

Mục lục

Giao hàng — SHIPCOUNT	2
Móng rồng – DRAGON	3
Cặp toà nhà chọc trời — MAXPAIR	5
Cồn cát — DUNES	6
Trò chơi tìm đường thẳng — LINEGAME	7
Nối đường — DSUR	9
Cây khung nhỏ nhất với đường kính bị chặn — DBMST	10
Đục lỗ — PUNCHER	11
Diện tích hình chữ nhật — RECTAREA	13
Kim tự tháp 1 — MEDPYRE	14
Xoá chuỗi — DELSEQ	16
Kim tự tháp 2 — MEDPYRH	17
COVID19	19
Giá trị trội — MAJVAL	20
Mùa đông hạt nhân — WINNUC	21
Xếp hàng — LQUEUE	23
Điểm bán lẻ — RETOUT	25
Bày trận biển Đông — ESEA	26

Nộp bài tại: scoss.soict.ai/cmslogin/WC2021-6

Username/Password: nick codeforces

**LƯU Ý: MỖI BÀI CHỈ ĐƯỢC SUBMIT ĐÚNG 1 LẦN
CHO ĐẾN KHI THẦY CHỮA BÀI VÀ MỞ SUBMIT LẠI.**

Bài 1. Giao hàng — SHIPCOUNT

Tại kho hàng (điểm 0), điều phối viên phải lập lộ trình vận chuyển hàng hoá cho K xe khác nhau đến N khách hàng (điểm $1, \dots, N$). Lộ trình của mỗi xe sẽ xuất phát từ kho và đi đến 1 số khách hàng nào đó (mỗi khách hàng đúng 1 lần) và quay về kho. Mỗi khách hàng chỉ thuộc về đúng 1 lộ trình của 1 xe nào đó. Thứ tự các khách hàng trên mỗi lộ trình là quan trọng, ví dụ lộ trình $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 0$ và lộ trình $0 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ là hai lộ trình khác nhau. Có thể có xe không được sử dụng (không được lập lộ trình). Để tìm ra phương án tối ưu, điều phối viên quyết định dùng phương pháp liệt kê hết tất cả các phương án. Tuy nhiên, sau một hồi ngẫm nghĩ và thử, điều phối viên cảm thấy số lượng phương án có vẻ là rất lớn. Yêu cầu: Hãy giúp điều phối viên tính số lượng phương án có thể có.

Dữ liệu vào

Dữ liệu đầu vào bao gồm 1 dòng chứa 2 số nguyên dương K và N

Kết quả

Ghi ra một số nguyên là số dư trong phép chia số lượng phương án cho $10^9 + 7$.

Ví dụ

test	answer
2 2	6

Giải thích

Có tất cả 6 phương án lộ trình được liệt kê trong Bảng 1

Phương án 1	xe 1: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 0$	xe 2: 0
Phương án 2	xe 1: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$	xe 2: 0
Phương án 3	xe 1: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$	xe 2: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 0$
Phương án 4	xe 1: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 0$	xe 2: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$
Phương án 5	xe 1: 0	xe 2: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 0$
Phương án 6	xe 1: 0	xe 2: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$

Bảng 1: Các phương án lộ trình với 2 xe và 2 khách hàng

Hạn chế

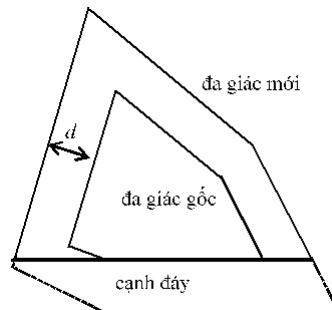
- Subtask 1: $K, N \leq 10$
- Subtask 2: $K, N \leq 200$
- Subtask 3: $K, N \leq 2000$

Bài 2. Móng rồng – DRAGON

Trước thềm điện Kính thiên ở thành cổ Hà Nội có cặp rồng đá. Ngay phía dưới đầu rồng là cặp móng chân trước của rồng. Bộ móng vuốt sắc nhọn là vũ khí lợi hại của rồng, thường xòe ra trước mặt để uy hiếp kẻ địch. Nhưng những móng vuốt sắc nhọn ở bộ móng của đôi rồng châu vua này lại quặp lại trong tư thế châu vua. Các bộ móng này và những bộ móng chân sau đều nổi bật với 5 móng, đó chính là biểu tượng của rồng đế vương (xem hình 1). Tương truyền rằng: cứ sau mỗi một mùa lễ hội móng rồng lại phát triển nở rộng ra (có lẽ là vài nano mét). Vì vậy, Bờm quyết định tìm hiểu xem diện tích của móng rồng là bao nhiêu sau khi nó nở rộng ra d mm (mili mét).



Để thực hiện công việc này Bờm đã xây dựng mô hình toán học cho móng rồng. Móng rồng được mô tả bởi một hình đa giác lồi N đỉnh với cạnh đáy (tương ứng với phần gốc của móng) nằm trên trục hoành. Móng rồng phát triển đều theo mọi hướng và không phát triển về phía dưới của phần gốc (cạnh đáy của đa giác). Ta nói móng rồng nở rộng ra d mm được hiểu là tất cả các cạnh của đa giác tương ứng được dịch chuyển song song thêm d mm về phía ngoài đa giác. Phần gốc của móng giữ nguyên vị trí, vì vậy cần cắt đa giác thu được bởi trục hoành để có cạnh đáy của đa giác mới tương ứng với móng rồng sau khi nở rộng (xem hình sau).



Yêu cầu: Hãy tính diện tích của đa giác trước và sau khi được nở rộng ra là bao nhiêu mm^2 .

Dữ liệu vào

Vào từ thiết bị vào chuẩn:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên N và d ($3 \leq N \leq 40$; $1 \leq d \leq 100$);
- Dòng thứ i trong số N dòng tiếp theo chứa hai số nguyên x_i, y_i (đơn vị tính là mm) là toạ độ của đỉnh thứ i của đa giác ($-100 \leq x_i \leq 100$; $0 \leq y_i \leq 100$; $y_1 = y_N = 0$). Các đỉnh của đa giác được liệt kê theo thứ tự đi vòng quanh đa giác.

Hai số liên tiếp trên cùng dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả

Ghi ra thiết bị ra chuẩn hai số thực với sáu chữ số sau dấu chấm thập phân là kết quả tìm được.

Ví dụ

test	answer
4 0.5 -1 0 -2 1 0 3 1.5 0	5.750000 10.082728
4 1 2 0 2 2 4 2 4 0	4.000000 12.000000

Hạn chế

50% số điểm mỗi test nếu đúng một phần.

Bài 3. Cặp toà nhà chọc trời — MAXPAIR

Có n toà nhà chọc trời dọc theo một con phố. Các toà nhà nằm cạnh nhau dọc theo con phố và toà nhà thứ i từ trái sang phải có chiều rộng 1 và chiều cao h_i . Để tìm điểm nhấn trang trí cho dãy phố nhân dịp năm mới, trong số n toà nhà đó, người ta quyết định chọn hai toà nhà chọc trời, thứ i và thứ j , với $i < j$, sao cho giá trị $(h_i + h_j) \cdot (j - i)$ là lớn nhất.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên n ($2 \leq n \leq 10^6$);
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên dương là chiều cao tương ứng của n toà nhà chọc trời.

Kết quả

Ghi ra một số nguyên duy nhất là giá trị lớn nhất tìm được.

Ví dụ

test	answer
5 1 3 2 5 4	21
5 8 3 6 3 1	36

Giải thích

Trong ví dụ thứ nhất, nếu chọn 2 toà nhà chọc trời đầu tiên thì sẽ nhận được giá trị $(1 + 3) \cdot (2 - 1) = 4$, nếu chọn toà nhà chọc trời thứ nhất và thứ 5 thì sẽ nhận được giá trị $(1 + 4) \cdot (5 - 1) = 20$. Cách chọn cặp toà nhà chọc trời thứ hai và thứ 5 sẽ cho giá trị $(3 + 4) \cdot (5 - 2) = 21$ là giá trị lớn nhất có thể đạt được.

Hạn chế

- Subtask 1: $n \leq 1000$;
- Subtask 2: $h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_n$;
- Subtask 3: $h_i \leq 5000, \forall 1 \leq i \leq n$;
- Subtask 4: không có giới hạn gì thêm.

Bài 4. Cồn cát — DUNES

Nhà địa chất học X nghiên cứu sự hình thành của các cồn cát. Ông chọn một bãi cát rất dài và chia nó thành một số lượng lớn nhiều cồn cát nhỏ được đánh số từ 1 đến 10^9 .

Lý thuyết của X cho rằng ban đầu chiều cao của cát trên tất cả các cồn so với một mức quy định nào đó đều bằng 0. Sau đó sẽ xảy ra n cơn gió mạnh có thể làm thay đổi mặt cát. Cơn gió thứ i có sức mạnh x_i sẽ tác động lên các cồn cát từ ℓ_i đến r_i . Kết quả là nó làm chiều cao của cồn cát thứ ℓ_i tăng lên x_i , chiều cao cồn thứ $\ell_i + 1$ giảm xuống x_i , cồn tiếp theo lại tăng lên x_i , và cứ luân phiên tăng giảm chiều cao như thế cho đến cồn thứ r_i .

Có được thông tin về tất cả n cơn gió, X muốn biết chiều cao cuối cùng của m cồn cát mà ông ấy quan tâm sau tác động của tất cả cơn gió. Hãy giúp ông ấy.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên chứa hai số tự nhiên n và m là số lượng cơn gió và số lượng cồn cát mà X quan tâm muốn biết chiều cao cuối cùng sau tác động của tất cả cơn gió;
- Mỗi dòng trong n dòng tiếp theo chứa mô tả lần lượt từng cơn gió gồm 3 số nguyên ℓ_i, r_i, x_i ;
- Mỗi dòng trong m dòng tiếp theo chứa số nguyên q_i ($1 \leq q_i \leq 10^9$) là số thứ tự của cồn cát cần xác định chiều cao cuối cùng. Số thứ tự các cồn cát được cho theo thứ tự tăng dần.

Kết quả

Ứng với mỗi yêu cầu trong số yêu cầu trên, hãy in ra một số nguyên là chiều cao cuối cùng của cồn cát tương ứng sau tác động của tất cả cơn gió.

Ví dụ

test	answer
2 6	7
1 6 7	-7
3 7 2	9
1	-9
2	2
3	0
6	
7	
8	

Hạn chế

- Subtask 1: $1 \leq \ell_i \leq r_i \leq 100; 1 \leq x_i, n, m \leq 100$
- Subtask 2: $1 \leq \ell_i \leq r_i \leq 10^9; 1 \leq x_i, n, m \leq 1000$.

Bài 5. Trò chơi tìm đường thẳng — LINEGAME

An và Bằng luôn thích sáng tạo ra những trò chơi mới và chơi với nhau. Một ngày An nghĩ ra một trò chơi mới thử thách Bằng. An vẽ n điểm trên một mảnh giấy. Nhiệm vụ của Bằng là tìm một đường thẳng, sao cho ít nhất p phần trăm các điểm nằm chính xác trên đường thẳng đó. An và Bằng có các công cụ rất tốt để đo lường và vẽ. Vì vậy, họ có thể kiểm tra xem một điểm nằm chính xác trên một đường thẳng hay không. Nếu Bằng có thể tìm thấy một dòng như vậy thì Bằng sẽ thắng. Nếu không, An sẽ thắng trò chơi.

Yêu cầu: Hãy giúp Bằng xác định xem liệu mình có thể vẽ được một đường thẳng như vậy hay không.

Dữ liệu vào

Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương $K \leq 5$ là số lượng bộ test. Với mỗi bộ test:

- dòng đầu tiên ghi một số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^5$) là số điểm mà An đã vẽ lên giấy;
- dòng thứ hai ghi một số nguyên p ($20 \leq p \leq 100$) là tỷ lệ phần trăm các điểm cần nằm trên một đường thẳng;
- mỗi dòng trong số n dòng tiếp theo ghi hai số nguyên x và y ($0 \leq x, y \leq 10^9$) là tọa độ của một điểm.

Biết rằng không có hai điểm nào trùng khớp.

Kết quả

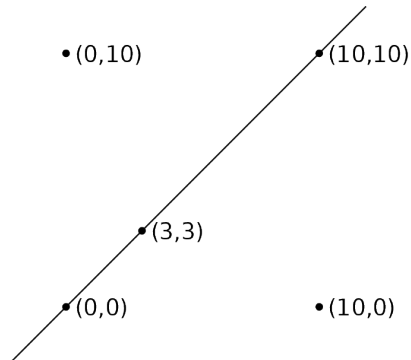
Ghi ra mỗi bộ test một dòng chữ "possible" nếu có thể tìm thấy một đường thẳng thích hợp hoặc "impossible" nếu không thể.

Ví dụ

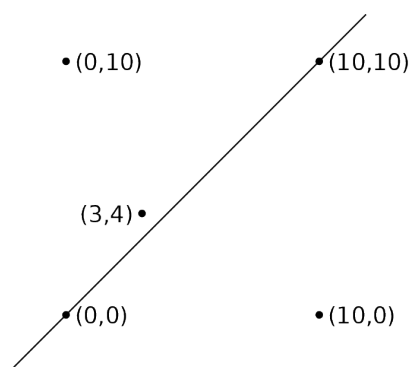
test	answer
2	possible
5	impossible
55	
0 0	
10 10	
10 0	
0 10	
3 3	
5	
45	
0 0	
10 10	
10 0	
0 10	
3 4	

Giải thích

Hình vẽ minh họa ví dụ trên:



Hình 1: Bộ test thứ nhất: Có đường thẳng đi qua (ít nhất) 3 điểm trong số 5 điểm, thoả mãn nhiều hơn 55%.



Hình 2: Bộ test thứ hai: Không tồn tại đường thẳng nào đi qua (ít nhất) 3 điểm trong số 5 điểm, không thoả mãn điều kiện nhiều hơn 45%.

Bài 6. Nối đường — DSUR

Trong thời kỳ chiến tranh, thành phố X có n địa điểm trọng yếu và được xây dần dần các con đường hai chiều nối trực tiếp giữa hai điểm trọng yếu. Các con đường này thường xuyên là mục tiêu tấn công của kẻ địch, do đó ban chỉ huy cần lên phương án phản ứng nhanh mỗi khi có sự thay đổi kết nối giữa các địa điểm trọng yếu.

Ban đầu chưa có con đường nào được xây. Ban chỉ huy lần lượt đưa q yêu cầu, mỗi yêu cầu thuộc một trong 3 loại sau:

- 1 $u\ v$: thêm một con đường $u - v$;
- 2 $u\ v$: phá huỷ con đường $u - v$;
- 3 $u\ v$: địa điểm u có đến được v thông qua các con đường đang có hay không?

Yêu cầu: với mỗi yêu cầu loại 3, hãy đưa ra “YES” nếu câu trả lời là khẳng định và “NO” nếu ngược lại.

Dữ liệu vào

- Dòng 1: hai số nguyên dương n và q ;
- Mỗi dòng trong số q dòng tiếp theo chứa ba số nguyên dương t, u, v ($1 \leq t \leq 3; 1 \leq u, v \leq n$) là một truy vấn thể hiện một trong ba yêu cầu nêu trên.

Kết quả

Với mỗi truy vấn 3, in ra kết quả tương ứng trên một dòng.

Ví dụ

test	answer
3 5	YES
1 1 2	NO
1 2 3	
3 1 3	
2 3 2	
3 3 1	

Hạn chế

- Subtask 1: $n, q \leq 1000$;
- Subtask 2: không có truy vấn loại 2;
- Subtask 3: $\lfloor q/2 \rfloor$ truy vấn đầu tiên chỉ gồm các truy vấn loại 1, $q - \lfloor q/2 \rfloor$ truy vấn sau chỉ gồm các truy vấn loại 2 và 3;
- Subtask 4: $n, q \leq 10^5$.

Bài 7. Cây khung nhỏ nhất với đường kính bị chặn — DBMST

Đường kính của một cây được định nghĩa là độ dài đường đi dài nhất của cây đó (theo nghĩa số lượng cạnh trên đường đi). Cho đồ thị vô hướng $G = (V, E)$, với $c(e)$ là trọng số của cạnh e ($e \in E$).

Yêu cầu: Cho một số nguyên dương K , hãy tìm cây khung nhỏ nhất T của G sao cho đường kính của T nhỏ hơn hoặc bằng K .

Dữ liệu vào

- Dòng 1: N , M , và K ($1 \leq N \leq 15, 1 \leq M \leq 25$)
- Dòng $i + 1$ ($i = 1, \dots, M$): u , v , và w trong đó w là trọng số của cạnh (u, v)

Kết quả

Ghi ra duy nhất một số là trọng số của cây khung nhỏ nhất tìm được hoặc ghi ra -1 nếu cây khung đó không tồn tại.

Ví dụ

test	answer
6 9 3 1 2 4 1 3 3 1 4 1 2 3 7 2 5 1 3 4 5 3 5 5 3 6 5 5 6 2	16

Bài 8. Đục lỗ — PUNCHER

Một tờ giấy kích thước $2^N \times 2^N$ ô vuông được gấp lại theo qui tắc sau đây: Mỗi lần gấp thực hiện hai thao tác sau đây:

- Đầu tiên gấp đôi sao cho mép dưới trùng với mép trên,
- Tiếp đến gấp đôi sao cho mép phải trùng với mép trái.

Quá trình gấp được tiến hành $N - 3$ lần. Kết quả ta thu được một chồng giấy gấp có dạng các bảng kích thước 8×8 ô vuông. Một số ô vuông được đục rỗng nhờ thiết bị đục lỗ đặc biệt.

Sau đó ta lại tời ngược chồng giấy đã gấp để thu được tờ giấy ban đầu nhưng khác biệt là đã bị đục đi một số ô. Trên tờ giấy thu được ta sẽ thấy các miền liên thông, mỗi miền liên thông là một tập các ô vuông không bị đục, mà từ một ô vuông bất kỳ của nó có thể di chuyển sang bất kể ô nào còn lại bằng cách di chuyển qua các ô có cạnh chung và hai ô vuông bất kỳ mà từ ô này có thể di chuyển đến ô kia bằng cách di chuyển như vậy là thuộc vào cùng một miền liên thông.

Yêu cầu: Xác định số lượng miền liên thông của tờ giấy thu được sau khi đục lỗ.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa một số nguyên dương N ($4 \leq N \leq 500$);
- 8 dòng tiếp theo chứa bảng số kích thước 8×8 chỉ gồm các số 0 hoặc 1, được ghi cách nhau bởi dấu cách, mô tả mẫu đục lỗ: Các số 1 cho biết vị trí tương ứng bị đục lỗ, còn các số 0 cho biết vị trí tương ứng không bị đục lỗ.

Kết quả

Ghi ra duy nhất một số là số lượng miền liên thông tìm được.

Ví dụ

test	answer
4 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	11

Giải thích

Bảng sau khi tời ngược

0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0

Bài 9. Diện tích hình chữ nhật — RECTAREA

Trên mặt phẳng toạ độ người ta vẽ ra N hình chữ nhật. Hãy tính diện tích che phủ bởi N hình chữ nhật này, biết rằng N hình chữ nhật này song song với 2 trục Ox và Oy .

Dữ liệu vào

- Dòng 1: số nguyên N .
- Dòng 2: N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 4 số nguyên x_1, y_1, x_2, y_2 ($0 \leq x_1, y_1, x_2, y_2 \leq 10^9$) tương ứng là toạ độ 2 góc đối nhau của hình chữ nhật thứ i .

Kết quả

Ghi ra duy nhất một số nguyên là diện tích phủ bởi N hình chữ nhật tìm được.

Ví dụ

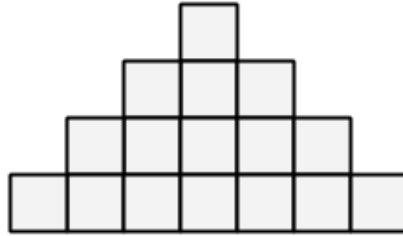
test	answer
2 10 10 20 20 15 15 25 30	225

Hạn chế

- Subtask 1: $N \leq 3$;
- Subtask 2: $N \leq 20$;
- Subtask 3: $N \leq 100$, các toạ độ đều ≤ 100 ;
- Subtask 4: $N \leq 1000$;
- Subtask 5: $N \leq 10^5$, các toạ độ đều ≤ 5000 ;
- Subtask 6: $N \leq 10^5$, các toạ độ đều $\leq 10^5$;
- Subtask 7: $N \leq 10^5$, các toạ độ đều $\leq 10^9$;

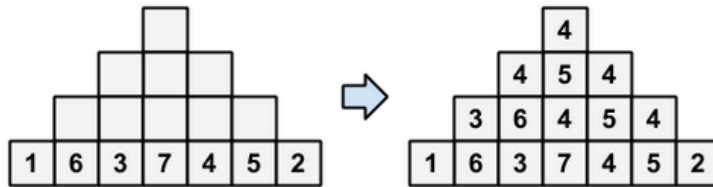
Bài 10. Kim tự tháp 1 — MEDPYRE

Hùng quan sát một kim tự tháp N tầng, đánh số từ 1 đến N , từ đáy lên đỉnh. Tầng thứ i được ghép bởi $2 \cdot i - 1$ khối gạch đơn vị hình vuông xếp liên tiếp nhau thành hàng ngang. Kim tự tháp được xây dựng sao cho các khối gạch ở trung tâm của các tầng thẳng hàng với nhau theo chiều dọc.



Hình 3: Một kim tự tháp với $N = 4$ tầng

Hùng viết một hoán vị của $(1, 2, \dots, 2N - 1)$ vào các khối gạch của tầng N . Sau đó, anh ta viết các số nguyên vào tất cả các khối còn lại, theo quy tắc sau: Số nguyên được viết vào khối gạch b phải bằng trung vị của ba số nguyên ở ba khối trực tiếp dưới b , hoặc ở phía dưới ngay bên trái hoặc phía dưới ngay bên phải của b .



Hình 4: Một kim tự tháp được điền số

Sau đó, anh ta xóa tất cả các số nguyên được viết trong các khối và chỉ nhớ rằng số nguyên được viết vào khối gạch duy nhất ở tầng 1 là x .

Yêu cầu: Hãy xây dựng một hoán vị của $(1, 2, \dots, 2N - 1)$ có thể điền vào khối của tầng N để có được giá trị viên gạch tầng 1 là x , hoặc chỉ ra rằng Hùng nhớ không chính xác và không tồn tại hoán vị nào như vậy.

Dữ liệu vào

Một dòng duy nhất chứa hai giá trị N x ($2 \leq n \leq 10^5; 1 \leq x \leq 2N - 1$).

Kết quả

In “No” nếu không tồn tại hoán vị nào của $(1, 2, \dots, 2N - 1)$ thỏa mãn.

Nếu không, dòng đầu tiên in “Yes”, dòng thứ i trong số $2N - 1$ dòng tiếp theo in phần tử thứ i của hoán vị tìm được.

Ví dụ

test	answer
4 4	Yes 1 6 3 7 4 5 2
2 1	No

Bài 11. Xoá chuỗi — DELSEQ

Cho một chuỗi A gồm N số nguyên A_1, \dots, A_n . Một chuỗi con của A là chuỗi $A_i A_{i+1} \dots A_j$ với $1 \leq i \leq j \leq N$, và độ dài của chuỗi con này bằng $j - i + 1$. Một phép xoá trên chuỗi là việc chọn một chuỗi con trong chuỗi và xóa nó đi, thu được một chuỗi mới gồm $n - j + i - 1$ phần tử còn lại. Với mỗi phép xoá, độ dài của chuỗi con được chọn phải là lũy thừa của 2 và trong tất cả các phép xoá được thực hiện trên chuỗi A , độ dài của các chuỗi đã xóa phải đôi một khác nhau.

Giá trị của mỗi chuỗi mới thu được được tính bằng giá trị lớn nhất trong các tổng các phần tử của một chuỗi con của nó trong trường hợp chuỗi chứa ít nhất một tổng dương, nếu không giá trị của chuỗi bằng 0.

Yêu cầu: Cho phép thực hiện nhiều lần phép xoá trên chuỗi A , hãy xác định giá trị lớn nhất có thể của chuỗi.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa một số nguyên dương $N \leq 1000$;
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên là giá trị các phần tử của chuỗi A nằm trong khoảng $[10^{-6}, 10^6]$, hai số liên tiếp được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả

Ghi ra duy nhất một số nguyên là giá trị lớn nhất của chuỗi thu được.

Ví dụ

test	answer
14 13 -19 13 -5 -12 11 20 4 -10 1 -7 19 -19 3	76

Giải thích

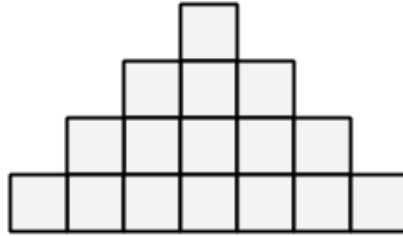
- Chuỗi đầu là: [13 -19 13 -5 -12 11 20 4 -10 1 -7 19 -19 3]
- Từ vị trí thứ 8 ta loại bỏ 4 phần tử, chuỗi mới thu được là: [13 -19 13 -5 -12 11 20 19 -19 3]
- Từ vị trí thứ 4 ta loại bỏ 2 phần tử, chuỗi mới thu được là: [13 -19 13 11 20 19 -19 3]
- Từ vị trí thứ 2 ta loại bỏ 1 phần tử, chuỗi mới thu được là: [13 13 11 20 19 -19 3]
- Chuỗi con tạo ra giá trị lớn nhất của chuỗi cuối cùng là [13 13 11 20 19].

Hạn chế

- Subtask 1: $N \leq 30$;
- Subtask 2: luôn tồn tại một giải pháp với nhiều nhất một phép xoá;
- Subtask 3: luôn tồn tại một giải pháp với nhiều nhất hai phép xoá;
- Subtask 4: không có ràng buộc gì thêm.

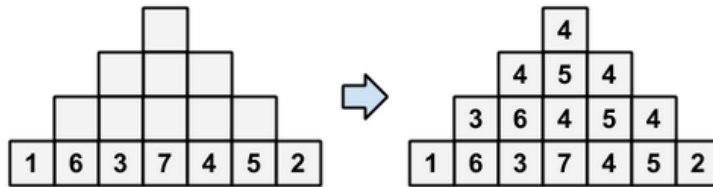
Bài 12. Kim tự tháp 2 — MEDPYRH

Hùng quan sát một kim tự tháp N tầng, đánh số từ 1 đến N , từ đáy lên đỉnh. Tầng thứ i được ghép bởi $2 * i - 1$ khối gạch đơn vị hình vuông xếp liên tiếp nhau thành hàng ngang. Kim tự tháp được xây dựng sao cho các khối gạch ở trung tâm của các tầng thẳng hàng với nhau theo chiều dọc.



Hình 5: Một kim tự tháp với $N = 4$ tầng

Hùng viết $2 * N - 1$ số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N vào các khối gạch của tầng N . Sau đó, anh ta viết các số nguyên vào tất cả các khối còn lại, theo quy tắc sau: Số nguyên được viết vào khối gạch b phải bằng trung vị của ba số nguyên ở ba khối trực tiếp dưới b , hoặc ở phía dưới ngay bên trái hoặc phía dưới ngay bên phải của b .



Hình 6: Một kim tự tháp được điền số

Sau đó, anh ta xóa tất cả các số nguyên được viết trong các khối và chỉ nhớ $2N - 1$ số được ghi ở tầng N .

Yêu cầu: Hãy tìm lại giá trị số nguyên đã được Hùng ghi trên khối gạch tầng 1 của kim tự tháp.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa một số nguyên dương T ($T \leq 1000$) là số lượng bộ test.
- Mỗi dòng trong số T nhóm dòng sau gồm:
 - dòng đầu chứa một số nguyên dương N ($N \leq 10^5$);
 - dòng thứ hai chứa $2N - 1$ số nguyên không âm A_1, A_2, \dots, A_N ($A_i \leq 10^9$).

Kết quả

Ghi ra T dòng, mỗi dòng là kết quả tìm được của bộ test tương ứng trong input.

Ví dụ

test	answer
2	4
4	8
1 6 3 7 4 5 2	
5	
1 2 3 7 8 9 6 4 5	

Hạn chế

- Trong mọi bộ test, tổng tất cả các giá trị N không quá 5×10^5 ;
- Subtask 1: 30% số điểm có tổng mọi giá trị N trong mọi bộ test không quá 5000;
- Subtask 2: 30% số điểm khác có $A_i \in [0, 1]$ với mọi $i \in [1, 2N - 1]$ trong mọi bộ test;
- Subtask 3: 40% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Bài 13. COVID19

Thành là một nhà sinh học chuyên nghiên cứu chủng loại COVID19. Để có số lượng vi rút mong muốn cho các thí nghiệm, Thành đã điều chế thành công ra hai hợp chất xúc tác có tên là Subgrow và Subkill có tác dụng kiểm soát số lượng vi rút. Với mỗi lần sử dụng một chất xúc tác, cơ chế hoạt động khi đổ vào dung dịch chứa n vi rút như sau:

- Nếu đổ một lượng Subgrow vào dung dịch thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng lên thành n^2 .
- Nếu đổ p mili lít Subkill vào dung dịch, nếu n chia hết cho p thì số lượng vi rút sẽ giảm đi đúng p lần, còn nếu n không chia hết cho p thì số lượng vi rút chính xác là không xác định được. Do tính chính xác và đặc thù của những thí nghiệm với loại vi rút này nên mỗi lần đổ Thành chỉ đổ một lượng p nguyên tố và số lượng vi rút hiện tại n chia hết cho p .

Thành chuẩn bị thực hiện một thí nghiệm trên m vi rút COVID19.

Yêu cầu: hãy viết chương trình giúp Thành có được m vi rút từ n vi rút COVID19 mà sử dụng ít số lần dùng chất xúc tác nhất.

Dữ liệu vào

Bao gồm hai số nguyên dương n và m ($n, m \leq 10^9$). Dữ liệu đảm bảo n khác m và luôn có cách biến đổi n thành m .

Kết quả

Ghi ra duy nhất một số là số lần sử dụng chất xúc tác.

Ví dụ

test	answer
12 18	3

Giải thích

- Lần 1, Thành sử dụng 2ml Subkill để giảm 12 thành 6 vi khuẩn
- Lần 2, Thành sử dụng Subgrow để tăng 6 thành 36 vi khuẩn
- Lần 3, Thành sử dụng 2ml Subkill để giảm 36 thành 18 vi khuẩn

Bài 14. Giá trị trội — MAJVAL

Hoàng đang loay hoay tìm cách giải bài toán đếm sau. Cho một dãy N số nguyên, mỗi số nằm trong khoảng từ 1 đến N . Ta cần dùng các khái niệm sau:

- Dãy con là một dãy gồm các phần tử liên tiếp trong dãy ban đầu.
- Một giá trị gọi là trội trong dãy K phần tử nếu như giá trị đó xuất hiện ít nhất $\lceil K/2 \rceil + 1$ lần trong dãy đó, trong đó ký hiệu $\lceil x \rceil$ là phần nguyên của x (số nguyên lớn nhất nhỏ hơn hoặc bằng x).

Yêu cầu: Tính số lượng dãy con có chứa giá trị trội trong dãy đã cho.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa một số nguyên dương $N \leq 250000$;
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên, mỗi số trong khoảng từ 1 đến N , hai số liên tiếp được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả

Đưa ra một số là số lượng dãy con có chứa giá trị trội tìm được.

Ví dụ

test	answer
6 1 2 1 2 3 2	10

Giải thích

- Có 6 dãy con 1 phần tử, mỗi dãy đều thỏa mãn dãy chứa giá trị trội;
- 4 dãy con còn lại chứa giá trị trội là những dãy được gạch chân dưới đây:

1 2 1 2 3 2
1 2 1 2 3 2
1 2 1 2 3 2
1 2 1 2 3 2

Hạn chế

- Subtask 1: $n \leq 10000$
- Subtask 2: $N \leq 250000$.

Bài 15. Mùa đông hạt nhân — WINNUC

Vào năm 2101, sau một cuộc chiến tranh hạt nhân lớn giữa những cường quốc hạt nhân, bộ mặt của trái đất đã hoàn toàn bị tàn phá. Bị đe dọa bởi một mùa đông hạt nhân tàn khốc, nhân loại đã trú ẩn trong vài năm trong một hệ thống khổng lồ các hang động ngầm, kết nối đến các phòng trưng bày nhỏ.

Những người sống sót tìm cách hiện đại hóa cơ sở hạ tầng dưới lòng đất bằng cách xây dựng một tàu điện ngầm có thể liên kết tất cả các phòng trưng bày dưới lòng đất với nhau. Nhưng cuộc sống đôi khi thật khó khăn trong một xã hội loạn lạc hậu tận thế, và các kỹ sư phụ trách công việc chỉ có nguồn lực cho một tuyến tàu điện ngầm, và chỉ có thể đi theo một đường thẳng.

Yêu cầu: Để đơn giản hoá, sơ đồ thi công được biểu thị trên mặt phẳng toạ độ hai chiều, mỗi phòng trưng bày là một điểm có toạ độ (x,y) , làm thế nào để xây dựng đường tàu điện ngầm để giảm thiểu tổng mũ k mỗi khoảng cách của các phòng trưng bày đến đường tàu phải đào để kết nối mỗi phòng với tàu điện ngầm?

Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa hai số nguyên dương N và k ;
- Dòng thứ i trong số N dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên (trong khoảng $[10^{-9}, 10^9]$) là toạ độ x và y của phòng tranh i , hai số liên tiếp được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả

Ghi ra một số duy nhất là tổng mũ k mỗi khoảng cách các phòng trưng bày đến đường tàu điện ngầm. Kết quả được tính chính xác đến 10^{-15} .

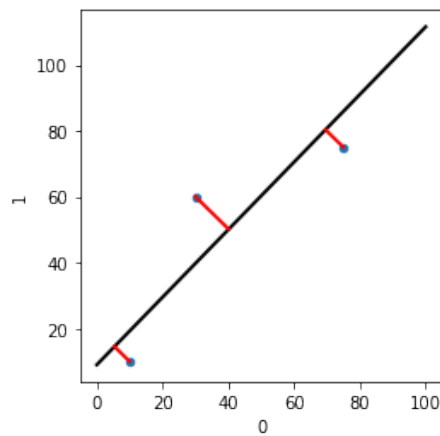
Ví dụ

test	answer
3 2 10 10 30 60 75 75	299.364509452941204

Giải thích

Hạn chế

- Subtask 1: $N = 3, k = 1, 2$;
- Subtask 2: $N = 4, k = 1, 2$ và 4 điểm tạo thành một hình chữ nhật;
- Subtask 3: $N \leq 10, k = 1$;
- Subtask 4: $N \leq 1000, k = 1$;
- Subtask 5: $N \leq 100, k = 2$;
- Subtask 6: $N \leq 10^5, k = 2$.



Hình 7: Hình minh hoạ ví dụ trên với đường tàu điện ngầm cho tổng bình phương khoảng cách từ 3 phòng tranh đến tàu điện ngầm nhỏ nhất

Bài 16. Xếp hàng — LQUEUE

An là nhân viên bảo vệ ngân hàng. Hôm nay công việc khá nhàn rỗi nên An bắt đầu quan sát hàng những người đang đứng đợi trước quầy phục vụ. Ban đầu trong hàng chỉ có n người. An đánh số những người trong hàng theo thứ tự bắt đầu từ 0. Như vậy số thứ tự của mỗi người chính bằng số người đứng trước họ trong hàng đợi.

An có khả năng đánh giá tâm trạng người khác rất tốt. Tâm trạng của người thứ i được An mô tả bởi số nguyên không âm a_i . An cho rằng tâm trạng của người này tốt nếu $a_i \geq x$. Ngược lại, nếu $a_i < x$ thì tâm trạng của người này không tốt.

Hàng đợi thường có người mới tới xếp hàng và có người rời khỏi hàng sau khi được phục vụ xong. Nếu có người mới tới, An sẽ ngay lập tức đánh giá tâm trạng của người đó và tâm trạng của người này không thay đổi theo thời gian.

An đặt ra câu hỏi thú vị: tại thời điểm nào đó, An chọn một người trong hàng đợi và muốn đếm xem có bao nhiêu người có tâm trạng tốt hiện đang đứng trước anh ta trong hàng đợi.

Hãy giúp An!

Dữ liệu vào

Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n, x ($1 \leq n \leq 100\,000, 0 \leq x \leq 10^9$).

Dòng tiếp theo chứa n số nguyên a_i mô tả tâm trạng của n người trong hàng đợi ($0 \leq a_i \leq 10^9$).

Dòng thứ ba chứa số nguyên m ($1 \leq m \leq 100\,000$) là số sự kiện xảy ra đối với hàng đợi.

Trong m dòng tiếp theo mô tả các sự kiện xảy ra đối với hàng đợi. Mỗi sự kiện được mô tả bởi 1 trong 3 trường hợp sau:

- 1 a ($0 \leq a \leq 10^9$) — có người vừa tới xếp cuối hàng với tâm trạng là a .
- 2 — người đầu hàng (có số thứ tự là 0) rời khỏi hàng. Khi đó An sẽ giảm số thứ tự của tất cả những người trong hàng xuống 1 đơn vị.
- 3 i — An muốn biết, tại thời điểm này có bao nhiêu người có trạng thái tốt đứng trước người thứ i .

Đảm bảo rằng các mô tả sự kiện đều chính xác: nếu hàng đợi rỗng thì sự kiện dạng 2 không được thực hiện; số người trong hàng đợi luôn lớn hơn i trong các sự kiện dạng 3.

Kết quả

Đối với mỗi sự kiện dạng 3, hãy ghi ra một dòng chứa số lượng người có tâm trạng tốt hiện đang đứng trước người được chỉ định số thứ tự trong sự kiện.

Ví dụ

test	answer
1 2	0
3	1
5	2
1 2	
1 1	
3 0	
3 1	
3 2	
2 2	0
1 2	0
7	0
3 0	0
3 1	1
2	
3 0	
1 3	
3 0	
3 1	

Bài 17. Điểm bán lẻ — RETOUT

Một công ty phân phối hàng hóa đến M điểm bán lẻ $1, 2, \dots, M$. Có N chi nhánh $1, 2, \dots, N$, chi nhánh i có a_i nhân viên bán hàng. Công ty phải giao M điểm bán lẻ cho N chi nhánh sao cho mỗi chi nhánh chịu trách nhiệm phân phối hàng hoá cho một số điểm bán lẻ, mỗi điểm bán lẻ do đúng một chi nhánh phân phối. Để cân bằng giữa các nhân viên bán hàng, số điểm bán lẻ được giao cho mỗi chi nhánh i phải là số dương và chia hết cho a_i .

Yêu cầu: Hãy tính tổng số Q các cách gán như vậy.

Ví dụ, $N = 2, M = 20, a_1 = 3, a_2 = 2$. Có 3 cách:

- Chi nhánh 1 được chỉ định cho 6 điểm bán lẻ, chi nhánh 2 được chỉ định cho 14 điểm
- Chi nhánh 1 được chỉ định cho 12 điểm bán lẻ, chi nhánh 2 được chỉ định cho 8 điểm
- Chi nhánh 1 được chỉ định cho 18 điểm bán lẻ, chi nhánh 2 được chỉ định cho 2 điểm

Dữ liệu vào

- Dòng 1: N và M
- Dòng 2: N số nguyên dương a_1, \dots, a_N

Kết quả

Ghi ra duy nhất một số nguyên Q là phần dư của số cách tìm được trong phép chia cho $(10^9 + 7)$

Ví dụ

test	answer
2 20 3 2	3

Hạn chế

- Subtask 1: $N \leq 100, M \leq 500$
- Subtask 2: $N \leq 10^6, M \leq 10^{18}, a_i = 1, \forall i$
- Subtask 3: $N \leq 1000, M \leq 5000$.

Bài 18. Bày trận biển Đông — ESEA

Vùng lãnh hải phía đông tổ quốc có n vùng biển trọng yếu. Toàn bộ vùng lãnh hải được mô tả trên bản đồ tọa độ, trong đó mỗi vùng biển trọng yếu được biểu diễn bởi một hình chữ nhật có các đỉnh góc là các điểm có tọa độ nguyên.

Nhằm chuẩn bị cho buổi tập trận “ESEA” lớn chưa từng có trên biển, ban chỉ huy quân sự Hải quân lập kế hoạch tác chiến trên bản đồ tọa độ nguyên mô phỏng vùng lãnh hải. Bộ đội Hải quân tiến hành đặt n cặp bộ dò, mỗi cặp bộ dò (δ_1, δ_2) tại hai điểm trọng yếu:

- bộ dò δ_1 đặt tại tọa độ (x_1, y_1) có khả năng phát hiện các vật thể trong phạm vi của góc phần tư bên dưới trái của nó, nghĩa là tất cả các điểm có tọa độ (u, v) thỏa mãn: $u < x_1$ và $v < y_1$.
- bộ dò δ_2 tại tọa độ (x_2, y_2) có khả năng phát hiện các vật thể trong phạm vi của góc phần tư bên trên phải của nó, nghĩa là tất cả các điểm có tọa độ (u, v) thỏa mãn: $u > x_2$ và $v > y_2$.

Biết rằng $x_1 \leq x_2, y_1 \leq y_2$.

Hai cặp bộ dò i và j được gọi là có liên kết vẹn toàn với nhau nếu như cả hai bộ dò của cặp j nằm trọn vẹn trong phạm vi phát hiện của một trong hai bộ dò của cặp i .

Yêu cầu: Ban chỉ huy quân sự yêu cầu phân hoạch tập các cặp bộ dò ra thành ít nhất các nhóm sao cho mỗi cặp phải thuộc vào đúng một nhóm và trong mỗi nhóm không có hai cặp nào có liên kết vẹn toàn với nhau.

Dữ liệu vào

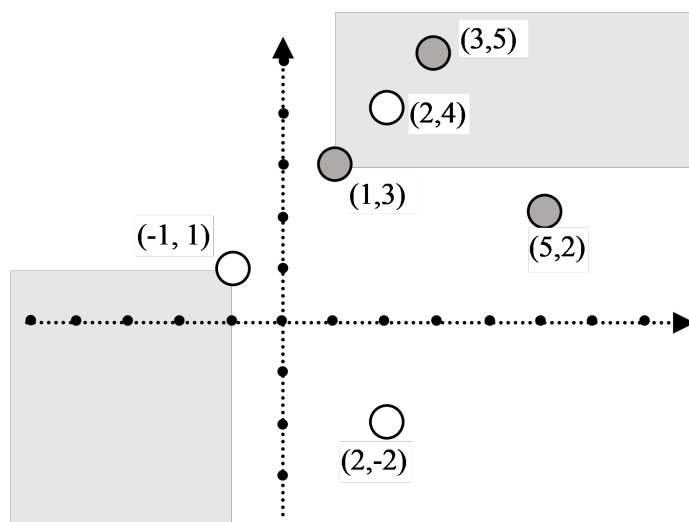
Dòng thứ nhất chứa duy nhất một số nguyên dương K ($K \leq 20$) là số lượng bộ dữ liệu. Tiếp theo là K nhóm dòng, mỗi nhóm tương ứng với một bộ dữ liệu có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương n ;
- Dòng thứ i trong số n dòng tiếp theo ghi 4 số nguyên x_1, y_1, x_2, y_2 mỗi số nhỏ hơn 10^9 là tọa độ vị trí của hai bộ dò của cặp thứ i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Kết quả

Ghi ra K nhóm dòng, mỗi nhóm dòng có khuôn dạng sau:

- Dòng đầu ghi số nguyên m là số lượng nhóm tìm được;
- Dòng thứ i trong số m dòng tiếp theo ghi một nhóm các cặp bộ dò đôi một không có liên kết vẹn toàn có dạng:
 - Đầu tiên ghi số nguyên t_i là số lượng cặp bộ dò trong nhóm;
 - t_i số tiếp theo ghi chỉ số các cặp bộ dò trong nhóm.



Hình 8: Hình minh họa cho ví dụ thứ nhất.

Ví dụ

test	answer
1 3 -1 1 1 3 2 -2 5 2 2 4 3 5	2 2 1 2 1 3
1 2 -2 1 -2 1 -1 0 -1 0	1 2 1 2

Giải thích

Hạn chế

- Có 20% số lượng test thỏa mãn điều kiện: $n \leq 10$;
- Có thêm 20% số lượng test thỏa mãn điều kiện: $n \leq 1000$; và trong tất cả các cặp, hai bộ dò của chúng đặt tại cùng một điểm, nghĩa là $x_1 = x_2, y_1 = y_2$;
- Có thêm 20% số lượng test thỏa mãn điều kiện: $n \leq 10^6$; và trong tất cả các cặp, hai bộ dò của chúng đặt tại cùng một điểm, nghĩa là $x_1 = x_2, y_1 = y_2$;
- Có thêm 20% số lượng test thỏa mãn điều kiện: $n \leq 1000$;
- 20% số lượng test còn lại thỏa mãn điều kiện: $n \leq 10^6$;