

PHÂN TÍCH MA TRẬN

THỰC HÀNH PHƯƠNG PHÁP SỐ CHO KHOA HỌC DỮ LIỆU

Buổi 3

Ngày 6 tháng 4 năm 2023

Liên hệ

GOOGLE CLASSROOM: **mrhvcvm**

TRỢ GIẢNG:

- ▶ Nguyễn Thị Kiều Trang: ntktrang@hcmus.edu.vn
- ▶ Lý Như Bình: lnbinh@hcmus.edu.vn

LƯU Ý:

- ▶ Email đăng nhập google classroom thể hiện đầy đủ họ và tên, tránh sử dụng email có biệt danh.
- ▶ Tiêu đề mail (bắt buộc):
[2023-HK2-THPPSKHDL] [Tiêu đề thư]
VD: [2023-HK2-THPPSKHDL] HỎI BÀI
Vui lòng giới thiệu họ tên, MSSV và tên ca học khi gửi email.

Một vài điều về lớp

Điểm thực hành: Chiếm 40% tổng điểm:

- ▶ Điểm danh: 1 điểm (Mỗi buổi)
- ▶ Bài tập: 3 điểm (Nộp bài tập thực hành mỗi tuần)

Cách thức nộp bài:

- ▶ Nộp trên google classroom
- ▶ Nộp file .txt
- ▶ Tên file: Y_MSSV_Hoten_baix.txt,
 - ▶ $Y = LB$ nếu bạn học phòng C204.
 - ▶ $Y = LT$ nếu bạn học phòng C203.
 - ▶ $x \in \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

Phân tích suy biến

Phân tích suy biến là phương pháp phân tích ma trận A kích thước $m \times n$ thành

$$A = U\Sigma V^T, \quad (1)$$

trong đó

- ▶ U là ma trận trực giao có kích thước $m \times m$.
- ▶ Σ là ma trận đường chéo có kích thước $m \times n$.
- ▶ V là ma trận trực giao có kích thước $n \times n$.

Bài toán bình phương tối thiểu

$$\min_x \|Ax - b\|_2^2 \quad (2)$$

Nếu $A^T A$ khả nghịch, nghiệm của bài toán $x = (A^T A)^{-1} A^T b$.

Nếu $A^T A$ không khả nghịch, nghiệm của bài toán

$$x^+ = A^+ b = V \Sigma^+ U^T b$$

Giới thiệu I

Ảnh nhoè xảy ra khi có một chuyển động tương đối giữa máy ảnh và vật. Trong báo cáo này, chúng tôi nghiên cứu hiện tượng nhoè chuyển động, nghĩa là hiện tượng nhoè xuất hiện khi chuyển động có tốc độ không đổi và có hướng cố định. [1]

Recording images thì thường được sử dụng trong cuộc sống hằng ngày. Tuy nhiên, những recorded images thì chất lượng khá kém so với hình ảnh ban đầu. Việc loại bỏ những khiếm khuyết trong recorded images là một điều cực kì quan trọng trong các lĩnh vực như là satellite imaging, medical imaging, astronomical imaging e.t.c

Giới thiệu I

Mờ (blur), nhiễu (noise), suy giảm hình học (geometrical degradations), chiếu sáng (illumination) hoặc màu sắc không hoàn hảo (color imperfections) là những lí do phổ biến cho việc suy giảm chất lượng của việc recording images.

Có rất nhiều những công trình nổi bật trong việc nghiên cứu việc khôi phục ảnh và nhận diện ảnh [2].

Một trong những phương pháp khá phổ biến là Singular Value Decomposition (SVD). Phương pháp này thì rất chính xác nhưng cũng tốn nhiều thời gian vì nó đòi hỏi một lượng lớn tài nguyên tính toán, đặc biệt trong trường hợp ma trận lớn [2].

Ứng dụng của ma trận giả nghịch đảo trong khôi phục ảnh nhòe

Giả sử:

- ▶ $X \in \mathbb{R}^{r \times m}$ tương ứng với **ảnh gốc**, với các phần tử ảnh $f_{i,j}, i = 1, \dots, r, j = 1, \dots, m$.
- ▶ $B \in \mathbb{R}^{r \times m}$ là ma trận tương ứng với **ảnh nhòe**, với các phần tử ảnh $g_{i,j}, i = 1, \dots, r, j = 1, \dots, m$.

Đặt l là một số nguyên chỉ độ dài của chuyển động nhòe tuyến tính trong các điểm ảnh.

Đầu tiên, hãy giả sử ảnh nhòe theo phương ngang. Ta đặt $n = m + l - 1$ và ma trận giảm $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

Để tránh hiện tượng tràn cạnh của ảnh thực so với ảnh lưu trữ, ta bổ sung các điểm biên (theo phương ngang) so với ảnh gốc. Như vậy, $X \in \mathbb{R}^{r \times n}$. Với mỗi hàng x_i của ma trận X và hàng tương ứng của ma trận B , ta xét hệ phương trình dạng

$$b_i^T = A x_i^T \quad (3)$$

Ứng dụng của ma trận giả nghịch đảo trong khôi phục ảnh nhòe

Hệ phương trình phía trên là hệ có số phương trình ít hơn số ẩn nên để tìm giá trị x_i^T , ta sẽ tìm nghiệm của bài toán bình phương tối thiểu tương ứng là

$$\min_{x_i^T} \|Ax_i^T - b_i^T\|_2^2 \quad (4)$$

Bài toán có nghiệm duy nhất là

$$(x_i^T)^+ = A^+ b_i^T, \quad (5)$$

và ma trận ảnh được khôi phục từ ảnh nhòe là

$$X^+ = B(A^+)^T, \quad (6)$$

với A^+ là ma trận giả nghịch đảo của A .

Ứng dụng của ma trận giả nghịch đảo trong khôi phục ảnh nhòe

Tương tự, với ảnh nhòe theo phương thẳng đứng, ta có

- ▶ $n = r + l - 1$

- ▶ $X \in \mathbb{R}^{n \times m}$

Với $B \in \mathbb{R}^{r \times m}$, $A \in \mathbb{R}^{r \times n}$, ma trận ảnh được phục hồi từ ảnh nhòe là

$$X^+ = A^+ B \quad (7)$$

Ứng dụng của ma trận giả nghịch đảo trong khôi phục ảnh nhòe

Ma trận giảm A là một ma trận Toeplitz gồm m dòng $n = m + l - 1$ cột. Ma trận A có dòng đầu tiên $(a_{1,j})_{j=1}^n$ và cột đầu tiên $(a_{i,1})_{i=1}^m$, trong đó

$$h_{i,1} = \begin{cases} 1/l & i = 1, \\ 0 & i = 2, \dots, m \end{cases}$$

$$h_{1,j} = \begin{cases} 1/l & j = 1, \dots, l \\ 0 & j = l + 1, \dots, n. \end{cases}$$

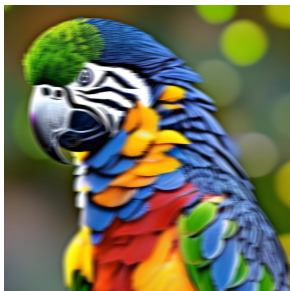
Ứng dụng của ma trận giả nghịch đảo trong khôi phục ảnh nhòe

Tính chất $A_{i,j} = A_{i+1,j+1}$ của ma trận Toeplitz giúp xác định rõ ràng những phần tử còn lại của A .

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{l} & \frac{1}{l} & \dots & \frac{1}{l} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & \frac{1}{l} & \dots & \frac{1}{l} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{l} & \frac{1}{l} & \dots & \frac{1}{l} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{l} & \frac{1}{l} & \dots & & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Bài 1:

Thời gian: 40 phút Cho hình ảnh bị nhòe **theo phương ngang** với $I = 30$ dưới đây:

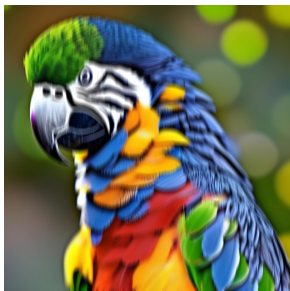


Hình 1: Ảnh nhòe theo phương ngang

Hãy viết chương trình cho phép khôi phục ảnh nhòe phía trên.

Bài 2:

Thời gian: 40 phút Cho ảnh bị nhòe **theo phương đứng** với $\ell = 30$ dưới đây:



Hình 2: Ảnh nhòe theo phương thẳng đứng

Hãy viết chương trình cho phép khôi phục ảnh bị nhòe phía trên.

Tham khảo

- 1 Application of the pseudoinverse computation in reconstruction of blurred images
- 2 Blind image deconvolution: motion blur estimation