

TD Signalling - Énoncé

Microéconomie, deuxième année, ENSAE

1 Le marché des voitures d'occasion avec possibilité de garantie

On considère un marché de voiture d'occasions avec 90 vendeurs, dont $\frac{2}{3}$ de mauvaise qualité et $\frac{1}{3}$ de bonne qualité. Il y a un 100 acheteurs potentiels sur le marché. Une voiture de bonne qualité peut rouler 6 mois sans problème avec probabilité $\frac{3}{4}$. En revanche, il y a une probabilité $\frac{1}{4}$ qu'elle tombe en panne durant cette période. Pour les voitures de mauvaise qualité, les probabilités sont inversées. Une voiture qui roule 6 mois sans problème procure à un acheteur une utilité de 3. Si elle tombe en panne durant les 6 premiers mois, l'utilité de l'acheteur est 0. Pour les vendeurs, l'utilité est égale à 2 si la voiture roule 6 mois sans problème, et 0 sinon. On suppose que le marché est concurrentiel : le prix est déterminé par la condition d'égalité entre l'offre et la demande, et les agents considèrent le prix comme donné. Les acheteurs et les vendeurs sont neutres au risque.

Question 1: Si les vendeurs sont informés de la qualité mais pas les acheteurs, montrer qu'il n'y a pas d'équilibre où les bonnes voitures sont vendues. *Indication : déterminer l'offre et la demande sur le marché des voitures.*

Question 2: À présent on suppose que les vendeurs peuvent offrir une garantie aux acheteurs, du type "si la voiture tombe en panne, nous vous remboursons une somme G ".

Montrer qu'il existe un équilibre où les vendeurs de bonne qualité se signalent en offrant une garantie G , et où les vendeurs de mauvaise qualité n'offrent pas de garantie. Donnez une condition sur G pour que ce soit le cas.

2 Financement de projet et asymétrie d'information

Un entrepreneur ne disposant d'aucune richesse initiale fait face à une opportunité de projet nécessitant un investissement d'un montant I . Le projet rapporte R si c'est un

succès, 0 si c'est un échec. Il existe un grand nombre d'agents disposant de fonds à prêter. Ces agents ont le choix entre prêter à l'entrepreneur et placer à un taux sans risque, normalisé à zéro. Tous les agents sont supposés neutres au risque.

L'entrepreneur observe la qualité du projet. Un bon projet a une probabilité p d'être un succès. Un mauvais projet a une probabilité q d'être un succès, avec $p > q$. On fait de plus l'hypothèse que $pR > I > qR$.

Question 1: Commenter cette hypothèse. *Indication : déterminer l'espérance de revenu net pour chaque type de projet.*

Les investisseurs n'observent pas la qualité du projet. La probabilité qu'un projet soit bon est α . Soit $m = \alpha p + (1 - \alpha)q$.

Le déroulement du jeu est le suivant:

1. L'entrepreneur observe la qualité du projet.
2. L'entrepreneur choisit un salaire W qu'il touchera en cas de succès.
3. Les investisseurs décident de prêter à l'entrepreneur ou non.
4. Le projet se réalise, et les gains sont partagés: $R - W - I$ pour les investisseurs, et W pour l'entrepreneur en cas de succès, $-I$ pour les investisseurs et 0 pour l'entrepreneur en cas d'échec.

Question 2: Si la qualité du projet est observée par tout le monde, quel est l'équilibre du jeu ?

Question 3: Montrer que dans le cas avec information asymétrique, l'équilibre est inefficace socialement.

Question 4: On suppose à présent que l'entrepreneur peut déposer en gage un bien dont il est le propriétaire, après avoir observé la qualité du projet. Ce bien a une valeur de C pour lui, et une valeur $\beta C < C$ pour les investisseurs. Plus spécifiquement, l'entrepreneur s'engage alors à céder le bien aux investisseurs si le projet échoue. Montrer que sous certaines conditions ce mécanisme peut servir aux entrepreneurs ayant un bon projet à se signaler auprès du marché.

3 Financement de projets par dette et fonds propres (P 2016-2017)

Des entrepreneurs cherchent à financer des projets auprès du système bancaire. Chaque entrepreneur a un seul projet, qui peut être bon ou mauvais. Les bons projets réussissent avec probabilité p_H , et les mauvais avec probabilité $p_L < p_H$. Un projet qui réussit rapporte un profit $\Pi > 0$, un projet qui échoue rapporte zéro.

Tous les projets nécessitent un investissement initial $I > 0$. Le taux d'intérêt est normalisé à zéro. On suppose dans tout l'exercice que:

$$p_H \Pi - I > 0 > p_L \Pi - I. \quad (1)$$

Les banques n'observent pas la qualité des projets. Elles savent seulement que parmi les entrepreneurs, une fraction λ a un bon projet, une fraction $1 - \lambda$ a un mauvais projet, avec $0 < \lambda < 1$. On note $\bar{p} = \lambda p_H + (1 - \lambda) p_L$.

Question 1 Dans cette question, on suppose que tous les entrepreneurs empruntent auprès des banques l'intégralité de la mise initiale I . On note R le montant du remboursement du prêt. L'entrepreneur doit payer ce montant à la banque quand son projet réussit. En cas d'échec, il ne rembourse pas, car il est protégé par la responsabilité limitée.

- a) Du point de vue d'une banque, avec quelle probabilité va-t-elle être remboursée? Écrire la contrainte de participation des banques.
- b) Écrire la contrainte de participation d'un entrepreneur en fonction Π et R .
- c) A quelle condition sur λ est-il optimal d'accorder le financement ?
- d) En supposant que les banques sont en concurrence pure et parfaite, déterminer l'espérance de profit des banques, notée V^b , et l'espérance de profit de chaque type d'entrepreneur, V_H^e et V_L^e .

Question 2 On suppose jusqu'à la fin que les banques sont en concurrence parfaite. On suppose de plus que les entrepreneurs peuvent choisir de financer une partie A de l'investissement I sur leurs fonds propres, mais que cela leur impose de renoncer à d'autres activités et se traduit pour eux par un coût $(1 + \rho)A$, avec $\rho > 0$.

- a) On considère un entrepreneur qui emprunte $I - A$ auprès d'une banque, rembourse R en cas de succès du projet, et finance le reste sur fonds propres.

Déterminer l'espérance de profit de la banque, $V^b(A, R)$, et l'espérance d'utilité de l'entrepreneur, $V^e(A, R)$, en fonction de $\bar{p}, p_H, p_L, R, \Pi, I, A$ et ρ .

- b) Déterminer le surplus total et le niveau efficace de A .

c) Dans le plan (A, R) , représenter la contrainte de participation des banques lorsqu'elles savent que l'entrepreneur est de type H . Idem pour un entrepreneur de type L . Idem lorsque la banque ne connaît pas le type de l'entrepreneur.

d) Représenter dans le même plan l'allure des courbes d'iso-utilité des deux types d'entrepreneur.

Question 3 On cherche un équilibre séparateur où les entrepreneurs ayant un bon projet le signalent aux banques en investissant davantage sur leurs fonds propres.

On note A_H et R_H le montant investi sur fonds propres et le remboursement bancaire pour les bons types, et de même A_L et R_L pour les mauvais types, avec $0 \leq A_L < A_H$.

a) Calculer R_H et R_L en fonction de I, A_H, A_L, p_H, p_L .

b) Écrire les contraintes d'incitation associées à l'équilibre séparateur.

c) Calculer l'espérance de surplus total à l'équilibre séparateur, en fonction de $\bar{p}, \Pi, I, \rho, A_H, A_L$ et λ .

d) Calculer les valeurs minimales de A_H et A_L compatibles avec la séparation des deux types d'entrepreneurs à l'équilibre. Quelle contrainte d'incitation est saturée ? Représenter l'équilibre graphiquement.

Question 4 Les entrepreneurs qui ont un bon projet préfèrent-ils l'équilibre mélangeant vu à la question 1 ou l'équilibre séparateur vu à la question 3 ? Discuter en fonction de λ .

4 Effort et réputation sur le marché du travail

On considère une économie composée de 2 firmes neutres au risque et d'un travailleur, dont le talent θ est connu de lui seul. θ peut prendre 2 valeurs, 0 ou 1. Ces deux valeurs sont équiprobables.

Le travailleur vit T périodes. À chaque période, il offre ses services à l'une des deux firmes. Il est alors en charge d'un projet. Si le travailleur exerce un effort $e \in [0; 1]$, le projet est un succès avec probabilité $\max(e, \theta)$. Lorsque le projet réussit ($q = 1$), la firme réalise un gain de 1. On suppose que l'effort est coûteux pour le travailleur : un effort e entraîne une désutilité $c(e) = e^2/2$. Le niveau d'effort choisi par le travailleur n'est pas observé par les firmes. Le marché du travail est réglementé, de sorte qu'il est interdit aux firmes de faire varier la rémunération du travailleur dans l'année courante en fonction de la réussite du projet.

Le déroulement du jeu est le suivant: À chaque période t ,

1. Les firmes observent l'ensemble des réalisations passées (succès ou échecs) et forment une croyance sur θ .
2. Chaque firme i offre un salaire. Le travailleur va chez le plus offrant.
3. Le travailleur exerce un niveau d'effort e_t , et son utilité est $w_t - c(e_t)$.
4. Le projet se réalise avec probabilité $\max(e_t, \theta)$.

Question 1: Montrer que si θ est observé par les firmes, le travailleur n'exerce plus aucun effort et reçoit un salaire égal à θ à chaque période.

À présent on suppose que les firmes n'observent pas θ . On prend $T = 1$.

Question 2: Montrer que le travailleur n'exerce aucun effort, quel que soit son type, et que son salaire est égal à $1/2$. On prend à présent $T = 2$.

Question 3: Montrer que le niveau d'effort d'un type $\theta = 1$ est toujours égal à zéro. Montrer qu'un travailleur de type $\theta = 0$ n'exerce pas d'effort en $t = 2$.

Question 4: Si les firmes pensent que le travailleur de type $\theta = 0$ a fait un effort e_1 en première période, quel salaire sont-elles prêtes à offrir au travailleur à la seconde période, en fonction de la réussite du projet de la période 1?

Question 5: Si les firmes pensent que le travailleur de type $\theta = 0$ fait un effort e_1 en première période, quelle est l'utilité espérée d'un travailleur de type $\theta = 0$ s'il exerce un effort e'_1 ? En déduire le niveau d'effort d'équilibre à anticipations rationnelles e_1^* , et le profil temporel des salaires perçus.

Question 6: Discuter le modèle, en vous référant au modèle d'aléa moral vu en cours.