентичних. Якщо на дузі між СМО1 та СМО 2 вказаний параметр 5, то 5 запитів, які виходять зі СМО1, перетворюються на дузі в 1 запит (групується), що надходить на обробку у СМО2. Якщо на дузі вказаний параметр 1/5, то 1 запит, який вийшов зі СМО1 перетворюється у 5 запитів (розгрупується), що спрямовуються на обробку у СМО2.

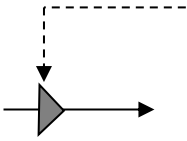
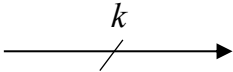
Домовимось про такі позначення величин для опису числових параметрів:

- $d$  – детерміноване значення,
- $exp(d)$  – випадкова величина, розподілена за експоненціальним законом з середнім значенням  $d$ ,
- $norm(d, s)$  – випадкова величина, розподілена за нормальним законом з середнім значенням  $d$  та середнім квадратичним відхиленням  $s$ ,
- $unif(d, s)$  – випадкова величина, рівномірно розподілена в інтервалі  $(d-s, d+s)$ ,
- $lnorm(d, s)$  – випадкова величина, розподілена за логнормальним законом з середнім значенням  $d$  та середнім квадратичним відхиленням  $s$ ,
- $erl(d, s)$  – випадкова величина, розподілена за законом Ерланга з середнім значенням  $d$  та середнім квадратичним відхиленням  $s$ .

Таблиця 3.1. Елементи формального опису мережі масового обслуговування.

Елемент	Графічне позначення	Зміст	Числові параметри
Надходження запитів ззовні		Надходження запитів на обслуговування з заданою часовою затримкою. Якщо надходження запитів ззовні немає, то цей елемент може бути відсутнім.	$t$ - часова затримка в умовних одиницях часу, між послідовними надходженнями запитів на обслуговування, яка може бути вказана детермінованим значенням або випадковою величиною з заданим законом розподілу. Для мережі без зовнішнього надходження має бути вказана кількість запитів, що циркулюють в ній.
Пристрій обслуговування		Пристрій, названий $D_1$ , обробляє запити по одному з часовою затримкою $t$	$t$ - часова затримка в умовних одиницях часу, необхідна для обробки одного запиту, яка може бути вказана детермінованим значенням або випадковою величиною з заданим законом розподілу

Елемент	Графічне позначення	Зміст	Числові параметри
Черга	 $max=10$	Накопичувач запитів, що очікують звільнення пристроя обслуговування.	$max$ – обмеження на кількість місць в черзі, яке може бути задане цілим числом. За замовчуванням (тобто якщо параметр не вказаний), кількість місць в черзі не обмежена.
Система масового обслуговування (СМО)	 $max=10$ $t=unif(5,2)$	Один або кілька ідентичних пристроїв з чергою перед ними. Черга є складовою частиною СМО, тому з'єднання між чергою та пристроями не дуга, а відрізок.	$m$ - кількість пристроїв у СМО
Дуга		Маршрут слідування запиту до наступної СМО	За замовчуванням ймовірність слідування по маршруту 1.
Розгалуження маршруту		Маршрут слідування запиту до однієї з наступних СМО, вибір якої здійснюється за заданими ймовірностями.	Ймовірності вибору кожного маршруту слідування, які у сумі складають 1.


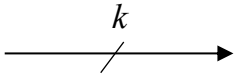
Елемент	Графічне позначення	Зміст	Числові параметри
Блокування маршруту		<p>Встановлює блокування маршруту слідування у наступну СМО, якщо <math>B(S,t)=1</math>. Запит залишається у пристрої, з якого намагається вийти. Пристрій переходить у стан блокований (час обробки запиту завершився, але залишити пристрій немає можливості). Маршрут відкритий тільки за умови <math>B(S,t) = 0</math>.</p>	<p><math>B(S,t)</math> – предикат, який в найбільш загальному випадку залежить від стану <math>S</math> моделі та/або поточному моменту часу <math>t</math>. Наприклад, якщо умовою блокування маршруту є досягнення черги свого обмеження <math>L_{max}</math>, то предикат має вигляд <math>B(S,t) = (L_j(t) = L_{max})</math>.</p>
Дуга з числовим параметром		<p>Групування елементів у вказаній кількості</p>	<p>Якщо на дузі вказаний параметр <math>k</math>, то <math>k</math> запитів перетворюються на дузі в 1 запит (групуються), що спрямовується далі по маршруту. Якщо на дузі вказаний параметр <math>1/k</math>, то 1 запит перетворюється у <math>k</math> запитів (розгруповується), що спрямовуються далі по маршруту.</p>


Елементи формального опису стохастичною мережею Петрі (з багатоканальними та конфліктними переходами) та визначені для них числові параметри представлені у таблиці 3.2. Кожній події, що відбувається у системі,

ставиться у відповідність перехід. Умови для виконання подій відтворюються у вхідних позиціях переходу. Умови, які є результатом того, що подія відбулась, відтворюються у вихідних позиціях переходу. Просте правило спрацьовування переходу забезпечує надзвичайно високу гнучкість для відтворення різноманітних подій. За наявності в усіх вхідних позиціях переходу кількості маркерів у кількості не менше кратності дуги, що з'єднує позицію з переходом, умова спрацьовування переходу виконана. Коли перехід спрацьовує, то з усіх його вхідних позицій маркери віднімаються у кількості, рівній кратності дуги, що з'єднує позицію з переходом, та запам'ятовується момент виходу з переходу. Коли настає момент виходу з переходу, то він вилучається з переліку запам'ятованих, а в усі вихідні позиції переходу маркери додаються у кількості, рівній кратності дуги, що з'єднує перехід з позицією.

Зауважимо, що в кожному переході зберігається список моментів виходу з переходу. Це означає, що переходи мережі Петрі вважаються багатоканальними за замовчуванням. Якщо за текстом завдання потрібно обмежити кількість входів в перехід, то виконувати це потрібно за допомогою умови, що вказує на наявність вільних місць для входу в перехід.

Таблиця 3.2. Елементи формального опису стохастичною мережею Петрі.

<i>Елемент</i>	<i>Графічне позначення</i>	<i>Зміст</i>	<i>Числові параметри</i>
Позиція		Відтворює виконання умов для певних подій.	$t$ – кількість маркерів, що вказує на виконання умови.
Вхідна дуга		З'єднує позицію та перехід. Слугує для визначення умов, які мають бути виконані для спрацьовування переходу.	$k$ – кількість маркерів, що віднімаються з позиції при спрацьовуванні переходу.
Вихідна дуга		З'єднує перехід та позицію. Слугує для визначення умов, які є наслідком спрацьовування переходу.	$k$ – кількість маркерів, що додаються до позиції при спрацьовуванні переходу.

Елемент	Графічне позначення	Зміст	Числові параметри
Перехід	 $d$ $r, b$	Відтворює зміну стану моделі при виконанні події за рахунок зміни свого стану та стану позицій, які є його вхідними та вихідними позиціями. Використовує параметри пріоритету та ймовірності запуску для вирішення конфлікту з іншими переходами, що виникає, якщо для них в даний момент часу теж виконана умова спрацьовування.	$d$ – часова затримка в умовних одиницях часу, яка може бути вказана невід’ємним детермінованим значенням або випадковою величиною з заданим законом розподілу, $r$ – пріоритет переходу, який може бути заданий цілим числом (за замовчуванням 0), більше значення параметру відповідає більш високому пріоритету, $b$ – ймовірність спрацьовування переходу (за замовчуванням 1).

У порівнянні з мережею масового обслуговування мережа Петрі має низку переваг:

- можливість опису різноманітних умов для події завдяки різним вхідним позиціям;
- можливість моделювання часткового використання ресурсу завдяки захопленню заданої кількості маркерів з позиції, яка представляє наявну кількість ресурсу;
- можливість моделювання використання спільного ресурсу кількома процесами споживачами завдяки використанню однієї й тієї ж вхідної позиції, що представляє наявну кількість ресурсу, кількома переходами, що моделюють подію захоплення ресурсу процесом-споживачем;



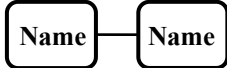

- можливість гнучкого налаштування вирішення конфліктів подій завдяки параметрам пріоритету та ймовірності запуску переходу.

Проте мережа Петрі часто призводить до великої кількості графічних елементів, які необхідні для представлення моделі, що ускладнює процес розробки, сприйняття моделі та її відлагодження. Цей недолік вирішує підхід Петрі-об'єктного моделювання.

Елементи формального опису Петрі-об'єктної моделі та визначені для них числові параметри представлені у таблиці 3.3. Графічне представлення Петрі-об'єктів та зв'язків між ними використовуємо за граматику мови візуального програмування Петрі-об'єктної моделі, запропонованою в роботі [13].

Таблиця 3.3. Елементи формального опису Петрі-об'єктної моделі.

Елемент	Графічне позначення	Зміст	Числові та інші параметри
Стохастична мережа Петрі	Складається з елементів мережі Петрі, визначених у таблиці 3.2	Опис динаміки функціонування окремого об'єкта, що використовується для конструювання моделі	Параметри елементів мережі Петрі, які визначені у таблиці 3.2
Петрі-об'єкт		Петрі-об'єкт <i>Name</i> , який створений з заданою мережею Петрі. Петрі-об'єкт з вказівкою на позиції <i>placeName</i> , що призначені для ототожнення з іншими Петрі-об'єктами.	Усі числові параметри, що характеризують його функціональність, містяться у мережі Петрі об'єкта.
Ототожнювач позицій між Петрі-об'єктами		Ототожнення вказаних позицій <i>placeName</i> мереж Петрі-об'єктів	Немає

Елемент	Графічне позначення	Зміст	Числові та інші параметри
Зв'язок між Петрі-об'єктами		Зв'язок між Петрі-об'єктами <i>Name</i> , що складається з одного або більше ототожнень позицій мереж Петрі-об'єктів	Немає
Група Петрі-об'єктів		Група Петрі-об'єктів	<i>n</i> – кількість Петрі-об'єктів в групі

Наведемо приклад опису усіма трьома формалізмами для такої системи:

Обробка деталей здійснюється на 5 ідентичних роботах, що розміщені уздовж стрічки конвеєра. Деталь, яка надходить, намагається потрапити на обробку першим роботом і, якщо він вільний, то обробляється і залишає систему. У протилежному випадку деталь намагається зайняти єдине вільне місце в очікуванні перед роботом, якщо і це не вдається, то деталь рухається далі по конвеєру до наступного робота і т.д. Якщо останній 5-ий робот виявився зайнятим, то виконується переміщення деталі на початок стрічки конвеєра. Метою моделювання є визначення продуктивності виробничої системи та середнього часу, що проводить деталь на виробничій ділянці, при таких заданих величинах: інтенсивність надходження деталей на обробку складає в середньому 4 деталі/хвилину, інтенсивність обробки деталі роботом складає в середньому 1 деталь/хвилину хвилини, інтервал часу, який необхідний для переїзду до наступного уздовж стрічки робота – 30 секунд, інтервал часу, який необхідний для переміщення деталі на початок конвеєра – 3 хвилини.

На рисунках 3.1-3.3 надано формальний опис цієї виробничої системи мережею масового обслуговування, стохастичною мережею Петрі та у вигляді Петрі-об'єктної моделі відповідно. Вихідною характеристикою моделі за умовою є продуктивність, яка для усіх варіантів формалізованого опису визначається за формулою:

$$Productivity = \frac{\sum_{i=1}^5 N_i}{T_{mod}},$$

де  $N_i$  – кількість оброблених  $i$ -вим роботом деталей,  $T_{mod}$  – час моделювання.

Іншою вихідною характеристикою є середній час, що проводить деталь на виробничій ділянці. Для її розрахунку підсумуємо час, проведений деталями на

всіх ділянках свого технологічного маршруту, та поділимо його на кількість оброблених деталей:

$$ProcessingTime = \frac{\sum_{i=1}^5 \sum_i (Q_{ij} + D_{ij} + S_{ij}) \Delta t_j}{\sum_{i=1}^5 N_i},$$

де  $\Delta t_j$  –  $j$ -ий інтервал часу імітації,  $Q_{ij}$  – стан черги перед  $i$ -им роботом в  $j$ -ому інтервалі часу,  $D_{ij}$  – стан  $i$ -ого роботу в  $j$ -ому інтервалі часу,  $S_{ij}$  – стан ділянки конвеєра на переїзді від  $(i-1)$ -ого до  $i$ -ого роботу в  $j$ -ому інтервалі часу.

При такому підрахунку може бути неточність через враховування часу, витраченого на деталі, які ще на момент завершення імітації не завершили свою обробку. Проте при достатньо великій кількості оброблених деталей цією неточністю можна знехтувати. За необхідності, розрахунок можна уточнити враховуванням доданків  $(Q_{ij} + D_{ij} + S_{ij})\Delta t_j$  тільки для тих інтервалів часу, які відбулись до моменту завершення обробки останньої обробленої  $i$ -им роботом деталі.

Розглянемо детально кожний формалізований опис. За формалізації мережею масового обслуговування (рис. 3.1) кожній ділянці технологічного маршруту обробки деталі потрібно поставити у відповідність СМО. Обробку деталей роботом представлятимемо одноканальною СМО з чергою обмеженої довжини 1, а переїзд деталі від одного робота до іншого багатоканальною СМО без черги. Оскільки в умові не вказано обмеження на кількість деталі, що можуть перевозитись конвеєром одночасно, то використовується нескінченна кількість каналів обробки. Таким чином, будь-яка деталь у будь-який момент часу завжди знаходить вільне місце на конвеєрі для свого транспортування до наступного робота.

На рисунку 3.1 використані такі позначення:  $D_i$  –  $i$ -ий пристрій одноканальної СМО, що моделює обробку деталі роботом,  $C_{j1} \dots C_{j\infty}$ ,  $j=(i+1)\%5$ ,  $i=1..5$  – канали багатоканальної СМО, що моделюють перевезення деталі по конвеєру до наступного вздовж стрічки робота або переміщення деталі до першого робота, якщо досягнутий кінець стрічки.

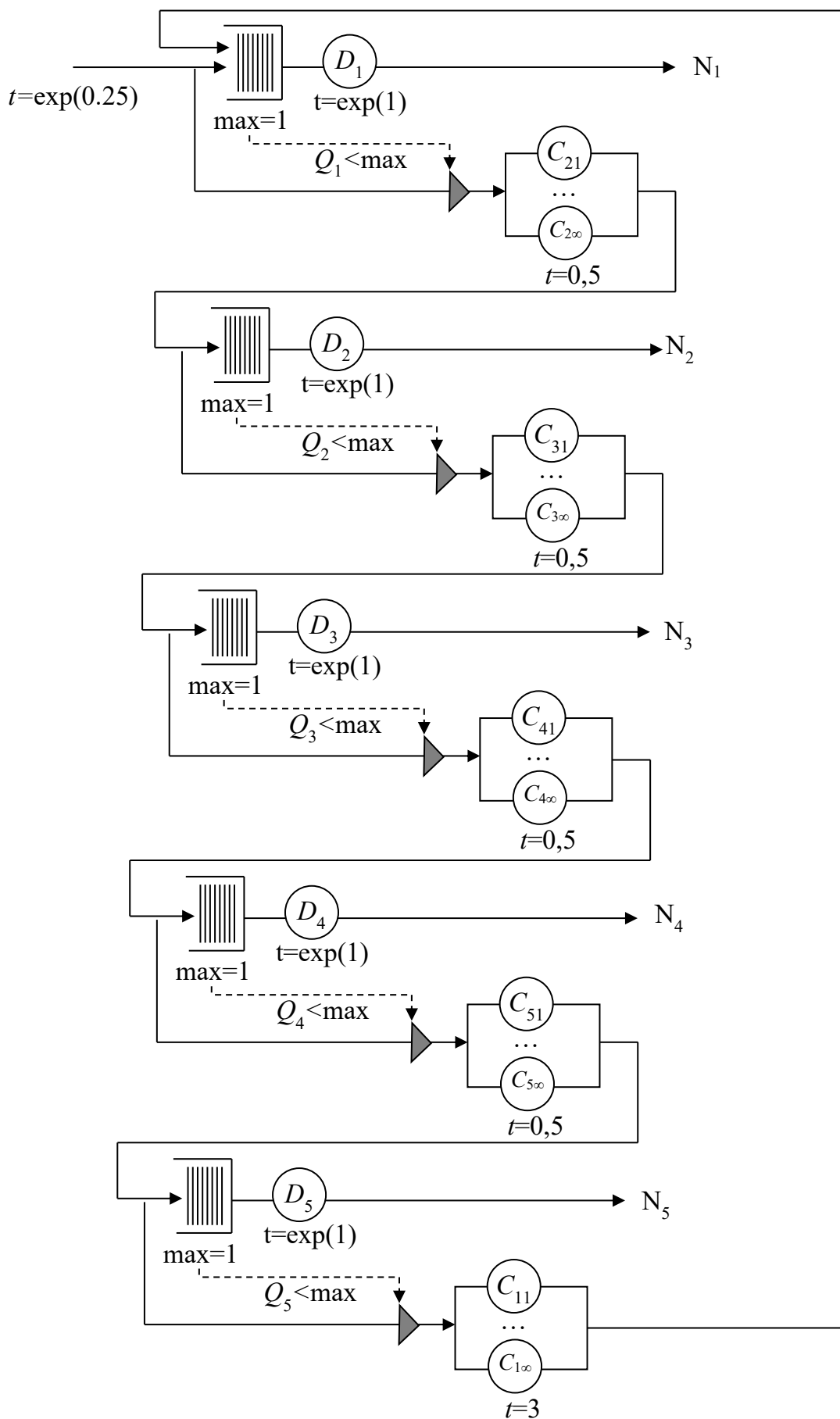


Рисунок 3.1. Мережа масового обслуговування, що формально представляє процес обробки деталей роботами, розміщеними уздовж стрічки конвеєра

За умовою задачі перед кожним роботом потрібно реалізувати розгалуження маршруту та визначити вибір маршруту в місцях розгалуження так, щоб продовжувати переїзд по конвеєру до наступного робота тільки у тому випадку, коли вичерпані місця в очікування біля певного робота. Саме для такого вибору за умовою передбачений елемент мережі масового обслуговування «блокування маршруту». Умова блокування  $Q_i < \max$  на шляху до наступного робота буде забороняти слідування по маршруту у разі, коли є місце для очікування в черзі перед  $i$ -им пристроєм ( $\max$  – це встановлене умовою обмеження на кількість місць в черзі). В альтернативному випадку, маршрут буде відкритим.

Часові затримки для надходження та пристроїв вказані у відповідності до умови задачі. При виході з пристрою  $D_i$  підраховується кількість  $N_i$  успішно оброблених  $i$ -им пристроєм.

Зауважимо, що хоч за умовою задачі один і той самий конвеєр використовується для переїзду між роботами, використання однієї й тієї ж багатоканальної СМО для відтворення переїзду по конвеєру неможливе, оскільки в такому випадку на виході з цієї СМО неможливо визначити подальший маршрут слідування вимоги. Тому обраний варіант, в якому окрема багатоканальна СМО відтворює переїзд між окремими роботами.

Для розрахунку вихідних характеристик стан ділянки конвеєра в  $j$ -ий інтервал часу отримаємо за станом відповідної багатоканальної СМО:

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^{\infty} C_{ikj}$$

де  $C_{ikj}$  – стан  $k$ -ого каналу багатоканальної СМО, що моделює перевезення деталі до  $i$ -ого робота, в  $j$ -ому інтервалі часу.

В комп'ютерній реалізації моделі нескінченну кількість каналів потрібно реалізовувати кількістю каналів, достатньо великій для того, щоб ніколи не виникало відмови через зайнятість усіх каналів обслуговування.

За формалізації стохастичною мережею Петрі (рис. 3.2) кожній події ставимо у відповідність перехід мережі Петрі. Маємо такі події:

- "Надходження",
- "На обробку до  $i$ -ого робота",  $i=1..5$ ,
- "Обробка деталі  $i$ -им роботом",  $i=1..5$ ,
- "Переїзд до  $j$ -ого робота",  $j=(i+1)\%5$ ,  $i=1..5$ .

На рисунку 3.2 назви цих подій наведено скорочено, а деякі назви подій та переходів пропущено для спрощення сприйняття графічного представлення. Альтернатива переходів "На обробку до  $i$ -ого роботу", "Переїзд до  $j$ -ого роботу" вирішується наданням більш високого пріоритету переходу "Переїзд до  $j$ -ого роботу". Коли в позиції "Черга" буде 1 маркер, буде виконана умова для запуску одночасно для обох цих переходів, але оскільки для переходу "Переїзд до  $j$ -ого роботу" вказаний вищий пріоритет, то спрацьовує саме він. В іншому випадку буде спрацьовувати перехід "На обробку до  $i$ -ого роботу". Для кожного переходу визначена трійка параметрів: часова затримка, значення пріоритету та значення ймовірності запуску (таблиця 3.4). Числові значення вказані у форматі, в якому вони задаються у програмі (десятькова частина числа відокремлена крапкою замість коми).

Таблиця 3.4. Параметри переходів мережі Петрі, що моделює обробку деталей роботами.

Назва переходу	Часова затримка	Значення пріоритету	Значення ймовірності запуску
Надходження	$\exp(0.25)$	0	1.0
На обробку до $i$ -ого роботу	0.0	0	1.0
Обробка деталі $i$ -им роботом	$\exp(1.0)$	0	1.0
Переїзд до $j$ -ого роботу	$\begin{cases} 0.5 & \leftarrow j < 5 \\ 3.0 & \leftarrow j = 1 \end{cases}$	1	1.0

Позиція " $D_i$ ",  $i=1..5$  слугує для перевірки умови, що робот не зайнятий обробкою деталі. За наявності маркера в цій позиції та в позиції " $Q_i$ " умова запуску для переходу "Обробка деталі  $i$ -им роботом" виконана. При запуску переходу, маркер буде вилучено з позиції " $D_i$ " і, як наслідок, надходження нової деталі на обробку заборонено. Таким чином, ця умова забезпечує, що обробка деталей здійснюється роботом по одній.

Якщо порівняти з представленням мережею масового обслуговування, то представлення стало більш компактним за рахунок того, що кожний переїзд до наступного роботу відтворюється одним переходом мережі Петрі замість багатоканальної СМО з необмеженою кількістю каналів.

Для розрахунку вихідних характеристик моделі значення кількості оброблених деталей кожним  $i$ -им роботом отримаємо за кінцевим маркірування позиції " $N_i$ ", стан роботу та його черги в  $j$ -ому інтервалі визначимо за поточним станом позицій " $D_i$ " та " $Q_i$ ", а стан ділянки конвеєра можемо визначити за станом переходу "Переїзд до  $i$ -ого роботу":

$$S_i = |E_{\text{Перейзд до } i\text{-ого}}| ,$$

де  $|\cdot|$  позначено кардинальне число (або потужність) множини моментів виходів з переходу  $E_{\text{Перейзд до } i\text{-ого}}$ .

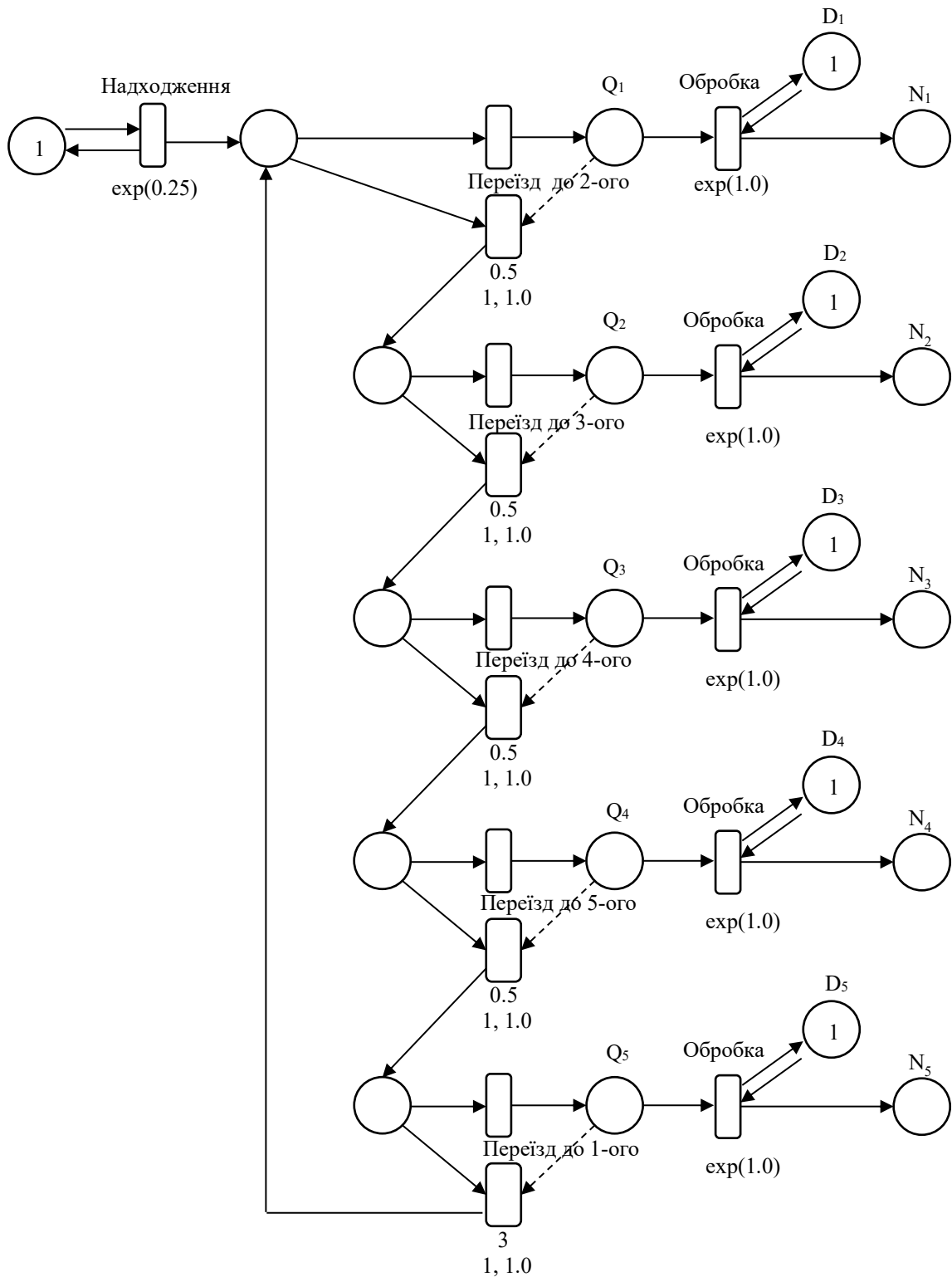


Рисунок 3.2. Стохастична мережа Петрі, що формально представляє процес обробки деталей роботами, розміщеними уздовж стрічки конвеєра

За формалізації Петрі-об'єктною моделлю (рис. 3.3) мають бути виділені типові фрагменти для відтворення процесу. Для задачі про обробку деталей роботами – це надходження деталей та обробка деталі. Назвемо відповідні Петрі-об'єкти "Generator" і "Robot" та розробимо їх мережі Петрі. Оскільки ці фрагменти схожі на ті, що використані за формалізації стохастичною мережею Петрі, напевно, вони не потребують додаткових роз'яснень. Розроблені мережі Петрі зберігаються з указуванням параметрів, які варіюються при тиражуванні об'єктів. Для об'єкту "Robot" таким параметром є часова затримка в переході "Переїзд до наступного", позначимо її  $r$ .

За наступним кроком створюються Петрі-об'єкти у потрібній кількості:

- "Generator",  $i = 1$ ;
- "Robot",  $i = 1 \dots n$ ,  $r = \begin{cases} 0.5 & \leftarrow i < n \\ 3.0 & \leftarrow i = n \end{cases}$ .

Ототожнення позицій встановлюються для пар об'єктів Generator – Robot, Robot  $i$  - Robot  $(i+1) \% n$ ,  $i = 1 \dots n$ . В результаті з'єднання Петрі-об'єктів утворюється модель, яка представлена на останній діаграмі рисунку 3.3.

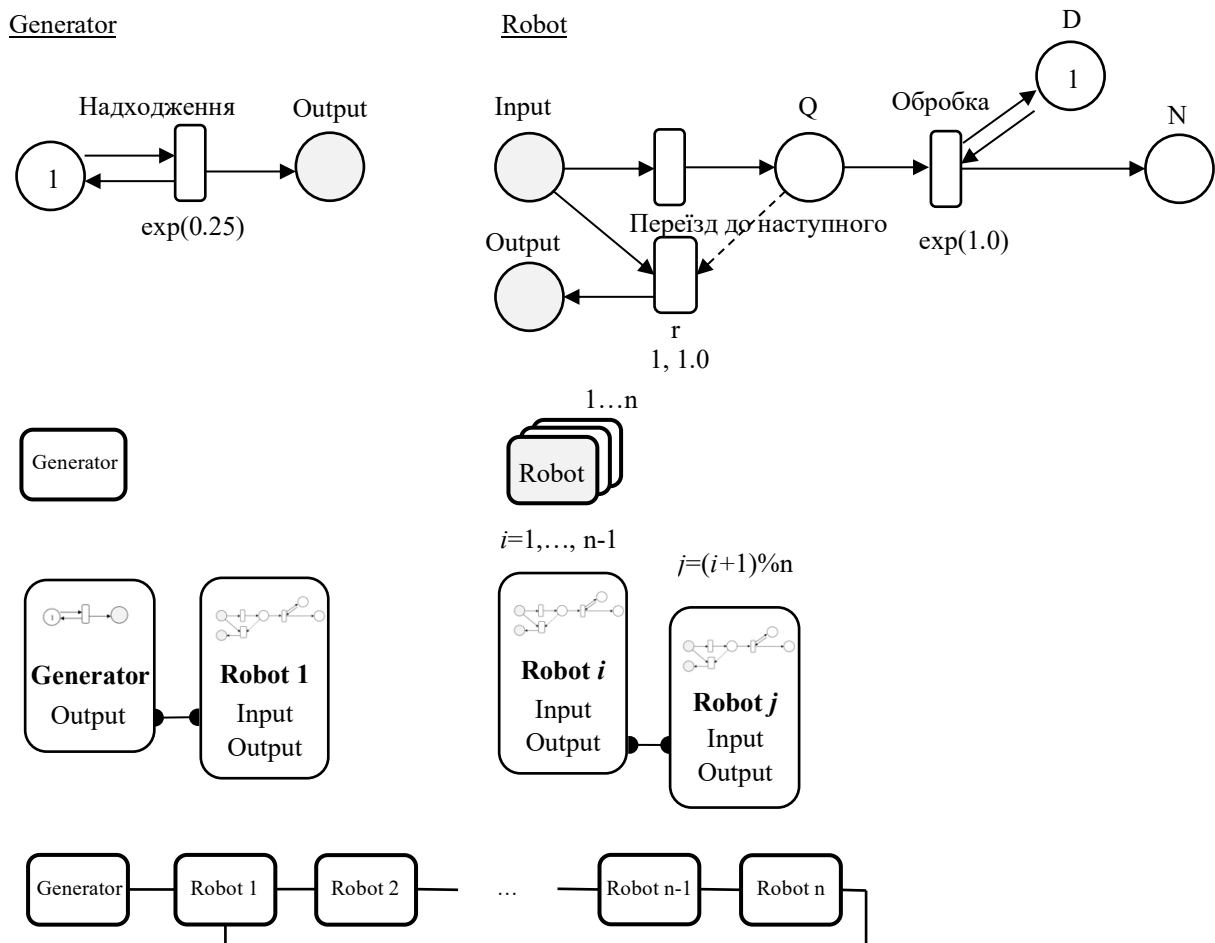


Рисунок 3.3. Формальний опис процесу обробки деталей роботами, розміщеними уздовж стрічки конвеєра, у вигляді Петрі-об'єктної моделі



У порівнянні зі звичайною стохастичною мережею Петрі формалізація у вигляді Петрі-об'єктної моделі дає змогу використовувати фрагменти мережі Петрі для створення нових з заданими параметрами у заданій кількості (тиражування об'єктів), скорочувати за рахунок цього кількість розроблюваних графічних елементів для побудови моделі, з чого випливає зменшення кількості помилок та зменшення витрат часу на розробку моделі. На додаток, представлення моделі стає більш компактним, що полегшує його сприйняття.

Отже, вибір формалізму суттєво впливає на представлення моделі. Формальне представлення моделі є основою для реалізації алгоритму імітації: набір елементів та правила їх функціонування мають відтворюватись алгоритмом імітації у відповідності до формального представлення.

### 3.1.3. Розробка алгоритму імітації

Розробка алгоритму імітації будь-якої системи потребує від розробника вирішення трьох проблем: просування часу, просування моделі в часі та збір статистичної інформації. Узагальнено алгоритм імітації складається з таких кроків:

- введення даних,
- доки поточний момент часу менший за час моделювання виконувати:
  - визначити найближчу подію,
  - зібрати статистичну інформацію на інтервалі між поточним моментом та наступним,
  - просунути час в момент найближчої події,
  - виконати зміну стану моделі, що відповідає найближчій події.
- виведення результатів моделювання.

У вигляді псевдокоду цей алгоритм має такий опис:

---

#### Algorithm 3.1 Discrete event system simulation

---

**input** input variables X, input parameters P, current time  $t=0$ ,  
modeling time  $T_{mod}$   
**uses** method of state transformation  $E(S,t)$   
**initialize** current state of model S  
**while**  $t < T_{mod}$   
    **find** the moment of the nearest event  $t_{next}$   
    **update** statistics of output variables Y  
    **move** the current time  $t := t_{next}$   
    **call** state transformation  $E(S,t)$

---

---

**move** the state of the model  $S:=E(S,t)$   
**endwhile**  
**calculate** statistics of output variables  $Y$   
**output** variables  $Y$

---

Алгоритм імітації має бути побудований за принципами, які є найбільш ефективними для побудови алгоритму імітації дискретно-подійної системи, а саме, з просуванням часу до найближчої події та з просуванням моделі в часі за подіями. Просування часу з дискретним кроком не може бути використано, оскільки у випадку стохастичної системи призводить або до великої кількості непродуктивних кроків або до неточного відтворення. Дійсно, крок має бути настільки маленьким, щоб в ньому відбувалось не більше однієї події. Але при стохастичних часових затримках можуть виникати як дуже маленькі інтервали між сусідніми подіями, так і дуже великі. Якщо для рівномірного розподілу існує найменш можливе значення, то для експоненціального розподілу немає найменш можливого значення. Намагання округлити значення до певного найменшого детермінованого кроку призводить взагалі до втрати точності відтворення подій. Отже, просування до найближчої події в алгоритмі імітації є найбільш ефективним як з погляду швидкодії, так і з погляду точності відтворення подій.

Зауважимо, що якщо можливою є ситуація, коли кілька подій відбуваються в однаковий момент часу, то варто подумати про необхідність враховувати пріоритет подій для правильного відтворення послідовності подій. Наприклад, якщо події «надходження нового запиту на обслуговування» і «завершення обслуговування в пристрої масового обслуговування» відтворюються саме у такому порядку (у випадку, коли випало, що вони мають відбутись в однаковий момент часу), то може статись ситуація, коли новий запит отримає відмову через обмеження на довжину чергу, а на наступному кроці алгоритму у цей же момент часу відбудеться звільнення пристрою. Якщо в алгоритмі завжди встановлений однаковий порядок виконання подій, а таких співпадінь моментів часу для виконання подій багато, то це може призвести до набагато більшої кількості відмов, ніж очікується і ніж спостерігається в реальній системі. Найбільш правильним підходом є випадковий порядок виконання подій, які мають відбутись в однаковий момент часу. Такий підхід найбільш відповідає тому, що відбувається в реальних системах. Дійсно, між моментами виникнення подій в реальності може бути хоч невелика, але відмінність, яка призводить до того, що відбувається саме одна подія, а не інша. Якщо логіка подій в системі така, що порядок подій чітко визначений, тоді в алгоритмі імітації слід враховувати цей

порядок через встановлений пріоритет виконання подій, момент часу яких співпадає.

Формалізм, який використовується для розробки моделі впливає на розробку алгоритму імітації, насамперед, через набір елементів, з яких складається формальна модель, опис їх стану та правил зміни стану. Отже, наступний важливий крок алгоритму імітації – зміна стану моделі – неможливо розглядати без контексту формалізму, який використаний для опису моделі.

Якщо модель побудована на основі формалізму мережі масового обслуговування, то алгоритм імітації реалізує такі події, як 1) надходження запиту на обслуговування, 2) завершення обробки в каналі обслуговування. Кожна з цих подій в алгоритмі реалізується через зміну стану елементів мережі масового обслуговування таких, як «генератор надходження запитів у СМО<sub>j</sub>», «черга», «канал обслуговування». Стан моделі визначається станом її елементів (їх перелік див. у таблиці 3.1): для надходження ззовні – це наступний момент надходження ззовні, для черги – це її довжина, для пристрою обслуговування – це момент часу завершення обслуговування, для блокування маршруту – це логічна змінна, що вказує на наявність блокування або його відсутність. Для елементів дуга та розгалуження маршруту не передбачена зміна стану, а для елементу СМО стан визначається станом черги та пристроїв, з яких СМО складається, тому для цього елементу окрема змінна для опису стану не потрібна. У таблиці 3.5 представлено опис змінних та дії, які відтворюють зміну стану. Використані такі позначення:

- $t$  – поточний момент часу;
- $\infty$  – момент часу, більший за час моделювання;
- $g_x$  – згенероване за заданим (для елементу з індексом  $x$ ) законом розподілу випадкове число;
- $N_{\text{processed}}$  – кількість оброблених на поточний момент часу запитів в мережі масового обслуговування;
- ++ - операція збільшення на 1;
- -- - операція зменшення на 1.

Таблиця 3.5. Зміна стану елементів мережі масового обслуговування.

Елемент	Змінні, що визначають стан моделі	Зміна стану в момент $t$ виникнення події	
		«надходження запиту на обслуговування у СМО <sub>j</sub> », $t_{0,j} == t$	«завершення обробки в $r$ -ому каналі обслуговування СМО <sub>j</sub> », $t_{j,r} == t$
Надходження запитів ззовні	$t_{0,j}$ – наступний момент надходження, $N_{input}$ – кількість надходжень	Якщо маршрут до СМО <sub>j</sub> не блокований, то планувати наступний момент надходження $t_{0,j} := t + g_{0,j}$ , збільшити кількість надходжень $N_{input} ++$	Без змін
Пристрій обслуговування	$K_{j,r}$ – стан пристрою, $K_{j,r} \in \{0,1,2\}$ (0, якщо вільний; 1, якщо зайнятий; 2, якщо блокований), $t_{j,r}$ – момент завершення обробки в каналі обслуговування, $t_{j,r} \in \mathbb{R}_+ \cup \{\infty\}$ (якщо не очікуємо завершення обслуговування у наступні моменти часу, то $\infty$ , інакше – невід’ємне ціле число)	Без змін	Якщо маршрут на виході з пристрою не блокований, то звільнити канал обслуговування $K_{j,r} := 0$ , $t_{j,r} := \infty$ , виконати надходження запиту у наступну по маршруту слідування СМО. Якщо вихід відбувається на зовні, то збільшити кількість оброблених запитів в мережі масового обслуговування $N_{processed} ++$ .

Елемент	Змінні, що визначають стан моделі	Зміна стану в момент $t$ виникнення події	
		«надходження запиту на обслуговування у СМО <sub>j</sub> », $t_{0,j} == t$	«завершення обробки в $r$ -ому каналі обслуговування СМО <sub>j</sub> », $t_{j,r} == t$
Черга	$L$ – кількість запитів в очікуванні обслуговування, $N_{failure}$ – кількість відмов	Якщо усі канали обслуговування зайняті і є вільні місця в черзі, то $L++$ , інакше $N_{failure}++$	Зміна стану черги відбувається після зміни стану пристроя, до якого вона відноситься. Якщо $L > 0$ , то $L--$ , зайняти канал обслуговування $K_{j,r} := 1$ , $t_{j,r} := t + g_{j,r}$ (записати в календар подій наступний момент виходу з каналу СМО).

Елемент	Змінні, що визначають стан моделі	Зміна стану в момент $t$ виникнення події	
		«надходження запиту на обслуговування у СМО <sub>j</sub> », $t_{0,j} == t$	«завершення обробки в $r$ -ому каналі обслуговування СМО <sub>j</sub> », $t_{j,r} == t$
Блокування маршруту	$b$ - поточний стан, $b \in B$ (1 – блокований, 0 – не блокований)	Якщо $b == 1$ , то збільшити кількість невдалих спроб надходження через блокування маршруту. Оновити поточний стан блокування маршруту $b := B(S, t)$ . Якщо $b == 1$ , то встановити для елемента, звідки виходить маршрут, стан блокування. Якщо це пристрій обслуговування, то $K_{v,r} == 2, t_{v,r} := \infty$ . Якщо це надходження ззовні, то $t_0 := \infty$ .	Якщо $b == 1$ , то оновити поточний стан блокування маршруту $b := B(S, t)$ . Якщо $b == 0$ та зняти блокування з елемента, звідки виходить маршрут. Якщо цей елемент - пристрій обслуговування, то запланувати для нього завершення обробки в поточний момент часу $K_{v,q} := 1, t_{v,q} := t$ . Якщо цей елемент - надходження ззовні, то $t_{0,q} := t$ . Оновити поточний стан блокування маршруту $b := B(S, t)$ .

У псевдокодi зміна стану мережі масового обслуговування має такий вигляд (використані позначення для стану елементів мережі, які введені вище):

---

**Algorithm 3.2** State transformation  $E(S,t)$  of queueing network model

---

**input** state of the model  $S$ , current time  $t$

**foreach**  $j$

**if**  $t_{j,r} == t$  **then**

**if** the route from the device  $j,r$  is blocked **then**

---

---

```

        Nblocked++
        return
    else
        Kj,r := 0, tj,r := ∞,
        if Lj>0 then
            Lj --
            Kj,r := 1, tj,r := t + gj,r
        endif
        if the route to the devicej,r is blocked then
            unblock the element from which the route is,
            plan the event for it in the moment t
        endif
    endif
endif
endif
foreach j
    if t0,j==t then
        if route from incoming0,j is blocked
            Nblocked++
            return
        else
            t0,j := t + g0,j
            Ninput ++
            if Lj=Lmax then
                Nfailure ++
            else
                if there is no free device then
                    Lj++
                else
                    foreach device Kj,r
                        if Kj,r == 0 then
                            Kj,r := 1, tj,r := t + gj,r
                            break
                        endif
                    endforeach
                endif
            endif
        endif
    endif
endforeach
foreach blocking

```

---

---

**update** blocking condition  $B(S,t)$   
**endforeach**  
**output** next state of model  $S$

---

Зауважимо, що у вищенаведеному алгоритмі враховано вищий пріоритет події «завершення обробки в  $j$ -ому пристрої» у порівнянні з подією «надходження запиту в  $СМО_j$ ». Якщо в циклі `foreach` індекс  $j$  переглядається у зростаючому порядку, то подія з більшим значенням індексу має менший пріоритет запуску. Якщо в циклі `foreach` використовувати випадковий порядок індексу  $j$ , то пріоритет запуску подій буде однаковим. Такий цикл у псевдокоді можна описати інструкцією `foreach randomly`.

В алгоритмі 3.2 умова блокування сформульована для найбільш універсального випадку, коли блокування залежить від поточного стану усіх елементів мережі масового обслуговування. В окремому випадку конкретної задачі умова може виглядати простіше і відповідно реалізована в алгоритмі імітації простіше.

Якщо модель побудована на основі формалізму стохастичної мережі Петрі, то алгоритм імітації реалізує послідовність подій як послідовність запусків переходів. Стан переходу визначається множиною моментів виходу маркерів з переходу. Отже, момент найближчої події визначається за найменшим з усіх моментів виходу маркерів з переходів. При просування часу в момент найближчої події відбувається зміна стану мережі Петрі, а саме, вихід маркерів з переходу, для якого один з його моментів виходу співпадає з поточним моментом часу, та вхід маркерів в переходи, для яких виконана умова запуску переходу. Зауважимо, що в кожний момент часу відбувається саме вихід і вхід маркерів в переходи, на відміну від класичної мережі Петрі, в алгоритмі імітації якої на кожному кроці виконують вхід та вихід маркерів. У класичній мережі Петрі відсутні часові затримки в переході, тому існує така суттєва відмінність в імітації класичної мережі Петрі та мережі Петрі з часовими затримками. Дійсно, для переходу з часовою затримкою між входом та виходом маркерів потрібно відтворювати часову затримку.

Мережі Петрі з багатоканальними переходами мають низку переваг, у тому числі, меншу кількість елементів, які необхідні для представлення, меншу складність алгоритму імітації та компактність графічного представлення. Тому у завданнях, де є для цього підстави, варто використовувати саме алгоритм імітації мережі Петрі з багатоканальними переходами. Наприклад, кілька однакових пристроїв, що обробляють запити зі спільної черги, або захоплення ресурсу, який



наявний у кількості більшій ніж необхідно для обробки одного запиту, представляються багатоканальним переходом простіше, ніж звичайним. А саме, замість багатьох переходів для кожного каналу обробки, в моделі потрібно створити тільки один перехід, який відтворить обробку усіх каналів.

Стан моделі, формалізований опис якої виконано мережею Петрі, у будь-який момент часу визначається станом її позицій та станом її переходів. У таблиці 3.6 наведено зміну стану звичайної мережі Петрі, без урахування багатоканальних переходів, щоб полегшити розуміння зміни стану у випадку багатоканальних переходів. У таблиці 3.7 наведено опис змінних та дії, які відтворюють зміну стану стохастичної мережі Петрі з часовими затримками, з багатональними та конфліктними переходами. Використані такі позначення:

- $t$  – поточний момент часу;
- $\infty$  – момент часу, більший за час моделювання;
- $g_x$  – згенероване за заданим (для елемента з індексом  $x$ ) законом розподілу випадкове число;
- $M$  – поточний стан позицій (кількість маркерів в кожній з них);
- $E$  – поточний стан переходів (моменти виходів з переходів);
- $X(M, T)$  – предикат, який визначає виконання умови запуску переходу  $T$  для поточного стану позицій  $M$ .

Таблиця 3.6. Зміна стану елементів стохастичної мережі Петрі без урахування багатоканальних переходів.

Назва елемента	Змінні, що визначають стан	Зміна стану в момент $t$	
		при виході маркерів з переходу $T \mid t_T == t$	при вході маркерів в перехід $T \mid X(M, T) == 1$
Позиція $P$	$M_P$ – кількість маркерів в позиції	Якщо позиція є вихідною для переходу $T$ , то $M_P := M_P + k$ (збільшити кількість маркерів на значення кратності дуги, що з'єднує позицію з переходом).	Якщо позиція є вхідною для переходу, то $M_P := M_P - k$ (зменшити кількість маркерів на значення кратності дуги, що з'єднує позицію з переходом).
Перехід $T$	$E_T$ - наступний момент виходу маркерів з переходу	$E_T := \infty$ (не очікується вихід з переходу у наступні моменти часу)	$E_T := t + g_T$ (заплановано вихід маркерів з переходу у момент $t_T$ )

Таблиця 3.7. Зміна стану елементів стохастичної мережі Петрі з багатоканальними переходами.

Назва елементу	Змінні, що визначають стан	Зміна стану в момент $t$	
		при багатократному виході маркерів з переходу $T \mid t_{T,r} == t$	при багатократному вході маркерів в перехід $T \mid X(M,T) == 1$
Позиція $P$	$M_P$ – кількість маркерів в позиції	Якщо позиція є вихідною для переходу $T_j$ , то $M_P := M_P + k \cdot n$ , де $n$ – кількість каналів переходу, для яких $t_{T,r} =$ $= t$ (збільшити кількість маркерів на значення кратності дуги, що з'єднує позицію з переходом, для кожного каналу переходу, для якого момент виходу співпадає з поточним моментом часу).	Якщо позиція є вхідною для переходу, то $M_P := M_P - k \cdot n$ , де $n$ – кількість входів до досягнення стану $X(M,T) == 0$ (зменшити кількість маркерів на значення кратності дуги, що з'єднує позицію з переходом, для кожного входу до досягнення стану, в якому для переходу не виконана умова запуску). Зазначимо, що $X(M,T)$ враховує маркірування усіх позицій мережі, тому кількість входів в перехід обумовлюється станом усіх позицій мережі Петрі.
Перехід $T$	$E_T = \{t_{T,j} \mid j =$ $1 \dots r\}$ - наступні моменти виходу маркерів з переходу	Якщо $ E_T  > 1$ , то $E_T := E_T \setminus \{t_{T,j} \mid t_{T,j} = t\}$ , (вилучити з множини моментів виходу усі, для яких момент виходу співпадає з поточним моментом часу). Інакше $E_T := \{\infty\}$ (вказати, що вихід з переходу не планується у наступні моменти часу).	Якщо $ E_T  > 1$ , то $E_T := E_T \cup \bigcup_{i=1}^n \{t + g_T\}$ , де $n$ – кількість входів в перехід до досягнення стану $X(M,T) == 0$ (запланувати виходи з каналів переходу). Інакше $E_T := \bigcup_{i=1}^n \{t + g_T\}$ (замінити нескінченність запланованими виходами з каналів).

У псевдокодi змiна стану стохастичної мережі Петрі з багатоканальними переходами має такий вигляд (використані позначення для стану елементів мережі, які введені вище):

---

**Algorithm 3.3** State transformation  $E(S,t)$  of stochastic Petri net

---

```

input state of the model  $S = (M, T)$ , current time  $t$ 
foreach randomly transition  $T$ 
    foreach randomly  $r$ 
        if  $t_{T,r} == t$  then
            foreach place  $P$  in list of output places of transition  $T$ 
                 $M_P := M_P + k$ 
                if the size of the list  $E_T$  is one then
                     $t_{T,0} := \infty$ 
                else
                    remove  $t_{T,r}$  from the list of  $E_T$ 
                endif
            endforeach
        endif
    endforeach
endforeach
while  $V_T X(M, T) == \text{true}$ 
    foreach randomly transition  $T$ 
        if  $X(M, T) == \text{true}$  then
            foreach place  $P$  in list of input places of transition  $T$ 
                 $M_P := M_P + k$ 
            if the size of the list  $E_T$  is one then
                 $t_{T,0} := t + g_T$ 
            else
                add  $t + g_T$  to the list of  $E_T$ 
            endif
        endif
    endforeach
endwhile
output next state of the model  $S := (M, T)$ 

```

---

Зауважимо, що в описі псевдокоду змiни стану мережі Петрі використано цикл **foreach randomly**, тобто для кожного, але у випадковому порядку. При цьому з рівною ймовірністю той чи інший перехід з виконаною умовою виходу

маркерів може опинитись наступним у порядку їх перегляду. У практичній реалізації може бути достатньо виконати операцію перемішування для списку (якщо вона не збільшує занадто складність обчислень).

Якщо багатоканальні переходи не мають спільних позицій, то вони не конфліктують при захопленні маркерів зі своїх вхідних позицій. Тоді фрагмент з входом маркерів у псевдокоді Алгоритму 3.3 можна спростити таким чином:

```
foreach randomly transition T
  while X(M,T)==true
    foreach place P in list of input places of transition T
       $M_P := M_P + k$ 
      if the size of the list  $E_T$  is one then
         $t_{T,0} := t + g_T$ 
      else
        add  $t + g_T$  to the list of  $E_T$ 
      endif
    endwhile
  endforeach
```

Якщо використовувати звичайний **foreach**, то порядок перегляду в ньому визначатиме пріоритет запуску переходів: перехід, який на початку списку, матиме вищий пріоритет запуску. Є моделі, для яких такий спосіб запуску переходів може бути корисним.

Якщо модель побудована на основі формалізму Петрі-об'єктної моделі, то її стан повністю визначається станом позицій та переходів, з яких складаються Петрі-об'єкти. Тому зміна стану Петрі-об'єктної моделі виконується зміною стану мереж Петрі усіх її Петрі-об'єктів. Оскільки вихідна позиція одного Петрі-об'єкта може бути вхідною позицією іншого Петрі-об'єкта, то запуск переходів в кожний момент виникнення події виконується до досягнення стану, коли для усіх Петрі-об'єкти досягнуто стан, що для жодного з її переходів не виконана умова запуску. Введемо позначення:

- $\{obj \mid obj = 1, \dots, N\}$  – множина ідентифікаторів Петрі-об'єктів, з яких складається модель;
- $S_{obj} = (M_{obj}, T_{obj})$  – стан мережі Петрі об'єкта  $obj$ ;
- $X_{obj}(S_{obj}) = \bigvee_{T_{obj}} X(M_{obj}, T_{obj})$  – предикат, що визначає наявність переходів з виконаною умовою запуску для заданого стану мережі Петрі  $S_{obj}$  об'єкта  $obj$ ;

- $E_{out}(S_{obj}, t)$  – частина перетворення стану мережі Петрі об'єкта  $obj$  в момент  $t$ , що відповідає виходу маркерів з переходів (цикл обчислень `foreach randomly transition T` в алгоритмі 3.3);
- $E_{in}(S_{obj}, t)$  – частина перетворення стану мережі Петрі об'єкта  $obj$  в момент  $t$ , що відповідає входу маркерів в переходи (цикл обчислень `while` в алгоритмі 3.3).

Тоді псевдокод алгоритму імітації Петрі-об'єктної моделі має такий вигляд:

---

**Algorithm 3.4** State transformation  $E(S, t)$  of Petri-object model

---

```

input state of the model  $S = \{ S_{obj} \}$ , current time  $t$ 
foreach randomly Petri-object  $obj$ 
    if  $t_{obj} == t$  then
        call output state transformation  $E_{out}(S_{obj}, t)$ 
    endif
endforeach
while  $V_{obj}(X_{obj}(S_{obj})) == \text{true}$ 
    foreach randomly  $obj$ 
        if  $X_{obj}(S_{obj}) == \text{true}$  then
            call input state transformation  $E_{in}(S_{obj}, t)$ 
        endif
    endforeach
endwhile
output next state of the model  $S$ 

```

---

Алгоритм імітації Петрі-об'єктної моделі не тільки спрощує та пришвидшує конструювання моделі з окремих фрагментів мереж Петрі, його швидкодія є суттєво вищою за рахунок того, що, по-перше, на кожному кроці імітації пошук найближчого моменту часу відбувається переглядом стану об'єктів замість стану усіх переходів моделі і, по-друге, зміна стану відбувається в межах одного Петрі-об'єкта, що також скорочує обсяг перегляду стану елементів моделі. Дійсно, пошук переходу, для якого виконана умова запуску переходу, відбувається за переглядом тільки переходів, що належать одному Петрі-об'єкту. Якщо предикат для певного об'єкта вже досяг нульового значення, то переходи цього об'єкта вже не переглядатимуться.

Отже, при розробці алгоритму імітації потрібно ретельно враховувати особливості послідовності подій, щоб відтворити їх якнайближче до реальної системи і забезпечити при цьому якнайменшу складність обчислень.

Завершується розробка алгоритму імітації доведенням коректності розробленого алгоритму, що виконується проведенням верифікації алгоритму. Верифікацію алгоритму виконують варіюванням вхідних змінних моделі.

Обов'язково в додатках наводиться фрагмент протоколу подій, який доводить правильність розробленого алгоритму, та таблицю верифікації моделі.

Програмна реалізація імітаційної моделі може бути виконана будь-якою універсальною мовою програмування. При цьому реалізація алгоритму імітації має бути власною. Використання спеціалізованих бібліотек імітації, таких як SimPy або CPNTools, наприклад, не розглядається в межах виконання курсової роботи. Для розробки алгоритму імітації з формалізмом стохастичної мережі Петрі (з часовими затримками, з багатоканальними та конфліктними переходами) можна використовувати бібліотеку класів PetriObjectModelPaint [11]. При цьому в реалізації алгоритму імітації мають бути виконані спрощення, які відповідають умові задачі, з метою збільшення швидкодії алгоритму. Наприклад, якщо формалізований опис виконаний без використання багатоканальних переходів, то відповідну частину коду в алгоритмі імітації слід спростити з урахуванням тільки одноканальних переходів.

Бібліотека Петрі-об'єктного моделювання PetriObjectModelPaint є програмною реалізацією мовою Java технології Петрі-об'єктного моделювання [7]. Для розробки моделі програмне забезпечення такі функції автоматизованого створення моделі:

- створення мережі Петрі засобами графічного редактора;
- анімація запуску переходів на заданому інтервалі часу з виведенням результатів моделювання та протоколу подій;
- запуск моделі на заданому інтервалі часу з виведенням результатів моделювання та протоколу подій;
- збереження мережі Петрі у вигляді Java-методу;
- створення Петрі-об'єктів з заданими параметрами;
- конструювання з них Петрі-об'єктної моделі.

Графічний редактор розробки мережі Петрі оснащений такими інструментами:

- додавання та видалення елементів до зображення,
- редагування параметрів елементів,
- копіювання та вставки елементів,

- виділення групи елементів та перетягування їх,
- виділення групи елементів та видалення їх,
- масштабування зображення моделі,
- перевірка коректності набору елементів у зображенні для створення мережі Петрі.

Вибір засобу реалізації та мови програмування потрібно обґрунтувати, тобто вказати очікувані переваги та недоліки реалізації. Наприклад, мова Python містить потужну бібліотеку для реалізації генераторів випадкових чисел з різними законами розподілу, мова C++ дає змогу досягти більшої швидкодії імітації, а мова Java має переваги у використанні багатопочних обчислень.

### **3.1.4. Проведення експериментального дослідження**

При проведенні експериментального дослідження імітаційної моделі використовуємо термінологію, специфічну для математичної статистики та методів планування та проведення експериментів. Факторами називають ті вхідні змінні, вплив яких на вихідну величину досліджується. Вихідна змінна моделі, що досліджується, називається відгуком моделі. Вибір відгуку моделі в курсовій роботі обумовлений метою моделювання, що вказана у завданні. Фактори обираються виконавцем курсової роботи самостійно на основі досвіду, отриманого під час верифікації моделі, результатів моделювання, отриманих при початкових значеннях вхідних змінних та параметрів, а також логічних міркувань, що виходять з розуміння процесу, який відтворюється алгоритмом імітації.

Обов'язковим етапом при проведенні експериментів є дослідження умов проведення одного експерименту, а саме:

- тривалості перехідного періоду, що забезпечує високу точність оцінювання вихідної характеристики;
- кількості повторюваних замірів вихідної змінної моделі, що забезпечують задану точність результату.

Перехідним вважають період, протягом якого модель приходить до своїх сталих значень (рис. 3.1). Значення перехідного періоду, якщо їх не відкинути, сильно впливають на результат оцінювання середнього значення відгуку моделі. Наприклад, якщо сталі значення середньої черги в моделі близько 20, а у початковий момент часу значення черги 0, то на початку імітації протягом певного інтервалу часу, середнє значення черги буде поступово збільшуватись. Значення, які спостерігаються на початку імітації, будуть у цьому випадку

зменшувати спостережуване середнє значення відгуку моделі. Тому дослідження перехідного періоду є важливим для досягнення точного результату.

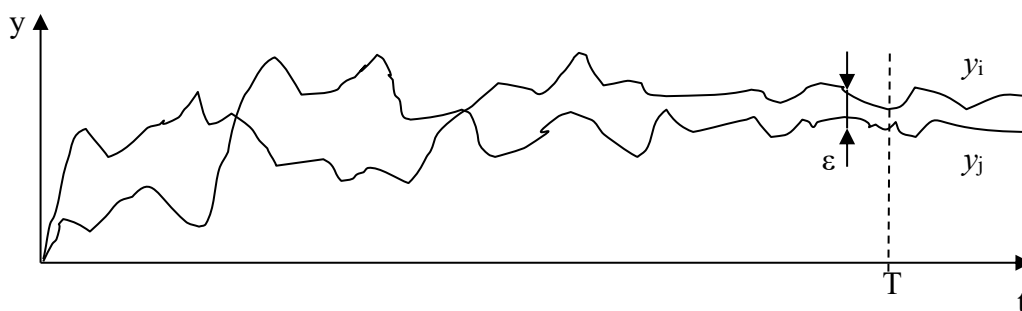


Рисунок 3.1. Визначення тривалості перехідного періоду

Тривалість одного експерименту (в одиницях модельного часу) визначається за пробними спостереженнями динаміки змінювання відгуку моделі з плином часу. Необхідно виконати кілька таких спостережень (щонайменше 4) і визначити момент часу  $T$ , після якого різниця у середніх значеннях, обраних на цей момент часу, не перевищує задану точність визначення результату:

$$T: \forall i, j \quad |\overline{y_i(T)} - \overline{y_j(T)}| < \varepsilon, \quad (3.1)$$

де  $\varepsilon$  - задана точність оцінювання,  $\overline{y_i(t)}$  - середнє значення відгуку моделі, розраховане за результатом імітації на інтервалі часу  $[0; t]$ .

Середнє значення відгуку моделі за результатом спостереження моделі на інтервалі часу  $[0; t]$ , з урахуванням того, що час просувається в алгоритмі на нерівні інтервали часу, потрібно обчислювати за формулою:

$$\overline{y_i(t)} = \frac{1}{n} \frac{\sum_{s=1}^n y_{is} \cdot \Delta t_s}{\sum_{s=1}^n \Delta t_s}, \quad t = \sum_{s=1}^n \Delta t_s, \quad (3.2)$$

де  $\Delta t_s, s = 1, \dots, n$  - інтервали, на які просувається час в алгоритмі імітації,  $y_{is}$  - спостережуване значення величини в інтервалі  $[t_s; t_{s+1})$ .

Стандартне відхилення теж потрібно обчислювати з урахуванням того, що час просувається в алгоритмі на нерівні інтервали часу:

$$\sigma^2(t) = \frac{1}{n-1} \frac{\sum_{s=1}^n (y_s - \overline{y})^2 \cdot \Delta t_s}{\sum_{s=1}^n \Delta t_s}, \quad t = \sum_{s=1}^n \Delta t_s, \quad (3.3)$$

При визначенні моменту тривалості перехідного періоду можна помилитись у більшу сторону, проте помилка у меншу сторону буде призводити до неточного результату. Якщо умова (3.1) не досягається, то, можливо, сталий стан системи не досягається. Тоді потрібно перейти в експериментальному дослідженні до іншого відгуку моделі або змінити числові характеристики моделі так, щоб сталий режим досягався. Наприклад, при інтенсивності надходження в мережу масового обслуговування більшій за інтенсивність обслуговування, очевидно, буде спостерігатись накопичення в чергах очікування



до нескінченності. Обчислене значення середньої довжини черги буде залежати від часу моделювання, тому такий відгук моделі не є бажаним для дослідження. Навпаки, продуктивність мережі масового обслуговування у таких умовах з часом буде досягати свого максимально можливого значення, яке буде сталим.

Зменшити перехідний період можна встановленням початкового стану моделі, який близький до її сталого стану. Наприклад, для вищезгаданого прикладу починати імітацію слід зі стану черги, коли в ній вже на нульовий момент часу очікують 20 об'єктів.

Зменшити вплив даних перехідного періоду можна також за рахунок збільшення часу моделювання у кілька десятків разів у порівнянні з тривалістю перехідного періоду. Проте такий спосіб витратний, оскільки призводить до надмірних витрат часу на проведення експериментів.

Після того, як тривалість перехідного періоду визначена, можна позбутись впливу на точність даних, зібраних протягом цього періоду одним з трьох згаданих вище способів. На практиці, найбільш дієвими виявляються перші два: встановлення початкового стану якнайближче до того, який спостерігається у сталому режимі, та починати збір даних для статистичної обробки за межами перехідного періоду. Тільки після успішного визначення тривалості перехідного періоду, а значить і необхідного часу моделювання, можна продовжити експериментальне дослідження.

Кількість замірів визначається за формулою, що є наслідком нерівності Чебишева:

$$p = \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2(1-\beta)}, \quad (3.4)$$

де  $\sigma$  – стандартне відхилення спостережуваної величини,  $\varepsilon$  – задана точність оцінювання,  $\beta$  – задана довірча ймовірність оцінювання.

Для цілей імітації, як правило, використовують значення довірчої ймовірності не менше 0,9. У більшості проєктів приймають значення  $\beta = 0,95$ . Тоді формула (3.4) набуває вигляду:

$$p = 20 \left( \frac{\sigma}{\varepsilon} \right)^2. \quad (3.5)$$

Звідки слідує, що за вимоги точності  $\varepsilon = \sigma$  достатньо 20 повторювань замірів вихідної величини для оцінювання її з точністю  $\sigma$  і довірчою ймовірністю 0,95. За вимоги  $\varepsilon = \sigma/2$  кількість необхідних замірів збільшується до 80, а за вимоги  $\varepsilon = \sigma/4$  – до 320.

Серія експериментів, яка проводиться, може відрізнятись в залежності від завдання. Результат одного експерименту в серії завжди має бути отриманий як середнє значення повторних замірів досліджуваної вихідної змінної моделі при

фіксованих значеннях вхідних змінних, що забезпечує задану точність оцінювання результату одного експерименту.

Вибір методу дослідження моделі має відповідати меті моделювання, яка вказана у завданні. Якщо у завданні вказано дослідити найліпший варіант чи відшукати параметри, які забезпечують найменше чи найбільше значення вихідної характеристики, то має бути виконаний пошук оптимальних умов або перебором усіх можливих варіантів, або методом градієнтного спуску, або еволюційним методом. Перебір усіх можливих варіантів можна виконати з відкиданням заздалегідь гірших варіантів, щоб скоротити обсяг перебору. Але відкидання певної кількості гірших потрібно обґрунтовувати.

Якщо у завданні вказано, що метою є визначення статистичних характеристик певної вихідної величини, то, окрім визначення середнього статистичного значення та середнього квадратичного відхилення, має бути виконано ідентифікацію закону розподілу випадкової величини. Процес проведення ідентифікації закону розподілу включає такі дії [15]:

- формування масиву спостережуваних значень випадкової величини;
- побудова гістограми частот;
- формування гіпотези про вид закону розподілу;
- визначення параметрів закону розподілу
- перевірка відповідності за критерієм згоди  $\chi^2$ .

Масив спостережуваних значень формується за результатами запуску імітаційної моделі, при цьому одне значення має бути отримано

Якщо у завданні є дослідження певних модифікацій системи, то потрібно дослідити вплив модифікації на вихідні характеристики системи. Дисперсійний аналіз впливу факторів спрямований на те, щоб надати відповідь чи різниця у значеннях вихідних характеристик спричинена зміною фактору чи вона обумовлена випадковістю. Якщо за фактор прийняти ту чи іншу модифікацію моделі, то за результатом дисперсійного аналізу можна зробити висновок про вплив переходу від однієї модифікації моделі до іншої.

Якщо у завданні тільки вказано дослідження певних вихідних характеристик, то необхідним є експериментальне дослідження впливу вхідних змінних на вихідні змінні моделі. Для такого дослідження можна скористатись або регресійним або дисперсійним аналізом в залежності від того чи змінюється величина, вплив якої досліджується, неперервно чи дискретно.

Якщо з тексту завдання не впливає мета моделювання, то слід обрати метод для використання імітаційної моделі самостійно і узгодити цей вибір з керівником курсової роботи.

Загалом, можливими є такі варіанти використання імітаційної моделі для формулювання висновків про поведінку системи, що моделюється:

- регресійний аналіз;
- дисперсійний аналіз;
- методи групового урахування аргументів;
- методи пошуку оптимальних значень (градієнтний спуск, комбінаторні методи, еволюційні методи, методи штучного інтелекту);
- машинне навчання.

Для застосування цих методів у курсовій роботі можна використати спеціалізовані бібліотеки математичної статистики, машинного навчання, методі оптимізації.

Надамо стислий опис цих методів, достатній для того, щоб здійснити вибір методу, який найліпше підходить для дослідження моделі. Більш детальний опис зазначених методів міститься у навчальному посібнику [15].

Усі методи експериментального дослідження рекомендують використовувати нормалізовані значення факторів, що підвищує точність результатів та якість їх інтерпретації. Нормалізація може бути виконана відносного середнього чи максимального значення фактора. Важливо при цьому, щоб область варіювання усіх факторів після нормалізації була однаковою. Наприклад, до інтервалу  $[-1; 1]$  призводять такі формули перетворення значень факторів:

$$x_i = \frac{X_i - X_0}{\Delta_i}, \quad X_0 = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}, \quad \Delta_i = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}, \quad (3.6)$$

де  $X_i \in [X_{min}; X_{max}]$  – початкові значення факторів,  $X_0$  – середина інтервалу варіювання,  $\Delta_i$  – половина довжини інтервалу,  $x_i \in [-1; 1]$  – нормалізовані значення факторів.

Формули (3.6) широко використовують в теорії інженерного експерименту для планування та проведення факторних експериментів [16].

Регресійний аналіз має на меті визначити кількісно вплив факторів на відгук моделі і потребує виконання таких кроків:

- формування масиву спостережуваних значень;
- формування гіпотези про вид функціональної залежності;
- оцінка значень параметрів функціональної залежності;
- кореляційно-регресійний аналіз функціональної залежності.

Масив спостережуваних значень у випадку дослідження імітаційної моделі формується за результатами проведення експериментів. Для кожного фактору  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  рівномірно в межах його діапазону варіювання обираються значення. Для

усіх можливих комбінацій значень факторів проводять експерименти та визначаються результати експериментів  $y_j, j=1, \dots, n$ . Наприклад, у найпростішому випадку лінійної залежності від факторів експерименти достатньо провести при двох значення для кожного фактору – найменшого та найбільшого з діапазону варіювання. Тоді кількість усіх комбінацій цих значень і кількість експериментів, які необхідно провести, складає  $n = 2^k$ .

Припущення про математичну залежність відгуку моделі  $y$  від факторів  $x_i, i=1, \dots, k$ , робиться у вигляді математичної функції, яка обов'язково має бути лінійною по шуканих параметрах  $b_i$ :

$$f(x, b) = b_0 + b_1 \cdot f_1(x) + b_2 \cdot f_2(x) + \dots + b_m \cdot f_m(x), \quad (3.7)$$

де  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – вектор факторів,  $f_i(x), i = 1, \dots, m$  – диференційовані функції, лінійні або нелінійні, але обов'язкові такі, що не є залежними.

Параметри  $b_i$  відшукуються так, щоб якнайближче відповідати значенням відгуку моделі  $y_j, j = 1, \dots, n$ , отриманих в експериментах при значеннях факторів  $x_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{kj})$ :

$$\sum_{j=1}^n (f(x_j, b) - y_j)^2 \rightarrow \min. \quad (3.8)$$

Умова (3.7) відома у математичній статистиці як критерій найменших квадратів. Для пошуку параметрів  $b_i, i = 1, \dots, m$ , що задовольняють умові (3.7), в обчисленнях на комп'ютері зручно використовувати формулу у такому матричному вигляді:

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y, \quad (3.9)$$

$$\text{де } b = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & f_1(x_1) & \dots & f_m(x_1) \\ 1 & f_1(x_2) & \dots & f_m(x_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & f_1(x_n) & \dots & f_m(x_n) \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Успішність визначення функціональної залежності оцінюють за результатами виконання кореляційно-регресійного аналізу. Розрахований показник індексу кореляції свідчить про близькість суми квадратів відхилень спостережуваних в експериментах значень відгуку моделі і обрахованих за рівнянням регресії від середнього значення відгуку моделі в експериментах. Чим ближче значення індексу кореляції до 1, тим більш успішним є результат пошуку регресійної залежності. При значеннях індексу кореляції менших за 0,7 слід прийняти рішення про неуспішність пошуку функціональної залежності, і або повторити пошук при більшій кількості даних, або перейти до більш складної функціональної залежності.

Дисперсійний аналіз має на меті визначити якісно вплив факторів на відгук моделі. Для його проведення потрібно виконати такі дії:

- формування масиву спостережуваних значень;

– оцінювання впливу за критерієм Фішера.

У випадку дослідження імітаційної моделі масив спостережуваних значень формується за результатами проведення експериментів. Для кожного фактору обирається однакова кількість  $q$  значень в його діапазоні варіювання. На відміну від регресійного аналізу, фактори можуть приймати якісні, тобто не кількісні, значення, такі як «з управлінням / без управління», «високий/середній/низький», «модифікований / не модифікований» тощо. Для кожного значення проводиться експеримент, результатом якого є достатньо точне значення відгуку моделі. Позначимо  $y_{js}$ ,  $s = 1, \dots, p$  – значення відгуку моделі, отримане,  $\bar{y}_j$ ,  $j = 1, \dots, q$  – значення відгуку моделі, отримане в  $j$ -ому експерименті для  $j$ -ого значення фактора,  $\bar{y}$  – середнє значення всіх  $\bar{y}_j$ .

Факторна дисперсія розраховується як сума квадратів відхилень значень відгуку моделі, отриманих у кожному  $j$ -ому експерименті, від загального середнього значення, поділена на  $q \cdot p - 1$ :

$$D_f = \frac{p \cdot \sum_{j=1}^q (\bar{y}_j - \bar{y})^2}{q \cdot p - 1}. \quad (3.10)$$

Залишкова дисперсія розраховується як сума квадратів відхилень значень відгуку моделі, отриманих для кожного  $i$ -ого заміру значення фактора, від середнього значення, розрахованого для відповідного  $j$ -ого експерименту, поділена на  $q \cdot p - 1$ :

$$D_r = \frac{\sum_{j=1}^q \sum_{s=1}^p (y_{js} - \bar{y}_j)^2}{q(p-1)}. \quad (3.11)$$

Близькість факторної і залишкової дисперсій означає, що різниця у значеннях відгуку моделі, отриманих при різних значеннях фактора, обумовлена швидше випадковістю, ніж зміною значення фактора. І, навпаки, відмінність вказаних сум квадратів відхилень свідчить про суттєвий вплив фактора на відгук моделі. Близькість / відмінність дисперсій оцінюється за критерієм Фішера.

Методи групового урахування аргументів (МГУА) призначені для пошуку математичної функції, що достатньо точно описує залежність між факторами та відгуком моделі. На відміну від регресійного аналізу ці методи виходять з того, що неможливо за тими ж даними, що використовувались для пошуку параметрів функціональної залежності, оцінювати якість знайденої моделі. Тому уся множини даних для застосування цих методів поділяється на навчальну та перевірну послідовності. Дані, які віднесені до перевірної послідовності, не використовують для пошуку параметрів моделі, щоб забезпечити справедливе оцінювання моделей. Навчальні дані слугують для визначення параметрів моделей-претендентів. Рекомендовано обирати співвідношення кількості даних

навчальної та перевірної послідовності  $2/1$ , але цей параметр може бути предметом окремого дослідження.

Отже, для кожної моделі з множини моделей претендентів розраховують її параметри. Спосіб обчислення їх аналогічний тому, що використовують при пошуку параметрів регресійної кривої. Тому так само, як і для регресійного аналізу, моделі мають бути лінійно залежними від шуканих параметрів, а дані, які використовуються для пошуку параметрів - нормалізовані. Далі виконується вибір найліпшої моделі за критерієм, що використовує дані перевірної послідовності даних. Модель, для якої досягається мінімум критерія, визнається найліпшою і є результатом обчислень.

У комбінаторному (однорядному) алгоритмі МГУА здійснюється перебір усіх моделей з множини моделей-претендентів, а множина моделей-претендентів формується з усіх можливих комбінацій доданків найскладнішої моделі. Комбінаторний алгоритм може призводити до надто великої кількості моделей в множині моделей-претендентів і відповідно надто довгих обчислень, тому були винайдені алгоритми, які виконують неповний перебір моделей.

У багаторядному алгоритмі МГУА складність моделей збільшують поступово, допоки зменшується досягнуте значення критерію. У наступний ряд проходять тільки  $N$  найуспішніших моделей. При цьому дані, розраховані за моделями першого ряду, слугують вхідними даними для моделей другого ряду, і т.д. Модель найліпшого ряду, яка має найменше значення критерію визнається найліпшою.

Перевагою застосування алгоритмів МГУА є об'єктивність вибору функціональної залежності, а недоліком їх – значні обсяги обчислень та необхідність налаштовувати параметри алгоритму, такі як множину моделей-претендентів, поділ даних на частини, критерій вибору найліпшої моделі, послідовність перебору моделей (так, щоб вона відповідала умові зростання складності моделі), для кожної специфічної задачі. Вважається, що досягнення значення критерію  $0,05$  (на даних перевірної послідовності) свідчить про успішність пошуку моделі.

Методи пошуку оптимальних значень встановлюють значення факторів, за яких досягається мінімум/максимум відгуку моделі. Якщо область варіювання факторів обмежена, то оптимальне значення відгуку завжди існує. Якщо фактори приймають дискретні значення і кількість усіх можливих комбінацій значень факторів невелика, то оптимальне значення відгуку може бути обране перебором усіх можливих варіантів. Якщо ж такий пошук вимагатиме значних витрат часу,

то логічними міркуваннями можна відкинути найбільш неперспективні варіанти і продовжити пошук для меншої кількості варіантів.

Якщо фактор може приймати будь-яке значення з інтервалу, то перебір усіх можливих його значень неможливий і пошук ускладнюється. Для проведення експериментів обирають кінцеву кількість значень в межах інтервалу, а значення визначають так, щоб з рівним кроком покрити весь інтервал варіювання, включно з його границями:

$$x_i = -1 + \frac{2}{n-1} \cdot i, \quad i = 0, \dots, n-1, \quad (3.12)$$

де  $x_i \in [-1; 1]$  - нормалізовані значення фактору (див. (3.6)),  $n$  – кількість значень.

Кількість значень для кожного фактора обирають так, щоб перебір усіх можливих комбінацій значень факторів не призводив до надмірної кількості експериментів. Далі проводять експерименти при кожній комбінації значень факторів та визначають ту з них, за якої досягається оптимальне значення відгуку моделі. Величина  $\frac{2}{n-1}$  буде в цьому випадку є оцінкою точності, з якою виконаний пошук оптимальних значень факторів. Нагадаємо, що кількість усіх можливих комбінацій знаходиться добутком усіх можливих значень факторів:

$$\prod_{i=1}^k q_i, \quad (3.12)$$

де  $q_i$  – кількість усіх можливих значень  $i$ -ого фактора.

Наприклад, якщо для одного фактора визначили 10 можливих значень, для іншого – 2, а для третього – 100, то кількість експериментів повного перебору складатиме 20000. Навіть якщо один експеримент триває близько 2 секунди, то витрати часу на проведення серії експериментів (10000 секунд) можуть бути надмірними.

Кількість значень, при яких проводяться експерименти можна суттєво скоротити, якщо використовувати еволюційні методи пошуку, які використовують евристику еволюційного відбору для направлено пошуку оптимальних значень факторів. Одна комбінація факторів, з якою проводять експеримент, в термінах еволюційного методу – це особина популяції, а результат експерименту з цією комбінацією факторів – оцінка життєдіяльності особини. На першому кроці еволюційного методу генерують  $N$  особин із значеннями факторів, які випадково згенеровані в області варіювання факторів. Експериментально оцінюють життєдіяльність кожної особини і обирають частину з них, що мають найліпші показники життєдіяльності, для переходу в наступну популяцію. Інша частина має бути отримати за результатом схрещування та

мутації цих найліпших особин. Інколи до них додають також нові особини, випадково згенеровані з метою додати різноманітності.

Алгоритми схрещування і мутації намагаються побудувати так, щоб отримати якомога більш придатну до життя особину. Якщо вдається врахувати специфіку задачі, то успішність методу буде вражаючою: дуже швидко алгоритм знаходитиме оптимальні значення. Наприклад, в задачі про дорожній рух на ділянці, керованій світлофорами, логічно не розривати пари сигналів зеленого та червоного світла, які показують високі показники якості управління. Тоді в алгоритмі схрещування перемішують пари цих значень для різних перехресть ділянки руху, щоб отримати особину зі ще більш високими показниками. Мутацію застосовують до особини, що отримана схрещуванням, додаванням випадкового відхилення, щоб додати різноманітності новій популяції. Величина відхилення має бути невеликою у порівнянні з самими значеннями (до 10 %), інакше мутація буде надто далеко відкидати особини від найліпших і тільки сповільнювати пошук.

У найпростішому випадку схрещування двох особин організовують обміном їх частин:

$$\left( \begin{matrix} \{a_i | i = 1, \dots, k\} \\ \{b_i | i = 1, \dots, k\} \end{matrix} \right) \Rightarrow \left( \begin{matrix} \{c_i | c_i = a_i, i = 1, \dots, \frac{k}{2}, c_i = b_i, i = \frac{k}{2}, \dots, n\} \\ \{d_i | d_i = b_i, i = 1, \dots, \frac{k}{2}, d_i = a_i, i = \frac{k}{2}, \dots, n\} \end{matrix} \right), \quad (3.13)$$

де  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  – пара особин, що схрещуються,  $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$  – пара особин, утворена в результаті схрещування.

Мутацію, у найпростішому випадку, виконують генеруванням випадково (рівномірно) одного значення з множини  $\{-1; 1; 0\}$ , що визначатиме, відповідно, відхилення віднімається, додається або є нульовим. У випадку нормалізованих факторів  $x_i \in [-1; 1], i = 1, \dots, k$  відхилення можна встановити 0,1, наприклад. Тоді перетворення за алгоритмом мутації має вигляд:

$$\{c_i | i = 1, \dots, k\} \Rightarrow \{c_i + 0,1r_i | r_i \in \{-1, 1, 0\}, i = 1, \dots, k\},$$

де  $c_i$  – особина, утворена схрещуванням,  $r_i$  є випадково згенерованим числом за рівномірним розподілом з множини  $\{-1, 1, 0\}$  і згенерованим для кожного фактору  $c_i$ .

Успішність еволюційного методу сильно залежить від розміру популяції та визначення алгоритмів схрещування та мутації. Розмір популяції має бути достатньо великим, щоб забезпечити більшу ймовірність потрапляння в оптимальні значення. Проте великий розмір популяції призведе до збільшення кількості експериментів і збільшення витрат часу на його проведення. Отже,



доводиться балансувати між розміром популяції та кількістю поколінь, яке знадобиться для пошуку оптимальних значень.

Іншим варіантом пошуку оптимальних значень може бути побудова нелінійної функціональної залежності відгуку моделі від факторів регресійним аналізом або методами групового урахування аргументів та використання цієї функціональної залежності для пошуку оптимальних значень звичайними методами математичного аналізу.

Методи машинного навчання можуть використовувати дані для свого навчання, отримані за результатами проведення експериментів з імітаційною моделлю. Якщо проведення імітації є довготривалим процесом, то використовувати в управлінні безпосередньо імітацію неможливо. Навчена нейромережа може достатньо точно відтворювати результати, отримані в імітації. І, хоч процес навчання є довготривалим, проте після навчання обчислення результату на нейромережі є швидким. Такий спосіб використання імітаційних моделей набуває все більшого поширення, оскільки спостережувати і збирати дані з імітаційної моделі набагато швидше, ніж з реальної системи, а інколи варіювання факторів і, відповідно, отримання результатів експериментів у реальній системі взагалі є неможливим.

### **3.1.5. Інтерпретація результатів моделювання**

У цьому розділі курсової роботи акумулюється інформація, отримана з моделі в процесі її розробки та дослідження. Якщо були прийняті рішення про зміни в моделі у порівнянні з початковим текстом завдання, то вони вказуються разом з обґрунтуванням причин, які привели до такого рішення.

Узагальнено у текстовому вигляді наводяться результати верифікації моделі, обґрунтовується вибір факторів для проведення експериментального дослідження та наводяться результати експериментального дослідження. Приділяється увага виявленим залежностям та закономірностям між вхідними та вихідними змінними моделі. Усі висновки щодо функціонування системи набувають словесного трактування і мають бути написані так, щоб не обізнана в моделюванні людина, якою найчастіше є замовник моделі, могла зрозуміти отримані результати.

На основі отриманих результатів моделювання формулюються висновки про якість функціонування системи, що моделюється, та надаються пропозиції щодо поліпшення її функціонування. Для пропонованих змін наводяться результати імітації та оцінюється, які з характеристик системи і на скільки поліпшені, а які, навпаки, погіршилися. Наприкінці робиться висновок про

доцільність запропонованих змін. Доречним у цьому розділі є також формулювання пропозицій до подальшого дослідження системи.

### 3.2. Графік виконання курсової роботи

Виконання курсової роботи поділено на частини, які можуть здаватись студентом по мірі виконання курсової роботи: розробка концептуальної моделі, розробка формалізованої моделі, реалізація імітаційної моделі, проведення експериментального дослідження на моделі. Викладач має можливість вже на перших кроках виконання завдання виявити та вказати на помилки в розробці.

Рекомендації щодо термінів кожного етапу виконання курсової роботи наведені у таблиці 3.7. Графік виконання курсової роботи має узгоджуватись з керівником курсової роботи і відповідати запланованій даті захисту.

Таблиця 3.7. Графік виконання курсової роботи

<i>Тиждень навчального семестру, відведений на виконання етапу роботи</i>	<i>Назва етапу виконання роботи</i>	<i>Форма звітності</i>
1-4	Отримання індивідуального завдання на курсову роботу	Затвердження теми
5	Розробка концептуальної модель системи	Оформлення відповідного розділу курсової роботи
6-7	Розробка формалізованої моделі системи	Модуль програмного забезпечення
8-10	Алгоритмізація моделі системи та її програмна реалізація	Модуль програмного забезпечення
11-12	Експериментальне дослідження моделі системи	Результати тестування у вигляді тексту чи таблиці
13	Інтерпретація результатів моделювання, формулювання висновків та пропозицій	Результати експериментального дослідження у вигляді тексту чи таблиці
14-15	Оформлення пояснювальної записки	Текст пояснювальної записки, оформлений у відповідності до вимог
16	Захист курсової роботи.	Прилюдний захист з презентацією результатів курсової роботи

Виконане завдання курсової роботи студент здає у навчальний дистанційний курс на платформі «Сікорський» [14] по мірі виконання. Результати перевірки можна передивитись у коментарях до оцінки, у файлі прикріпленому, а також у онлайн журналі освітнього компоненту.

Фінальна версія курсової роботи має бути подана на перевірку за 10 днів до призначеного дня захисту. Захист роботи відбувається з презентацією цієї роботи (4-6 хвилин) в комісії викладачів з двох осіб.

### 3.3 Зміст розділів текстової частини курсової роботи

Текстова частина курсової роботи оформлюється згідно вимог до оформлення технічної документації. Розділи та їх зміст вказані у таблиці 3.8.

Таблиця 3.8. Зміст розділів курсової роботи.

<i>Розділ</i>	<i>Зміст розділу</i>
<b>Анотація</b>	Коротко зазначається модель якої системи буде розроблено, якими методами і що є метою дослідження. Вказуються програми, які розроблені, та програмні засоби, які використані для їх розробки. Завершується анотація переліком ключових слів, наприклад, імітаційна модель, алгоритм імітації, мережа масового обслуговування або мережа Петрі.
<b>Вступ</b>	У вступі формулюється тема курсової роботи, мета дослідження, визначаються підходи до вирішення завдання, указується актуальність і мета дослідження, що проводиться у курсовому проекті. У постановці задачі наводиться текст завдання до курсового проекту. У вступі пишемо що буде досліджено, якими методами та які програмні засоби використані.
<b>Завдання</b>	Текст завдання до курсової роботи та пункти завдання до курсової роботи (див. додаток В)

<i>Розділ</i>	<i>Зміст розділу</i>
<b>1 Концептуальна модель системи</b>	<p>Концептуальна модель системи представляє деталізоване представлення системи, що моделюється, в якому виділяються і описуються підсистеми, елементи та зв'язки між елементами системи. Доцільно використовувати при описі концептуальної системи рисунки/схеми/діаграми, що представляють процес функціонування системи, який, власне, і має бути імітований за результатом виконання роботи.</p> <p>Обов'язково у цьому розділі мають бути визначені:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>перелік вхідних змінних моделі,</li> <li>перелік вихідних змінних моделі,</li> <li>схематичне представлення процесу, який імітується.</li> </ul>
<b>2 Формалізована модель системи</b>	<p>Формалізація моделі системи виконується тим формалізмом, що вказаний у завданні, у вигляді схеми з поясненнями. Обов'язково мають бути вказані усі числові параметри до формалізованого представлення, а для вихідних характеристик мають бути визначені формули обчислення. Для опису формалізованої моделі рекомендується використовувати приклади, наведені у розділі 3.</p>
<b>3 Алгоритмізація та програмна реалізація імітаційної моделі системи</b>	<p>У цьому розділі має бути описано розробку алгоритму імітації, усіх його складових (просування часу, просування моделі в часі, збір інформації про результати моделювання) з наведенням відповідних фрагментів коду. Має бути наведений детальний опис алгоритму з зазначенням усіх найважливіших змінних, що використовувалися в алгоритмі.</p> <p>Обґрунтовується вибір мови програмування для реалізації моделі та, можливо, допоміжних бібліотек для представлення результатів імітаційного моделювання.</p> <p>До розробленого програмного коду алгоритму імітації надається опис розроблених класів та UML-діаграма класів. Основний код обов'язково наводиться у додатку до роботи.</p>

<i>Розділ</i>	<i>Зміст розділу</i>
	<p>Має бути доведена коректність розробленого алгоритму, для цього виконуємо верифікацію моделі коментуємо отримані результати. У підрозділі „Верифікація моделі” цього розділу наводяться результати перевірки відповідності побудованого алгоритму імітації алгоритму функціонування моделі системи. Результати верифікації моделі оформлюються у вигляді таблиці, в якій вказуються значення вхідних змінних моделі, при яких виконувався запуск імітації, та отримані значення вихідних змінних. У тексті роботи слід зазначити час моделювання та значення змінних, які не варіювались при проведенні верифікації, якщо такі є.</p>
<b>4</b> <b>Експериментальне дослідження моделі</b>	<p>На початку цього розділу потрібно обґрунтовано визначити мету використання моделі у відповідності до завдання. Можливі варіанти використання моделі та рекомендації до проведення експериментального дослідження, яких слід дотримуватись, детально описані у розділі 3. У більшості випадків - це визначення умов, за яких система, що досліджується, буде функціонувати ліпше.</p> <p>Обов’язковим є опис дослідження умов проведення одного експерименту, що забезпечують достатньо високу точність результату, визначену тривалість перехідного періоду, спосіб, яким зменшується вплив перехідного періоду на результат, та кількість повторюваних замірів та точність результату, яку вони забезпечують.</p> <p>Для серії експерименту, що проведена, потрібно описати використовуваний метод експериментального дослідження, послідовність експериментів, розроблена для нього, та отримані результати.</p> <p>Необхідно представити розроблений код для проведення експериментального дослідження моделі або іншого її використання.</p>

<i>Розділ</i>	<i>Зміст розділу</i>
<b>5 Інтерпретація результатів моделювання системи, формулювання висновків та пропозицій</b>	У заключному розділі усі числові результати, які отримані в ході моделювання, набувають словесної інтерпретації, осмислюються і формуються у висновки та пропозиції щодо поліпшення функціонування системи, яка досліджується. Це має бути концентрований опис отриманих результатів моделювання з пропозиціями щодо удосконалення системи. Для пропозицій потрібно зробити пробний запуск моделі та надати оцінку поліпшення вихідних характеристик, що очікується від впровадження наданих пропозицій.
<b>Висновки</b>	У висновках указується імітаційна модель системи, що побудована, та результати її дослідження. Також описуються припущення, які були зроблені, та умови задачі, які не набули відтворення в імітаційній моделі в зв'язку з їх складністю. Формулюється висновок про успішне або не успішне імітаційне моделювання системи. Надаються пропозиції щодо подальшого дослідження системи. У висновках пишемо, що було розроблено та досліджено, вказуємо переваги застосування імітаційного методу моделювання та переваги розробленого в роботі алгоритму.
<b>Список використаних джерел</b>	НЕ вказуємо джерела, написані мовою держави-агресора, вказуємо 1-3 підручники з моделювання систем, можливо, 1 посібник зі статистики, 1 джерело з програмних засобів з імітаційного моделювання, 1 джерело з документації мови програмування, яку використовуєте для розробки, інше - за Вашим бажанням.
<b>Додатки</b>	У Додатках розміщуємо розроблений до моделі код та код до проведення експериментальних досліджень. Якщо таблиця до верифікації моделі велика, то її теж можна розмістити в додатках. Скриншоти запуску моделі, отриманих результатів моделювання, результатів експериментів, якщо вони займають більше сторінки, наводяться у додатках.

## **4. ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ**

### **4.1. Структура курсової роботи**

Курсова робота оформлюється у вигляді документованого звіту, який складається з таких структурних елементів:

- титульний аркуш;
- завдання та календарний план;
- реферат;
- зміст;
- постановка завдання;
- вступ;
- розділи основної частини (див. таблиця 1.1) ;
- висновки і рекомендації щодо застосування моделі;
- перелік посилань;
- додатки.

### **4.2. Титульна сторінка курсової роботи**

Титульний аркуш оформлюється за зразком, наведеним у додатку А, і містить таку інформацію: повна назва закладу вищої освіти, повна назва кафедри, назва освітнього компоненту, ім'я та прізвище студента, група, в якій навчається студент та номер його залікової книжки, дата подання роботи, ім'я та прізвище керівника курсової роботи та членів комісії з захисту курсової роботи, місто та рік виконання роботи.

Тема роботи та дата її захисту повинні відповідати актуальній інформації на момент захисту роботи.

### **4.3. Анотація**

Анотація призначена для короткого опису роботи. Вона має бути стислою та змістовною. Анотація містить:

- відомості про автора роботу, назву роботу,
- відомості про структуру та обсяг роботи: кількість розділів, загальну кількість сторінок, кількість рисунків, таблиць, додатків та використаних джерел (згідно з переліком посилань на них);
- текст анотації,
- перелік ключових слів.

У тексті анотації необхідно зазначити:

- модель, яка розроблена;
- використаний метод моделювання;
- програмні засоби, використані для реалізації моделі;
- виконане експериментальне дослідження моделі;
- отримані результати моделювання;
- сформульовані коротко висновки щодо шляхів поліпшення функціонування системи, модель якої побудована та досліджена.

Анотацію рекомендовано оформлювати в обсязі не більше 500 слів.

Ключові слова, що є визначальними для розкриття змісту (якщо такі необхідні), розміщують після тексту анотації у називному відмінку в рядок, через кому. Наприклад, такими ключовими словами можуть бути: модель дорожнього руху, алгоритм імітації, еволюційний метод, Java.

Зразок оформлення анотації наведений у додатку Б.

#### **4.4. Завдання**

Наводиться текстова частина обраного завдання (див. розділ 2), що містить опис системи, числові характеристики її параметрів, опис зовнішніх впливів та перелік характеристик, які є метою дослідження.

#### **4.5. Вимоги до оформлення тексту роботи**

Курсова робота оформлюється відповідно до Державного стандарту України ДСТУ 3008-95 "Документація. Звіти в сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення" [12]. Наведемо коротко вимоги цього стандарту. Деякі вимоги спрощені в контексті оформлення курсової роботи.

Текст роботи має бути оформлений на сторінках формату А4 (21 × 29,7 см) з полями 2 см з усіх боків. Саме таке значення 2 см відповідає усім обмеженням стандарту щодо полів сторінки згори, знизу, зліва та справа. Праве поле, за потреби може бути зменшено до 1 см. В колонтитулах сторінки додається номер сторінки у правому верхньому куту сторінки. Титульний аркуш є першою сторінкою, але номер сторінки на титульному аркуші ставити не потрібно. Редактор Word має відповідне налаштування для нумерації сторінок колонтитулів сторінки.

Для оформлення тексту потрібно використовувати шрифт Times New Roman 14 пт з вирівнюванням по ширині рядка, з відступом на початку абзацу (не менше 1 см), з міжрядковим інтервалом 1,5. Переноси слів не потрібно



використовувати. Оформлення програмного коду в тексті роботи буде виглядати краще, якщо використовувати шрифт Courier New 12 пт.

Рисунки підписуємо знизу, а таблицю - згори. Рисунок підписуємо посередині рядка, наприклад:

Рисунок 1.1 - Назва рисунку

Обов'язково на кожний рисунок має бути посилання в тексті ПЕРЕД розміщенням рисунку. Наприклад, «представлено на рисунку 1.1» або наприкінці речення «(рис. 1.1)».

Таблицю підписуємо по ширині рядка, наприклад:

Таблиця 4.1 - Назва таблиці

Обов'язково на кожену таблицю має бути посилання в тексті перед розміщенням таблиці. Наприклад, «наведено у таблиці 4.1» або наприкінці речення «(таблиця 1.1)».

У тексті технічну інформацію наводимо з використанням рисунків, таблиць та формул. Текст роботи оформлюється в одному з текстових редакторів, наприклад, Microsoft Word, Google Docs. Якщо використовується інший формат, то при поданні роботи на перевірку файл обов'язково конвертується у формат .pdf.

Розділи текстової частини Анотація, Зміст, Вступ, Висновки, Список використаних джерел є обов'язковими, їх назви не змінюються. Ці розділи не нумерують, на відміну від розділів основної частини. Розділи основної частини можуть мати назви, які дещо відрізняються від рекомендованих, якщо це відповідає кращому представленню змісту роботи.

Розділ завжди починається з нової сторінки (для цього використовують інструмент «Розрив сторінки» перед заголовком розділу). Перед підрозділом розрив сторінок не потрібно робити. Розділи і підрозділи повинні мати заголовки, то бути пронумеровані. Пункти і підпункти можуть бути без заголовку, але бути пронумеровані.

Заголовки розділів треба розмішувати посередині рядка і друкувати великими літерами без крапки наприкінці. Заголовки підрозділів, пунктів і підпунктів пояснювальної записки починають з абзацу і друкують малими літерами, крім першої великої, без крапки наприкінці. Якщо заголовок складається з двох і більше речень, їх розділяють крапкою.

Розділи нумерують в межах текстової частини курсової роботи арабськими цифрами без крапки. Підрозділи мають порядкову нумерацію в межах розділу, до якого відносяться. Номер підрозділу складається з номера розділу і порядкового номера підрозділу, відділених крапкою. Після номера підрозділу

крапку не ставлять, наприклад, 1.1, 1.2, 1.3 і т.д. Пункти мають порядкову нумерацію в межах підрозділу, в якому вони створені і нумеруються аналогічно, наприклад, 1.2.3 – третій пункт другого підрозділу розділу 1. Номер підпункту містить вказівку на номер розділу, номер підрозділу, порядковий номер пункту та порядковий номер підпункту, відділені крапкою, наприклад, 2.1.3.2 – другий підпункт третього пункту підрозділу 1 розділу 2.

Розділ або підрозділ не може складатись з одного пункту або пункт складатись з одного підпункту. У такому разі поділ на пункти не виконується.

При оформленні тексту розділу не може бути більше одного порожнього рядка, а на прикінці розділу не може бути більше 1 сторінки порожньої.

**Рисунки** (графіки, схеми, діаграми, скриншоти) потрібно розміщувати безпосередньо після тексту, де вони згадуються вперше, або на наступній сторінці. На всі ілюстрації має бути посилання в тексті. Якщо ілюстрації виконані не особисто автором роботи, необхідно, оформити належне посилання на першоджерело як в тексті, так і в підписі рисунку.

Рисунки необхідно нумерувати арабськими цифрами з порядковою нумерацією в межах розділу (але не підрозділу). Номер рисунку складається з номера розділу і порядкового номера ілюстрації в межах розділу, наприклад, рисунок 3.2 – це другий рисунок третього розділу. За потреби, рисунок може бути повернутий проти годинникової стрілки на 90 градусів. Підпис рисунку у цьому випадку також відповідно повертається. Підрисунковий підпис не можна переносити на наступну сторінку, використовуйте для рядка з рисунком налаштування, які забороняють відривати його від наступного рядка.

При представленні графіків обов'язково потрібно вказувати назви вісей, одиниці вимірювання, числові значення на вісях та, якщо кривих кілька на графіку, то підпис для кожної з них. При оформленні схем, діаграм, мінімальний розмір шрифту на графічних елементах – 6 пт. Рисунок має бути інформативним. Недопустимими є рисунки, в яких більшість площини не містить ніякої інформації.

**Таблиці** у курсовій роботі використовують для представлення числових даних моделі та результатів інформації. При оформленні таблиці дотримуються оформлення її заголовків у вигляді, представленому на рисунку 4.1. Горизонтальні та вертикальні лінії, що розділяють рядки таблиці, а також лінії зліва, справа і внизу, що обмежують таблицю, можна не проводити, якщо їхня відсутність не ускладнює сприйняття інформації, яка наведена у таблиці. Таблицю потрібно розміщувати після тексту, в якому вона згадується вперше, або на наступній сторінці. На всі таблиці в тексті роботи повинні бути посилання.

The diagram shows a table with 7 columns and 4 rows. The first row is shaded light blue and contains three main header cells. The second row is also shaded light blue and contains three sub-header cells. The third and fourth rows are white and contain data cells. Arrows point from labels to specific cells: 'Заголовки колонок' (Column headers) points to the first cell of the first row; 'Підзаголовки колонок' (Sub-headers) points to the first cell of the second row; 'Заголовки рядків' (Row headers) points to the first cell of the third row.


Рисунок 4.1 – Оформлення заголовків таблиці

Таблиці нумерують арабськими цифрами в межах розділу. Нумерація таблиць, як і нумерації рисунків, здійснюється в межах розділу (але не підрозділу). Тобто тільки два числа через крапку можуть бути вказані в номері – номер розділу та номер таблиці в межах розділу.

Таблиця обов'язково повинна мати назву, яку розміщують згори таблиці. Назва має бути стиснутою і розкривати зміст таблиці. Якщо рядки таблиці виходять за межі формату сторінки, таблицю переносять на наступну сторінку, повторюючи на кожній новій сторінці рядок заголовків колонок (та, якщо є, підзаголовків). Заголовки колонок таблиці починають з великої літери, а підзаголовки – з малої, якщо вони складають одне речення із заголовком. Підзаголовки, що мають самостійне значення, пишуть з великої літери. Наприкінці заголовків і підзаголовків таблиць крапки не ставлять. Заголовки і підзаголовки стовпців таблиці вказують в однині.

Підпис таблиці не може бути відокремлений від таблиці. Тому використовуйте для рядка з підписом таблиці налаштування, які забороняють відривати його від наступного рядка. Наступним рядком мають бути при цьому рядки таблиці. Якщо таблиця займає більше однієї сторінки використовуйте налаштування властивостей таблиці

**Переліки** є зручним способом структурованого подання інформації. Перед переліком ставлять двокрапку. Може бути використани нумерований, або не нумерований перелік. Для нумерованого використовують цифру з дужкою, а після дужки з малої літери пишуть відповідний елемент переліку. Для ненумерованого використовують рисочку на початку кожного елементу переліку.

**Формули** розміщують безпосередньо після тексту, в якому вони згадуються, після двокрапки. На наступному рядку після двокрапки посередині сторінки.

Формули в текстовій частині роботи нумерують порядковою нумерацією в межах розділу (але не підрозділу). Номер формули складається з номера розділу та номера формули в межах розділу, в якому формула наведена, відділених крапкою. Наприклад, формула (1.3) – це третя формула першого розділу. Номер формули вказують у тому ж рядку, в якому наведена формула, в дужках у крайньому правому положенні рядка. Якщо рядків, в яких наведена формула, більше 1, то номер формули вказують в останньому з рядків.

Пояснення значень символів та числових коефіцієнтів, які входять до формули, потрібно наводити безпосередньо під формулою, якщо вони не описані в тексті раніше. Починають опис позначень до формули словом “де” без двокрапки і розділяють описи позначень комою. Наприклад, перша формула до розділу 4 та пояснення позначень до неї можуть виглядати так:

$$L = \frac{\sum_{i=1}^n L_i \cdot \Delta_i}{T_{mod}}, \quad (4.1)$$

де  $L$  – спостережуване середнє значення довжини черги,  $L_i$  – значення довжини черги в межах інтервалу  $\Delta_i$ ;  $\Delta_i$  – інтервал часу від поточного моменту часу до наступного,  $T_{mod}$  – час моделювання.

Переносити формули або рівняння на наступний рядок допускається тільки на знаках, що виконують операції. При цьому знак операції на початку наступного рядка повторюють.

Зверніть увагу, що при оформленні формул використовуємо математичне представлення виразів, тому знак множення представляється крапкою (не зірочкою, як у мовах програмування), степені – верхнім індексом (не символом ^). Для представлення логарифмів, коренів та інших математичні функції використовуються їх математичні представлення (замість назв відповідних функцій в мові програмування). Для складних виразів потрібно використовувати редактор формул програмного забезпечення Word або аналогічний.

**Посилання.** Посилання на джерела обов’язково використовують у тексті курсової роботи для вказівки на джерело у списку використаних джерел. Оформлюють посилання на джерело вказування його номера у списку використаних джерел у квадратних дужках. При посиланні на розділ, підрозділ, рисунок, таблицю, формулу чи додаток вказують їх номер. Посилання розміщують в тексті, наприклад, «...у посібнику [2] ...», «у розділі 4», «... , що наведено у підрозділі 2.1...», «... на рисунку 1.3...», «... (рис.2.1).», «... у таблиці 3.2...», «... (таблиця 3.2 ).», «... за формулою (3.1).», «... у відповідності до виразу (2.5).», «... у додатку Б....».

**Список використаних джерел** оформлюють з дотриманням вимог ДСТУ 8302:2015 “Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні

положення та правила складання”. Важливо, щоб бібліографічний опис джерела містив інформацію, достатню для однозначної ідентифікації джерела: автор/автори, назва публікації, видання (том, номер) або видавництво (назва, місто), рік, кількість сторінок. Якщо джерело надається за електронним посиланням, то обов’язково вказувати: автор, назва публікації, URL, дату останнього перегляду. Мова, якою наведено джерело у списку, обов’язково має співпадати з мовою, якою джерело опубліковано.

Обов’язково на кожне джерело має бути хоча б одне посилання в тексті у квадратних дужках після відповідного згадування у тексті. Наприклад, “.... наведено у підручнику [3]...”, “У статті [1]...”.

У списку використаних джерел курсової роботи має бути щонайменше 3 джерела: з імітаційного моделювання, з алгоритмів імітації, з документації мови програмування. Не допускаються у списку джерел посилання на вікі-, студо- та інші -педії, а також блоги, в яких відсутнє вказування на автора чи іншу особу, яка відповідає за наведену інформацію. Уникайте посилань на російськомовні джерела (така собі санкція у відповідь на дії агресора). Джерела у списку мають бути упорядковані або за порядком їх першого згадування в тексті роботи, або за алфавітом (окремо за англійським та окремо за українським алфавітом).

**Додатки.** Додатки необхідно оформлювати як продовження текстової частини курсової роботи. Сторінки додатків нумерують, продовжуючи нумерацію розділів курсової роботи. На всі додатки мають бути посилання в тексті роботи.

Кожний додаток обов’язково починають з нової сторінки. Додаток повинен мати заголовок, що складається з позначення додатку великими літерами та його назви. Наприклад, «Додаток А. Лістинг коду алгоритму імітації». Заголовок розміщують з вирівнюванням тексту посередині. Для позначення додатків використовують літери українського алфавіту, окрім букв З, Й, О, Ч, Ї, у тому ж порядку, як в алфавіті.

У разі потреби текст додатків можна ділити на розділи, підрозділи, пункти і підпункти, які треба нумерувати в межах кожного додатка. У цьому випадку перед кожним номером ставлять позначення додатка (великою літерою), крапку і номер розділу. Наприклад: А.2 - другий розділ додатка А.

Ілюстрації, формули, таблиці, що містяться в тексті додатка, необхідно нумерувати в межах кожного додатка так: таблиця А.2 – друга таблиця додатка А. Навіть, якщо в додатку одна ілюстрація, формула, або таблиця, її нумерують. Посилання на рисунки додатків оформлюють так само, як і в основних розділах роботи.

#### **4.6. Найбільш поширені зауваження до курсових робіт**

1. Недотримання ДСТУ 3008-2015 при оформленні роботи. Зверніть увагу на міжрядковий інтервал, вирівнювання по ширині, відступи в абзацах, підписи рисунків та таблиць, посилання на джерела та додатки.

2. В описі концептуальної моделі системи додайте опис процесу, який моделюється.

3. В описі формалізованої моделі опишіть усі числові параметри. Зверніть увагу на опис специфічних для задачі умов (упорядкування в черзі, керування і т.п.).

4. Опис формалізованої моделі потрібно завершити формулами для розрахунку вихідних характеристик моделі у відповідності до умови задачі. Зверніть увагу на перелік вихідних характеристик, вказаних в умові задачі та мету моделювання – він має відповідати наведеному у формалізованому описі переліку.

5. В описі розробки опишіть алгоритм імітації. Зверніть увагу на ті специфічні моменти, які довелося розробити, і наведіть відповідні фрагменти розробленого коду.

6. Результати імітації наводимо обов'язково з указуванням часу моделювання. Час моделювання вимірюється в умовних одиницях часу.

7. Верифікація моделі не виконана. Розробка алгоритму повинна завершуватись доведенням його правильності через виконання верифікації моделі.

8. Експериментування проводимо не для всіх змінних, які вказані в переліку вихідних характеристик, а для тих з них, що стабілізуються з часом, та таких, що є важливими для якісної роботи системи, що досліджується.

9. У таблицях та на графіках обов'язково вказуємо одиниці вимірювання. Наприклад, «Інтенсивність надходження, 1/с».

10. Неповний бібліографічний опис джерела у списку.

11. Неправильно упорядковані джерела у списку джерел.

12. У додатках не наведено лістинг алгоритму імітації.

13. Не наведено лістинг проведення експериментів в додатках.

## 5. ВКАЗІВКИ ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО ЗАХИСТУ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Студент має вивчати освітній компонент протягом семестру, дотримуючись календарного плану виконання завдання. Завдання студент має виконувати самостійно і вчасно. У разі виявлення порушення академічної доброчесності (плагіат коду, тексту, рисунку чи переліку джерел) студент відправляється на наступну перездачу.

Завдання вважається виконаним, якщо студент розробив програму, що реалізує імітацію системи у відповідності до завдання, описав розробку у відповідності до вказаних розділів курсової роботи, вчасно подав роботу на перевірку та захистив роботу з доповіддю про отримані результати.

Виконане завдання курсової роботи студент здає у навчальний дистанційний курс на платформі «Сікорський» [14] по мірі виконання. Результати перевірки викладач розміщує у коментарях до оцінки, у файлі прикріпленому, а також в онлайн журналі освітнього компоненту. Усі надані зауваження та коментарі до роботи (у разі наявності часу для виправлень) студент опрацьовує, вносить відповідні виправлення до роботи і знову подає роботу на перевірку. Варіант роботи, який перевірений керівником на момент за 10 днів до запланованої дати захисту, вважається фінальним і за результатом його перевірки приймається рішення про допуск роботи до захисту.

**Курсова робота має бути виконана та подана на перевірку не пізніше як за 10 днів до визначеного дня захисту курсової роботи (графік захисту курсових робіт узгоджується разом з наданням завдання на курсову роботу).** За умови отримання оцінки за результатом перевірки викладачем, який є керівником виконання роботи, не менше 60 балів, робота допускається до захисту. Захист роботи відбувається з презентацією цієї роботи (4-6 хвилин) в комісії викладачів з двох осіб. Доповідач має переконливо і обґрунтовано представити напрацювання по усіх розділах курсової роботи. Особливо детально слід зупинитись на описі формалізованої моделі, розробці алгоритму імітації та результатах моделювання. Обов'язково потрібно бути готовим до відповідей на запитання щодо коду, демонструвати та пояснювати розроблений код безпосередньо з середовища його розробки, а також запускати імітацію моделі з модифікаціями, щоб довести коректність розробленого алгоритму.

Оцінювання студентів здійснюється згідно рейтингової оцінки рівня підготовки студентів з освітнього компоненту. Поточний стан успішності студенти можуть бачити наприкінці кожного лекційного заняття в електронному

журналі. Рейтингова система оцінювання з кредитного модуля описана у наступному розділі робочої програми.

Семестрова 100-бальна оцінка за виконання курсової роботи складається з балів, отриманих за розробку програмного забезпечення у відповідності до індивідуального завдання та оформлення пояснювальної записки (таблиця 5.1). Набрана кількість балів не може перевищувати максимальну кількість балів завдання обраної складності.

Таблиця 5.1. Розподіл балів між частинами завдання

№ з/п	Назва розділу курсової роботи	Всього	Кількість балів по видах діяльності		
			Розробка програмного забезпечення	Оформлення тексту курсової роботи	Захист
1	Вступ	1	-	1	-
2	Розділ 1. Концептуальна модель системи	4	-	4	-
3	Розділ 2. Формалізована модель системи	15	10	5	-
4	Розділ 3. Алгоритмізація моделі системи та її комп'ютерна реалізація	35	30	5	-
5	Розділ 4. Експериментальне дослідження моделі системи	25	20	5	-
6	Розділ 5. Інтерпретація результатів моделювання, формулювання висновків та пропозицій	55	-	5	-
7	Висновки	1	-	1	-
8	Список використаних джерел	2	-	2	-
9	Додатки	2	-	2	-
10	Захист курсової роботи	10	-	-	10
	<b>Всього балів</b>	<b>100</b>	<b>60</b>	<b>30</b>	<b>10</b>



## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

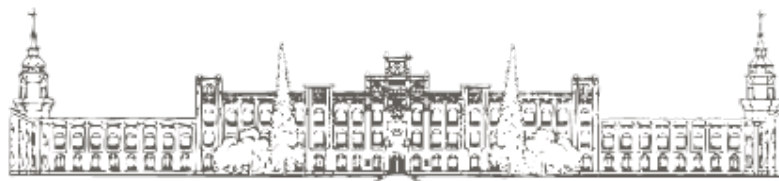
1. Arena Simulation Software. URL: <https://www.rockwellautomation.com/en-us/products/software/arena-simulation.html> (Accessed 28 July 2024)
2. BPMN (Business Process Model and Notation). URL: <https://camunda.com/bpmn/reference/> (Accessed 28 July 2024)
3. CPNTools. Available at: <http://cpntools.org/> (Accessed 28 August 2022).
4. Jensen K., Kristensen L. Coloured Petri Nets: Modeling and Validation of Concurrent Systems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. 383p.
5. Kelton W. D., Ivey N. and Zupick N. Simulation with Arena, 7th Edition, 2024. 611p.
6. Simio. Other libraries and resources. URL: <https://textbook.simio.com/SASMAA/ch-misc-modeling-topics.html#extras-library> (Accessed 28 July 2024)
7. Stetsenko, I.V., Dyfuchyn, A. (2020) Petri-object Simulation: Technique and Software. Information, Computing and Intelligent Systems 1, 51-59. <https://doi.org/10.20535/2708-4930.1.2020.216057>
8. Stetsenko I.V., Dyfuchyna O. (2019) Simulation of Multithreaded Algorithms Using Petri-Object Models. Advances in Intelligent Systems and Computing, 754, 391-401. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-91008-6\\_39](https://doi.org/10.1007/978-3-319-91008-6_39)
9. Stetsenko I.V., Dyfuchyna O. (2020) Thread Pool Parameters Tuning Using Simulation. Advances in Intelligent Systems and Computing, 938, 78-89. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-16621-2\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-16621-2_8)
10. Stetsenko I.V., Pavlov A.A., Dyfuchyna O. (2021). Parallel algorithm development and testing using Petri-object simulation. *International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems* 36, 549-564. Taylor & Francis. ISSN 1744-5760. <https://doi.org/10.1080/17445760.2021.1955113>
11. Github. StetsenkoInna. PetriObjModelPaint. URL: <https://github.com/StetsenkoInna/PetriObjModelPaint> (Accessed 28 July 2024)
12. Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлювання. ДСТУ 3008-2015. ДП «УкрНДНЦ». Київ, 2016. URL: [https://science.kname.edu.ua/images/dok/derzhstandart\\_3008\\_2015.pdf](https://science.kname.edu.ua/images/dok/derzhstandart_3008_2015.pdf) (Accessed 28 July 2024)
13. Дифучин А.Ю., Стеценко І.В., Жаріков Е.В. (2021) Граматика мови візуального програмування Петрі-об'єктних моделей. Проблеми програмування, 4, 82-94.

14. Стеценко І.В., Дифучин А.Ю. Дистанційний навчальний курс Моделювання систем, коротка назва ws04jg, сертифікат ДК № 0097, затверджений Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського, протокол № 8 від 02.06.2023 р.

15. Стеценко І.В. Моделювання систем: навч. посіб. [Електронний ресурс, текст]. Черкаси: ЧДТУ, 2010. 399с.

16. Томашевський В. М. Моделювання систем. Київ: Видавнича група ВНУ, 2005. 352 с.

# ДОДАТОК А. ТИТУЛЬНА СТОРІНКА КУРСОВОЇ РОБОТИ



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
КАФЕДРА ІНФОРМАТИКИ ТА ПРОГРАМНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ

Курсова робота з освітнього компоненту  
«Моделювання систем. Курсова робота»

Тема: **Назва теми**

**Керівник:**

**Посада та ПІБ керівника**

«Допущено до захисту»

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Захищено з оцінкою

Члени комісії:

**Виконавець:**

**ПІБ студента**

студент групи \_\_\_\_\_  
залікова книжка № \_\_\_\_\_

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Інна СТЕЦЕНКО

**Ім'я ПРІЗВИЩЕ керівника**

**Київ – 202\_\_**

## ДОДАТОК Б. ЗРАЗОК ЗАВДАННЯ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ

Виконати дослідження для такої системи:

...текстова частина завдання у відповідності до узгодженого з керівником варіанту....

Для вищезазначеної системи:

- 1) розробити опис концептуальної моделі системи;
- 2) виконати формалізацію опису об'єкта моделювання в термінах визначеного у завданні формалізму;
- 3) розробити алгоритм імітації моделі дискретно-подійної системи у відповідності до побудованого формального опису;
- 4) для доведення коректності побудованого алгоритму виконати верифікацію алгоритму імітації;
- 5) визначити статистичні оцінки заданих характеристик моделі, що є метою моделювання;
- 6) провести експериментальне дослідження моделі;
- 7) інтерпретувати результати моделювання та сформулювати пропозиції щодо поліпшення функціонування системи;
- 8) зробити висновки щодо складності розробки моделі та алгоритму імітації на основі використаного формалізму, отриманих результатів моделювання та їх корисності.

## ДОДАТОК В. ШАБЛОН ОФОРМЛЕННЯ АНОТАЦІЇ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ

### АНОТАЦІЯ

ПІБ автори роботи. Курсова робота на тему «Назва теми роботи».

Текстова частина курсової роботи складається із вступу, розділів, висновків, списку використаних джерел з найменувань та додатків, які викладено на сторінках. В тексті роботи оформлено рисунків, таблиць.

У роботі поставлено завдання ...

Імітаційна модель розроблена ...

Проведено дослідження ...

Результати моделювання свідчать....

Зробено висновки...

Ключові слова: імітаційна модель, алгоритм імітації, ...