

Relational Algebra



KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Set operation

Relation is a set of tuples

- The union $R \cup S$
- The intersection $R \cap S$
- The difference $R - S$

Union Compatibility

- Two relation schemas $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ and $S(B_1, B_2, \dots, B_n)$ are union compatibility if
 - The same degree n
 - And $\text{DOM}(A_i) = \text{DOM}(B_i)$, $1 \leq i \leq n$

The result of \cup , \cap , and $-$ operations

- Relation

Union

Given two relations R & S that are union compatible

The union of R and S

Notation $R \cup S$

A relation consists of tuples that are in R or S or both (an element appears only one)

$$r \cup s = \{t / t \in r \vee t \in s\}$$

r	A	B
	α	1
	α	2
	β	1

s	A	B
	α	2
	β	3

$r \cup s$	A	B
	α	1
	α	2
	β	1
	α	2
	β	3

Union

SinhVien	
HOTEN	DIACHI
Đinh Bá Tiến	119 Công Quỳnh, Tp HCM
Nguyễn Thanh Tùng	222 Nguyễn Văn Cừ, Tp HCM
Lê Quỳnh Như	291 Hồ Văn Huê, Tp HCM

GiaoVien	
HOTEN	DIACHI
Đinh Bá Tiến	119 Công Quỳnh, Tp HCM
Trần Thanh Tâm	553 Mai Thị Lựu, Tp HCM

SinhVien \cup GiaoVien	
HOTEN	DIACHI
Đinh Bá Tiến	119 Công Quỳnh, Tp HCM
Nguyễn Thanh Tùng	222 Nguyễn Văn Cừ, Tp HCM
Lê Quỳnh Như	291 Hồ Văn Huê, Tp HCM
Trần Thanh Tâm	553 Mai Thị Lựu, Tp HCM

Intersection

Given two relations R & S that are union compatible

The intersection of R and S

Denotation $R \cap S$

A relation consists of tuples that are in R and S

$$r \cap s = \{t / t \in r \wedge t \in s\}$$

r	A	B
	α	1
	α	2
	β	1

s	A	B
	α	2
	β	3

$r \cap s$	A	B
	α	2

Intersection

SinhVien	
HOTEN	DIACHI
Đinh Bá Tiến	119 Công Quỳnh, Tp HCM
Nguyễn Thanh Tùng	222 Nguyễn Văn Cừ, Tp HCM
Lê Quỳnh Như	291 Hồ Văn Huê, Tp HCM

GiaoVien	
HOTEN	DIACHI
Đinh Bá Tiến	119 Công Quỳnh, Tp HCM
Trần Thanh Tâm	553 Mai Thị Lựu, Tp HCM

SinhVien \cap GiaoVien	
HOTEN	DIACHI
Đinh Bá Tiến	119 Công Quỳnh, Tp HCM

Difference

Given two relations R & S that are union compatible

The difference of R and S

Denotation $R - S$

A relation consists of tuples that are in R but not in S

$$r - s = \{t / t \in r \wedge t \notin s\}$$

r	A	B
	α	1
	α	2
	β	1

s	A	B
	α	2
	β	3

$r - s$	A	B
	α	1
	β	1

Difference

SinhVien	
HOTEN	DIACHI
Đinh Bá Tiến	119 Cống Quỳnh, Tp HCM
Nguyễn Thanh Tùng	222 Nguyễn Văn Cừ, Tp HCM
Lê Quỳnh Như	291 Hồ Văn Huê, Tp HCM

GiaoVien	
HOTEN	DIACHI
Đinh Bá Tiến	119 Cống Quỳnh, Tp HCM
Trần Thanh Tâm	553 Mai Thị Lựu, Tp HCM

SinhVien – GiaoVien	
HOTEN	DIACHI
Nguyễn Thanh Tùng	222 Nguyễn Văn Cừ, Tp HCM
Lê Quỳnh Như	291 Hồ Văn Huê, Tp HCM

Properties

Commutative law

$$R \cup S = S \cup R$$

$$R \cap S = S \cap R$$

Associative law

$$R \cup (S \cup T) = (R \cup S) \cup T$$

$$R \cap (S \cap T) = (R \cap S) \cap T$$



Selection

Is applied to relation R to produce a new relation with a subset of R's tuples

Tuples in the resulting relation satisfy some condition C

Denotation $\sigma_C(R)$

C is a Boolean expression made up of clauses

<attribute> <comparison operator> <constant>

<attribute> <comparison operator> <attribute>

Clauses are connected by Boolean operator : \wedge , \vee , \neg

Selection

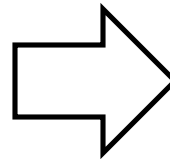
The result is a relation

The same list of attributes as R

The number of tuples is less than or equal to the number of tuples of R

$$\sigma_{(A=B) \wedge (D>5)}(r)$$

r	A	B	C	D
	α	α	1	7
	α	β	5	7
	β	β	12	3
	β	β	23	10



A	B	C	D
α	α	1	7
β	β	23	10

Selection

Selection operator is commutative

$$\sigma_{p1}(\sigma_{p2}(r)) = \sigma_{p2}(\sigma_{p1}(r)) = \sigma_{p1 \wedge p2}(r)$$

Projection

Is used to produce from a relation R a new relation that has only some of R's columns

Denotation $\pi_{A_1, A_2, \dots, A_k}(r)$

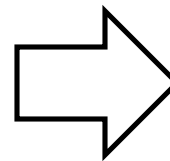
The result is a relation

Has k attributes

The number of tuples is less than or equal to the number of tuples of R

r	A	B	C
	α	10	1
	α	20	1
	β	30	1
	β	40	2

$\pi_{A,C}(r)$



$\pi_{A,C}(r)$	A	C
	α	1
	β	1
	β	2

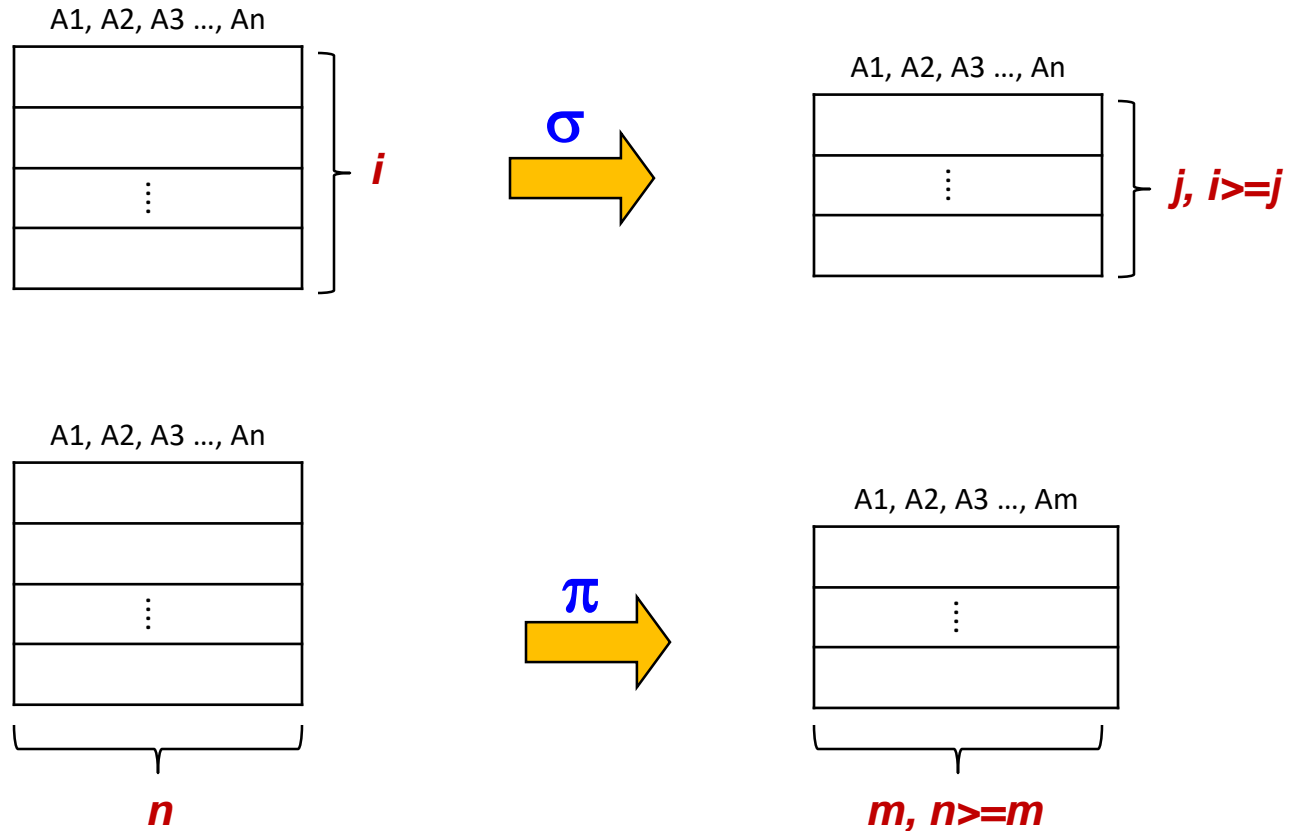
Projection

- Projection operator is not commutative

$$\pi_{X,Y}(r) = \pi_X(\cancel{\pi_Y(r)})$$

$$\pi_{A_1, A_2, \dots, A_n}(\pi_{A_1, A_2, \dots, A_m}(r)) = \pi_{A_1, A_2, \dots, A_n}(r), \text{ với } n \leq m$$

Selection vs. Projection



Example

- Cho biết họ tên và mức lương của các giáo viên nữ

$\pi_{\text{HOTEN, LUONG}} (\sigma_{\text{PHAI='Nữ'}} (\text{GIAOVIENT}))$

Example

- Cho biết mã số các giáo viên thuộc bộ môn HTTT hoặc có tham gia đề tài mã 001

$$\pi_{\text{MAGV}}(\sigma_{\text{MABM}='HTTT'}(\text{GIAOVIEN})) \cup \pi_{\text{MAGV}}(\sigma_{\text{MADT}='001'}(\text{TG_DETAI}))$$

Example

- Cho biết mã số các trường khoa có chủ nhiệm đề tài

$$\pi_{\text{TRUONGKHOA}}(\text{KHOA}) \cap \pi_{\text{GVCNĐT}}(\text{ĐETA I})$$

Example

- Cho biết tên các công việc bắt đầu trong khoảng từ 01/01/2007 đến 01/08/2007

$\sigma_{(NGAYBĐ \geq '1/1/2007' \wedge NGAYBĐ \leq '1/8/2007')} (CONGVIEC)$

Example

Cho biết họ tên của các giáo viên và lương của họ sau khi tăng 10%

$\pi_{\text{HOTEN, LUONG*1.1}}(\text{GIAOVIEN})$

Sequences of operations

Apply several relational algebra operations one after one

- A single relational algebra expression

$$\pi_{A_1, A_2, \dots, A_k}(\sigma_P(r))$$

$$\sigma_P(\pi_{A_1, A_2, \dots, A_k}(r))$$

- Break down a complex expression into simpler steps

- Step 1

$$\sigma_P(r)$$

- Step 2

$$\pi_{A_1, A_2, \dots, A_k}(\text{the result of step 1})$$

Assignment operator

Is often used to receive the result of an operation

- The intermediate result in a sequence of operations

Denotation \leftarrow

Example

□ Step 1

$$s \leftarrow \sigma_P(r)$$

□ Step 2

$$KQ \leftarrow \pi_{A_1, A_2, \dots, A_k}(s)$$

Rename operator

Relation: $R(B, C, D)$

Rename the relation name

$\rho_S(R)$: Rename the name of relation r to s

Rename the attribute name

$\rho_{X, C, D}(R)$: Rename the name of attribute B to X

$\rho_{S(X, C, D)}(R)$: Rename the name of relation R to S and the name of attribute B to X

$S(X, C, D) \leftarrow r$

Example

□ Cho biết mã số và họ tên giáo viên thuộc bộ môn HTTT

□ C1: $\pi_{\text{MAGV, HOTEN}} (\sigma_{\text{MABM}='HTTT'} (\text{GIAOVIEN}))$

□ C2: $\text{GV_HTTT} \leftarrow \sigma_{\text{MABM}='HTTT'} (\text{GIAOVIEN})$

$\text{KQ} \leftarrow \pi_{\text{MAGV, HOTEN}} (\text{GV_HTTT})$

$\text{KQ}(\text{MA, TEN}) \leftarrow \pi_{\text{MAGV, HOTEN}} (\text{GV_HTTT})$

$\rho_{\text{KQ}(\text{MA, TEN})} (\pi_{\text{MAGV, HOTEN}} (\text{GV_HTTT}))$

Cartesian product

Denotation $r \times s$

The result is a relation Q

Q has one tuple for each combination of tuples, one from R and one from S

If R has u tuples and S has v tuples,

Then Q will have $(u \times v)$ tuples

If R has n attributes and S has m attributes,

Then Q will have $(n + m)$ attributes ($R^+ \cap S^+ = \emptyset$)

Cartesian product

□ Example

r	A	B
α	1	
β	2	

s	X	C	D
α	10	+	
β	10	+	
β	20	-	
γ	10	-	

r × s	A	R.B	X	C	D
α	1	α	10	+	
α	1	β	10	+	
α	1	β	20	-	
α	1	γ	10	-	
β	2	α	10	+	
β	2	β	10	+	
β	2	β	20	-	
β	2	γ	10	-	

unambiguous

$\rho_{(X,C,D)}(s)$

Cartesian product

- Cartesian product is often followed by a selection operation

$r \times s$

A	R.B	S.B	C	D
α	1	α	10	+
α	1	β	10	+
α	1	β	20	-
α	1	γ	10	-
β	2	α	10	+
β	2	β	10	+
β	2	β	20	-
β	2	γ	10	-

$\sigma_{A=S.B}(r \times s)$

A	R.B	S.B	C	D
α	1	α	10	+
β	2	β	10	+
β	2	β	20	-

Example

- Cho biết thông tin của bộ môn cùng thông tin giảng viên làm trưởng bộ môn đó

TENBM	MABM	TRUONGBM	NGAYNHANCHUC	...
Hệ thống thông tin	HTTT	002	20/09/2004	
Công nghệ tri thức	CNTT			
Mạng máy tính	MMT	001	15/05/2005	

MAGV	HOTEN	NGSINH	MABM	PHAI	LUONG
001	Nguyễn Hoài An	15/02/1973	MMT	Nam	2000	
002	Trần Trà Dương	20/06/1960	HTTT	Nu	2500	
003	Nguyễn Ngọc Anh	11/05/1975	HTTT	Nu	2200	
004	Trương Nam Sơn	20/06/1959	VS	Nam	2300	

Example

TENBM	MABM	TRUONGBM	NGAYNHANCHUC	GV	HOTEN	...
Hệ thống thông tin	HTTT	002	20/09/2004	002	Trần Trà Dương	
Mạng máy tính	MMT	001	15/05/2005	001	Trương Nam Sơn	

Example

- B1: Tích Cartesian BOMON và GIAOVIEN

$BM_GV \leftarrow (BỘMÔN \times GIÁOVIÊN)$

- B2: Chọn ra những bộ thỏa $TRUONGBM = MAGV$

$KQ \leftarrow \sigma_{TRUONGBM=MAGV}(BM_GV)$

GIÁOVIÊN	<u>MÃGV</u>	HỌTÊN	NGÀY SINH	SỐNHÀ
	001	Nguyễn Hoài An	15/02/1973	25/3
	002	Trần Trà Hương	20/06/1960	125
	003	Nguyễn Ngọc Ánh	11/05/1975	12/21

BỘMÔN	<u>MÃBM</u>	TÊNBM	PHÒNG	TRƯỞNGBM
	HTTT	Hệ thống thông tin	B13	002
	CNTT	Công nghệ tri thức	B15
	MMT	Mạng máy tính	B16	001

$\sigma_{\text{TRUONGBM}} = \text{MAGV}(\text{BM_GV})$

<u>MÃGV</u>	HỌTÊN	NGÀY SINH	<u>MÃBM</u>	TÊNBM	PHÒNG	TRƯỞNGBM
001	Nguyễn Hoài An	15/02/1973	HTTT	Hệ thống thông tin	B13	002
001	Nguyễn Hoài An	15/02/1973	CNTT	Công nghệ tri thức	B15	002
001	Nguyễn Hoài An	15/02/1973	MMT	Mạng máy tính	B16	001
....

Example

- Cho biết họ tên các giáo viên cùng bộ môn với giáo viên ‘Trần Trà Hương’
- Quan hệ: GIAOVIEN
- Thuộc tính: HOTEN, MABM
- Điều kiện: HOTEN = ‘Trần Trà Hương’

Giáo viên “Trần Trà Hương” ở bộ môn nào?

Những giáo viên nào thuộc về bộ môn đó?

MABM	HOTEN
MMT	Nguyễn Hoài An
HTTT	Trần Trà Hương
HTTT	Nguyễn Ngọc Anh
VS	Trương Nam Sơn
...	...

MABM	HOTEN
MMT	Nguyễn Hoài An
HTTT	Trần Trà Hương
HTTT	Nguyễn Ngọc Anh
VS	Trương Nam Sơn
...	...

Example

- B1: Tìm bộ môn mà giáo viên 'Trần Trà Hương' thuộc về

$$r1 \leftarrow \pi_{\text{MABM}} (\sigma_{\text{HOTEN}='Trần Trà Hương'} (\text{GIAOVIEN}))$$

- B2: Lấy ra họ tên các giáo viên cùng bộ môn

$$r2 \leftarrow \sigma_{\text{HOTEN} <> 'Trần Trà Hương'} (\text{GIAOVIEN})$$

$$r3 \leftarrow \sigma_{\text{R1.MABM}=\text{R2.MABM}} (r1 \times r2)$$

$$\text{KQ} \leftarrow \pi_{\text{HOTEN}} (r3)$$

Join operation

Is used to combine related tuples from 2 relations into single tuples

Denotation $R \bowtie S$

$R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ and $S(B_1, B_2, \dots, B_m)$

Result is a relation Q

Has $(n + m)$ attributes $Q(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$

A tuple of Q is a combination of tuples from R and S satisfying some join condition

The form : $A_i \theta B_j$

A_i : the attribute from R , B_j : the attribute from S

A_i and B_j have the same domain

θ : comparison operators $\neq, =, <, >, \leq, \geq$

Join operation

Categories

Theta join pairs tuples using one specific condition

Denotation $R \bowtie_C S$

C refers to an arbitrary condition for attributes

Equi join when C involves equality comparisons only

Natural join

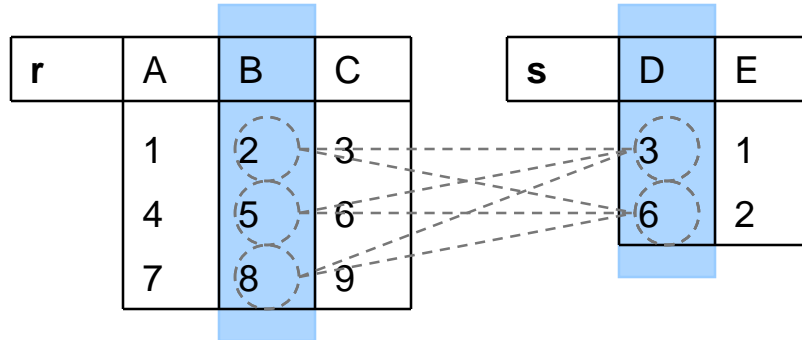
Denote $R \bowtie S$ or $R * S$

$R^+ \cap S^+ \neq \emptyset$

Only one join attribute is kept

Join operation

□ *Theta join*



$$r \bowtie_{B < D} s$$

A	B	C	D	E
1	2	3	3	1
1	2	3	6	2
4	5	6	6	2

$$r \bowtie_C s = \sigma_C(r \times s)$$

Join operation

□ *Equi join*

r	A	B	C
	1	2	3
	4	5	6
	7	8	9

s	D	E
	3	1
	6	2

$$r \bowtie_{C=D} s$$

A	B	C	D	E
1	2	3	3	1
4	5	6	6	2

r	A	B	C
	1	2	3
	4	5	6
	7	8	9

s	s.C	D
	3	1
	6	2

$$r \bowtie_{C=s.C} s$$

A	B	C	s.C	D
1	2	3	3	1
4	5	6	6	2

$$\rho_{(s.C,D)} s$$

Join operation

Natural join

r	A	B	C
	1	2	3
	4	5	6
	7	8	9

s	C	D
	3	1
	6	2

$r \bowtie s$

A	A	B	B	C	C	D	D
1	1	2	2	3	3	3	1
4	4	5	5	6	6	6	2

Join operation

Natural join

- Cho biet ten gv cua khoa CNTT co tham gia de tai “TPTM”
 $g \leftarrow$ giaovien $b \leftarrow$ bomon $t \leftarrow$ thamgiadt

$$C1: \quad k1 \leftarrow \sigma_{\text{makhoa}='CNTT'}(g \bowtie b)$$

$$k2 \leftarrow \pi_{\text{tengv}} (\sigma_{\text{madt}='TPTM'} (k1 \bowtie t))$$

$$C2: \pi_{\text{tengv}} (\sigma_{\text{madt}='TPTM' \wedge \text{makhoa}='CNTT'} (g \bowtie b \bowtie t))$$