

Chương 5. Biên dịch các công thức toán học



TS. ĐỖ HỮU QUÂN

Khoa Toán–Thống kê, Trường đại học Tôn Đức Thắng

Ngày 25 tháng 9 năm 2019

5.1. Môi trường toán học

- LaTeX có một phương thức đặc biệt để biên dịch các công thức toán học. Một biểu thức toán học trên cùng dòng với dòng văn bản được đặt trong một đoạn giữa $\$$ và $\$$; hoặc giữa $\backslash($ và $\backslash)$; hoặc giữa $\backslash\begin{math}$ và $\backslash\end{math}$.

Ví dụ:

Add a^2 squared and b^2 squared to get c^2 squared.

Or, using a more mathematical approach: $c^2 = a^2 + b^2$.

5.1. Môi trường toán học

- Để hiển thị các biểu thức toán học lớn, ta thường sắp chúng trên một dòng riêng biệt. Để thực hiện điều này, ta phải đặt công thức ở giữa `$$` và `$$`; hoặc giữa `\[` và `\]`; hoặc giữa `\begin{displaymath}` và `\end{displaymath}`.
- Các công thức hiển thị riêng dòng sẽ không được đánh số. Nếu muốn đánh số chúng, ta có thể dùng môi trường toán học `equation`.

Ví dụ:

Add `a squared` and `b squared` to get `c squared`.

Or, using a more mathematical approach:

`$$c^2 = a^2 + b^2$$`

- Ta có thể trích dẫn một phương trình với lệnh `\label` và `\ref`.

Ví dụ:

```
\begin{equation}
```

```
x^2 - 3x + 2 = 0.
```

```
\label{eq}
```

```
\end{equation}
```

From (`\ref{eq}`), we obtain two solutions `\ldots`

5.1. Môi trường toán học

- Chú ý rằng các biểu thức toán học sẽ được chế bản theo một kiểu khác nếu được hiển thị riêng dòng.

Ví dụ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

Ví dụ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

5.1. Môi trường toán học

- Để biểu thức toán học cùng dòng văn bản được chế bản giống như biểu thức toán học hiển thị riêng dòng, ta phải đặt lệnh `\displaystyle` đứng trước biểu thức toán học.

Ví dụ:

```
$\displaystyle \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}  
= \frac{\pi^2}{6}$
```

5.1. Môi trường toán học

- Có sự khác biệt giữa kiểu toán và kiểu văn bản. Ví dụ, trong kiểu toán:
 - Hầu hết các khoảng trắng và ngắt dòng đều không có ý nghĩa. Để tạo khoảng trắng trong kiểu toán, ta phải dùng lệnh `\`, hoặc `\quad` hoặc `\qquad`.
 - Mỗi từ được xem như là một tên biến và sẽ được in nghiêng. Nếu muốn hiển thị các từ theo kiểu thường (normal), ta phải dùng lệnh `\text{rm}{...}`.

Ví dụ:

```
\begin{displaymath}
```

```
\forall x \in \mathbf{R}: \quad x^2 \geq 0
```

```
\end{displaymath}
```

or

```
\begin{displaymath}
```

```
x^2 \geq 0 \quad \text{for all } x \in \mathbf{R}
```

```
\end{displaymath}
```

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Hầu hết các lệnh trong kiểu toán chỉ tác động lên ký tự liền sau nó.
Nếu muốn một lệnh tác động lên một nhóm ký tự, ta phải đặt chúng giữa hai dấu $\{ \dots \}$.

Ví dụ:

$a^{x+y} \neq a^{a+y}$

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Các từ Hy Lạp thường được gõ như `\alpha`, `\beta`, `\gamma`, ... Các từ Hy Lạp hoa được gõ như `\Gamma`, `\Delta`, ...

Ví dụ:

`\lambda`, `\xi`, `\pi`, `\mu`, `\Phi`, `\Omega`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Chỉ số trên và chỉ số dưới được hiển thị bằng cách dùng lần lượt ký tự \wedge và $_$.

Ví dụ:

a_1 , x^2 , $e^{-\alpha t}$, a^3_{ij} ,
 $e^{x^2} \neq {e^x}^2$

5.2. Hiển thị công thức toán học

- Căn bậc hai được hiển thị bởi lệnh `\sqrt`, và căn bậc n bởi `\sqrt[n]`.
Kích thước các dấu căn được xác định tự động bởi LaTeX.

Ví dụ:

`\sqrt{x}`, `\sqrt{x^2 + y^2}`, `\sqrt[3]{2}`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Các lệnh `\overline` và `\underline` lần lượt tạo ra các đường thẳng nằm ngang ngay trên và dưới một biểu thức.

Ví dụ:

`\overline{m+n}`, `\underline{a+b}`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Các lệnh `\overbrace` và `\underbrace` lần lượt tạo ra các dấu móc kép dài bên trên và bên dưới một biểu thức.

Ví dụ:

`$\overbrace{a+b+\cdots + z}_{26}$, \quad`

`$\underbrace{a+b+\cdots + z}_{26}$`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Các vector thường được tạo ra bằng cách đặt ký hiệu mũi tên trên đầu các biến. Điều này có thể được thực hiện bởi lệnh `\vec`. Lệnh `\overrightarrow` được dùng để ký hiệu vector từ điểm A đến điểm B.

Ví dụ:

`$$\vec{a}, \quad \overrightarrow{AB}$$`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Tên các hàm thông dụng thường được sắp theo kiểu đứng thay vì sắp nghiêng như tên biến. LaTeX cung cấp các lệnh sau để sắp các tên hàm quan trọng:

<code>\sin</code>	<code>\cos</code>	<code>\tan</code>	<code>\cot</code>	<code>\exp</code>
<code>\arcsin</code>	<code>\arccos</code>	<code>\arctan</code>	<code>\arccot</code>	<code>\sec</code>
<code>\sinh</code>	<code>\cosh</code>	<code>\tanh</code>	<code>\coth</code>	<code>\Pr</code>
<code>\max</code>	<code>\min</code>	<code>\lim</code>	<code>\arg</code>	<code>\csx</code>
<code>\sup</code>	<code>\inf</code>	<code>\limsup</code>	<code>\liminf</code>	<code>\ker</code>
<code>\lg</code>	<code>\ln</code>	<code>\log</code>	<code>\hom</code>	<code>\gcd</code>
<code>\det</code>	<code>\deg</code>	<code>\dim</code>		

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Để tạo đồng dư thức, ta có lệnh `\bmod` cho toán tử nhị nguyên và `\pmod` cho biểu thức như

Ví dụ:

`$a \bmod b$, or $x \equiv a \pmod{b}$`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Để tạo một phân thức, ta dùng lệnh `\frac{\dots}{\dots}`

Ví dụ:

`$$\frac{x}{x+1}$$`

`$1\frac{1}{2}$ hours`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Để tạo các hệ số nhị thức, ta dùng lệnh `\choose` hoặc `\binom{...}{...}`.

Ví dụ:

`\$12\choose 5\$ \quad \$\binom{12}{5}$`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Lệnh `\stackrel{...}{...}` đặt một ký hiệu bên trên một ký hiệu khác với cỡ chữ trong đối số thứ nhất là cỡ chữ chỉ số, cỡ chữ trong đối số thứ hai là cỡ chữ bình thường.

Ví dụ:

`$$\int \cos{x}dx \stackrel{!}{=} \sin{x} + C$$`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Toán tử tích phân được tạo bởi lệnh `\int`, toán tử tổng được tạo bởi `\sum` và toán tử tích được tạo bởi `\prod`. Các cận trên và dưới lần lượt được tạo bởi `^` và `_` giống như chỉ số trên và chỉ số dưới.

Ví dụ:

$$\int_0^{\pi} \sin{x} dx \quad \quad \sum_{i=1}^n i^2$$

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Để tạo ra các chỉ số nhiều dòng, ta dùng lệnh `\substack` (trong gói `amsmath`) với cú pháp: `\substack{dòng 1 \\ dòng 2 \\ ...}`

Ví dụ:

```
$$A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}}$$
```

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Các dấu móc đơn và móc vuông được gõ bình thường từ bàn phím, dấu móc kép được gõ bởi `\{`, các dấu biên khác được tạo bởi các lệnh đặc biệt.

Ví dụ:

$\{a, b, c\} \neq \{a, b, c\}$

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Nếu đặt lệnh `\left` ở trước dấu biên mở và đặt lệnh `\right` ở trước dấu biên đóng thì LaTeX sẽ tự động định cỡ cho các dấu biên. Chú ý rằng phải đóng các lệnh `\left` bởi lệnh `\right` tương ứng. Nếu không muốn dấu biên, ta dùng lệnh `'\right.'`

Ví dụ:

`$$\left[1+ \left(\frac{1}{1-x^2}\right)^2\right]$$`

`$$\left[1+ \left(\frac{1}{1-x^2}\right)^2\right].$$`

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Trong một số trường hợp, ta có thể định cỡ của các dấu biên bằng tay bằng cách dùng các lệnh `\big`, `\Big`, `\bigg` và `\Bigg` liền trước các dấu biên.

Ví dụ:

$$\Big[1 + \left(\frac{1}{1-x^2}\right)^2\Big]$$

5.2. Hiện thị công thức toán học

- Để tạo các dấu ba chấm bên trong một công thức, ta có thể dùng các lệnh:
 - `\ldots` tạo các dấu ba chấm ngang dòng, đặt ở chân các ký tự.
 - `\cdots` tạo các dấu ba chấm ngang dòng, đặt ở giữa các ký tự.
 - `\vdots` tạo các dấu ba chấm thẳng đứng.
 - `\ddots` tạo các dấu ba chấm theo đường chéo.

Ví dụ:

$$x_{\{1\}} + x_{\{2\}} + \ldots + x_{\{n\}}$$

$$x_{\{1\}} + x_{\{2\}} + \cdots + x_{\{n\}}$$

$$\vdots \quad \ddots \quad \vdots$$

- Ví dụ:**

$$\iint_D f(x,y) \, dx \, dy$$

5.3. Khoảng cách toán học

- LaTeX cung cấp lệnh khác để điều chỉnh khoảng cách giữa các dấu tích phân trong tích phân bội, đó là `\iint`, `\iiint`, `\iiiiiint` và `\idotsint`.

Ví dụ:

$$\iint_{\Omega} f(x,y) dx dy$$

5.3. Khoảng cách toán học

- Để miền lấy tích phân được đặt ở giữa các dấu tích phân, ta dùng lệnh `\limits` liền sau lệnh tích phân.

Ví dụ:

`$$\iint\limits_{\Omega} f(x,y)dxdy$$`

- Lệnh `\limits` cũng được dùng cho các ký hiệu chỉ số khác, như: \sum , \prod , \lim , \max , \min , ..., và lệnh có chức năng ngược lại với `\limits` là `\nolimits`.

- Để biên dịch mảng trong kiểu toán, ta phải sử dụng môi trường array. Nó được thực hiện tương tự như môi trường tabular trong kiểu văn bản. Lệnh `\\` được dùng để ngắt dòng trong mảng.

Ví dụ:

```
$$\left(\begin{array}{ccc}a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{array}\right)$$
```

5.4. Gióng cột

- Môi trường array cũng được dùng để biên dịch các biểu thức có một dấu biên lớn bằng cách dùng một dấu '.' như là dấu biên sau `\right` (hoặc `\left`).

Ví dụ:

```
$$ f(x) = \left\{\begin{array}{ll}x+1 & \text{if } x>0\\x^2 & \text{if } x\leq 0\end{array}\right.
```

5.4. Gióng cột

- Tương tự như bên trong môi trường tabular, ta có thể kẻ các đường thẳng bên trong môi trường array.

Ví dụ:

```
$$A = \left(\begin{array}{c|c}
1 & 2 \\ \hline
3 & 4 \\
\end{array}\right)$$
```

5.4. Gióng cột

- Để tạo công thức trên nhiều dòng hoặc tạo một hệ phương trình, ta có thể dùng môi trường `eqnarray` và `eqnarray*` thay cho `equation`. Trong `eqnarray`, mỗi dòng đều có đánh số. Trong `eqnarray*` thì không đánh số bất kỳ dòng nào.

Ví dụ:

```
\begin{eqnarray}
f(x) &=& \cos{x} \\
f'(x) &=& -\sin{x}
\end{eqnarray}
```


5.5. In đậm ký hiệu

- Để in đậm một từ trong chế độ toán, ta dùng lệnh `\mathbf` cho từ cần in đậm, nhưng khi đó các từ in đậm sẽ có kiểu in thẳng đứng chứ không in nghiêng. Để in nghiêng, đậm cho ký hiệu toán, ta có thể dùng lệnh `\boldmath`, tuy nhiên lệnh này chỉ có thể được dùng bên ngoài chế độ toán.

Ví dụ:

```
$$\mu, M \quad \mathbf{\mu, M} \quad
```

```
\mbox{\boldmath $\mu, M$}
```

- Gói lệnh `amsmath` cung cấp cho ta lệnh `\boldsymbol` để in đậm một ký hiệu toán học một cách dễ dàng.

Ví dụ:

```
$$\boldsymbol{\mu}, \quad \boldsymbol{M}$$
```

5.5. Các mệnh đề, định lý, ...

- Để biên dịch các “Bổ đề”, “Định nghĩa”, “Định lý” và các cấu trúc tương tự, ta dùng lệnh

```
\newtheorem{name}[counter]{text}[section]
```

trong đó

- đối số **name** là một từ khóa ngắn dùng để nhận dạng “theorem”, và nó được in ra cùng với nội dung của “theorem”.
- Các đối số trong ngoặc vuông là tùy chọn. Cả hai được dùng để đánh số cho “theorem”. Đối số **counter** xác định tên của “theorem” trước đó và “theorem” mới được đánh số cùng dãy với “theorem” trước. Đối số **section** xác định đơn vị của mục (section) mà ta muốn “theorem” đánh số cùng với số section. Ta có thể thay đơn vị đếm của section bởi chapter hoặc subsection.

5.5. Các mệnh đề, định lý, ...

- Sau khi thực hiện lệnh `\newtheorem` trong tài liệu, ta có thể dùng lệnh sau để tạo một “theorem”:

```
\begin{name}
```

Nội dung của “theorem”

```
\end{name}
```

trong đó **name** là đối số đã được định nghĩa ở trên.

5.5. Các mệnh đề, định lý, ...

Ví dụ:

```
\newtheorem{Defi}{Definition}
\newtheorem{Theo}[Defi]{Theorem}
\begin{Defi}
Contents of the proposition
\end{Defi}
\begin{Theo}
Contents of the theorem
\end{Theo}
```

5.6. Vẽ biểu đồ giao hoán

- Để có thể vẽ các biểu đồ giao hoán, LaTeX cung cấp gói lệnh `amscd`. Khi gói lệnh `amscd` được gọi, các biểu đồ giao hoán có thể được tạo ra bên trong môi trường CD bằng cách dùng các lệnh mũi tên:

`@>>>` tạo mũi tên từ trái qua phải

`@<<<` tạo mũi tên từ phải qua trái

`@AAA` tạo mũi tên từ dưới lên trên

`@VVV` tạo mũi tên từ trên xuống dưới

`@=` tạo hai đường thẳng song song nằm ngang

`@|` tạo hai đường thẳng song song thẳng đứng

5.6. Vẽ biểu đồ giao hoán

Ví dụ:

```
$$\begin{CD}
A\otimes B @>>> C @<<< D\\
E @= F @<<< G
\end{CD}$$
```