

Tên học phần: Toán ứng dụng và thống kê cho CNTT Mã HP: MTH00057  
Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 08/08/2022  
Ghi chú: Sinh viên **không** được phép sử dụng tài liệu khi làm bài.

**Câu 1 (2.5 điểm).** Cho hàm số 3 biến  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  được xác định bởi

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2(x_1 - x_2)^2 + 5(x_3 - 1)^2 + 2x_1(x_2 - 1).$$

- Chứng minh  $f$  là hàm lồi.
- Xác định các điểm cực tiểu toàn cục và giá trị nhỏ nhất tương ứng của  $f$ .

**Câu 2 (3.5 điểm).** Khảo sát 2 đại lượng  $x, y$ . Cho bảng dữ liệu như sau:

$x$	1	2	3	4
$y$	5	7	10	15

- Dùng phương pháp bình phương nhỏ nhất (least squares) xác định giá trị cho các tham số để mỗi mô hình sau giải thích tốt nhất dữ liệu được cho  
Mô hình 1:  $y = ax^2 + bx + c$  với tham số  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  
Mô hình 2:  $y = e^{a+bx}$  với tham số  $a, b \in \mathbb{R}$ .
- Với mỗi mô hình đã xác định ở Câu (a), cho biết kết quả dự đoán  $y$  theo các giá trị đã cho của  $x$ . Từ đó, đánh giá mô hình nào giải thích dữ liệu tốt hơn trong 2 mô hình.

**Câu 3 (3 điểm).** Cho xích Markov  $\{X_0, X_1, X_2, \dots\}$  có tập trạng thái  $\{1, 2, 3\}$ , ma trận chuyển (transition matrix)

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1/3 & 1/2 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/4 \\ 1/3 & 1/2 & 3/4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

và phân phối đầu (initial distribution)  $\pi_0 = \left(\frac{1}{4}, 0, \frac{3}{4}\right)$ . Tìm:

- $P(X_5 = 3 | X_1 = 1, X_3 = 2)$ .
- $P(X_3 = 1)$ .
- $P(X_3 = X_2 = 2)$ .
- Phân phối giới hạn (limiting distribution) của xích.

**Câu 4 (1 điểm).** Tung một con xúc xắc đồng chất nhiều lần cho đến khi được 2 mặt sáu chấm liên tiếp thì dừng. Tính xác suất tung không quá 5 lần. (Gợi ý: có thể dùng xích Markov hoặc không dùng!)