

# Microéconomie 1

## Introduction générale – Auto-sélection

Philippe Choné<sup>1</sup> Enrico Rubolino<sup>1</sup>

<sup>1</sup>CREST, ENSAE, Institut Polytechnique de Paris

## 1A : Consommateur, producteur, équilibre général (EG)

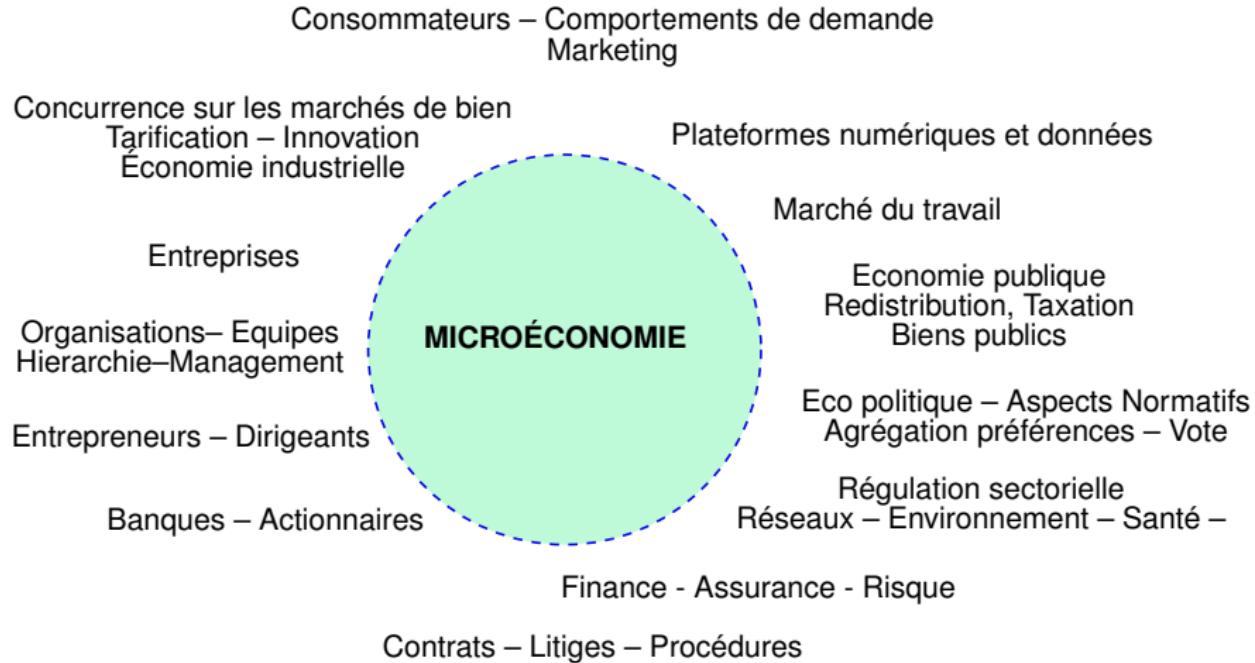
## 2A : Remise en cause des hypothèses de l'EG

- Micro 1 :
  - Asymétries d'information
  - Externalités et biens publics
  - Rationalité limitée (introduction)
- Micro 2 : Concurrence imparfaite et marchés

## 3A : DSBD, EPD et Master in Economics

- Liens entre théorie et économétrie/data science
- Applications : Economie industrielle et business, cours sectoriels, finance d'entreprise, économie publique

# De multiples domaines d'application



# Intelligence artificielle

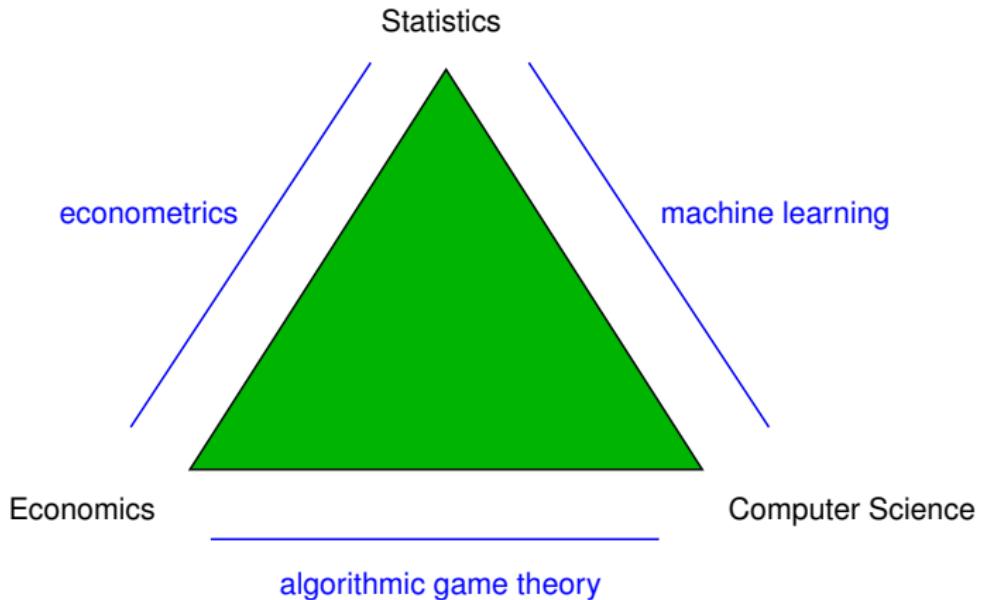


Figure 1 – Fondations académiques de l'IA, d'après Michael I. Jordan

Vidéo de M. Jordan (Berkeley et Inria) sur l'interface Eco–Stat–Info et les nouveaux problèmes: Incitations, asymétries d'information, market design, privacy, fairness, plateformes numériques...

# Agenda du cours

- 1 Introduction générale et auto-sélection
- 2 Auto-sélection
- 3 Auto-sélection
- 4 Action cachée
- 5 Action cachée
- 6 Modèle de signaux
- 7 Modèle de signaux
- 8 Economie publique : Externalités et biens publics
- 9 Economie publique : Externalités et biens publics
- 10 Economie publique : Externalités et biens publics
- 11 Economie industrielle : Pouvoir de marché et collusion
- 12 Quelques éléments d'économie comportementale
- 13 Quelques éléments d'économie comportementale

# Organisation pratique

## Cours et TD

- 13 séances de cours
- 12 séances de TD
- Coordinateur pour la microéconomie : Bureau 3107a

## Examen

- CC= Participation en TD + Mini-exam d'une heure en décembre
- Examen final
  - Deux heures sans document
  - Question de cours + exo + problème
  - Annales sur le site du cours sur Pamplemousse
- Note finale =  $2/3 \times$  Ecrit +  $1/3 \times$  CC
- UE : Fondamentaux d'Économie (validée si moyenne  $\geq 10$ )

# Références principales

## En français

- A. Mas-Colell, M. Whinston et J. Green, Microeconomic Theory, Oxford Univ. Press, 1995
- B. Salanié, Microéconomie, Théorie des contrats, Economica, 2e ed. 2012 (1ed. 1998)

## En anglais

- B. Salanié, The Economics of contracts, MIT Press, 2e ed. 2005 (1ed. 1997)

## Disponible en version électronique

- [portail.ensae.fr](http://portail.ensae.fr), puis bibliothèque, OPAC, [www.dawsonera.com](http://www.dawsonera.com)
- Télécharger le pdf du livre (pour 1,2,3 ou 4 jours)
- ou lire en ligne

# Plan de cette séance

- 1 Asymétries d'information : Exemples et typologie des modèles
- 2 Auto-sélection : Logique générale et modèle de base
- 3 Dynamique\*
- 4 Auto-sélection et concurrence
- 5 Application : Estimation de fonctions de demande\*
- 6 Assurance
- 7 Auto-sélection : A retenir

# Information sur les caractéristiques d'un agent

## Marché du capital

- Les entrepreneurs ont des projets  $\pm$  risqués à financer
- Ils connaissent mieux les projets que les banques

## Marché du travail - Taxation optimale

- Les travailleurs connaissent mieux leurs capacités que les employeurs ou le gouvernement

## Régulation

- Une firme régulée connaît mieux ses coûts que son régulateur
- Le régulateur propose des menus *cost plus/price cap* (voir TD)

## Litige entre un plaignant et un défendant

- Un plaignant, victime d'un accident, connaît le dommage subi
- Le défendant peut lui faire une offre pour un accord amiable

# Économie de l'information et des contrats

L'information inobservée peut aussi porter sur une *action* d'un agent

- Contrat de travail : effort mis à effectuer une tâche
- Assurance : effort de prévention

Distinguer les situations selon différents critères

- Nature de l'information : caractéristique ou action
- Ordre des évènements : qui joue en premier ?
- Statique / Dynamique
- Relation bilatérale / multilatérale

# Économie de l'information et des contrats

Table 1 – Typologie des modèles en information imparfaite

Information sur	Joue en premier	
	Partie informée	Partie non informée
Caractéristiques	Signal	Auto-sélection
Action		Aléa moral

A retenir : Les intuitions et résultats économiques dépendent fortement du type de situation

# La logique de l'auto-sélection

## Deux parties

- Principal : la partie non informée (gouvernement, régulateur, banque, etc.)
- Agent : la partie informée (travailleurs, entreprise régulée, entrepreneur, etc.)

Le principal propose un menu d'options ou de contrats

- Laisse l'agent choisir en fonction de ses coûts/préférences
- En choisissant l'agent peut révéler son type

# Un modèle discret de discrimination

Exemple : Vendeur de vin (principal) – Acheteur (Agent)

- Acheteur : connaisseur averti / bétien, occasionnel
- Disponibilité à payer pour la qualité ≠

Vendeur segmente le marché en offrant

- un vin de qualité élevée à prix élevé
- un vin plus ordinaire moins cher

L'information privée est révélée lorsque

- le connaisseur choisit la meilleure qualité
- le bétien choisit la qualité ordinaire

Discrimination du “second degré”

- Différentiation verticale : qualité  $q$ , observée par l'acheteur
- Tous les agents ont accès à toutes les offres

# Le vendeur

Monopole (local) choisit sa qualité  $q \geq 0$

- Coût  $C(q) \uparrow$  convexe, avec  $C(0) = C'(0) = 0$ ,  $C'(\infty) = \infty$
- Profit = Recette - Coût :  $\pi = t - C(q)$

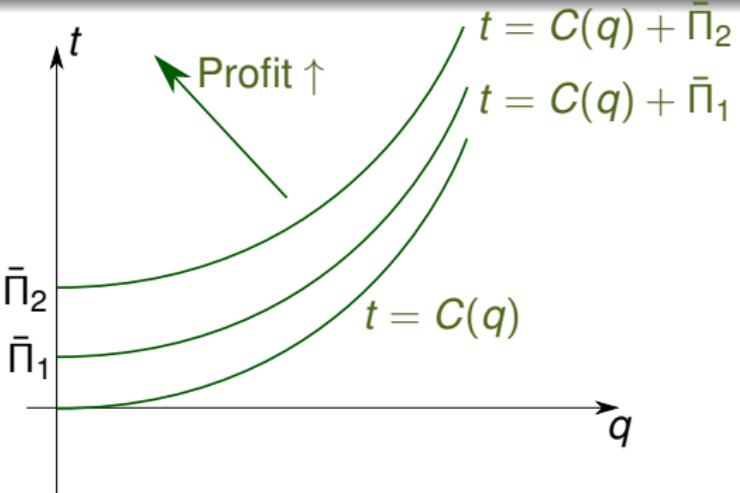


Figure 2 – Courbes d'isoprofit

# Les acheteurs

## Consommateurs

- Utilité quasilinear  $u(q, t; \theta) = \theta q - t$
- Deux types :  $0 < \theta_1 < \theta_2$
- Utilité de réservation indépendante du type, normalisée à 0

## Condition de Spence-Mirrlees

Le haut type est prêt à payer plus que le bas type pour une meilleure qualité

$$u_q(q, t; \theta_2) = \theta_2 > u_q(q, t; \theta_1) = \theta_1 \quad \forall q$$

où  $u_q = \partial u / \partial q$

# Propriété de croisement unique

Condition de Spence-Mirrlees  $\Rightarrow$  Les courbes d'indifférence du haut type sont plus pentues

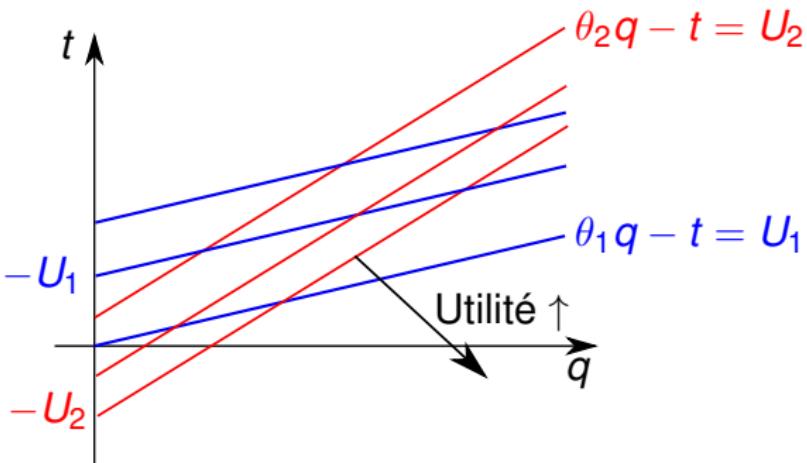


Figure 3 – Les courbes d'iso-utilité des agents ne se croisent qu'une fois

# L'efficacité économique

Surplus dans l'échange avec le consommateur  $\theta$

$$\begin{aligned} S(q; \theta) &= u + \pi \\ &= [\theta q - t] + [t - C(q)] \\ &= \theta q - C(q) \end{aligned}$$

Qualité efficace

Maximise le surplus total

$$C'(q^*(\theta)) = \theta$$

# L'efficacité économique

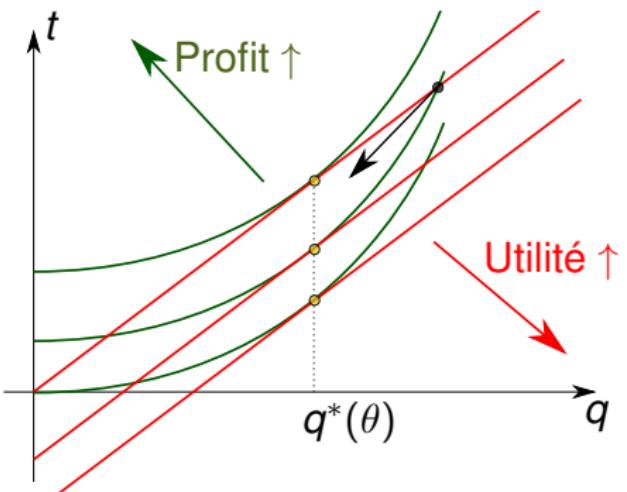


Figure 4 – Optima de Pareto (points jaunes) : Tangence des courbes d'iso-utilité et d'iso-profit

$$\frac{\partial t}{\partial q}_{|\Pi} = \frac{\partial t}{\partial q}_{|U} \quad \text{ou} \quad C'(q) = \theta$$

# Information parfaite : L'optimum de premier rang

Si le vendeur observe le type  $\theta$  du consommateur, il résout

$$\max_{t,q} t - C(q)$$

sous contrainte de participation du consommateur

$$\theta q - t \geq 0$$

Solution : Le vendeur

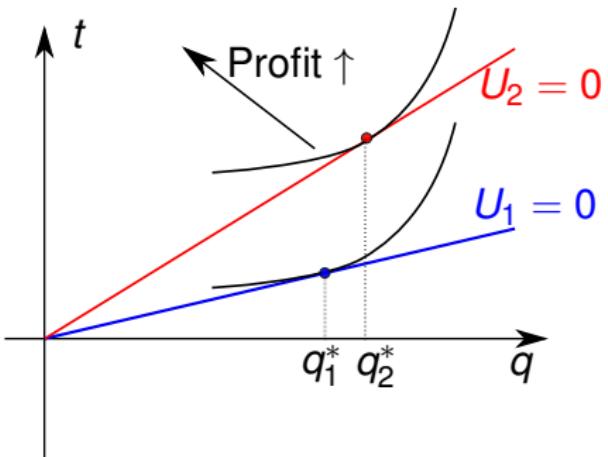
- sature la contrainte de participation :  $t = \theta q$
- choisit la qualité qui maximise  $\theta q - C(q) = S(q; \theta)$

# Information parfaite : L'optimum de premier rang

Le vendeur n'a pas intérêt à distordre la qualité

- Le vendeur maximise le surplus total...
- .... s'accapare le surplus total en lui faisant payer le maximum

$$\pi = S^*(\theta) = S(q^*(\theta); \theta), \quad t = \theta q^*(\theta) \quad \text{et} \quad u = 0$$

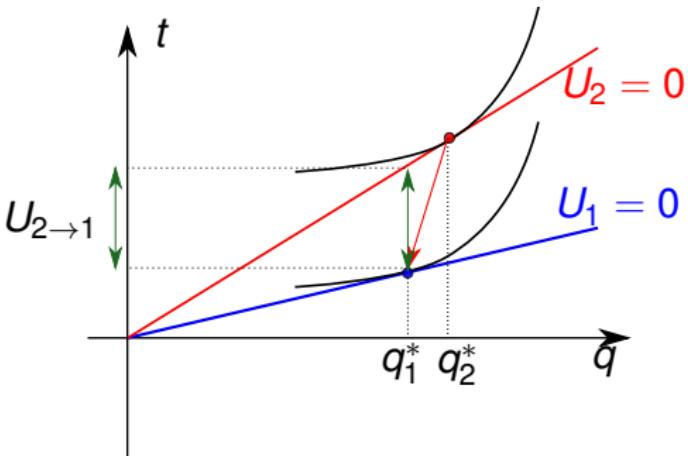


# Information imparfaite : 1er rang inatteignable

Si le vendeur propose les deux contrats  $(q_i^*, t_i^* = \theta_i q_i^*)$

- Les deux agents choisissent le contrat de basse qualité  $(q_1^*, t_1^*)$
- L'agent 2 imite l'agent 1 et obtient l'utilité

$$U_{2 \rightarrow 1} = \theta_2 q_1^* - t_1^* = (\theta_2 - \theta_1) q_1^* > 0$$



# Le second rang

Information : Le vendeur

- n'observe pas  $\theta$
- connaît la probabilité de chaque type  $f_1$  et  $f_2$ ,  $f_1 + f_2 = 1$

Les contraintes d'incitation

$$\begin{aligned} \theta_1 q_1 - t_1 &\geq \theta_1 q_2 - t_2 & (\text{CI})_1 \\ \theta_2 q_2 - t_2 &\geq \theta_2 q_1 - t_1 & (\text{CI})_2 \end{aligned}$$

En notant  $U_i = \theta_i q_i - t_i$  les niveaux d'utilité des consommateurs

$$0 \leq q_1 \stackrel{(\text{CI})_2}{\leq} \frac{U_2 - U_1}{\theta_2 - \theta_1} \stackrel{(\text{CI})_1}{\leq} q_2 \quad (1)$$

Les contraintes d'incitation impliquent donc que  $q_1 \leq q_2$  et  $U_2 \geq U_1$ .

## Le second rang : Résolution

Le vendeur cherche le menu de contrats  $(q_1, t_1), (q_2, t_2)$  qui maximise son espérance de profit

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\Pi &= f_1[t_1 - C(q_1)] + f_2[t_2 - C(q_2)] \\ &= f_1[S(q_1; \theta_1) - U_1] + f_2[S(q_2; \theta_2) - U_2]\end{aligned}$$

- sous les contraintes : (CI)<sub>1</sub>, (CI)<sub>2</sub>,  $U_1 \geq 0$ ,  $U_2 \geq 0$
- Changement de variables :  $(t_i, q_i) \rightarrow (U_i, q_i)$
- Les contraintes sont linéaires en  $(t_i, q_i)$  ou  $(U_i, q_i)$

La contrainte de participation du bas type est active :  $U_1 = 0$

Preuve : On sait que  $U_2 \geq U_1$ .  $\downarrow U_1$  et  $U_2$  du même montant ( $\uparrow t_1$  et  $t_2$ ) préserve les CI et  $\uparrow$  profit

# Le second rang : Résolution (suite)



La contrainte d'incitation du haut type, ( $\text{Cl}_2$ ), est active

- Preuve : Sinon on pourrait diminuer  $U_2$  (augmenter  $t_2$ )
- D'où :  $U_2 = q_1 \Delta\theta$ , en notant  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

En remplaçant  $U_1$  et  $U_2$  par leurs valeurs, on réécrit l'espérance de profit

$$\mathbb{E}\Pi = f_1 S(q_1; \theta_1) + f_2 [S(q_2; \theta_2) - q_1 \Delta\theta]$$

La qualité  $q_2$  intervient au travers du surplus  $S(q_2; \theta_2)$ , donc le haut type,  $\theta_2$

- reçoit sa qualité de 1er rang :  $q_2 = q^*(\theta_2)$
- a une rente informationnelle  $U_2 = q_1 \Delta\theta \geq 0$

# Propriétés de l'allocation optimale de second rang

## Détermination de $q_1$

Pour déterminer la qualité du bas type, on réécrit l'objectif

$$\mathbb{E}\Pi = f_1 S^v(q_1; \theta_1) + f_2 S(q_2; \theta_2)$$

- où  $S^v(q; \theta)$  est appelé “surplus virtuel”

$$S^v(q; \theta_1) = S(q; \theta_1) - \Delta\theta \frac{f_2}{f_1} q$$

- Surplus ajusté pour la rente informationnelle du haut type,  $U_2$
- Le nouveau terme, négatif, tire  $q_1$  vers le bas
- $S^v(q_1; \theta_1)$  concave en  $q_1$

# Propriétés de l'allocation optimale de second rang

Détermination de  $q_1$

Si  $f_1\theta_1 > f_2\Delta\theta$ , alors la solution est intérieure  $q_1 > 0$

Condition du premier ordre si solution intérieure,  $q_1 > 0$

$$S'(q_1; \theta_1) = \theta_1 - C'(q_1) = \Delta\theta \frac{f_2}{f_1}$$

$$0 < C'(q_1) = \theta_1 - \Delta\theta \frac{f_2}{f_1} < \theta_1$$

Si  $f_1\theta_1 \leq f_2\Delta\theta$ , alors le bas type est exclu,  $q_1 = 0$

Et donc  $U_2 = q_1\Delta\theta = 0$

Dans les deux cas, la qualité du bas type est inférieure à sa qualité efficace  $q_1^*$

# Le second rang : Résolution (fin)

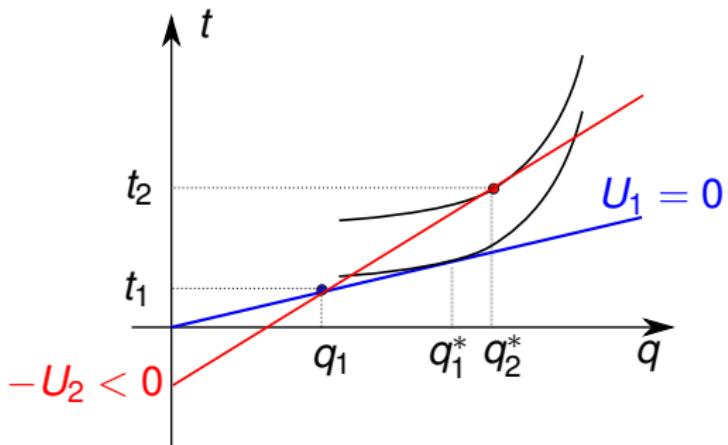


Figure 7 – A l'opt. de 2nd rang, le haut type  $\theta_2$  est attiré par le contrat  $(q_1, t_1)$

La qualité est

- efficace pour le haut type :  $q_2 = q^*(\theta_2)$
- sous-optimale pour le bas type :  $q_1 < q^*(\theta_1)$

# Prix et profits de second rang

Le profit réalisé sur les clients de bas type,  $\pi_1$ , est positif ou nul

- $\pi_1 = S(q_1; \theta_1) \geq 0$
- Donc  $t_1 \geq C(q_1)$

Le profit réalisé sur les clients de haut type,  $\pi_2$ , est plus grand que  $\pi_1$

- $\pi_2 = S(q_2; \theta_2) - q_1 \Delta \theta \geq S(q_1; \theta_2) - q_1 \Delta \theta = S(q_1; \theta_1) = \pi_1 \geq 0$
- Donc  $t_2 \geq C(q_2)$

Les profits de second rang sont inférieurs aux profits de premier rang

- $\pi_1 < S^*(\theta_1)$  et  $\pi_2 < S^*(\theta_2)$ , à cause de la CI
- D'où l'intérêt pour un vendeur de passer par des plateformes qui connaissent mieux les préférences des consos

## Bunching\* (1/2)

Dans le cas où les deux types achètent, peut-il être profitable de leur proposer le même contrat ?

Supposons que le vendeur n'offre qu'un seul contrat  $(q, t)$  aux deux types et que le bas type achète

- le vendeur choisit le prix le plus bas qui assure que 1 achète :  
 $t = \theta_1 q$
- d'où  $U_2 = \theta_2 q - t = (\theta_2 - \theta_1)q$
- Le vendeur choisit la qualité  $q$  pour résoudre

$$\mathbb{E}\Pi = \max_q f_1 S(q; \theta_1) + f_2 [S(q; \theta_2) - q\Delta\theta] \quad (2)$$

## Bunching\* (2/2)

S'il propose deux contrats  $(q_1, t_1), (q_2, t_2)$  comme précédemment

- le vendeur choisit les quantités  $q_1$  et  $q_2$  pour résoudre

$$\mathbb{E}\Pi = \max_{q_1 \leq q_2} f_1 S(q_1; \theta_1) + f_2 [S(q_2; \theta_2) - q_1 \Delta\theta] \quad (3)$$

- sous la contrainte de monotonicité  $q_1 \leq q_2$ , d'après (1)
- Au 2nd rang la contrainte n'est pas active :  $q_1 < q_1^*(\theta_1) < q_2^*(\theta_2)$
- Donc il est profitable d'offrir deux contrats différents : l'espérance de profit est strictement supérieure dans (3) que dans (2)

Pour des distributions des types plus compliquées (par ex. continues)

- la contrainte de monotonicité peut être active
- La qualité peut être (localement) constante au second rang : Des types différents reçoivent la même qualité ("bunching")

# Un mot de dynamique\*

Salanié, Théorie des contrats, chap. 6.3

$T < \infty$  périodes

- Le type  $\theta \in \{\theta_1, \theta_2\}$  avec probas  $f_i$  est constant
- Les préférences du conso sont constantes :  $\theta q - t$  à chaque date
- La fonction de coût du vendeur est constante

Contrats statique et dynamique

- La solution du problème statique  $(p_1, q_1, p_2, q_2)$  est constante
- Contrat dynamique  $(p_{1t}, q_{1t}, p_{2t}, q_{2t})_{t=0, \dots, T-1}$

Utilités intertemporelles (taux d'escompte  $\delta \leq 1$ )

- Utilité de l'agent  $i$  :  $\sum_{t=0}^{T-1} \delta^t U_{it}$ , avec  $U_{it} = \theta_i q_{it} - p_{it}$
- Profit :  $\sum_{t=0}^{T-1} \delta^t \pi_t$

# Un mot de dynamique\*

Salanié, Théorie des contrats, chap. 6.3

## Capacité d'engagement du vendeur/principal

- Peut-il s'engager en  $t = 0$  à respecter un menu de deux contrats  $(p_{1t}, q_{1t})_{t=0, \dots, T-1}$ ,  $(p_{2t}, q_{2t})_{t=0, \dots, T-1}$  ?

S'il peut s'engager, il propose le menu statique (constant) de second rang à chaque date

- Par linéarité de l'utilité, chaque contrat procure aux consos la même utilité qu'un contrat constant avec la moyenne pondérée de la qualité et du prix sur les  $T$  périodes, avec les poids  $\delta^t / (1 + \delta + \delta^2 + \dots + \delta^{T-1})$
- Les deux CI et les deux CP sont linéaires en  $(p, q)$
- Le profit  $\pi = S(q; \theta) - U = \theta q - C(q) - U$  est strictement concave en  $q$ , donc le vendeur préfère une qualité constante dans le temps

# Un mot de dynamique\*

Salanié, Théorie des contrats, chap. 6.3

Sans capacité d'engagement du principal : “Effet-cliquet”

- Dans le contrat statique, P apprend  $\theta$  à la fin de la 1ère période
- P peut ensuite prendre tout le surplus de l'agent
- Mais A anticipe ce phénomène !
- Il est très coûteux pour P de faire révéler son type à A
- Problème compliqué avec stratégies mixtes
- Si  $\delta$  et  $T$  sont grands, l'agent révèle son type très lentement

# Concurrence parfaite avec libre entrée

## Des vendeurs en concurrence parfaite

- ont une fonction de coût  $C(q)$
- servent des acheteurs d'utilité  $\theta q - p$
- n'observent pas  $\theta$
- ne supportent aucun coût pour entrer sur le marché

## Efficacité économique

- Surplus total  $S(q; \theta) = \theta q - C(q)$
- Qualité de premier rang  $q^*(\theta) = \operatorname{argmax}_q S(q; \theta)$

# Concurrence parfaite avec libre entrée

## Notion d'équilibre

- Les firmes ne font pas de pertes
- Aucun entrant ne peut proposer un contrat profitable si les contrats existants sont inchangés

## L'optimum en monopole ne résiste pas à la concurrence

Une entreprise entre, propose les mêmes qualités un peu moins cher, attire les consos, et réalise un profit positif

## Seul équilibre concurrentiel

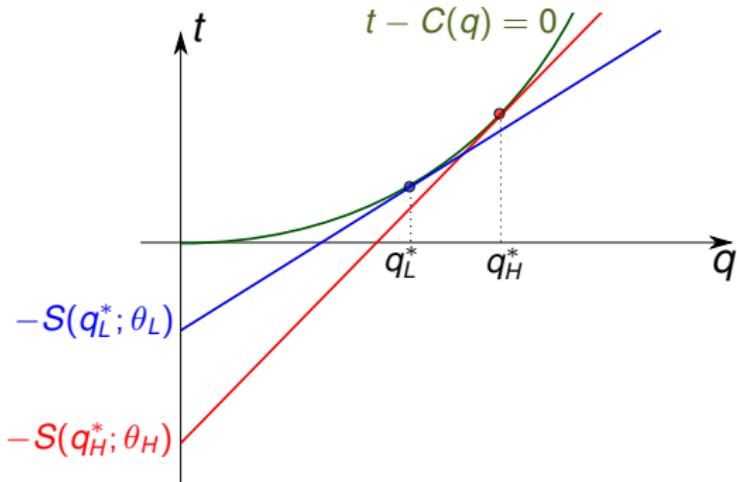
- Les firmes font zéro profit :  $t(\theta) = C(q^*(\theta))$ ,  $\pi = 0$
- Les consos ont tout le surplus :  $u(\theta) = S(q^*(\theta); \theta)$
- Les qualités choisies sont efficaces :  $q(\theta) = q^*(\theta)$

# Concurrence parfaite\*

## Preuve

- A qualité donnée, la concurrence fait baisser les prix jusqu'au coût (sinon un entrant propose la même qualité à un prix inférieur)
- Si le conso de type  $\theta$  choisit une qualité  $q(\theta) \neq q^*(\theta)$ , un entrant propose la qualité  $q^*(\theta)$  à un prix qui laisse une utilité supérieure à ce conso (donc attire ce conso) tout en faisant un profit positif
  - Possible car le gâteau à se partager entre ce conso et l'entrant est plus grand en  $q^*(\theta)$  qu'en  $q(\theta)$
- Pour tout  $\theta$ , le conso  $\theta$  préfère  $q^*(\theta)$  au prix  $C(q^*(\theta))$  à  $q^*(\theta')$  au prix  $C(q^*(\theta'))$  car il a ainsi le maximum qu'il puisse avoir, à savoir  $S(q^*(\theta); \theta)$

# En concurrence parfaite, l'asymétrie d'info ne distord pas les qualités\*



**Figure 8 –** Les allocations concurrentielles (points bleu et rouge) respectent les contraintes d'incitation : aucun agent n'a envie de prendre l'allocation de l'autre. Les entreprises réalisent un profit nul

# Estimation de fonctions de demande\*

Marketing quantitatif, économie industrielle empirique, voir cours 3A

- $J$  produits différenciés (ex : automobiles) et  $T$  dates / marchés
- $Q_{jt}$  : Quantité de produits  $j$  vendus à  $t$  (# voitures vendues)
- $p_{jt}$  : Prix du produit  $j$  à  $t$
- $q_j$  : vecteur de dimension  $K$  représentant les caractéristiques du produit  $j$  (ex : marque, puissance du moteur, etc.)
- On veut estimer la fonction de demande

$$\ln(Q_{jt}) = q_j \beta + \sum_k \eta_{jk} \ln p_{kt} + \varepsilon_{jt} \quad (4)$$

- $\eta_{jj} \leq 0$  : L'élasticité-prix directe,  $-\eta_{jj}$ , mesure la baisse de  $Q_j$  (en %) causée par une hausse de  $p_j$  de 1%
- $\eta_{jk} \leq 0$  : élasticité-prix croisée : baisse ou hausse de  $Q_j$  (en %) causée par une hausse de  $p_k$  de 1%

# Difficultés d'estimer les élasticités\*

## 1. Prix endogènes

- Les prix  $p_{jt}$  peuvent être (positivement) correlés aux  $\varepsilon_{jt}$  : si le producteur de  $j$  observe/anticipe un choc  $> 0$  de demande pour son produit à  $t$ , il peut en profiter pour monter le prix
- L'économètre, qui n'observe pas ce choc de demande  $\varepsilon_{jt}$ , perçoit un lien positif entre  $Q_{jt}$  et  $p_{jt}$ , ce qui le conduit à surestimer  $\eta_{jj}$ , donc à sous-estimer l'élasticité de la demande  $-\eta_{jj}$
- Solution classique : Trouver des facteurs indépendants de la demande qui font varier les prix (des “instruments” pour les prix), par exemple des facteurs de coût

## 2. Conduit à devoir estimer $J^2$ paramètres $\eta_{jk}$

- Impossible en pratique
- Imposer des restrictions  $\eta_{jk} = 0$  arbitrairement ou statistiquement

# Modéliser les choix des consos\*

Utilité du consommateur  $i$  pour le produit  $j$  à la date  $t$

$$U_{ijt} = q_j \beta_i - \alpha p_{jt} + \xi_{jt} + \varepsilon_{ijt}$$

- La valorisation de la qualité est souvent modélisée comme  $\beta_i = \beta + \sigma \nu_i$  avec  $\nu_i$  Gaussien ( $\dim(\nu_i) = K$ )
- Paramètres d'intérêt :  $\alpha \in \mathbb{R}_+$  et  $\beta \in \mathbb{R}^K$
- Perturbations statistiques :  $\nu_i$ ,  $\xi_{jt}$  (analogues de  $\varepsilon_{jt}$  dans (4)) et  $\varepsilon_{ijt}$
- On obtient les parts de marché théoriques en intégrant sur les  $\nu_{ij}$  et les  $\varepsilon_{ijt}$  dont on spécifie les lois

$$s_{jt}(\xi_{jt}) = \Pr(U_{ijt} \geq U_{ilt}, \forall I \neq j) \quad (5)$$

- Il existe un unique vecteur de  $\xi_{jt}$  tel que  $s_{jt}(\xi_{jt}) = \text{Parts de marchés observées}$ . On estime  $\alpha$  et  $\beta$  en écrivant que les chocs de demande  $\xi_{jt}$  sont orthogonaux à des instruments pour les prix

# Approche structurelle par les choix discrets\*

Modèle empirique ressemble au modèle théorique  $\theta q - p$

- $q$  est de dim  $K$  et la distrib des  $\theta$  ( $\beta_i$  ici) est continue
- Le choix discret (5) représente l'auto-sélection des consos

Côté offre, les modèles empiriques supposent que les entreprises

- n'observent pas  $\nu_i$  et  $\varepsilon_{ijt}$  mais connaissent leur loi (Auto-sélection)
- connaissent les paramètres de la demande (donc son élasticité)
- sont en concurrence imparfaite pour les prix ( $q_j$  svt exogènes)

Quantités observées reliées aux parts de marché par  $Q_{jt} = N_t s_{jt}$

- où  $N_t$  est le # consos potentiels dans marché  $t$
- Les consos potentiels arbitrent entre acheter  $j = 1 \dots J$  ou ne pas acheter (ajouter utilité de réservation :  $U_{i0t} = 0$  dans (5))
- La détermination de  $N_t$  est délicate

# Assurance : un modèle à valeur commune

## Modèle à valeur privée v. à valeur commune

- À valeur privée :  $\theta$  entre dans l'objectif de A, pas dans celui du P
- À valeur commune :  $\theta$  entre dans les deux objectifs, comme la probabilité de sinistre en assurance

Les remarques précédentes sur la concurrence s'appliquent au modèle à valeur privée, pas au modèle à valeur commune

# Le marché de l'assurance avec risques hétérogènes

- Richesse initiale des agents :  $W$
- Dommage monétaire en cas d'accident :  $d$
- Contrat d'assurance
  - Couverture (remboursement en cas de sinistre) :  $R$
  - Prime :  $q$
- Assureur(s) risque neutre(s)  $\Leftarrow$  Loi des grands nombres
- Assurés risque averses : Fonction d'utilité  $\uparrow$  et concave  $u(\cdot)$ 
  - NB : Le modèle N'EST PAS quasi-linéaire
- Probabilités de sinistre  $p_l$  et  $p_h$ 
  - Agents à haut risque  $p_h$  (fréquence  $f_h$ )
  - Agents à bas risque  $p_l < p_h$  (fréquence  $f_l$ )
- Risque moyen dans la population :  $p_m = f_h p_h + f_l p_l$

## Richesse dans les deux états du monde

$$\text{Richesse de l'agent} = \begin{cases} A = W - d + R - q & \text{en cas de sinistre} \\ N = W - q & \text{en l'absence de sinistre} \end{cases}$$

### Cas particuliers

- Assurance parfaite  $A = N = W - q \iff$  couverture totale  $R = d$
- Pas d'assurance :  $(R, q) = (0, 0)$

### Espérance d'utilité de l'agent de type $i$

$$U_i(R, q) = p_i u(W - d + R - q) + (1 - p_i) u(W - q)$$

### Taux marginal de substitution entre couverture et prime pour l'agent $i$

$$\frac{\partial q}{\partial R}_{|U_i} = -\frac{\frac{\partial U_i}{\partial R}}{\frac{\partial U_i}{\partial q}} = \frac{p_i u'(A)}{p_i u'(A) + (1 - p_i) u'(N)}$$

croissant avec  $p_i$

# Les courbes d'indifférence ne se croisent qu'une fois

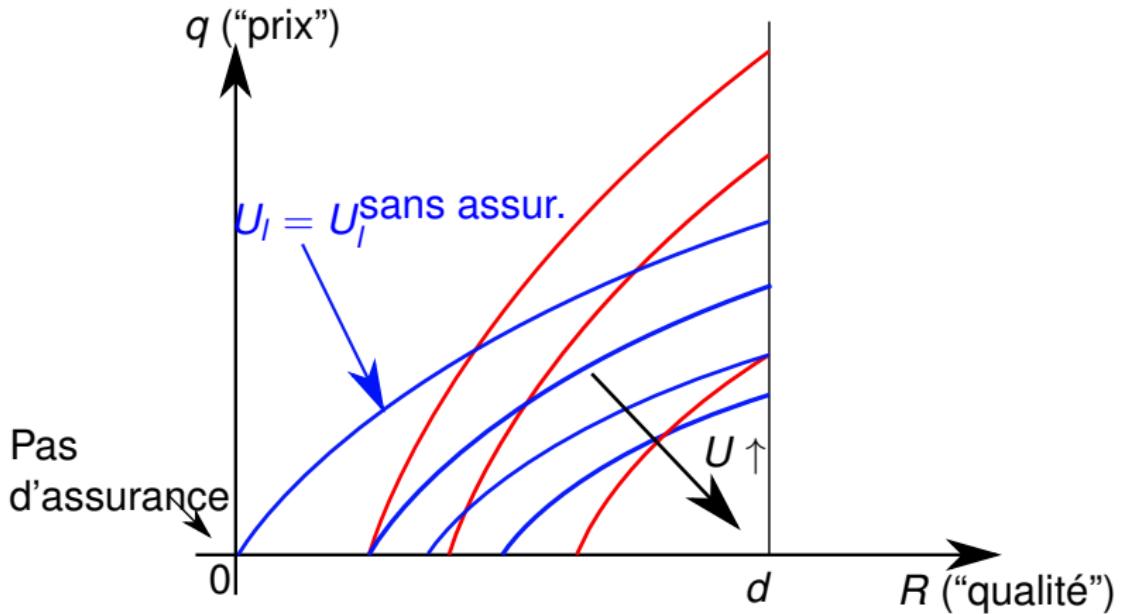


Figure 9 – Courbes d'indifférence : agent le plus risqué en rouge

## Espérance de profit réalisé par un assureur (neutre au risque)

$\Pi_i = q - p_i R$  sur un agent de type  $i \in \{h, l\}$  [Valeur commune]

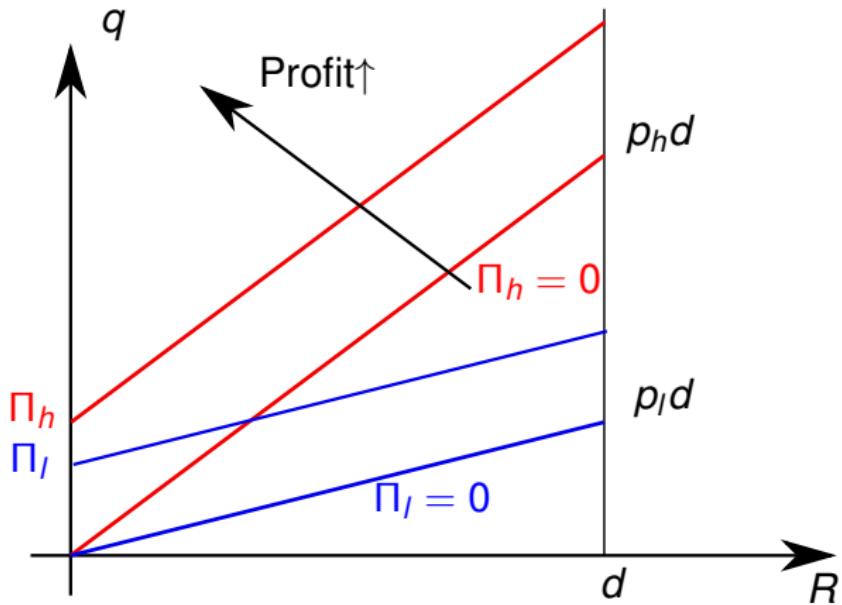


Figure 10 – Courbes d'iso-profit d'un assureur

# Efficacité : Assurance parfaite

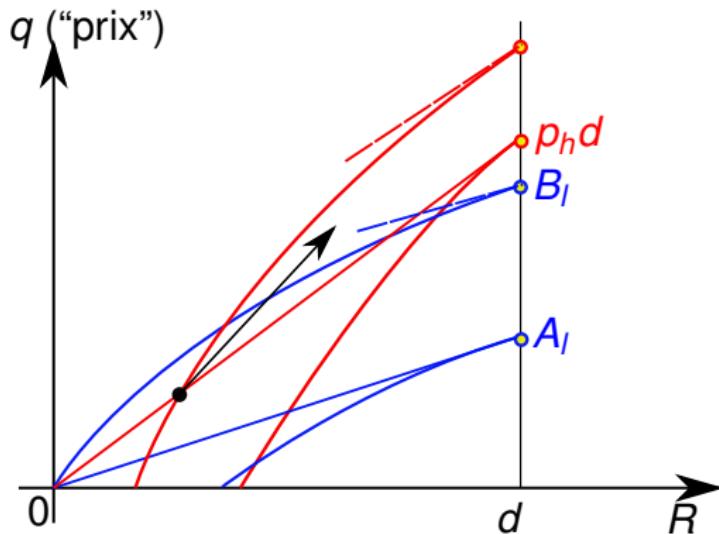


Figure 11 – Les tangentes aux courbes d'indifférence en  $R = d$  ont pour pente  $p_l$  et  $p_h$ . Points jaunes : Pareto-efficaces. Point noir : Pareto-inefficace

- Profit ↑ vers le Nord-Est sur une courbe d'indifférence
- Utilité ↑ vers le Nord-Est sur une courbe d'iso-profit

# L'optimum de premier rang n'est pas atteignable

Car le haut type se ferait passer pour le bas type

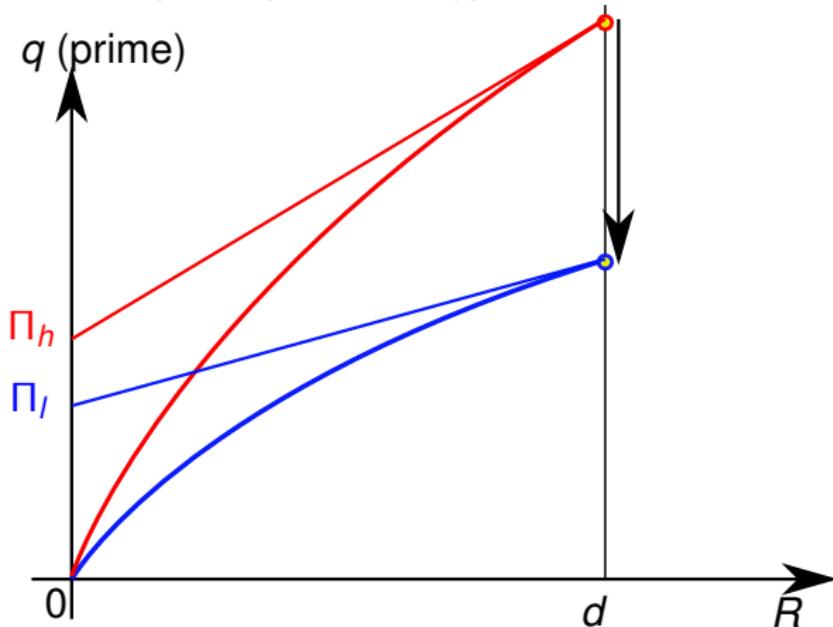


Figure 12 – Si l'assureur en monopole connaît  $p$  : couverture efficace, profit maximal pour l'assureur

# Assureur monopolistique

Situation classique : La qualité du haut type est efficace, celle du bas type est distordue vers le bas, la contrainte d'incitation  $h \rightarrow l$  est saturée

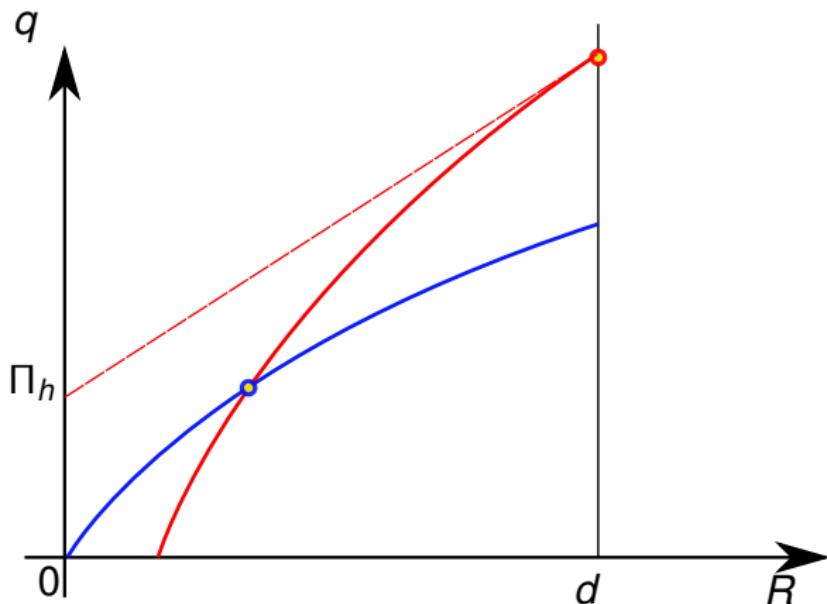


Figure 13 – Contrats de monopole

# Assureur monopolistique

Optimum de second rang

L'agent peu risqué,  $l$ , est indifférent entre s'assurer ou pas

- Sa contrainte de participation est active
- Sinon l'assureur pourrait ↑ son profit en lui proposant un contrat au Nord-Est sur la même courbe d'indifférence du haut risque

L'agent risqué,  $h$ , est

- indifférent entre les deux contrats proposés
- choisit le contrat avec couverture parfaite

# Assureurs en concurrence avec libre entrée

## Notion d'équilibre

- Les firmes ne font pas de pertes
- Aucun entrant ne peut proposer un contrat profitable si les contrats existants sont inchangés
- Pas de coûts d'entrée

## Deux types d'équilibre possibles

- Équilibre *mélangeant* : Les deux types d'agents choisissent le même contrat
- Équilibre séparateur : Les deux types d'agents choisissent des contrats  $\neq$

# Le modèle de Rothschild et Stiglitz (1976)

Les contrats mélangeants (par ex., le contrat  $M$ ) ne résistent pas à la concurrence

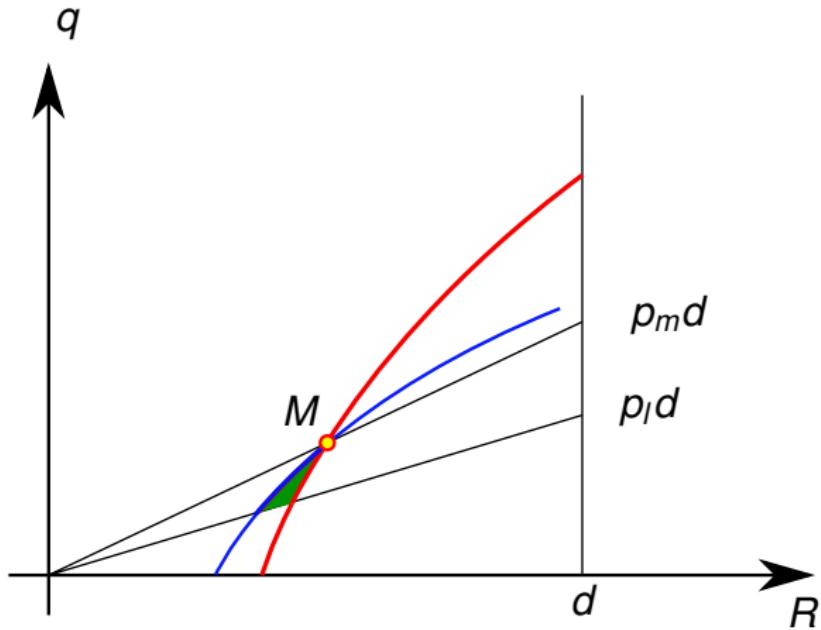


Figure 14 – Écrémage : Les contrats dans la zone verte attirent les petits risques et sont profitables

# Le modèle de Rothschild et Stiglitz (1976)

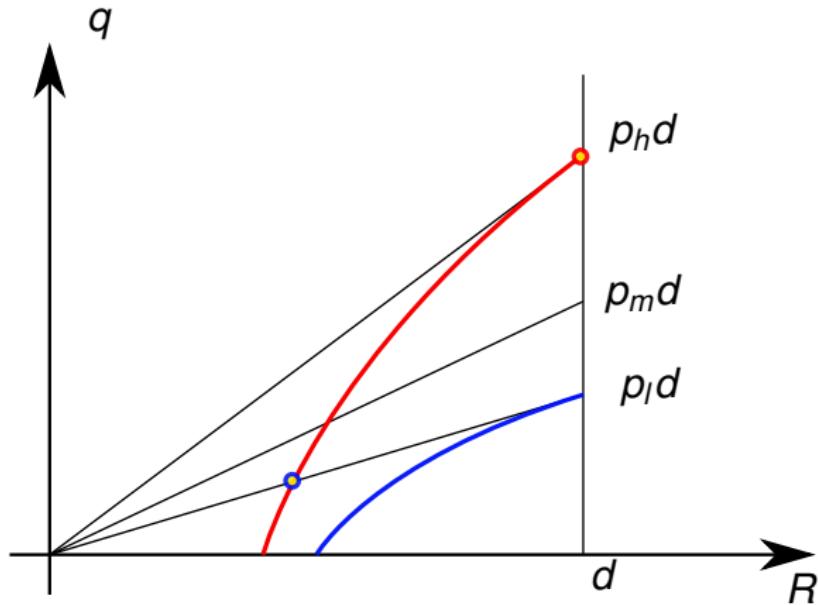


Figure 15 – Seul contrat séparateur possible (zéro profit dans chaque classe de risque)

# Le modèle de Rothschild et Stiglitz (1976)

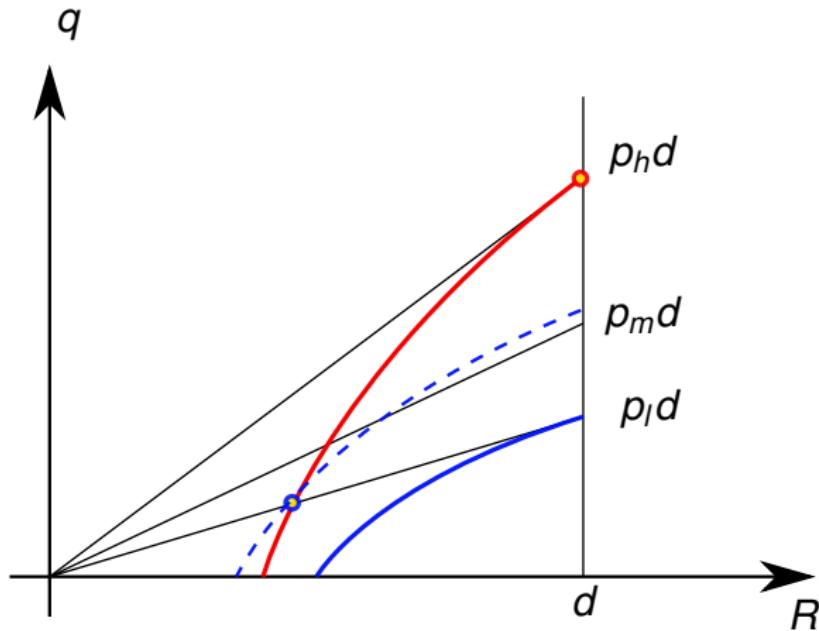


Figure 16 – Seul contrat séparateur possible : Un contrat qui assurerait mieux les bas risques attirerait les hauts risques et ferait des pertes

# Le modèle de Rothschild et Stiglitz (1976)\*

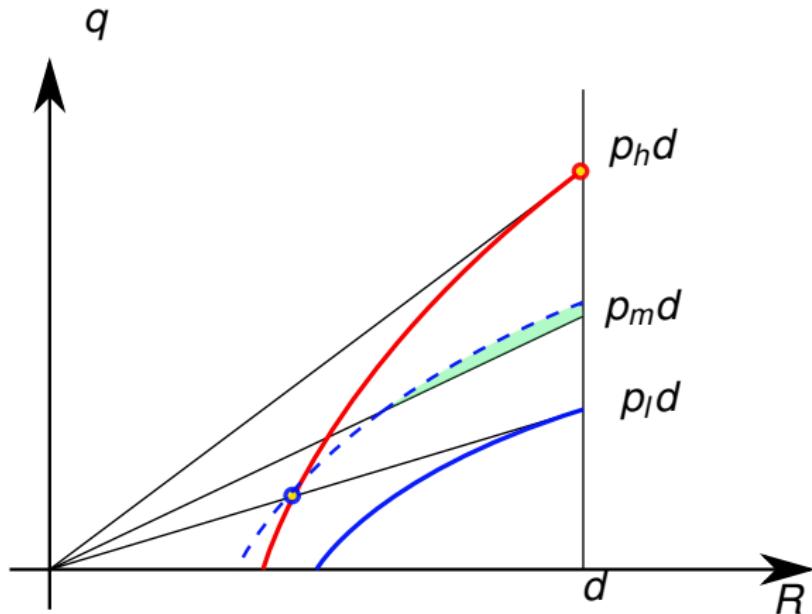


Figure 17 – Ici, le seul contrat séparateur possible est dominé par un contrat pooling profitable, donc pas d'équilibre

# Assureurs en concurrence

## Conclusions peu réalistes

- Pas de subventions croisées : chaque contrat est bénéficiaire
- Seul équilibre possible est séparateur, parfois pas d'équilibre
- Si équilibre : Les bas risques sont rationnés, pas efficace

## Le modèle ne tient pas compte

- des efforts de prévention (aléa moral)
- des coûts pour changer d'assureurs pour les consos
- des coûts d'entrée et de distribution de nouveaux contrats
- des limites cognitives des consos (complexité des contrats)
- des contraintes de liquidité des consos
- hétérogénéité inobservable sur aversion / risque

# Un point de terminologie

## Auto-sélection

- Les agents choisissent entre différentes options en fonction de leurs préférences

A l'équilibre, pour les offreurs, la sélection peut être

- “adverse” : les contrats avec une meilleure couverture attirent les assurés les plus risqués
  - demande croissante avec probabilité de sinistre (c'est le cas vu ci-dessus)
- “avantageuse” : les contrats avec une meilleure couverture attirent les assurés les moins risqués
  - par exemple car ils sont plus averses au risque et l'aversion au risque est corrélée négativement au risque

# A RETENIR

## Premier rang : Type de l'agent observable

- Qualité efficace : Le vendeur en monopole maximise le surplus total et se l'accapare

## Second rang : Type de l'agent inobservable

- Qualité efficace pour le haut type
- Qualité sous-optimale pour le bas type
  - Arbitrage entre efficacité et extraction de la rente du haut type

## Concurrence (pas de pouvoir de marché des vendeurs)

- Valeur privée : Efficacité rétablie, tout le surplus va aux consos
- Valeur commune : La concurrence fonctionne moins bien