

Tổng hoán vị

Từ một số nguyên dương x người ta có thể tạo ra các số nguyên khác bằng cách hoán vị vị trí các chữ số của x . Ví dụ, với $x = 123$ ta có các số $\{123, 132, 213, 231, 312, 321\}$. Cũng có thể có các số giống nhau được tạo ra hoặc số bắt đầu bằng 0. Tổng tất cả các số nhận được từ $x = 123$ là 1332. Với $x = 103$ tập các số tạo được là $\{013, 031, 103, 130, 301, 310\}$ và tổng của chúng là 888. Với $x = 122$, tập tạo được là $\{122, 122, 212, 221, 212, 221\}$ có tổng 1110.

Yêu cầu: Cho số nguyên x trong dạng biểu diễn thập phân không có các số 0 không có nghĩa. Hãy tính số dư của tổng các số nhận được bằng phép hoán vị chữ số (ở hệ 10) với 2020.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản SUMPERM.INP một số nguyên dương x

Kết quả: Đưa ra file văn bản SUMPERM.OUT tổng các số nhận được bằng phép hoán vị các chữ số. Đưa ra số dư theo module 2020.

Ví dụ:

SUMPERM.INP	SUMPERM.OUT
123	1332

Ràng buộc:

- 40% số test tương ứng 40% số điểm có $x \leq 10^5$
- 30% số test tương ứng 30% số điểm có $10^5 < x \leq 10^{15}$
- 30% số test còn lại tương ứng 30% số điểm có $x \leq 10^{1000}$

RobotCam

Cuộc thi RobotCam là một cuộc thi lớn về robot được tổ chức hàng năm ở hành tinh XYZ. Sân chơi có thể mô tả trên mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Đề-Các Oxy . Luật chơi được mô tả như sau: Trên mặt phẳng người ta đánh dấu n điểm có tọa độ nguyên, tại mỗi điểm có một phần quà. Các đội tham gia cuộc thi phải dùng các robot của mình để thu nhặt tất cả các phần quà. Vấn đề trở nên khó khăn hơn đối với các đội chơi là các robot tham gia thu nhặt quà không được di chuyển một cách tùy ý, mà phải tuân thủ các điều kiện sau:

- Đường đi của mỗi robot phải bắt đầu và kết thúc tại các điểm trong số n điểm đã cho.
- Trong quá trình di chuyển, robot không được di chuyển tới điểm có hoành độ hay tung độ nhỏ hơn hoành độ hay tung độ của điểm đang đứng.
- Hai đường đi của của hai robot khác nhau không được có điểm chung.
- Đường đi chỉ gồm đúng 1 điểm cũng được chấp nhận là hợp lệ.

Ví dụ: Hình 1 mô tả vị trí của các điểm đánh dấu và một cách chơi hợp lệ.

Yêu cầu: Hãy xác định số lượng robot ít nhất cần sử dụng để có thể thu nhặt tất cả các phần quà.

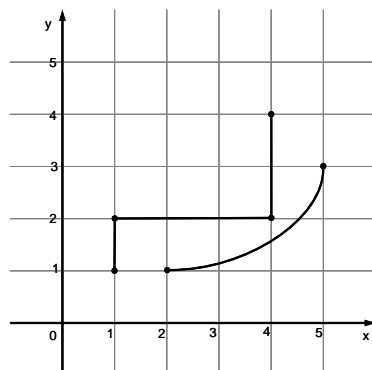
Dữ liệu: Vào từ file văn bản ROBOTCAM.INP

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 10^6$) là số lượng điểm đánh dấu.
- n dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hoành độ và tung độ của một điểm đã đánh dấu được ghi cách nhau một dấu cách. Các tọa độ có giá trị tuyệt đối không quá 10^6 .

Kết quả: Ghi ra file văn bản ROBOTCAM.OUT số lượng robot ít nhất cần sử dụng.

Ví dụ:

ROBOTCAM. INP	ROBOTCAM. OUT
6	2
1 1	
2 1	
1 2	
4 2	
5 3	
4 4	



Hình 1

Ràng buộc:

- 30% số test tương ứng 30% số điểm có $n \leq 100$

Phép xor

Đạt rất yêu thích môn Tin học, ngay từ những buổi học đầu tiên Đạt đã bộc lộ rõ niềm đam mê của mình. Hôm nay, thầy giáo dạy về phép *xor* bit. Đạt biết được rằng, giá trị của phép *xor* được định nghĩa như sau:

X	Y	$X \wedge Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Với 2 số nguyên 32-bit A và B , giá trị tổng *xor* của 2 số là số nguyên $C = A \wedge B$ với các giá trị bit $C_i = A_i \wedge B_i$ (Ký hiệu P_i là giá trị bit thứ i của số nguyên P ; $0 \leq i \leq 31$).

Cuối buổi, thầy giáo giao cả lớp một dãy số D_1, D_2, \dots, D_n và yêu cầu Đạt tính toán tổng *xor* của một số đoạn các số. Đạt tính nhằm vô cùng nhanh và chính xác. Thấy vậy, thầy giáo giao thêm một bài toán * riêng cho Đạt. Thầy bổ sung thêm k cặp số nguyên không âm L_i và R_i . Thầy yêu cầu Đạt cần tách dãy số ra thành k đoạn liên tiếp mà tổng *xor* của đoạn thứ i không nhỏ hơn L_i và không lớn hơn R_i . Đạt vất vả tìm được một vài cách và đang thắc mắc có bao nhiêu cách chia các đoạn như vậy.

Yêu cầu: cho dãy số D_1, D_2, \dots, D_n và k cặp L_i, R_i . Hãy giúp Đạt xác định số cách chia dãy số thành k đoạn, mỗi đoạn có tổng *xor* có giá trị không nhỏ hơn L_i và không lớn hơn R_i .

Dữ liệu: vào từ file XOR.INP

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương n, k .
- Dòng thứ 2 chứa n số nguyên 32 bit, không âm a_1, a_2, \dots, a_n
- k dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa 2 số nguyên L_i và R_i ($0 \leq L_i \leq R_i \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra file XOR.OUT một số nguyên duy nhất là số cách chia dãy tìm được. Kết quả đưa ra theo module trong phép chia cho 1000000007.

Ví dụ:

XOR.INP	XOR.OUT	Giải thích
4 2 1 0 1 1 0 0 1 1	1	{ (1, 2, 3) ; (4) }
4 2 0 1 1 1 0 0 1 1	2	{ (1) ; (2, 3, 4) } { (1, 2, 3) ; (4) }

Ràng buộc:

- 20% test tương ứng 20% số điểm có $n \leq 100, k \leq 4$
- 40% test khác tương ứng 40% số điểm có $n \leq 500, k \leq 100$
- 40% test còn lại tương ứng 40% số điểm có $n \times k \leq 10^5, k \leq n$

Tam giác

Cho một đa giác lồi n đỉnh $A_1A_2 \dots A_n$. Tìm 2 tam giác thỏa mãn:

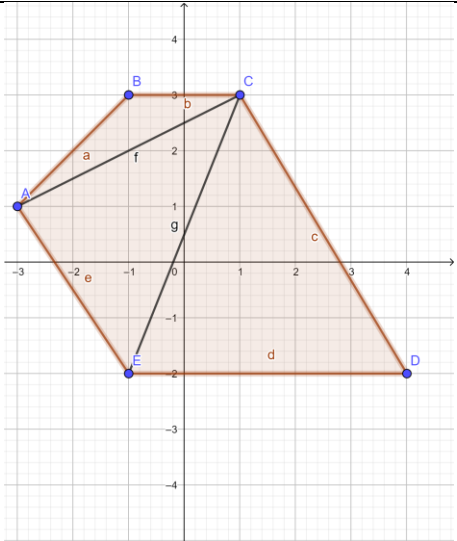
- Đỉnh của tam giác là đỉnh của đa giác lồi.
- 2 tam giác có thể chung đỉnh nhưng không có phần diện tích chung.
- Chênh lệch diện tích là lớn nhất.

Dữ liệu: Vào từ file **DIFTRI.INP**

- Dòng đầu chứa số nguyên dương n là số đỉnh của đa giác ($4 \leq n \leq 5000$)
- n dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa 2 số nguyên (x_i, y_i) xác định tọa độ đỉnh A_i của đa giác.

Kết quả: Ghi ra file **DIFTRI.OUT** một số thực là chênh lệch giữa 2 tam giác tìm được. Đưa ra chính xác một chữ số sau dấu phẩy.

Ví dụ:

DIFTRI.INP	DIFTRI.OUT	Hình vẽ	Giải thích
5 -3 1 -1 3 1 3 4 -2 -1 -2	11		2 tam giác CDE và ABC

Ràng buộc:

- 40% số test có $n \leq 18$
- 20% số test khác có $n \leq 500$
- 40% số test khác có $n \leq 5000$

Phụ tùng ô tô

Ông V là một đại gia ngành BĐS. Vì rất thích và luôn ước mơ chế tạo thương hiệu xe hơi cho riêng mình nên ông quyết định thành lập nhà máy sản xuất ô tô VFAST. Qua nghiên cứu khảo sát bước đầu, ngoài các bộ phận nhà máy có thể tự sản xuất với giá cạnh tranh, còn n loại phụ tùng vẫn bắt buộc nhập từ một số công ty khác. Rất may, tất cả các phụ tùng đó đều có thể được cung cấp bởi các công ty dọc theo đường cao tốc ATRoad. Vì vậy, ông V đã quyết định thuê đất và chọn một địa điểm trên trục đường. Để đánh giá độ hiệu quả của việc lựa chọn vị trí, công ty đặt ra một hệ số hiệu quả

$$S = \sum_{i=1}^n (p - y_i)^2$$

với p là vị trí đặt nhà máy của ông V, và y_i là vị trí đặt nhà máy sản xuất loại phụ tùng i gần vị trí p nhất.

Yêu cầu: Cho vị trí các nhà máy sản xuất phụ tùng, hãy giúp ông V lựa chọn vị trí hiệu quả nhất – hệ số S nhỏ nhất.

Dữ liệu: Vào từ file SPAREPART.INP

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương n, m ($n \leq 5 \cdot 10^3; n \leq m \leq 10^5$) xác định số loại phụ tùng và số lượng nhà máy.
- m dòng sau, mỗi dòng chứa 2 số nguyên x_i, t_i ($|x_i| \leq 4 \cdot 10^5; 1 \leq t_i \leq n$) là vị trí nhà máy và loại phụ tùng mà nhà máy i cung cấp.

Chú ý có thể có nhiều nhà máy cùng ở một vị trí.

Kết quả: Ghi ra file SPAREPART.OUT một số duy nhất là hệ số hiệu quả S nhỏ nhất tìm được. Đưa ra chính xác 5 chữ số sau dấu phẩy.

Ví dụ:

SPAREPART.INP	SPAREPART.OUT	Giải thích
2 4 1 1 3 2 4 1 7 2	0.50000	Đặt ở vị trí 2.5

Ràng buộc:

- 10% số test có $n, m \leq 20; |x_i| \leq 100$
- 20% số test khác có $n, m \leq 1000; |x_i| \leq 10^4$
- 60% số test khác có $n \leq 5 \cdot 10^3; m \leq 10^5; |x_i| \leq 10^4$