Chương 1 Sai số và số xấp xỉ

Khoa Công nghệ thông tin

Trường đại học công nghiệp – Hà Nội

Chương 1 Sai số và số xấp xỉ

1.1 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

1.2 Cách viết số xấp xỉ

1.3 Sai số quy tròn

1.4 Các quy tắc tính sai số

Bài tập

Chương 1 Sai số và số xấp xỉ

1.1 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

1.2 Cách viết số xấp xỉ

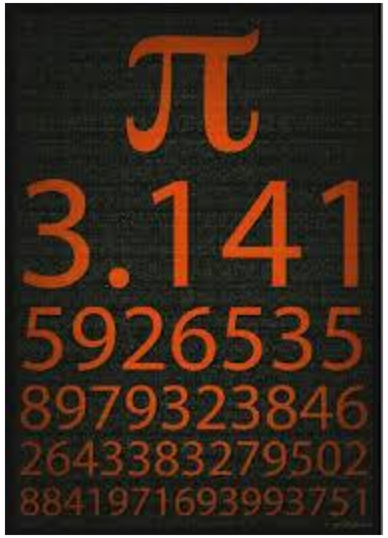
1.3 Sai số quy tròn

1.4 Các quy tắc tính sai số

Bài tập

1.1 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

1.1.1 Sai số tuyệt đối



Sai số tuyệt đối của *x* (*Δ*): $\boldsymbol{\Delta} = |\boldsymbol{x} - \boldsymbol{A}|$ (1.1)

Trong đó *A* là số đúng và *x* là xấp xỉ của *A*.

Ví dụ 1.1:

Giả sử số đúng *A* = 5.34159 (5 số lẻ)

Số xấp xỉ thiếu: *x* = 5.3402

Sai số tuyệt đối của *x*: $\Delta = |5.34159 - 5.3402| \Rightarrow \Delta = 0.00139$

Ví dụ 1.2:

Giả sử số đúng *A* = *e* = 2.718 (3 số lẻ)

Số xấp xỉ thừa: *x* = 2.72

Sai số tuyệt đối của *x*: $\Delta = |2.72 - 2.718| \Rightarrow \Delta = 0.002$

1.1 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

1.1.2 Sai số tuyệt đối giới hạn

Trong thực tế, chúng ta không biết được số đúng A, do đó nói chung sai số tuyệt đối không tính được. Vì vậy, chúng ta tìm cách ước lượng sai số tuyệt đối của x bằng số $\Delta_x > 0$ sao cho:

$$|x - A| \le \Delta_x \qquad (1.2)$$

Δ_x được gọi là sai số tuyệt đối giới hạn của x.

Mọi số $E > \Delta_x$ đều là sai số tuyệt đối giới hạn của x. Trong những điều kiện cụ thể người ta cố gắng chọn Δ_x là số dương bé nhất có thể được thoã mãn (1.2)

Từ (1.2) suy ra: $$x - \Delta_x \le A \le x + \Delta_x \qquad (1.3)$$

$$\left.\begin{array}{l} x - \Delta_x \text{ là xấp xỉ thiếu của } A \\ x + \Delta_x \text{ là xấp xỉ thừa của } A \end{array}\right\} \quad A = x \pm \Delta_x \qquad (1.4)$$

1.1 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

1.1.2 Sai số tuyệt đối giới hạn (tiếp)

Ví dụ 1.3:

Xác định sai số tuyệt đối giới hạn của số xấp xỉ $x = 3.14$ thay cho π.

Ở đây ta thấy $3.14 < \pi < 3.15$ nên:

$$|x - \pi| < 3.15 - 3.14 = 0.01$$

Vậy ta có thể chọn $\Delta_x = \mathbf{0.01}$.

Ta cũng thấy rằng $3.14 < \pi < 3.142$ và

$$|x - \pi| < 3.142 - 3.14 = 0.002$$

Giá trị* 0.002 *tốt hơn* 0.01 *nên chọn $\Delta_x = \mathbf{0.002}$

1.1 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

1.1.3 Sai số tương đối

Trong thực tế, sai số tuyệt đối hoặc sai số tuyệt đối giới hạn không thể hiện một cách đầy đủ mức độ chính xác của phép đo hoặc tính toán.

Ví dụ 1.4: hai khẩu súng có thông số bắn xa như sau:

$$S_1 = 1000\ m \pm 0.01\ m$$

$$S_2 = 2700\ m \pm 0.01\ m$$

Sai số tuyệt đối giới hạn của hai khẩu sung trên bằng nhau nhưng rõ ràng khẩu sung thứ hai, S_2, tốt hơn.

1.1 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

1.1.3 Sai số tương đối (tiếp)

Sai số tương đối của số xấp xỉ *x*, ký hiệu δ, là:

$$\delta = \frac{\Delta}{|A|} = \frac{|x - A|}{|A|} \qquad (1.5)$$

Sai số tương đối giới hạn của số xấp xỉ *x*, ký hiệu δ_x, là số không nhỏ hơn sai số tương đối của số xấp xỉ ***x***.

$$\frac{\Delta}{|A|} \leq \delta_x \Rightarrow \Delta \leq |A| \times \delta_x \qquad (1.6)$$

Từ (1.6) ta có thể chọn: $\Delta_x = |A| \times \delta_x$ (1.7)

Trở lại ví dụ 1.4, ta có:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{S_1} &= \frac{0.01}{1000} = 0.00001 \\ \delta_{S_2} &= \frac{0.01}{2700} = 0.0000003704 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \delta_{S_1} > \delta_{S_2}$$

1.2 Cách viết số xấp xỉ

1.2.1 Chữ số có nghĩa

Các chữ số từ chữ số khác 0 đầu tiên tính từ trái đến chữ số cuối cùng khác 0 phía bên phải của một số là các ***chữ số có nghĩa***. VD: số 1.040 có 3 chữ số có nghĩa, số 1.0402 có 5 chữ số có nghĩa, số 0.030790 có 4 chữ số có nghĩa.

1.2.2 Chữ số đáng tin

Mọi số thập phân đều có dạng:

$$x = \pm \sum \alpha_s \times 10^s \qquad (1.8)$$

Trong đó α_s là những số nguyên từ 0 đến 9.

Ví dụ 1.5: $21{,}573 = 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$

với (1.8) thí các α_s có dạng: $\alpha_1 = 2$, $\alpha_0 = 1$, $\alpha_{-1} = 5$, $\alpha_{-2} = 7$, $\alpha_{-3} = 3$

1.2 Cách viết số xấp xỉ

1.2.2 Chữ số đáng tin (tiếp)

Giả sử x là xấp xỉ của số A với sai số tuyệt đối là Δ_x. Nếu $\Delta_x \leq 0.5\times10^s$ thì ta nói rằng chữ số α_s là *đáng tin* (và như vậy các chữ số có nghĩa bên trái α_s đều là đáng tin). Nếu $\Delta_x > 0.5\times10^s$ thì ta nói rằng chữ số α_s là *đáng nghi* (và như vậy các chữ số bên phải α_s đều là đáng nghi).

Ví dụ 1.6:

$$21.573 = 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$$

các α_s có dạng: $\alpha_1 = 2$, $\alpha_0 = 1$, $\alpha_{-1} = 5$, $\alpha_{-2} = 7$, $\alpha_{-3} = 3$

Với $\Delta_x = 0.043$ thì $\Delta_x \leq 0.5 \times 10^{-1} = 0.05$ $(0.5 \times 10^{-2} = 0.005 \leq \Delta_x)$, do vậy các chữ số đáng tin là 2, 1, 5.

Với $\Delta_x = 0.073$ thì $\Delta_x \leq 0.5 \times 10^0 = 0.5$ $(0.5 \times 10^{-1} = 0.05 \leq \Delta_x)$, do vậy các chữ số đáng tin là 2, 1.

1.2 Cách viết số xấp xỉ

1.2.2 Chữ số đáng tin (tiếp)

Ví dụ 1.7: Số xấp xỉ $x = 27.8739$

với $\Delta_x = 0.0049$. Ta có $|\Delta_x| \leq 0.5 \times 10^{-2} = 0.005$ do đó các chữ số đáng tin là: 2, 7, 8,7; các chữ số đáng ngờ là 3 và 9.

với $\Delta_x = 0.0057$. Ta có $|\Delta_x| \leq 0.5 \times 10^{-1} = 0.05$ ($|\Delta_x| > 0.5 \times 10^{-2}$) do đó các chữ số đáng tin là: 2, 7, 8; các chữ số đáng nghi là 7, 3, 9.

1.2 Cách viết số xấp xỉ

1.2.3 Cách viết số xấp xỉ

a. Kèm theo sai số

Viết kèm theo sai số như công thức (1.3) $a = x \pm \Delta_x$

b. Mọi chữ số có nghĩa đều đáng tin

Viết theo quy ước: mọi chữ số có nghĩa đều đáng tin; có nghĩa là ***sai số tuyệt đối giới hạn nhỏ hơn một nửa đơn vị ở hàng cuối cùng.***

Ví dụ 1.8: Số xấp xỉ $x = 27.8739$ với $\Delta_x = 0.0049$.

Ta có thể viết: $a = 27.8739 \pm 0.0049$

Hoặc $a = 27.87$ ($\Delta_x = 0.0049 < 1/2 \times 10^{-2} = 0.005$) **và nếu viết $a = 27.873$ thì *không được* vì nửa đơn vị hàng cuối cùng = $1/2 \times 10^{-3} = 0.0005 < \Delta_x$**

1.3 Sai số quy tròn

1.3.1 Số quy tròn

Trong tính toán với các con số ta thường làm tròn các số theo quy ước sau: nếu chữ số bỏ đi đầu tiên ≥ 5 thì thêm vào chữ số giữ lại cuối cùng một đơn vị, còn nếu chữ số bỏ đi đầu tiên < 5 thì để nguyên chữ số giữ lại cuối cùng.

Ví dụ 1.9: Số 27.8739

Quy tròn đến số thập phân thứ 3 sẽ là: 27.874

Quy tròn đến số thập phân thứ 2 sẽ là: 27.87

Ta thấy: $|27.8739 - 27.874| = 0.00009999999$

Nếu quy tròn thành 27.873 thì $|27.8739 – 27.873| = 0.0009 > 0.00009999999$

1.3 Sai số quy tròn

1.3.2 Sai số của số đã quy tròn

Giả sử x là xấp xỉ của A với sai số tuyệt đối giới hạn là Δ_x. Giả sử ta quy tròn x thành x' với sai số quy tròn tuyệt đối giới hạn là $\theta_{x'}$, tức là:

$$|x' - x| \leq \theta_{x'} \qquad (1.9)$$

Ta có

$$|x' - A| = |x' - x + x - A| \leq |x' - x| + |x - A| \leq \theta_{x'} + \Delta_x$$

Vậy ta có thể lấy:

$$\Delta_{x'} = \theta_{x'} + \Delta_x \qquad (1.10)$$

làm sai số tuyệt đối giới hạn của x'. Như vậy $\Delta_{x'} > \Delta_x$, và việc quy tròn làm tăng sai số tuyệt đối giới hạn.

1.3 Sai số quy tròn

1.3.2 Sai số của số đã quy tròn (tiếp)

Ví dụ 1.10: Cho x = 0.35 với sai số tuyệt đối giới hạn là Δ_x = 0.003. Khi quy tròn thành x' = 0.4, ta có:

$$\theta_{x'} = |0.4 - 0.35| = 0.05$$

$$\Delta_{x'} = \theta_{x'} + \Delta_x = 0.05 + 0.003 = 0.053$$

Ta viết x' dưới dạng:

$$x' = 0.4 \pm 0.053$$

1.3 Sai số quy tròn

1.3.3 Ảnh hưởng của sai số quy tròn

Xét ví dụ:

$$\left(\sqrt{2}-1\right)^{10} = 3363 - 2378\sqrt{2}$$

$\sqrt{2}$	**Vế trái**	**Vế phải**
1.4	0.0001048576	33.8
1.41	0.00013422659	10.02
1.414	0.000147912	0.508
1.41421	0.00014866399	0.00862
1.414213563	0.00014867678	0.0001472

Nhận xét: nếu lấy càng ít số sau dấu phẩy của kết quả $\sqrt{2}$ thì sai số càng lớn nên 2 vế chênh lệch rất nhiều.

1.4 Các quy tắc tính sai số

1.4.1 Sai số của tổng

Qui ước:

Δx, Δy, Δu: chỉ các số gia của *x*, *y*, *u*

dx, dy, du: chỉ các vi phân của *x*, *y*, *u*

Δ_x, Δ_y, Δ_u: chỉ các sai số tuyệt đối của *x*, *y*, *u*

1.4 Các quy tắc tính sai số

1.4.1 Sai số của tổng

Theo định nghĩa của số gia và sai số tuyệt đối ta có:

$$|\Delta x| \leq \Delta_x; \ |\Delta y| \leq \Delta_y \qquad (1.11)$$

Ta có: $\Delta u = \Delta x + \Delta y$ nên suy ra $|\Delta u| \leq |\Delta x| + |\Delta y|$

Theo (1.11) ta có:

$$|\Delta u| \leq \Delta_x + \Delta_y \qquad (1.12)$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

1.4.1 Sai số của tổng (tiếp)

Ta chọn: $\Delta_{x+y} = \Delta_x + \Delta_y$ (1.13)

Sai số tuyệt đối (giới hạn) của 1 tổng bằng tổng các sai số tuyệt đối (giới hạn) của các số hạng.

Sai số tương đối của **u:**

$$\delta_u = \frac{\Delta_u}{|u|} \tag{1.14}$$

Tường hợp **u = x – y với x và y cùng dấu:**

$$\delta_u = \frac{\Delta_u}{|x - y|} \tag{1.15}$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

1.4.1 Sai số của tổng (tiếp)

Ví dụ 1.11: Hãy cho 2 số xấp xỉ (***viết theo cách thứ 2***):

$x_1 = 12.78$ và $x_2 = 9.247$

Hãy:

(1) tính tổng của 2 số trên;

(2) xác định sai số tương đối giới hạn của x_1 và x_2;

(3) xác định sai số tương đối giới hạn của tổng.

Giải: ta có $\mathbf{u = x_1 + x_2 = 12.78 + 9.247 = 22.027}$

$$\Delta_u = 0.5 \times 10^{-2} + 0.5 \times 10^{-3} = 0.005 + 0.0005 = 0.0055$$

$$\delta_{x1} = \frac{0.005}{12.78} \qquad \delta_{x2} = \frac{0.0005}{9.247} \qquad \delta_u = \frac{0.0055}{22.027}$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

1.4.1 Sai số của tổng (tiếp)

Ví dụ 1.12: Hãy tính hiệu của 2 số xấp xỉ sau và xác định sai số tương đối giới hạn của chúng:

$x_1 = 7.178$ và $x_2 = 7.167$

Giải:

Ta có $\mathbf{u = x_1 - x_2 = 7.178 - 7.167 = 0.011}$

$\Delta_u = 0.5 \times 10^{-3} + 0.5 \times 10^{-3} = 0.0005 + 0.0005 = 0.001$

$$\delta_{x_1} = \frac{0.0005}{7.178} = 0.000069657286 \qquad \delta_{x_2} = \frac{0.0005}{7.167} = 0.000069764197$$

$$\delta_u = \frac{0.001}{0.011} = 0.090909090909$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

1.4.2 Sai số của tích

Xét hàm số **u = xy**, với x, y là hai biến số.

Ta có: $\Delta u \approx du = ydx + xdy \approx y\Delta x + x\Delta y$

$|\Delta u| \leq |y||\Delta x| + |x||\Delta y| \leq |y|\Delta_x + |x|\Delta_y$

Suy ra:

$$\Delta_u = |y|\Delta_x + |x|\Delta_y \qquad (1.16)$$

Theo công thức tính sai số tương đối ta có:

$\delta_u = \Delta_u/|u| = (|y|\Delta_x + |x|\Delta_y)/|xy| = \Delta_x/|x| + \Delta_y/|y|$

suy ra

$$\delta_u = \delta_x + \delta_y \qquad (1.17)$$

Chú ý: Trường hợp f dạng luỹ thừa: $y = f(x) = x^n$ $(n > 0)$

$$\delta_y = n \times \delta_x \qquad (1.18)$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

1.4.3 Sai số của thương

Xét hàm số $\boldsymbol{u = x / y}$, với x, y là hai biến số.

Ta ln 2 vế: $ln(u) = ln(x/y) = ln(x) - ln(y)$

suy ra: $$\delta_u = \delta_x + \delta_y \qquad (1.19)$$

1.4.4 Công thức tổng quát

Xét hàm số $\boldsymbol{u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$
và giả sử biết sai số tuyệt đối giới hạn Δ_{x_i} của các đối số x_i. Gọi U là số đúng của u, X_i là số đúng của x_i ($i = 1,\ldots, n$), ta có:

$$|U - u| = |\Delta u| = |f(X_1, X_2, \ldots, X_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_n)|$$

$$\approx |du| = |\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(X_i - x_i)| = |\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i| = |\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}||\Delta x_i| \le |\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}|\Delta_{x_i}$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

Vậy ta có thể lấy:

$$\Delta_u = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right| \Delta_{x_i} = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial u}{\partial x_i}\right| \Delta_{x_i} \qquad (1.20)$$

Sai số tương đối của u:

$$\delta_u = \frac{\Delta_u}{|u|} = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\frac{\partial u}{\partial x_i}}{u}\right| \Delta_{x_i} = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial}{\partial x_i} \ln u\right| \Delta_{x_i} \qquad (1.21)$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

Ví dụ 1.13: Thể tích của hình cầu: $V = (1/6) \times \pi \times d^3$, cho $d = 3.7$ cm $\pm$ 0.05 cm và $\pi = 3.14$. Hãy: (1) tính sai số tuyệt đối giới hạn; (2) tính sai số tương đối giới hạn của hình cầu trên.

Giải cách thứ nhất: Theo công thức (1.17) và (1.18) ta có:

$$\delta_V = \delta_\pi + 3 \times \delta_d$$

$\delta_\pi = 0.0015/3.14 \approx 0.0005$ *(Giả định số đúng của π là 3.1415 => Sai số tuyệt đối giới hạn là 0.0015)*

$$\delta_d = 0.05/3.7 \approx 0.0135$$

$$\delta_V = 0.0005 + 3 \times 0.0135 \approx 0.04$$

$$V = (1/6) \times 3.14 \times (3.7)^3 \approx 26.5\ cm^3$$

$$\Delta_V = 26.5 \times 0.04 = 1.06\ cm^3$$

$$V = 26.5 \pm 1.06\ cm^3$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

Giải cách thứ hai: Xét d và π là đối số của hàm V, ta có:

$$\frac{\partial V}{\partial \pi} = \frac{1}{6}d^3 = \frac{1}{6}(3.7)^3 = 8.4422$$

$$\frac{\partial V}{\partial d} = \frac{1}{2}\pi d^2 = \frac{1}{2} \times 3.14 \times (3.7)^2 = 21.4933$$

Dùng công thức (1.19), ta có:

$$\Delta_V = \left|\frac{\partial V}{\partial \pi}\right|\Delta_\pi + \left|\frac{\partial V}{\partial d}\right|\Delta_d = 8.4422 \times 0.0016 + 21.4933 \times 0.05 = 1.0882$$

$$V = \frac{1}{6} \times 3.14 \times (3.7)^3 = 26.5084 \pm 1.0882\ cm^3$$

$$\delta_V = \frac{1.0882}{26.5084} = 0.04105 \approx 0.04$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

Ví dụ 1.14: Cho a = 10.25; b = 0.324; c = 12.13

Tính sai số của:

$$y = \frac{a^3}{b\sqrt{c}}$$

Giải:

Áp dụng công thức (1.16), (1.17) và (1.18), ta có:

$$\delta_y = \delta(a^3) + \delta(b\sqrt{c}) = 3\,\delta(a) + \delta(b) + (1/2)\,\delta(c)$$

$$\delta_y = 3\frac{\Delta_a}{|a|} + \frac{\Delta_b}{|b|} + \frac{1}{2}\frac{\Delta_c}{|c|} = 3\frac{0.5\times10^{-2}}{10.25} + \frac{0.5\times10^{-3}}{0.324} + 0.5\frac{0.5\times10^{-2}}{12.13}$$

$$\Delta_y = |y|\delta_y = \left|\frac{(10.25)^3}{0.324\times\sqrt{12.13}}\right|\delta_y$$

1.4 Các quy tắc tính sai số

Ví dụ 1.15:

Tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối của hàm sau:

$u = \ln(x + y^2)$; $x = 0.97$; $y = 1.132$

Giải:

Từ giả thiết ta có: $\Delta_x = 0.5\times10^{-2}$ $\Delta_y = 0.5\times10^{-3}$ $u = \ln(0.97 + (1.132)^2)$

Từ CT (1.20) ta có: $\Delta_u = \left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|\Delta_x + \left|\frac{\partial u}{\partial y}\right|\Delta_y$

$$\Delta_u = \frac{1}{x + y^2}\Delta_x + \frac{2y}{x + y^2}\Delta_y = \frac{0.005}{0.97 + (1.132)^2} + \frac{2\times1.132\times0.0005}{0.97 + (1.132)^2}$$

Bài tập

Bài 1:

Khi đo một số góc ta được các giá trị sau:

$a = 21^o37'3"$; $b = 1^o10"$

Hãy tính sai số tương đối của các số xấp xỉ đó biết rằng sai số tuyệt đối trong các phép đo là 1"

Bài 2:

Hãy tính sai số tuyệt đối của các số xấp xỉ sau đây cho biết sai số tương đối của chúng:

$a = 13267$; $\delta_a = 0,1\%$

$b = 2,32$; $\delta_b = 0,7\%$

Bài tập

Bài 3:

Hãy xác định số các chữ số đáng tin trong các số dưới đây với sai số tuyệt đối như sau:

a) $a = 0,3941$; $\Delta_a = 0,25\times10^{-2}$

b) $b = 38,2543$; $\Delta_b = 0,27\times10^{-2}$

Bài 4:

Hãy xác định số những chữ số đáng tin trong các số dưới đây với sai số tương đối như sau:

a) $a = 1,8921$; $\delta_a = 0,1\times10^{-2}$

b) $b = 22,351$; $\delta_b = 0,7$

Bài tập

Bài 5:

Tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối của hàm sau:

a) $u = (x + y^2)/z$; $x = 3{,}28$; $y = 0{,}932$; $z = 1{,}132$

b) $u = a^2 - y \times z^2$; $x = 3{,}28$; $y = 0{,}932$; $z = 1{,}132$

Bài tập

Bài 6:

Số đúng A = 4π, với π = 3,1415 (tính 4 số lẻ)

Số xấp xỉ : a = 12,565 , b = 12,566, c = 12,567 và d = 12,568

Tính:

a/ Biểu diễn số đúng A qua a, Δ_a, δ_a

b/ Biểu diễn số đúng A qua b, Δ_b, δ_b

c/ Biểu diễn số đúng A qua c, Δ_c, δ_c

d/ Biểu diễn số đúng A qua d, Δ_d, δ_d

e/ Chọn giá trị gần đúng nhất từ a, b, c , d so với số đúng A.

Bài tập

Bài 7:

Cho các số

1. $a_1 = 1.2341$ có $\Delta_{a_1} = 0.45 \times 10^{-4}$;

2. $a_2 = 0.5364$ có $\Delta_{a_2} = 0.42 \times 10^{-3}$.

Hãy xác định chữ số tin tưởng trong các số trên.

Bài tập

Bài 8:

Hãy xác định giá trị của các hàm số dưới đây cùng với *sai số tuyệt đối* và *sai số tương đối* ứng với những giá trị của các đối số cho dưới đây với mọi chữ số có nghĩa đều đáng tin.

a) $u=\ln(x+y^2)$; $x=0{,}97$; $y=1{,}132$

b) $u=(x+y)^2z$; $x=3{,}28$; $y=0{,}932$; $z=1{,}132$