

# **BÀI TẬP ĐÓN XUÂN 2022**

# 1. PHÂN CÔNG

Có  $m$  thợ và  $n$  công việc, các thợ đánh số từ 1 tới  $m$  và các việc đánh số từ 1 tới  $n$ . Người ta cho biết  $k$  quan hệ, mỗi quan hệ được cho bởi hai số nguyên  $(i, j)$  cho biết thợ  $i$  có khả năng làm được việc  $j$ .

**Yêu cầu:** Hãy tìm các phân công công việc cho các thợ sao cho:

- Mỗi thợ phải làm tối đa một việc
- Mỗi việc chỉ được giao cho tối đa một thợ có khả năng làm được việc đó.
- Số việc được làm là nhiều nhất có thể

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản ASSIGN.INP

- Dòng 1: Chứa ba số nguyên dương  $m, n, k \leq 10^5$
- $k$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên  $i, j$  cho biết thợ  $i$  làm được việc  $j$ .

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản ASSIGN.OUT  $n$  số nguyên trên một dòng. Số thứ  $j$  là số hiệu người thợ được phân làm việc  $j$  (nếu việc  $j$  không được phân cho ai thì ghi số thứ  $j$  là 0)

*Các số trên một dòng của Input/Output File được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách*

**Ví dụ**

ASSIGN.INP	ASSIGN.OUT
4 5 6	2 0 4 3 1
1 1	
1 2	
1 5	
2 1	
3 4	
4 3	

## 2. ĐI DẠO

Hàng ngày, Bờm cùng chú chó của mình đi dạo trong công viên có bản đồ là một mặt phẳng với hệ tọa độ trục chuẩn  $Oxy$ . Hành trình của Bờm bắt đầu từ điểm  $P_0$ , đi theo đường thẳng tới điểm  $P_1$ , sau đó là đi theo đường thẳng tới điểm  $P_2, \dots$ , kết thúc hành trình là điểm  $P_n$ .

Trong công viên có  $m$  địa điểm  $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$  rất hấp dẫn chú chó. Bờm và chú chó xuất phát cùng lúc tại điểm  $P_0$ . Khi chú chó và Bờm đứng tại điểm  $P_i$ , chú chó có thể đi theo Bờm hoặc đi thăm tối đa một địa điểm trong tập  $Q$  rồi chạy ngay tới điểm  $P_{i+1}$ . Điều kiện đặt ra là chú chó phải tới điểm  $P_{i+1}$  không muộn hơn Bờm và dù chú chó đến sớm cũng phải đợi Bờm đến điểm  $P_{i+1}$  mới được phép đi tiếp. Bờm đi với vận tốc không đổi, tốc độ của chú chó gấp đôi tốc độ của Bờm, thời gian chú chó thăm một địa điểm  $\in Q$  không đáng kể.

**Yêu cầu:** Cho biết khi Bờm hoàn thành cuộc đi dạo, chú chó có thể thăm được tối đa bao nhiêu địa điểm khác nhau  $\in Q$ . (Mỗi địa điểm thăm nhiều hơn 1 lần cũng chỉ được tính 1 lần)

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản JOURNEY.INP

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $n, m \leq 1000$
- $n + 1$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa 2 số nguyên lần lượt là hoành độ và tung độ của điểm  $P_{i-1}$ .
- $m$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $j$  chứa 2 số nguyên lần lượt là hoành độ và tung độ của điểm  $Q_j$

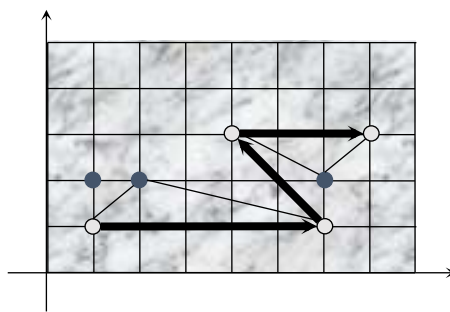
**Kết quả:** Ghi ra file văn bản JOURNEY.OUT một số nguyên duy nhất là số địa điểm khác nhau  $\in Q$  mà chú chó thăm được

### Chú ý

- Các tọa độ là số nguyên có giá trị tuyệt đối không quá  $10^9$ .
- Các điểm  $P_1, P_2, \dots, P_n$  được cho hoàn toàn phân biệt, các điểm  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  cũng hoàn toàn phân biệt
- Các số trên một dòng của Input files được ghi cách nhau ít nhất một dấu cách

### Ví dụ

JOURNEY . INP	JOURNEY . OUT
3 3 1 1 6 1 4 3 7 3 1 2 2 2 6 2	2

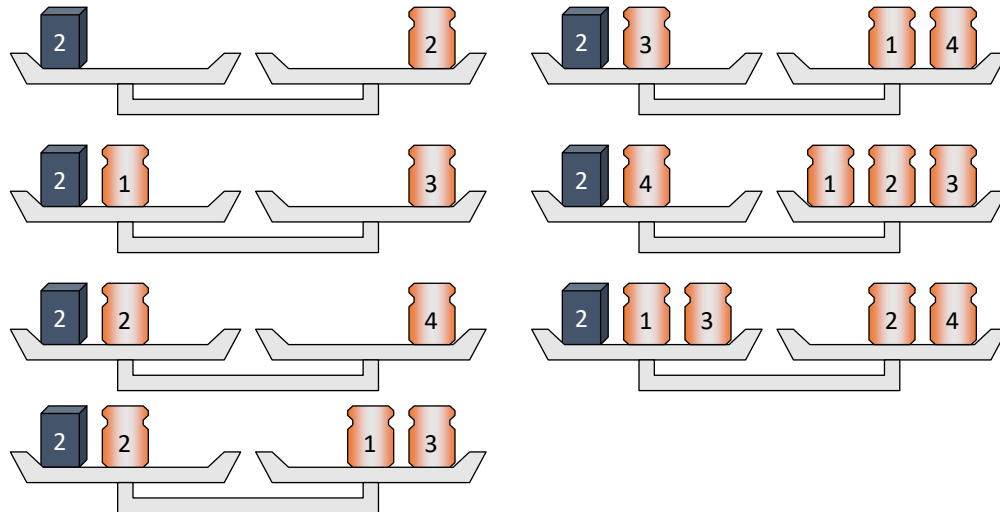


### 3. CÂN ĐĨA

Cho một cân đĩa và  $n$  quả cân đánh số từ 1 tới  $n$ , quả cân thứ  $i$  có khối lượng là  $i$ . Với một vật khối lượng  $m$ , người ta đặt vật đó vào đĩa cân bên trái sau đó đặt thêm một số quả cân lên hai đĩa cân sao cho cân thăng bằng, từ đó xác định khối lượng của vật.

Hai cách cân được gọi là khác nhau nếu tập các quả cân ở đĩa trái trong hai cách khác nhau hoặc tập các quả cân ở đĩa phải trong hai cách khác nhau.

Ví dụ với  $n = 4, m = 2$ , ta có 7 cách cân:



**Yêu cầu:** Đếm số cách cân vật đã cho.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản BALANCE.INP gồm 1 dòng chứa hai số nguyên dương  $n, m \leq 100$

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản BALANCE.OUT một số nguyên duy nhất là số cách cân vật đã cho

**Ví dụ**

BALANCE . INP	BALANCE . OUT
4 2	7

## 4. PHÂN CÔNG

Có  $n$  thợ và  $n$  công việc, các thợ đánh số từ 1 tới  $n$  và các việc đánh số từ 1 tới  $n$ . Người ta cho biết  $m$  quan hệ, mỗi quan hệ được cho bởi ba số nguyên  $(i, j, c_{ij})$  cho biết thợ  $i$  có khả năng làm được việc  $j$  và nếu thuê thợ  $i$  làm việc  $j$  sẽ phải trả số tiền là  $c_{ij}$

**Yêu cầu:** Hãy tìm các phân công công việc cho các thợ sao cho:

- Mỗi thợ phải làm tối đa một việc
- Mỗi việc chỉ được giao cho tối đa một thợ có khả năng làm được việc đó.
- Toàn bộ các công việc được thực hiện với chi phí thuê nhân công là nhỏ nhất có thể

*Biết rằng luôn tồn tại phương án phân công thỏa mãn các yêu cầu trên*

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản ASSIGN.INP

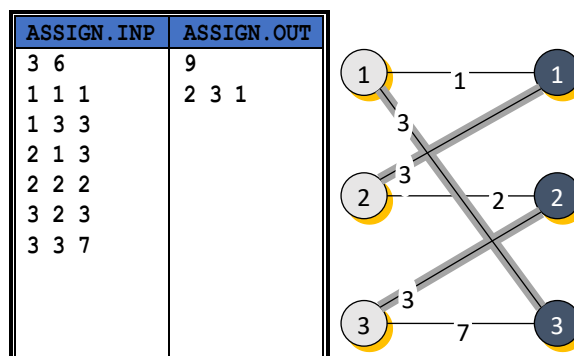
- Dòng 1: Chứa ba số nguyên dương  $n \leq 10^4, m \leq 10^5$
- $m$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số nguyên dương  $i, j, c_{ij}$  tương ứng với một quan hệ  $(i, j, c_{ij})$ . ( $c_{ij} \leq 10^5$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản ASSIGN.OUT

- Dòng 1 ghi tổng chi phí thuê nhân công
- Dòng 2 ghi  $n$  số nguyên, số thứ  $j$  là số hiệu người thợ được phân làm việc  $j$

*Các số trên một dòng của Input/Output File được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách*

**Ví dụ**



## 5. XẾP GẠCH

Bờm có một số lượng không hạn chế những viên gạch màu: xanh, đỏ, hoặc vàng. Bờm chọn ra  $n$  viên xếp thành một hàng, chẳng hạn khi  $n = 10$ , hàng gạch có thể có dạng:

Đỏ	Đỏ	Đỏ	Xanh	Vàng	Đỏ	Đỏ	Vàng	Đỏ	Xanh
----	----	----	------	------	----	----	------	----	------

Sau đó Bờm đánh số các màu theo thứ tự: Đỏ: 1, Xanh: 2, Vàng: 3 rồi xây dựng bảng (gọi là sơ đồ màu) theo quy tắc sau: Bảng có kích thước  $3 \times 3$ , trên giao của dòng tương ứng với màu  $i$  và cột tương ứng với màu  $j$  của bảng, Bờm ghi chữ Y nếu trên hàng gạch tìm được vị trí mà hai viên gạch màu  $i$  và màu  $j$  đứng cạnh nhau và ghi chữ N nếu trái lại. Rõ ràng bảng màu là đối xứng qua đường chéo chính. Chẳng hạn với hàng gạch ở trên, sơ đồ màu sẽ là:

	Đỏ	Xanh	Vàng
Đỏ	Y	Y	Y
Xanh	Y	N	Y
Vàng	Y	Y	N

**Yêu cầu:** Cho trước sơ đồ màu, hãy xác định số lượng hàng gạch khác nhau tương ứng với cùng sơ đồ màu đó. (Hai hàng gạch được gọi là khác nhau nếu tìm được ít nhất một vị trí mà tại đó hai viên gạch ở hai hàng có màu khác nhau)

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản NROW.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n \leq 1000$
- Tiếp theo là 3 dòng, mỗi dòng chứa 3 ký tự, ký tự thứ  $j$  trên dòng  $i$  là ký tự ghi trên ô  $(i, j)$  của sơ đồ màu.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản NROW.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng hàng gạch tương ứng với sơ đồ màu đã cho

NROW.INP	NROW.OUT
10	4596
YYY	
YNY	
YYN	

## 6. ĐỒ THỊ NỬA LIÊN THÔNG

Một đồ thị có hướng  $G = (V, E)$  được gọi là nửa liên thông (*semi-connected*) nếu với mọi cặp đỉnh  $(u, v)$ , hoặc tồn tại đường đi từ  $u$  tới  $v$  hoặc tồn tại đường đi từ  $v$  về  $u$ .

Cho đồ thị có hướng  $G = (V, E)$  gồm  $n$  đỉnh và  $m$  cung, hãy bổ sung vào đồ thị một số ít nhất các cung để được một đồ thị nửa liên thông

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản SEMICON.INP

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $n, m \leq 10^5$
- $m$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương  $u, v$  tương ứng với một cung  $(u, v)$  của đồ thị

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản SEMICON.OUT

- Dòng 1 ghi số cung cần thêm ( $p$ )
- $p$  dòng tiếp, mỗi dòng ghi hai số nguyên dương  $(x, y)$  tương ứng với một cung  $(x, y)$  cần thêm

**Ví dụ**

SEMICON.INP	SEMICON.OUT
3 2	1
1 2	2 3
3 2	

## 7. BẢNG SỐ

Cho một bảng hình chữ nhật kích thước  $3 \times n$  ô, mỗi ô của bảng chứa số 0 hoặc 1. Từ một ô bất kỳ của bảng ta có thể di chuyển sang một trong số các ô có chung cạnh với nó.

Ta gọi một đường đi là một cách di chuyển bắt đầu từ một trong ba ô ở cột đầu tiên của bảng và kết thúc ở một trong ba ô ở cột cuối cùng đồng thời trong quá trình di chuyển không được đi lại ô mà trước đó đã đi qua. Dọc trên đường đi, nếu ta lần lượt viết các số trên các ô đi qua ra một dãy liên tiếp thì sẽ được biểu diễn nhị phân của một số tự nhiên gọi là giá của đường đi đó.

**Yêu cầu:** Tìm đường đi có giá lớn nhất

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản MAXPATH.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n \leq 1000$
- Dòng thứ  $i$  trong số 3 dòng tiếp theo chứa  $n$  số (0 hoặc 1) liên nhau là các số ghi trên dòng thứ  $i$  của bảng số

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản MAXPATH.OUT

- Dòng đầu tiên chứa chỉ số của dòng bắt đầu di chuyển (1, 2 hoặc 3)
- Dòng 2 ghi một xâu ký tự, mỗi ký tự là một chỉ thị di chuyển  $\in \{L, R, U, D\}$ . Ký tự thứ  $i$  cho biết tại bước di chuyển thứ  $i$ , ta di chuyển sang trái (L), sang phải (R), lên trên (U), hay xuống dưới (D).

**Ví dụ**

MAXPATH.INP	MAXPATH.OUT
4	1
1110	DDRUURDDRUI
1110	
1111	



## 8. CẮT BÁNH

Bờm được tặng một chiếc bánh ga tô nhân ngày sinh nhật. Chiếc bánh có hình chữ nhật kích thước  $m \times n$  và được trang trí bởi  $2 \times (m + n)$  cây nến. Trước tiên Bờm cắm một cây nến ở góc trên trái của chiếc bánh, rồi sau đó theo chiều kim đồng hồ dọc theo chu vi của chiếc bánh, cứ cách một đơn vị độ dài Bờm cắm thêm một cây nến. Các cây nến được đánh số thứ tự từ 1 tới  $2 \times (m + n)$  theo thứ tự cắm nến.

Vào tiệc sinh nhật, Bờm tiến hành cắt chiếc bánh để chia cho các khách mời. Chiếc bánh được cắt bởi  $k$  lát cắt (đánh số từ 1 tới  $k$ ), lát cắt thứ  $i$  là một đường cắt thẳng nối từ vị trí cây nến thứ  $a_i$  tới cây nến thứ  $b_i$ , hai lát cắt khác nhau có thể trùng nhau.

**Yêu cầu:** Cho biết sau  $k$  lát cắt, chiếc bánh được tách rời làm bao nhiêu phần.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản GATEAU.INP

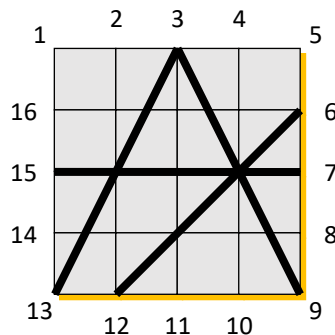
- Dòng 1 chứa ba số nguyên dương  $m, n, k \leq 200$
- $k$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương  $a_i, b_i$

*Các số trên một dòng của Input file được ghi cách nhau ít nhất một dấu cách*

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản GATEAU.OUT một số nguyên duy nhất là số phần tách ra của chiếc bánh sau  $k$  lát cắt

### Ví dụ

GATEAU . INP	GATEAU . OUT
4 4 4	8
3 9	
6 12	
7 15	
3 13	



## 9. HÀNG ĐỢI CÓ ĐỘ ƯU TIÊN

Cho trước một danh sách rỗng. Người ta xét hai thao tác trên danh sách đó:

- Thao tác  $+x$  (ở đây  $x$  là một số tự nhiên  $\leq 10^9$ ): Thao tác này bổ sung thêm phần tử  $x$  vào danh sách.
- Thao tác  $-$ : Nếu danh sách đang không rỗng thì thao tác này loại bỏ tất cả các phần tử lớn nhất của danh sách; nếu không, thao tác này không có hiệu lực

Ví dụ: Với danh sách ban đầu là rỗng:

- Nếu ta thực hiện liên tiếp các thao tác:  $+1, +3, +2, +3$  ta sẽ được danh sách (1, 3, 2, 3)
- Thực hiện thao tác  $-$ , ta sẽ được danh sách (1, 2)
- Thực hiện hai thao tác  $+4$ , ta sẽ được danh sách (1, 2, 4, 4)
- Thực hiện thao tác  $-$ , ta sẽ được danh sách (1, 2)
- Tiếp tục với các thao tác  $+2, +9, +7, +8$ , ta sẽ được danh sách (1, 2, 2, 9, 7, 8)
- Cuối cùng thực hiện thao tác  $-$ , ta còn lại danh sách (1, 2, 2, 7, 8)

Vấn đề đặt ra là cho trước một dãy không quá  $10^5$  thao tác, hãy xác định những giá trị số nào còn lại trong danh sách, mỗi giá trị chỉ được liệt kê một lần.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản PQ.INP

Gồm nhiều dòng, mỗi dòng ghi một thao tác. Thứ tự các thao tác trên các dòng được liệt kê theo đúng thứ tự sẽ thực hiện.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản PQ.OUT

- Dòng 1: Ghi số lượng những giá trị còn lại trong danh sách.
- Dòng 2: Liệt kê những giá trị đó theo thứ tự giảm dần

**Các số trên một dòng của Input/Output file được ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.**

**Ví dụ:**

PQ.INP	PQ.OUT
+1	4
+3	8 7 2 1
+2	
+3	
-	
+4	
+4	
-	
+2	
+9	
+7	
+8	
-	

## 10. CHÚC TẾT

Nhân dịp năm mới, công đoàn nhân viên trường Z muốn đến chúc tết tất cả các thầy cô giáo đã và đang giảng dạy ở trường. Trường và nhà của các thầy cô đều nằm trên đại lộ lớn nhất của thành phố, có thể coi con đường là một đoạn thẳng trên trục số với trường ở tọa độ 0. Địa chỉ nhà của mỗi giáo viên được cho bởi một số nguyên (dương hoặc âm).

Có 2 xe xuất phát từ trường và lần lượt đi tới nhà các thầy/cô. Mỗi nhà chỉ cần đúng 1 xe đến thăm và sau khi xe tới nhà một giáo viên thì thầy/cô đó cũng lên xe cùng đi đến nhà các thầy/cô khác. Theo tinh thần “kính lão đắc thọ” và cũng để đảm bảo sức khỏe cho các thầy/cô, người ta muốn sắp xếp lịch trình của từng xe để mỗi giáo viên chỉ phải đến nhà chúc tết những thầy/cô nhiều tuổi hơn mình (không có hai giáo viên nào bằng tuổi).

(Ví dụ như nếu xe có kế hoạch đến nhà cô X (22 tuổi) và thầy Y (80 tuổi) thì bắt buộc phải tới nhà cô X trước, cho dù trên đường tới nhà cô X có chạy qua nhà thầy Y cũng không vào)

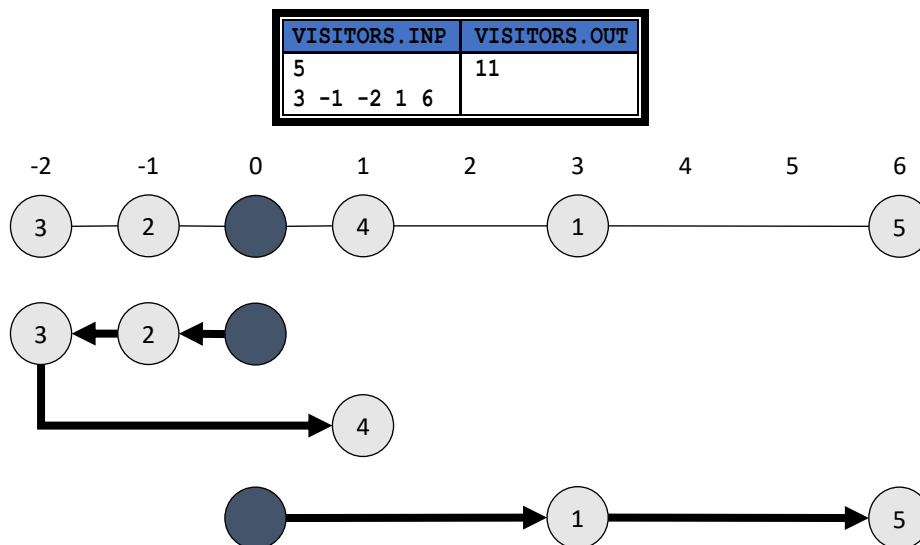
**Yêu cầu:** Hãy lập lịch trình cho từng xe để tổng độ dài của hai hành trình của hai xe tính đến thời điểm tới nhà thầy/cô cuối cùng là nhỏ nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản VISITORS.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n \leq 10^5$  là số thầy/cô trong trường
- Dòng 2 chứa  $n$  số nguyên có giá trị tuyệt đối không quá  $10^9$  là địa chỉ của  $n$  giáo viên, các địa chỉ được liệt kê theo thứ tự tăng dần của tuổi thầy/cô tương ứng

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản VISITORS.OUT một số nguyên duy nhất là độ dài tìm được.

**Ví dụ**



## 11. CÂY KHUNG

Cho một đồ thị vô hướng  $G$  gồm  $n$  đỉnh đánh số từ 1 tới  $n$  và không có cạnh nào. Người ta lần lượt thêm vào đồ thị  $m$  cạnh, cạnh thứ  $i$  nối hai đỉnh  $u_i, v_i$  và có trọng số là  $w_i$ . Trong quá trình thêm cạnh, giữa hai đỉnh có thể có nhiều cạnh nối.

**Yêu cầu:** Sau mỗi lệnh thêm cạnh, cho biết trọng số của cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$ .

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản SMST.INP

- Dòng 1: Chứa hai số nguyên dương  $n \leq 200$ ;  $m \leq 10^5$
- $m$  dòng tiếp, dòng thứ  $i$  chứa ba số nguyên  $u_i, v_i, w_i$  ( $|w_i| \leq 10^9, \forall i$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản SMST.OUT  $m$  dòng, dòng thứ  $i$  ghi một số nguyên là trọng số cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$  sau lệnh thêm cạnh thứ  $i$ , nếu sau lệnh thêm cạnh thứ  $i$  mà đồ thị không tồn tại cây khung, cần ghi ra dòng này số 123456789.

**Ví dụ**

SMST.INP	SMST.OUT
4 4	123456789
1 2 2	123456789
1 3 3	9
2 4 4	7
2 3 1	

## 12. NỐI DÂY

Cho một lưới ô vuông trên mặt phẳng với hệ tọa độ trục chuẩn có một cạnh nằm trên tia  $Ox$  và một cạnh nằm trên tia  $Oy$ . Trên lưới người ta đặt  $n$  đèn ở các điểm có tọa độ nguyên và điền số 0 vào tất cả các ô của lưới. Khi nối hai bóng đèn với nhau bằng dây dẫn, dây dẫn luôn là một đoạn thẳng nối 2 đèn và tất cả các số trong các ô vuông có điểm trong chung với dây dẫn được tăng lên 1 đơn vị.

Hệ thống đèn chỉ hoạt động nếu hai bóng đèn bất kỳ luôn được nối với nhau (trực tiếp hoặc qua một số bóng đèn trung gian)

**Yêu cầu:** Nối các dây dẫn cho hệ thống hoạt động sao cho khi hoàn thành, tổng các số ghi trên các ô của lưới là nhỏ nhất có thể.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản WIRES.INP

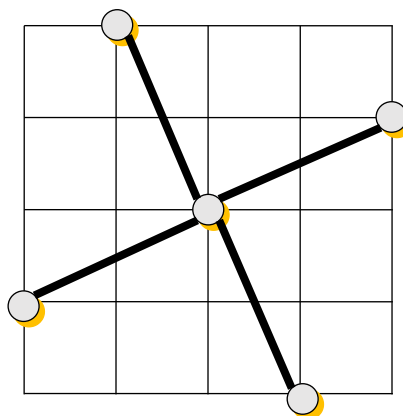
- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n \leq 1000$
- $n$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hoành độ và tung độ một đèn, tọa độ là số tự nhiên có giá trị không quá  $10^9$ . Các đèn luôn đảm bảo nằm trong lưới.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản WIRES.OUT

- Dòng 1 ghi tổng các số trên các ô của lưới theo phương án tìm được
- Các dòng tiếp, mỗi dòng ghi 2 chỉ số của 2 đèn được nối với nhau bằng dây dẫn

**Ví dụ**

WIRES.INP	WIRES.OUT
5	8
0 1	1 3
1 4	2 3
2 2	4 3
3 0	5 3
4 3	



### 13. THAM QUAN

Một hướng dẫn viên đưa vợ chồng giáo sư X đi du lịch bằng ô tô. Ngoại trừ điểm xuất phát và điểm kết thúc, đường đi phải qua  $n$  thành phố đánh số từ 1 tới  $n$  theo đúng thứ tự trên hành trình. Thành phố  $i$  có  $a_i$  di tích lịch sử và  $b_i$  trung tâm mua sắm.

Vợ chồng giáo sư X muốn tham quan một số thành phố trên đường đi (những thành phố khác chỉ đi qua mà không dừng lại). Mỗi khi tham quan một thành phố, giáo sư X yêu cầu điểm tham quan tiếp theo (nếu có) phải có nhiều di tích lịch sử hơn, trong khi bà vợ ông ta lại muốn điểm tham quan tiếp theo phải có nhiều trung tâm mua sắm hơn thành phố hiện tại.

Để có được một chuyến đi thú vị, hãy giúp người hướng dẫn viên chọn ra một số nhiều nhất các thành phố để tham quan sao cho thỏa mãn được yêu cầu của cả hai vợ chồng giáo sư X. Cụ thể là bạn cần chọn số  $m$  lớn nhất và dãy chỉ số  $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m \leq n$  sao cho:

$$\begin{cases} a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{i_m} \\ b_{i_1} < b_{i_2} < \dots < b_{i_m} \end{cases}$$

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản GUIDE.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n \leq 10^5$
- Dòng 2 chứa  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $\forall i: 0 \leq a_i \leq 10^9$ )
- Dòng 3 chứa  $n$  số tự nhiên  $b_1, b_2, \dots, b_n$  ( $\forall i: 0 \leq b_i \leq 10^9$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản GUIDE.OUT

- Dòng 1 ghi số thành số được chọn ( $m$ )
- Dòng 2 ghi chỉ số của  $m$  thành phố được chọn theo thứ tự tăng dần

*Các số trên một dòng của Input/Output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách*

**Ví dụ**

GUIDE.INP	GUIDE.OUT
9	4
1 2 3 7 5 4 8 6 9	1 4 7 9
1 7 9 2 4 3 5 6 8	

## 14. MUA HÀNG GIẢM GIÁ

Nhân dịp nghỉ lễ, hệ thống siêu thị trong địa bàn Hà Nội tổ chức một đợt giảm giá rầm rộ trên tất cả các mặt hàng. Có  $n$  thông tin bán hàng đánh số từ 1 tới  $n$ . Thông tin bán hàng thứ  $i$  cho biết siêu thị  $a_i$  có bán mặt hàng  $b_i$  với số lượng  $c_i$  (đơn vị) và giá mỗi đơn vị hàng (đơn giá) là  $d_i$ .

Một khách hàng đưa ra  $m$  thông tin mua hàng đánh số từ 1 tới  $m$ . Thông tin mua hàng thứ  $j$  cho biết người khách này cần mua mặt hàng  $e_j$  với số lượng  $f_j$  (đơn vị). Hãy giúp vị khách này xác định cách mua hàng với tổng số tiền phải trả là ít nhất có thể.

Ràng buộc về các thông tin mua/bán hàng:

- Tên siêu thị là các chuỗi ký tự gồm đúng 4 chữ cái in hoa
- Tên mặt hàng là các chuỗi ký tự gồm đúng 3 chữ số thập phân
- Số đơn vị hàng và đơn giá là các số tự nhiên  $\leq 10^6$
- Hai thông tin bán hàng khác nhau thì có tên siêu thị khác nhau hoặc tên mặt hàng khác nhau
- Hai thông tin mua hàng khác nhau thì có tên mặt hàng khác nhau
- Giả thiết rằng luôn tồn tại cách mua đủ số hàng vị khách cần

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản SALE.INP

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $n, m \leq 10^5$
- $n$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa 4 thông tin  $a_i, b_i, c_i, d_i$  cách nhau đúng một dấu cách
- $m$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $j$  chứa 4 thông tin  $e_j, f_j$  cách nhau đúng một dấu cách

**Kết quả:** Vào từ file văn bản SALE.OUT

- Dòng 1 ghi số tiền ít nhất phải trả
- Các dòng tiếp mỗi dòng ghi ba thông tin: cửa hàng  $x$ , mặt hàng  $y$ , số lượng  $z$  cách nhau đúng một dấu cách. Những thông tin này cho biết rằng người khách cần đến cửa hàng  $x$  mua mặt hàng  $y$  với số lượng  $z$ . Hai dòng khác nhau phải có tên cửa hàng khác nhau hoặc tên mặt hàng khác nhau.

**Ví dụ**

SALE . INP	SALE . OUT
5 2	400
FIVI 000 5 30	METR 000 7
BIGC 001 9 20	BIGC 000 3
FIVI 001 8 90	BIGC 001 9
BIGC 000 9 20	FIVI 001 1
METR 000 7 10	
000 10	
001 10	

## 15. TRÁO BÀI

Cho một tập bài gồm  $n$  lá bài đánh số từ 1 tới  $n$  theo thứ tự từ trên xuống dưới. Đầu tiên người ta viết vào mỗi lá bài một số nguyên là số thứ tự lá bài đó. Xét phép tráo  $S(i, j)$ : Rút ra lá bài ghi số nguyên  $i$  và chèn lên trên lá bài mang số nguyên  $j$  ( $i \neq j$ ).

Ví dụ: Với  $n = 9$

$$(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) \xrightarrow{S(8,2)} (1, 8, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9) \xrightarrow{S(4,7)} (1, 8, 2, 3, 5, 6, 4, 7, 9) \xrightarrow{S(1,9)} (8, 2, 3, 5, 6, 4, 7, 1, 9)$$

Cho  $x$  phép tráo bài, hãy xác định trạng thái của tập bài sau  $x$  phép tráo.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản SHUFFLE.INP

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $n, x \leq 10^5$
- $x$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $k$  chứa hai số nguyên dương  $i_k, j_k$  cho biết phép tráo thứ  $k$  là  $S(i_k, j_k)$  ( $i_k \neq j_k, 1 \leq i_k, j_k \leq n$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản SHUFFLE.OUT một dòng gồm  $n$  số nguyên là các số ghi trên các lá bài theo thứ tự từ trên xuống dưới

*Các số trên một dòng của Input/Output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách*

**Ví dụ**

SHUFFLE.INP	SHUFFLE.OUT
9 3	8 2 3 5 6 4 7 1 9
8 2	
4 7	
1 9	



## 16. CHÈO THUYỀN

Người dân nước GeoLand say mê các môn thể thao mạo hiểm đòi hỏi tư duy hình học chuyên nghiệp. Một trong những môn thể thao đó là bơi thuyền vượt bãi đá trên sông Rect River – con sông dài nhất GeoLand. Bản đồ con sông được vẽ trên mặt phẳng tọa độ với hệ tọa độ descartes vuông góc, hai bờ sông là hai đường thẳng song song  $y = 0$  và  $y = h$ . Bãi đá trên sông gồm  $n$  tảng đá đánh số từ 1 tới  $n$ , tảng đá thứ  $i$  có tọa độ  $(x_i, y_i)$  trên bản đồ.

Mỗi vận động viên tham gia bài thi với một thuyền thúng hình tròn. Anh ta được đặt thuyền của mình ở vị trí tùy chọn nằm hoàn toàn bên trái bãi đá và cần bơi thuyền tới một vị trí tùy chọn nằm hoàn toàn bên phải bãi đá. Thuyền được di chuyển theo hướng tùy ý nhưng không được chạm vào bờ sông hay chạm vào một tảng đá nào của bãi đá (kể cả đường biên của thuyền).

**Yêu cầu:** Tìm số nguyên  $d$  lớn nhất để mọi thuyền có đường kính  $< d$  đều có thể thực hiện được bài thi.

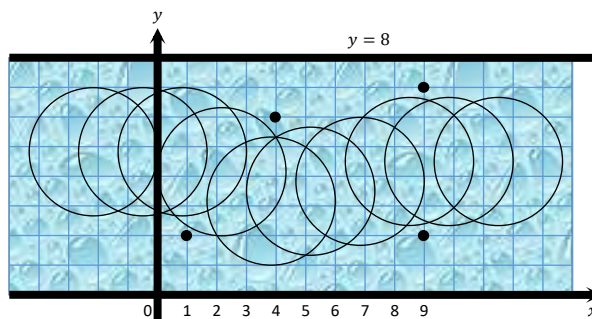
**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản ROWING.INP

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $n, h$  ( $n \leq 4000; 2 \leq h \leq 10^9$ )
- $n$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương  $x_i \leq 10^9, y_i < h$ .

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản ROWING.OUT một số nguyên duy nhất là số  $d$  tìm được.

**Ví dụ**

ROWING . INP	ROWING . OUT
4 8 1 2 4 6 9 2 9 7	5



## 17. XẾP THÁP

Bờm có  $n$  viên gạch hình thang cân đánh số từ 1 tới  $n$ . Viên gạch thứ  $i$  có đáy nhỏ độ dài  $a_i$ , đáy lớn độ dài  $b_i$  và chiều cao  $h_i$  ( $a_i < b_i$ ). Bờm muốn xếp chồng một số viên gạch lên nhau để tạo ra một hình tháp. Ngoại trừ đúng 1 viên gạch ở trên cùng, mỗi viên gạch khác trong tháp có đáy nhỏ chứa trọn vẹn đáy lớn của viên gạch duy nhất nằm trên (đáy lớn của viên gạch dưới cùng được đặt trên mặt đất).

Chiều cao của tháp là tổng chiều cao các viên gạch tạo thành.

**Yêu cầu:** Hãy giúp Bờm chọn các viên gạch để xếp được tháp cao nhất có thể

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản TOWER.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n \leq 10^6$
- $n$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa ba số nguyên dương  $a_i, b_i, h_i$  ( $a_i < b_i \leq 10^6; h_i \leq 10^6$ )

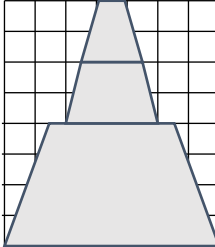
**Kết quả:** Ghi ra file văn bản TOWER.OUT

- Dòng 1 ghi chiều cao của tháp dựng được
- Dòng 2 ghi số hiệu các viên gạch được dùng để xếp tháp, theo thứ tự từ viên gạch xếp dưới cùng tới viên gạch xếp trên cùng

*Các số trên một dòng của Input/Output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách*

**Ví dụ**

TOWER.INP	TOWER.OUT
6	8
2 3 2	2 1 4
4 7 4	
3 5 1	
1 2 2	
4 5 1	
5 6 1	



## 18. KHÁCH MỜI

Bờm có  $n$  người bạn đánh số từ 1 tới  $n$ , mỗi người trong số họ có thể quen với một số người khác. Biết rằng nếu người  $a$  quen người  $b$  thì người  $b$  cũng quen người  $a$  và ngược lại.

Bờm muốn mời một số người bạn tới dự tiệc khánh thành nhà mới, hãy giúp Bờm chọn một số nhiều nhất những người bạn để mời dự tiệc sau cho hai người bất kỳ được mời phải quen biết nhau.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản GUEST.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n$  ( $1 \leq n \leq 30$ )
- Các dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương  $a, b$  cho biết người  $a$  có quen người  $b$ .

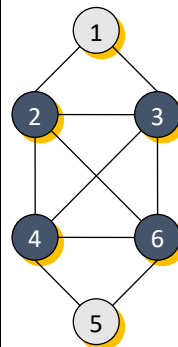
**Kết quả:** Ghi ra file văn bản GUEST.OUT

- Dòng 1 ghi số người được mời ( $k$ )
- Dòng 2 ghi số hiệu  $k$  người được mời theo thứ tự tùy ý

*Các số trên một dòng của Input/Output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách*

**Ví dụ**

GUEST . INP	GUEST . OUT
6	4
1 2	2 3 4 6
1 3	
2 3	
2 4	
2 6	
3 4	
3 6	
4 5	
4 6	
5 6	



## 19. GIẢI MÃ

Người ta cho quy tắc mã hóa xâu ký tự chỉ gồm các chữ cái hoa  $\in \{A \dots Z\}$  như sau:

- Một xâu  $S$  bất kỳ có thể dùng để mã hóa chính nó.
- Nếu  $S$  là xâu mã hóa của xâu  $T$  thì  $(S)$  cũng là xâu mã hóa của xâu  $T$ .
- Nếu  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt là xâu mã hóa của hai xâu  $T_1$  và  $T_2$  thì  $S_1S_2$  là xâu mã hóa của xâu  $T_1T_2$ .
- Với  $c$  là một chữ cái và  $k$  là một số tự nhiên, thì xâu  $ck$  (xâu tạo thành bằng cách viết ký tự  $c$  rồi viết biểu diễn thập phân của số  $k$ ) là mã hóa của xâu gồm đúng  $k$  ký tự  $c$
- Với  $S$  là xâu mã của xâu  $T$  và  $k$  là một số tự nhiên, thì xâu  $(S)k$  là mã hóa của xâu ghép liên tiếp  $k$  lần xâu  $T$

Chú ý rằng một xâu có thể có nhiều cách mã hóa. Ví dụ các xâu:

$(AB3(C2D)2(C5D)0)2A3$

$(ABBB(C2D)2)2(A)3$

Đều là xâu mã hóa của xâu  $ABBBCCDCCDABBBCCDCCDAAA$ .

**Yêu cầu:** Cho  $S$  là xâu mã hóa của xâu  $T$ , hãy xác định xâu  $T$ .

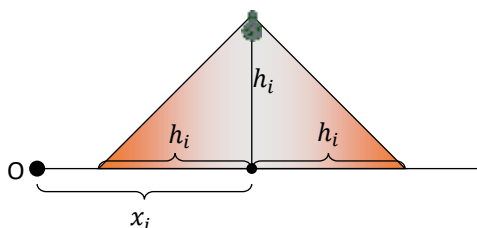
**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản DECOMP.INP gồm 1 dòng chứa xâu  $S$  có không quá 1 triệu ký tự

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản DECOMP.OUT xâu  $T$  tìm được, biết rằng độ dài xâu  $T$  chắc chắn không vượt quá 1 triệu.

DECOMP . INP	DECOMP . OUT
(AB3 (C2D) 2 (C5D) 0) 2A3	ABBBCCDCCDABBBCCDCCDAAA

## 20. ĐÈN ĐƯỜNG

Thành phố X chỉ có duy nhất một đại lộ biểu diễn bởi đoạn thẳng OM có chiều dài  $t$ . Trên đại lộ có  $n$  cột đèn đánh số từ 1 tới  $n$ . Cột đèn thứ  $i$  ( $\forall i = 1, 2, \dots, n$ ) được cho bởi bộ ba số  $(x_i, h_i, p_i)$ , trong đó  $x_i$  là khoảng cách từ chân cột đèn tới điểm O,  $h_i$  là chiều cao của đèn và  $p_i$  là công suất tiêu thụ điện. Khi đèn thứ  $i$  được bật, nó sẽ chiếu sáng tất cả các điểm trên đường có khoảng cách tới chân cột đèn không vượt quá  $h_i$ . Nếu bật tất cả  $n$  đèn, mỗi điểm bất kỳ trên đại lộ sẽ được chiếu sáng bởi ít nhất 2 đèn.



Trong tháng vận động tiết kiệm năng lượng, lãnh đạo thành phố muốn tìm một giải pháp vừa đảm bảo chiếu sáng vừa tiết kiệm điện. Nhiệm vụ của bạn là đề xuất phương án chỉ bật sáng một số đèn, sao cho mỗi điểm trên đại lộ vẫn được chiếu sáng bởi ít nhất 2 đèn, đồng thời tổng công suất tiêu thụ điện của những đèn được bật là nhỏ nhất có thể.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản LIGHT.INP

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $n, t$  cách nhau ít nhất một dấu cách ( $n \leq 2000; t \leq 10^9$ )
- $n$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 3 số nguyên  $x_i, h_i, p_i$  cách nhau ít nhất một dấu cách ( $0 \leq x_i \leq t; 1 \leq h_i, p_i \leq 10^9$ ).

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản LIGHT.OUT một số nguyên duy nhất là tổng công suất tiêu thụ điện của những đèn được bật theo phương án tìm được.

**Ví dụ**

LIGHT . INP	LIGHT . OUT
6 6	88
1 1 11	
3 1 11	
5 1 11	
2 2 33	
4 2 33	
3 3 99	

**Chú ý:**

Các test có  $n \leq 200$  chiếm ít nhất 50% số điểm của bài.

Các test có  $n \leq 1000$  chiếm ít nhất 75% số điểm của bài.