第九章 地理系统的投入产出模型

（Input-Output An analysis ）

- 投入产出模型的基本原理
- 区域经济活动的投入产出模型
- 资源利用与环境保护的投入产出分析

投入产出分析，又称“部门平衡”分析，或称“产业联系”分析，最早由美国经济学家瓦·列昂捷夫(W. Leontief)提出。主要通过编制投入产出表及建立相应的数学模型，反映经济系统各个部门(产业) 之间的相互关系。

自20世纪60年代以来，这种方法就被地理学家广泛地应用于区域产业构成分析、区域相互作用分析，以及资源利用与环境保护研究等各个方面。在现代经济地理学中，投入产出分析方法是必不可少的方法之一。

第1节 投入产出模型的基本原理

- 一、实物型投入产出模型
- 二、价值型投入产出模型

按照时间概念，可以分为静态投入产出模型和动态投入产出模型。

静态投入产出模型

主要研究某一个时期各个产业部门之间的相互联系问题；按照不同的计量单位，可以分为实物型和价值型两种。

实物型——按实物单位计量；

价值型——按货币单位计量。

这两种模型最能反映投入产出特征。

■**动态投入产出模型**

针对若干时期，研究再生产过程中各个产业部门之间的相互联系问题。

两者基本原理相同。以静态投入产出模型为例，介绍投入产出分析的基本原理。

一、实物型投入产出模型

实物型投入产出表，是以各种产品为对象，以不同的实物计量单位编制出来的。表9.1是一个简化的实物型的投入产出表。

表9.1　投入产出表

投入＼产出	中间产品 1　2　…　n	最终产品	总产品
1	q_{11}　q_{12}　$\cdots$　q_{1n}	y_1	q_1
2	q_{21}　q_{22}　$\cdots$　q_{2n}	y_2	q_2
$\vdots$	$\vdots$　$\vdots$　$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	q_{n1}　q_{n2}　$\cdots$　q_{nn}	y_n	q_n
劳　动	q_{01}　q_{02}　$\cdots$　q_{0n}	l	L

- 上表的简要解释：
- 从行向看，反映的是各类产品的分配使用情况，其中一部分作为中间产品供其它产品生产中使用（消耗），另一部分则作为最终产品供投资和消费使用，两部分相加就是一定时期内各类产品的生产总量。
- 从列向看，反映了各类产品生产中要消耗其它产品（包括自身）的数量。
- 但应指出的是，由于列向各类产品的计量单位不一致，故不能进行运算，因此，实物投入产出模型只有行模型没有列模型。

实物投入产出表的平衡关系式为：

中间产品 + 最终产品 = 总产品

这样按每一行可以建立一个方程，就有

$$q_{11}+q_{12}+\cdots+q_{1n}+y_1=q_1$$
$$q_{21}+q_{22}+\cdots+q_{2n}+y_2=q_2$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$q_{n1}+q_{n2}+\cdots+q_{nn}+y_n=q_n$$
$$q_{01}+q_{02}+\cdots+q_{0n}=L$$

以上方程式可以写成

$$\sum_{j=1}^{n}q_{ij}+y_i=q_i\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

$$\sum_{j=1}^{n}q_{0j}=L$$

- 假设只有农业和工业两个生产部门，这两个生产部门是相互依赖的，它们之间相互投入和消耗产品，如表所示。

		消耗情况		最终产品	总产品
		农业	工业		
生产情况	农业	80	160	160	400
	工业	35	45	120	200

- 农业部门作为生产部门，每生产一个单位的农产品，直接消耗农产品多少个单位呢？直接消耗工业品多少个单位呢？

		消耗情况		最终产品	总产品
		农业	工业		
生产情况	农业	80	160	160	400
	工业	35	45	120	200

- 每生产一个单位的农产品，直接消耗农产品80/400=0.2个单位;直接消耗工业品35/400=0.0875个单位.

- 工业部门作为生产部门，每生产一个单位的工业品，直接消耗农产品多少个单位呢？直接消耗工业品多少个单位呢？

		消耗情况		最终产品	总产品
		农业	工业		
生产情况	农业	80	160	160	400
	工业	35	45	120	200

- 每生产一个单位的工业品，直接消耗农产品160/200=0.8个单位;直接消耗工业品45/200=0.225个单位.

- 上述四个比值，分别称为农业对农业、农业对工业、工业对农业、工业对工业的直接消耗系数。

一般地，如果令 $\alpha_{ij}=\dfrac{q_{ij}}{q_j}$ $(i, j=1, 2, \cdots, n)$

则 α_{ij}表示**生产单位数量的*j*类产品**需要**消耗的*i*类产品的数量**，它被称为产品的直接消耗系数。

同理，劳动的直接消耗系数为

$$a_{0j}=\frac{q_{0j}}{q_j}\ (j=1, 2, \cdots, n)$$

则有 $\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}q_j+y_i=q_i\ (i=1, 2, \cdots, n)$ $\sum\limits_{j=1}^{n}a_{0j}q_j=L$

- 直接消耗系数是由生产技术条件所决定的。
- 直接消耗系数也称为技术系数。
- 直接消耗系数越大，说明j部门与i 部门的联系越密切；反之越松散。因此，直接消耗系数反映了部门之间的联系程度。

若令

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$Q=[q_1,\ q_2,\cdots,\ q_n]^T,\ Y=[y_1,\ y_2,\cdots,\ y_n]^T$$

上述方程的矩阵形式为

$$(I-A)Q=Y \qquad AQ+Y=Q$$

具体形式为

$$(I-A)=\begin{pmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1-a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & 1-a_{nn} \end{pmatrix}$$

- 在矩阵 I-A 中，从列来看，说明了每种产品投入与产出的关系。
- 若用“负”号表示投入，用“正”号表示产出，则矩阵中每一列的含义说明，为生产一个单位各种产品，需要消耗（投入）其它产品（包括自身）的数量。
- 而主对角线上各元素，则表示各种产品扣除自身消耗后的净产出比重。
- 同时，也可看到，此矩阵的“行”则没有经济含义，因为每一行的元素不能运算。

通过求解得到各类产品的总产量

$$Q = (I - A)^{-1} Y$$

实物型投入产出模型，建立了各类产品的生产和分配使用之间的平衡关系。

在模型中，直接消耗系数矩阵A反映了生产过程的技术结构。

模型通过列昂捷夫矩阵$(I\text{-}A)$建立了总产品与最终产品之间的关系，通过列昂捷夫逆矩阵 $(I-A)^{-1}$ 建立了最终产品与总产品之间的关系。

二、价值型投入产出模型

该模型是根据价值型投入产出表建立的。它将整个经济系统划分为若干子系统——生产部门，并以货币为计量单位。不仅能够反映各部门产品的实物运动过程，而且能够描述各部门产品的价值流动过程、实用性与实用范围。表9.2为一个简化的价值型投入产出表，可以按行或者列建立数学模型。

表9. 2　价值型投入产出表

		中间使用					最终产品	总产值
		部门1	部门2	$\cdots$	部门n	小计		
物质消耗	部门1	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1n}	E_1	y_1	x_1
	部门2	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2n}	E_2	y_2	x_2
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	部门n	x_{n1}	x_{n2}	$\cdots$	x_{nn}	E_n	y_n	x_n
	小计	C_1	C_2	$\cdots$	C_n	C	y	x
新创造价值	劳动报酬	v_1	v_2	$\cdots$	v_n	v		
	纯收入	m_1	m_2	$\cdots$	m_n	m		
	小计	N_1	N_2	$\cdots$	N_n	N_0		
总产值		x_1	x_2	$\cdots$	x_n	x		

■按横行建立数学模型

反映各部门产品的生产与分配使用情况，描述了最终产品与总产品之间的平衡关系。

$$
\begin{array}{l}
x_{11}+x_{12}+\cdots+x_{1n}+y_1=x_1 \\
x_{21}+x_{22}+\cdots+x_{2n}+y_2=x_2 \\
\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\
x_{n1}+x_{n2}+\cdots+x_{nn}+y_n=x_n
\end{array}
$$

即

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}+y_i=x_i\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

记直接消耗系数为

$$a_{ij}=\frac{x_{ij}}{x_j}\ (i，\ j=1，2，\cdots，\ n)$$

则方程变为

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j+y_i=x_i\ (i=1，2，\cdots，\ n)$$

上式叫做产品分配方程组，表明，对于每一个部门，其总产品等于从该部门流向其他部门的产品及最终产品之和。

若记

$$X=[x_1,\ x_2,\cdots,\ x_n]^T,\ Y=[y_1,\ y_2,\cdots,\ y_n]^T$$

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

则方程组可以写成矩阵形式

$$AX+Y=X$$

$$(I-A)=Y$$

若假设 $|I-A|\neq 0$，则有 $X=(I-A)^{-1}Y$。

■按列建立模型

反映各部门产品的价值形成过程、生产与消耗之间的平衡关系

$$x_{11}+x_{21}+\cdots+x_{n1}+v_1+m_1=x_1$$

$$x_{12}+x_{22}+\cdots+x_{n2}+v_2+m_2=x_2$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\mathrm{x}_{1\mathrm{n}}+x_{2n}+\cdots+x_{nn}+v_n+m_n=x_n$$

即

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}+v_j+m_j=x_j\ (j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

上式叫做费用平衡方程组，它反映物质消耗费用、新创造价值与产品总价值之间的关系。

设 $N_j = v_j + m_j$ 则方程组可写成

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_j + N_j = x_j \ (j = 1, 2, \cdots, n)$$

$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}$ 为生产单位数量的 j 部门产品的全部物质消耗系数。

若将物质消耗系数矩阵记为

$$C=\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} a_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{n} a_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sum_{i=1}^{n} a_{in} \end{bmatrix}$$

并记$N=[N_1, N_2, \cdots, N_n]^T$，该模型的矩阵形式为

$$(I-C)X=N \qquad CX+N=X$$

若|*I*-*C*|≠0，则可以建立新创造价值与总产值之间的联系

$$X=(I-C)^{-1}N$$

特点

与实物型投入产出模型相比，具有以下两个方面的特点：

①计量单位统一，对价值型投入产出表，既可按行建立模型——反映各部门产品的产生与分配使用情况，也可按列建立模型——反映各部门产品价值的形成过程，可同时从产品的使用价值和价值两个方面反映各个部门之间的相互联系。

它可根据实际问题将部门进行合并或分解，显得更为灵活。因此，应用范围更广，应用价值更大。

② 价值型投入产出表中的部门是“纯部门”，是根据同类产品的原则来划分的，而不是按行政和企业来划分的。因此，在应用价值型投入产出模型研究有关实际问题时，数据资料的收集和处理一定要注意这一点。

		中间产品					最终产品	总产品
		工业	农业	货运邮电	建筑业商业	合计		
生产部门	工业	900	80	35	190	1205	1075	2280
	农业	280	120	0	5	405	155	560
	货运邮电	70	5	0	20	95	70	165
	建筑业商业	100	5	0	10	115	500	615
	小计	1350	210	35	225	1820	1800	3620
	折旧R	100	40	20	25	185		
	物质消耗合计	1450	250	55	250	2005		
新创造价值	劳动报酬	310	210	55	165	740		
	社会纯收入	520	100	55	200	875		
	小计	830	310	110	365	1615		
总产品		2280	560	165	615	3620		

直接消耗系数矩阵A		工业	农业	货运邮电	建筑业商业
	工业	0.3947	0.1429	0.2121	0.3089
	农业	0.1228	0.2143	0.0000	0.0081
	货运邮电	0.0307	0.0089	0.0000	0.0325
	建筑业商业	0.0439	0.0089	0.0000	0.0163

第二节 区域经济活动的投人产出模型

第2节 区域经济活动的投入产出模型

- 区域内外联系的投入产出模型
- 区域之间的投入产出模型

一般而言，一个较大的区域，如一个国家（或者省）是由若干个较小的区域，如若干个省（或县）构成的。区域经济活动的投入产出模型，就是在一个较大的区域内，揭示若干个较小区域的各个部门经济活动之间的相互联系。

一、区域内外联系的投入产出模型

■特点

①部门分类不完整。一个区域，由于受各种条件的制约，不一定能够生产自己本区域所需要的全部产品。

②来自区域之外的输入和区域向外界的输出，在区域经济活动中占有重要的地位。所以，区域投入产出模型把输入与输出详细划分，形成模型中的单独部分。

③ 一个区域往往有一个或若干个主导产业部门，这些部门在该区域经济活动中占有十分重要的地位。

④ 一个区域的生产额与消费额可以在一定时期存在较大的差额。

综合以上特点，区域投入产出模型的结构如表7.2.1所示。

		中间产品					最终产品		总产品
		1	2	⋯	n	合计	消费 投资⋯输出	合计	
区域生产部门	1	x_{11}	x_{12}	⋯	x_{1n}			y_1	x_1
	2	x_{21}	x_{22}	⋯	x_{2n}			y_2	x_2
	⋮	⋮	⋮		⋮			⋮	⋮
	n	x_{n1}	x_{n2}	⋯	x_{nn}			y_n	x_n
	合计								
外地输入产品	1	u_{11}	u_{12}	⋯	u_{1n}			w_1	u_1
	2	u_{21}	u_{22}	⋯	u_{2n}			w_2	u_2
	⋮	⋮	⋮		⋮			⋮	⋮
	m	u_{m1}	u_{m2}	⋯	u_{mn}			w_m	u_m
	合计								
新创造价值	劳动报酬	v_1	v_2	⋯	v_n				
	纯收入	m_1	m_2	⋯	m_n				
	合计	x_1	x_2	⋯	x_n				
总产品									

■水平方向的两种平衡关系式

①本区域生产的产品，其生产与使用平衡方程式为

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} + y_i = x_i \quad (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

即

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i = x_i \quad (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

式中：a_{ij}为本区域内的直接消耗系数。

②来自区域以外的产品，满足平衡关系式

$$\sum_{j=1}^{n} u_{ij} + w_i = u_i \quad (i = 1, 2, \cdots, m)$$

令

$$d_{ij} = \frac{u_{ij}}{x_j} \qquad (i = 1, 2, \cdots, m; j = 1, 2, \cdots, n)$$

则有

$$\sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_j + w_i = u_i \quad (i = 1, 2, \cdots, m)$$

■垂直方向

有如下关系式

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} u_{ij} + v_j + m_j = x_j \quad (j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_j + \sum_{i=1}^{m} d_{ij} x_j + v_j + m_j = x_j \quad (j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

若令

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{m1} & d_{m2} & \cdots & d_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{m} d_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{m} d_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sum_{i=1}^{m} d_{in} \end{bmatrix}$$

$$W = [w_1, \ w_2, \ \cdots, \ w_m]^T$$

$$U = [u_1, \ u_2, \ \cdots, \ u_m]^T$$

$$V = [v_1, \ v_2, \ \cdots, \ v_n]^T$$

$$M = [m_1, \ m_2, \ \cdots, \ m_n]^T$$

则以上各式可写成矩阵形式

$$AX + Y = X$$

$$DX + W = U$$

$$(C + \hat{D})X + V + M = X$$

若已知最终产品，由以上各式可求得中间产品，该区域输入产品

$$X = (I - A)^{-1} Y$$

$$U = D(I - A)^{-1} Y + W$$

二、区域之间的投入产出模型

区域之间的投入产出模型，就是以多个区域为对象，研究各个区域之间的经济联系。结构如表7.2.2所示。

			中间产品			最终产品					总产品
			区域1	…	区域m	区域1	…	区域m	大区(m+1)	合计	
			部门1 … 部门n		部门1 … 部门n						
[illegible]价值	区域1	部门1 ⋮ 部门n	$\begin{matrix} x_{11}^{11} & \cdots & x_{1n}^{11} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1}^{11} & \cdots & x_{nn}^{11} \end{matrix}$	…	$\begin{matrix} x_{11}^{1m} & \cdots & x_{1n}^{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1}^{1m} & \cdots & x_{nn}^{1m} \end{matrix}$	$\begin{matrix} y_1^{11} \\ \vdots \\ y_n^{11} \end{matrix}$	…	$\begin{matrix} y_1^{1m} \\ \vdots \\ y_n^{1m} \end{matrix}$	$\begin{matrix} y_1^{1,m+1} \\ \vdots \\ y_n^{1,m+1} \end{matrix}$	$\begin{matrix} y_1^{10} \\ \vdots \\ y_n^{10} \end{matrix}$	$\begin{matrix} x_1^{1} \\ \vdots \\ x_n^{1} \end{matrix}$
	⋮		⋮			⋮				⋮	
	区域m	部门1 ⋮ 部门n	$\begin{matrix} x_{11}^{m1} & \cdots & x_{1n}^{m1} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1}^{m1} & \cdots & x_{nn}^{m1} \end{matrix}$	…	$\begin{matrix} x_{11}^{mm} & \cdots & x_{1n}^{mm} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1}^{mm} & \cdots & x_{nn}^{mm} \end{matrix}$	$\begin{matrix} y_1^{m1} \\ \vdots \\ y_n^{m1} \end{matrix}$	…	$\begin{matrix} y_1^{mm} \\ \vdots \\ y_n^{mm} \end{matrix}$	$\begin{matrix} y_1^{m,m+1} \\ \vdots \\ y_n^{m,m+1} \end{matrix}$	$\begin{matrix} y_1^{m0} \\ \vdots \\ y_n^{m0} \end{matrix}$	$\begin{matrix} x_1^{m} \\ \vdots \\ x_n^{m} \end{matrix}$
新创造价值	劳动报酬 纯收入		$\begin{matrix} v_1^{1} & \cdots & v_n^{1} \\ m_1^{1} & \cdots & m_n^{1} \end{matrix}$	…	$\begin{matrix} v_1^{m} & \cdots & v_n^{m} \\ m_1^{m} & \cdots & m_n^{m} \end{matrix}$						
总产品			$x_1^{1} \cdots x_n^{1}$	…	$x_1^{m} \cdots x_n^{m}$						

- 水平方向

有平衡关系

$$\sum_{q=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}x_{ij}^{pq}+y_{i}^{po}=x_{i}^{p}\quad(p=1,\ 2,\ \cdots,\ m;\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

反映各区域、各部门产品的生产与分配使用情况。

- 垂直方向

有平衡关系

$$\sum_{p=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}x_{ij}^{pq}+v_{j}^{q}+m_{j}^{q}=x_{j}^{q}\quad(q=1,\ 2,\ \cdots,\ m;\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

仿照前面的作法，引入分区产品直接消耗系数a_{ij}^{pq} 的概念，它表示q区域生产单位数量的j种产品消耗的p区域供应的第i种产品的数量，即

$$a_{ij}^{pq} = \frac{x_{ij}^{pq}}{x_j^q} \qquad (p，q = 1, 2, \cdots, m；i，j = 1, 2, \cdots, n)$$

代入平衡方程，有

$$\sum_{q=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{pq} x_j^q + y_i^{po} = x_i^p$$

$$(p = 1, 2, \cdots, m；i = 1, 2, \cdots, n)$$

$$\sum_{p=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} a_{ij}^{pq} x_j^q + v_j^q + m_j^q = x_j^q$$

$$(q=1,\ 2,\ \cdots,\ m;\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

若用矩阵表示，则以上两式就变为

$$\sum_{q=1}^{m} A^{pq} X^q + Y^{po} = X^p \quad (p=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

$$\hat{B}^q X^q + V^q + M^q = X^q \quad (q=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

其中

$$A^{pq} = \begin{bmatrix} a_{11}^{pq} & a_{12}^{pq} & \cdots & a_{1n}^{pq} \\ a_{21}^{pq} & a_{22}^{pq} & \cdots & a_{2n}^{pq} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}^{pq} & a_{n2}^{pq} & \cdots & a_{nn}^{pq} \end{bmatrix} \quad (p,\ q=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

$$\hat{B}^q = \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} a_{i1}^{pq} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_{p=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} a_{i2}^{pq} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sum_{p=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} a_{in}^{pq} \end{bmatrix}$$

如果再引入分块矩阵

$$A = \begin{bmatrix} A^{11} & A^{12} & \cdots & A^{1m} \\ A^{21} & A^{22} & \cdots & A^{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A^{m1} & A^{m2} & \cdots & A^{mm} \end{bmatrix} \qquad \hat{B} = \begin{bmatrix} \hat{B}^1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{B}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{B}^m \end{bmatrix}$$

引入列向量

$$X=\begin{bmatrix}X^1\\X^2\\\vdots\\X^m\end{bmatrix},\quad \mathrm{Y}=\begin{bmatrix}\mathrm{Y}^{10}\\\mathrm{Y}^{20}\\\vdots\\\mathrm{Y}^{\mathrm{m}0}\end{bmatrix},\quad V=\begin{bmatrix}V^1\\V^2\\\vdots\\V^m\end{bmatrix},\quad M=\begin{bmatrix}M^1\\M^2\\\vdots\\M^m\end{bmatrix}$$

则矩阵表达式的简洁形式为

$$AX+Y=X$$

$$\hat{B}X+V+M=X$$

第3节 资源利用与环境保护的投入产出分析

- 基于投入产出分析的资源利用模型
- 环境保护的投入产出分析

一、基于投入产出分析的资源利用模型

对资源利用问题的研究，通常忽视了资源利用过程中各个产业部门之间的相互联系。为了克服这一缺点，应将资源利用的优化建模和投入产出分析结合起来。以下的讨论正是基于这种思想展开的。

■资源利用的投入产出分析

首先对传统的投入产出模型进行改造，加入新的项目内容，即资源项目。改造以后的投入产出表如表9.5所示 。

如果用矩阵形式表示，则表9.5的上半部分可写成

$$AX + Y = X \qquad (9.3.1)$$

$$(I - A)X = Y \qquad (9.3.2)$$

表9.5 资源利用的投入产出表

		资源利用部门(生产部门)				最终产品(值)	总产品(值)
		1	2	$\cdots$	n		
资源利用部门(生产部门)	1	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1n}	y_1	x_1
	2	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2n}	y_2	x_2
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	n	x_{n1}	x_{n2}	$\cdots$	x_{nn}	y_n	x_n
资源	1	c_{11}	c_{12}	$\cdots$	c_{1n}		
	2	c_{21}	c_{22}	$\cdots$	c_{2n}		
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		
	m	c_{m1}	c_{m2}	$\cdots$	c_{mn}		

9.3.1式或9.3.2式为综合平衡方程，其中A为直接消耗系数矩阵，其意义为第j部门生产单位数量的产品（产值）所需消耗的第i部门产品(产值)的数量。

同样，在表9.5的下半部分，令

$$d_{kj} = \frac{c_{kj}}{x_j} \quad (k = 1,\ 2,\ \cdots,\ m;\ j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

则d_{kj}称为资源消耗系数，它表示j部门生产单位数量的产品(产值)所需要消耗的k种资源的数量。

设b_k为第k种资源的拥有量，如果引入矩阵

$$D=\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{m1} & d_{m2} & \cdots & d_{mn} \end{bmatrix}$$

及向量

$$B=[b_1,\ b_2,\ \cdots,\ b_m]^T$$

则表9.5的下半部分可以写成

$$DX \le B$$

资源利用模型

运用线性规划方法建立资源利用优化模型，目标函数与约束条件如下：

①目标函数的确定。可以从如下几个方面考虑选择其一。

使资源利用所创造的收入达到最大，即

$$\max Z = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j)$$

使资源利用所创造的社会总产品(产值)数量达到最大，即

$$\max Z=\sum_{i=1}^{n}x_i$$

使资源利用所创造的最终产品(产值)数量达到最大，即

$$\max Z=\sum_{i=1}^{n}y_i$$

使资源利用所创造的净产值达到最大，即（p_i表示第i个部门产品的单价。）

$$\max Z=\sum_{i=1}^{n}p_i y_i$$

②约束条件。最重要的约束条件有3类，即部门联系约束(亦称综合平衡约束)、资源拥有量约束和非负约束。结合投入产出分析，这3类约束可以用矩阵形式表示为

$$\begin{cases}(I-A)X=Y\\ DX\le B\\ X\ge 0,\ Y\ge 0\end{cases}$$

此外，还可以考虑其他约束条件.。

例如：假设甲、乙两个资源利用部门(生产部门)，利用煤炭(燃料)和矿石(原料)分别生产甲、乙两类产品，经投入产出分析得出各部门的投入产出系数（表7.3.2）。若煤炭拥有量为360个单位；矿石拥有量为200个单位；劳动力拥有量为300个单位；甲、乙两类产品的单价分别为700万元和1 200万元。试问：（1）如何安排生产计划，才能使资源利用的净产值达到最大？（2）如何安排生产计划，才能使总产量达到最大？（3）如何安排生产计划，才能既使净产值达到最大，又使总产量达到最大？

表9.6　直接消耗系数

		资源利用部门(生产部门)	
		部门甲	部门乙
资源利用(生产)部门	部门甲	0.1	0.2
	部门乙	0.2	0.3
资　源	煤炭	9	4
	矿石	4	5
劳　动　力		3	10

为了回答问题（1），我们可以在投入产出分析基础上，建立下面的线性规划模型。假设甲、乙两个部门的计划总产量分别为x_1和x_2，最终产品量分别y_1为和y_2。根据题意，要求生产计划使净产值达到最大，因此目标函数是

$$\max f_1 = 700y_1 + 1\,200y_2$$

① 综合平衡约束

$$(1-0.1)\ x_1 - 0.2x_2 = y_1$$

$$-0.2x_1 + (1-0.3)x_2 = y_2$$

② 资源拥有量约束

$$9x_1 + 4x_2 \le 360$$

$$4x_1 + 5x_2 \le 200$$

③ 劳动力约束

$$3x_1 + 10x_2 \le 300$$

④ 非负约束

$$x_1,\ x_2,\ y_1,\ y_2 \ge 0$$

利用单纯形方法求解可以得到：x_1 = 20个单位，x_2 = 24个单位；$\max f_1$ = 24 600 (万元)。甲、乙部门向社会提供的最终产品分别为13.2个单位和12.8个单位。

计算结果表明，按照此方案生产，矿石资源和劳动力资源都将被完全利用，而煤炭资源尚节余84个单位。

为了回答问题（2），只要将上述模型中的目标函数f_1换为：$\max f_2 = x_1 + x_2$ 。

同样，利用单纯形方法求解计算，可得：x_1 = 34.482 8个单位，x_2= 12.413 8个单位；最大总产量为 $\max f_2$ = 46.896 6个单位；甲、乙部门向社会提供的最终产品分别为28.551 7个单位和1.793 1个单位。计算结果表明，按照此方案生产，矿石和煤炭资源都将被完全利用；劳动力资源还将剩余72.413 6个单位。

二、环境保护的投入产出分析

投入产出分析则是联系经济活动与环境污染和保护问题的一种行之有效的研究方法。在20世纪70年代初期，列昂捷夫曾运用投入产出模型，对环境污染与治理问题作了研究。

列昂捷夫的环境污染与治理投入产出模型的基本结构如表9.3.3所示。在表9.3.3中，除了通常的n个生产部门外，还增加了m个污染部门(污染物质的种类)。

表9.3.3 环境保护的投入产出表

		中间产品		最终产品及最终产品领域所产生的污染	总产品及污染物产生总量
		生产部门 $1 \quad 2 \quad \cdots \quad n$	消除污染部门 $1 \quad 2 \quad \cdots \quad m$		
生产部门	1	$x_{11} \quad x_{12} \quad \cdots \quad x_{1n}$	$E_{11} \quad E_{12} \quad \cdots \quad E_{1m}$	y_1	x_1
	2	$x_{21} \quad x_{22} \quad \cdots \quad x_{2n}$	$E_{21} \quad E_{22} \quad \cdots \quad E_{2m}$	y_2	x_2
	$\vdots$	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	n	$x_{n1} \quad x_{n2} \quad \cdots \quad x_{nn}$	$E_{n1} \quad E_{n2} \quad \cdots \quad E_{nm}$	y_n	x_n
污染种类	1	$P_{11} \quad P_{12} \quad \cdots \quad P_{1n}$	$F_{11} \quad F_{12} \quad \cdots \quad F_{1m}$	R_1	Q_1
	2	$P_{21} \quad P_{22} \quad \cdots \quad P_{2n}$	$F_{21} \quad F_{22} \quad \cdots \quad F_{2m}$	R_2	Q_2
	$\vdots$	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	m	$P_{m1} \quad P_{m2} \quad \cdots \quad P_{mn}$	$F_{m1} \quad F_{m2} \quad \cdots \quad F_{mm}$	R_m	Q_m
固定资产折旧		$d_1 \quad d_2 \quad \cdots \quad d_n$	$\bar{d}_1 \quad \bar{d}_2 \quad \cdots \quad \bar{d}_m$		
新创造价值	劳动报酬	$v_1 \quad v_2 \quad \cdots \quad v_n$	$\bar{v}_1 \quad \bar{v}_2 \quad \cdots \quad \bar{v}_m$		
	社会纯收入	$m_1 \quad m_2 \quad \cdots \quad m_n$	$\bar{m}_1 \quad \bar{m}_2 \quad \cdots \quad \bar{m}_m$		
总产品及污染物消除总量		$x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n$	$S_1 \quad S_2 \quad \cdots \quad S_m$		

水平方向

有两组平衡方程，一组是产品的生产与消耗的平衡方程；另一组是污染物的形成方程。即

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{m} E_{ij} + y_i = x_i \ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ \ n)$$

$$\sum_{j=1}^{n} P_{ij} + \sum_{j=1}^{m} F_{ij} + R_i = Q_i \ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ \ m)$$

这表明总产品X_i除去最终产品Y_i以外，其余则用作产品生产的消耗和消除污染部门的消耗；污染物来自生产领域，最终需求领域，以及消除污染部门本身。

若令 $$e_{ij}=\frac{E_{ij}}{S_j}\quad\begin{pmatrix} i=1,\ 2,\ \cdots,\ n \\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ m \end{pmatrix}$$

$$p_{ij}=\frac{P_{ij}}{x_j}\quad\begin{pmatrix} i=1,\ 2,\ \cdots,\ m \\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n \end{pmatrix}$$

$$f_{ij}=\frac{F_{ij}}{S_j}\quad(i,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

e_{ij}表示消除一个单位的第j种污染物所消耗的第i部门产品的数量，它称为消除污染部门的直接消耗系数；p_{ij}表示第j部门单位产品生产过程中所产生的第i种污染物的数量，它称为生产部门污染物的产生系数；f_{ij}表示第j个消除污染部门在消除一个单位污染物中所新生产的第i种污染物的数量，它称为污染部门污染物的产生系数。

引入以下系数矩阵：

生产部门的直接消耗系数矩阵

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

消除污染部门直接消耗系数矩阵

$$E=\begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1m} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{n1} & e_{n2} & \cdots & e_{nm} \end{bmatrix}$$

生产部门污染物产生系数矩阵

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mn} \end{bmatrix}$$

消除污染部门污染物产生系数矩阵

$$F=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1m} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_{m1} & f_{m2} & \cdots & f_{mm} \end{bmatrix}$$

以及

$$X=\left[x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n\right]^T \quad Y=\left[y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n\right]^T$$

$$S=\left[S_1,\ S_2,\ \cdots,\ S_m\right]^T \quad R=\left[R_1,\ R_2,\ \cdots,\ R_m\right]^T$$

$$Q=\left[Q_1,\ Q_2,\ \cdots,\ Q_m\right]^T$$

矩阵形式

$$AX+ES+Y=X$$

$$PX+FS+R=Q$$

如果进一步以$\alpha_i(0\le\alpha_i\le1)$表示第$i$种污染物的消除比例，则

$$S_i=\alpha_i Q_i\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

作对角矩阵 $\hat{\alpha}=\begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_m \end{bmatrix}$

那么，向量S和Q就有如下关系$S=\hat{\alpha}\,Q$。

最终形式与求解结果

$$\begin{bmatrix} I-A & -E\hat{\alpha} \\ -P & I-F\hat{\alpha} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X \\ Q \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Y \\ R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Q \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I-A & -E\hat{\alpha} \\ -P & I-F\hat{\alpha} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} Y \\ R \end{bmatrix}$$

向量S和Q的关系表示污染物的消除总量，因而残存污染物为

$$Q_{残}=Q-\hat{\alpha}Q=(1-\hat{\alpha})Q$$

■**垂直方向**

并以价值单位作为生产部门的计量单位，则可以反映消除污染的费用及其对产品价格的影响。

① 生产部门费用构成。考虑消除污染费用之前的平衡关系

$$\sum_{i=1}^{n}x_{ij}+d_j+v_j+m_j=x_j\quad(j=1,2,\cdots,n)$$

如果进行消除污染活动，则要提高产品的价格，设$\pi_i(i=1, 2, \cdots, n)$表示第j部门产品价格的提高率；$\phi_i(i=1, 2, \cdots, m)$表示消除一个单位的第$i$种污染物的费用。新平衡关系式为

$$\sum_{i=1}^{n}(1+\pi_i)x_{ij}+\sum_{i=1}^{m}\phi_i\alpha_i P_{ij}+d_j+v_j+m_j$$

$$=(1+\pi_j)x_j \quad (j=1, 2, \cdots, n)$$

由两组平衡关系可以得到

$$\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_{ij}+\sum_{i=1}^{m}\phi_i\alpha_i P_{ij}=\pi_j x_j \quad (j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

上式两端同除以x_j得

$$\sum_{i=1}^{n}\pi_i a_{ij}+\sum_{i=1}^{m}\phi_i\alpha_i P_{ij}=\pi_j \quad (j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

矩阵形式

$$A^T\pi+P^T\hat{\alpha}\,\Phi=\pi$$

$$\pi=\left[\pi_1,\ \ \pi_2,\ \cdots,\ \ \pi_n\right]^T \quad \Phi=\left[\phi_1,\ \ \phi_2,\ \cdots,\ \ \phi_m\right]^T$$

②消除污染部门的费用。第j个消除污染部门的费用总额为$\phi_j S_j$，因此第j个消除污染部门的费用的平衡关系为

$$\sum_{i=1}^{n}(1+\pi_i)E_{ij}+\sum_{i=1}^{m}\phi_i\alpha_i F_{ij}+\bar{d}_j+\bar{v}_j+\overline{m}_j$$
$$=\phi_j S_j\ (j=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

两端除以 S_j，并令

$$h_j=\sum_{i=1}^{n}e_{ij}+\frac{\bar{d}_j+\bar{v}_j+\overline{m}_j}{S_j}(j=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

则有

$$\sum_{i=1}^{n}\pi_i e_{ij}+\sum_{i=1}^{m}\phi_i\alpha_i f_{ij}+h_j=\phi_j \quad (j=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

矩阵形式为

$$E^T\pi+F^T\hat{\alpha}\,\Phi+H=\Phi$$

$$H=\left[h_1,\ h_2,\ \cdots,\ h_m\right]^T$$

最终形式与求解结果

$$\begin{bmatrix}\pi\\ \Phi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A^T & P^T\hat{\alpha}\\ E^T & F^T\hat{\alpha}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\pi\\ \Phi\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ H\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\pi\\ \Phi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}I-A^T & -P^T\hat{\alpha}\\ -E^T & I-F^T\hat{\alpha}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ H\end{bmatrix}$$

荷兰曾于1973年用类似的方法计算出消除污染对各部门产品价格的影响(表7.3.4)。

表7.3.4 消除污染对各部门产品价格的影响

部门 时期	农业	纺织业	煤矿	化工	煤油	金属制品及机械制造	建筑业
中期（π）	0.22	1.00	0.10	0.47	0.11	0.11	0.18
长期（π）	1.67	6.25	0.96	2.99	1.65	0.97	0.30

从表7.3.4可以看出，中期消除污染对各部门产品价格的影响的百分率比长期的小，这是因为中期各种污染物的消除比例较长期低的缘故。