MICROÉCONOMIE
Deuxième année
Philippe Choné
Session de janvier 2023
Deux heures - Sans document ni calculatrice

La présentation générale et la lisibilité des copies seront prises en compte dans la notation. Les réponses peuvent être rédigées en français ou en anglais.

Questions de cours (5 points) : Externalités

Les réponses attendues sont très brèves, trois ou quatre lignes au maximum par question.

1. Rappeler brièvement la définition d'une externalité.
2. Quelles sont les deux solutions classiques au problème ? Sont-elles équivalentes ? A quelles conditions fonctionnent-elles ?
3. Quand dit-on qu'une externalité multilatérale est épuisable ?
4. Un marché de droits fonctionne-t-il das le cas d'une externalité non épuisable ? Pourquoi ? Que permet un tel marché ?
5. En présence d'incertitude sur l'effet de l'externalité, dans quelles circonstances doit-on préférer l'une des solutions classiques plutôt que l'autre ?

Décision d'installation et prestige social (7 points)

On considère une grande population d'individus qui diffèrent par leur "prestige social". Le prestige est représenté par un paramètre θ qui est réparti uniformément sur $[0, 1]$. Ces individus ont le choix de s'installer dans deux quartiers possibles, le quartier A ou le quartier B. Le coût d'installation dans le quartier A est noté c_A et le coût d'installation dans le quartier B est noté c_B, avec $c_A > 0$ et $c_B > 0$. On suppose :

$$1/2 < c_A - c_B < 1.$$

On note $\bar{\theta}_A$ le prestige moyen des habitants du quartier A, c'est-à-dire la moyenne du paramètre θ pour les individus qui s'installent dans ce quartier. On définit $\bar{\theta}_B$ de la même manière. Lorsqu'ils décident dans quel quartier s'installer, les individus prennent en compte le prestige moyen des habitants de chaque quartier. L'utilité de l'individu de type θ est

$$u_A(\theta) = (1 + \theta)(1 + \bar{\theta}_A) - c_A$$

s'il s'installe dans le quartier A et

$$u_B(\theta) = (1 + \theta)(1 + \bar{\theta}_B) - c_B$$

s'il s'installe dans le quartier B. On voit que les individus de prestige élevé (θ grand) accordent davantage d'importance au prestige moyen de leur quartier.

L'individu de type θ s'installe dans le quartier A si $u_A(\theta) \geq u_B(\theta)$ et dans le quartier B si $u_B(\theta) \geq u_A(\theta)$.[1] Tous les individus prennent leur décison d'installation simultanément, sans se coordonner.

1. Montrer qu'à tout équilibre du jeu les deux quartiers ont au moins un habitant.

Indication : Supposer par l'absurde que tous les individus décident de s'installer dans le quartier A et considérer le choix des individus dotés d'un prestige élevé (θ proche de 1). Idem si tous les individus décidaient de s'installer dans le quartier B.

Supposons que tous les individus ont décidé de s'installer dans le quartier A. Dans ce cas, on a donc : $\bar{\theta}_A = 1/2$. Si l'individu $\theta = 1$ change d'avis et s'installe tout seul en B, on aura $\bar{\theta}_B = 1$, alors que $\bar{\theta}_A$ restera inchangé. Cet individu sera donc dans un quartier à la fois moins coûteux et plus prestigieux. Il préfère donc le quartier B. Il n'est donc pas possible que tous les individus s'installent dans le quartier A à l'équilibre.

Supposons maintenant que tous les individus ont décidé de s'installer dans le quartier B. Dans ce cas, on a donc : $\bar{\theta}_B = 1/2$. Si l'individu $\theta = 1$ s'installe seul en A, on aura donc $\bar{\theta}_A = 1$. L'utilité cet individu est $u_A(1) = (1+1)*(1+1)-c_A = 4-c_A$ s'il s'installe en A et $u_B(1) = (1+1)(1+1/2) - c_B = 3 - c_B$. Comme $c_A - c_B < 1$, on a $u_A(1) > u_B(1)$, l'individu le plus prestigieux s'installe en A. Il n'est donc pas possible que tous les individus s'installent dans le quartier B à l'équilibre.

2. On considère un équilibre du jeu d'installation.

1. Si $u_A(\theta) = u_B(\theta)$, on peut supposer par exemple que l'individu s'installe avec probabilité $1/2$ dans chaque quartier. Cette convention ne joue aucun rôle dans l'exercice.

a) Montrer que si l'individu de type θ s'installe dans le quartier A, alors les individus de type $\theta' \geq \theta$ font de même. (On vérifiera au passage que nécessairement $\bar{\theta}_A > \bar{\theta}_B$.)

b) En déduire que le seul équilibre du jeu est caractérisé par un seuil $\hat{\theta}$ tel que les individus de type $\theta > \hat{\theta}$ s'installent dans le quartier A et les individus de type $\theta < \hat{\theta}$ s'installent dans le quartier B. Calculer $\hat{\theta}$ en fonction de c_A et c_B.

a) Si l'individu de type θ s'installe dans le quartier A, on a

$$u_A(\theta) = (1+\theta)(1+\bar{\theta}_A) - c_A \geq u_B(\theta) = (1+\theta)(1+\bar{\theta}_B) - c_B$$

ou, de manière équivalente :

$$(1+\theta)(\bar{\theta}_A - \bar{\theta}_B) \geq c_A - c_B,$$

ce qui implique $\bar{\theta}_A > \bar{\theta}_B$. On en déduit que les deux inégalités précédentes sont vraies pour tout $\theta' \geq \theta$.

b) L'ensemble des types des habitants du quartier A est donc un intervalle de la forme $[\hat{\theta}, 1]$. L'ensemble des types des habitants du quartier B est l'intervalle complémentaire $[0, \hat{\theta}]$. On a donc

$$\bar{\theta}_A = \frac{1+\hat{\theta}}{2} \quad \text{et} \quad \bar{\theta}_B = \frac{\hat{\theta}}{2}. \tag{1}$$

L'individu de type $\hat{\theta}$ est indifférent entre les deux quartiers, d'où

$$(1+\hat{\theta})\left[\frac{1+\hat{\theta}}{2} - \frac{\hat{\theta}}{2}\right] = c_A - c_B,$$

et donc

$$\hat{\theta} = 2(c_A - c_B) - 1.$$

3. On suppose maintenant que le gouvernement contraint les individus de type $\theta \in [\hat{\theta}, \hat{\theta}+\varepsilon]$ à s'installer dans le quartier B, avec $\varepsilon > 0$ petit. Dans cette situation contrainte, les individus de type $\theta > \hat{\theta} + \varepsilon$ s'installent dans le quartier A, les autres dans le quartier B.

a) Comment les prestiges moyens des deux quartiers sont-ils affectés patr rapport à la situation non contrainte de la question 2 ? Quel est l'effet sur l'utilité des habitants qui restent dans le quartier A ? Quel est l'effet sur l'utilité des individus qui habitaient déjà dans le quartier B ?

b) Comment sont affectés les individus obligés de se localiser en B ? Comparer l'utilité de l'individu de type $\hat{\theta}+\varepsilon$ dans la situation contrainte à celle qu'il obtient dans l'équilibre de la question 2 où les décisions d'installation sont libres.

c) L'équilibre du jeu d'installation vu à la question 2 est-il Paréto-efficace ? Expliquer qualitativement pourquoi.

a) D'après (1), déplacer de ε vers la droite le seuil $\hat{\theta}$ qui délimite les deux quartiers fait augmenter le prestige des deux quartiers, $\bar{\theta}_A$ et $\bar{\theta}_B$ de $\varepsilon/2$. (Cela ne change pas le type $\hat{\theta}$ de l'individu indifférent entre les deux quartiers.) L'augmentation d'utilité pour tous les habitants (sauf ceux qui sont déplacés par le gouvernement) est donc de l'ordre de (proportionnelle à) ε.

b) L'individu de type $\hat{\theta}+\varepsilon$ dans l'équilibre de la question 2 obtient

$$u_A(\hat{\theta}+\varepsilon) = (1+\hat{\theta}+\varepsilon)\left(1+\frac{1+\hat{\theta}}{2}\right) - c_A.$$

Dans l'équilibre contraint par le gouvernement, il obtient

$$u_B^c(\hat{\theta}+\varepsilon) = (1+\hat{\theta}+\varepsilon)\left(1+\frac{\hat{\theta}+\varepsilon}{2}\right) - c_B,$$

puisque le prestige moyen du quartier B est $(\hat{\theta}+\varepsilon)/2$ dans cette situation. On vérifie que

$$u_B^c(\hat{\theta}+\varepsilon) - u_A(\hat{\theta}+\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{2}(\hat{\theta}+\varepsilon) > 0.$$

c) Tous les individus sont mieux dans l'équilibre contraint, y compris l'individu $\hat{\theta}+\varepsilon$ qui est le plus contraint. L'équilibre non contraint de la question 2 n'est donc pas efficace au sens de Paréto. Cela est dû au fait que les individus de type supérieur à $\hat{\theta}$ exercent par leur choix de se localiser dans le quartier "chic" (le quartier A) une externalité négative sur tous les autres agents, externalité qu'il n'internalisent pas. Le gouvernement aide/oblige les individus à se coordonner sur un équilibre qu'ils préfèrent tous.

Regulation d'une entreprise (8 points)

Une entreprise régulée produit un bien indivisible. Son coût de production de base est θ. En s'organisant mieux, l'entreprise peut réduire son coût à

$$c = \theta - e$$

mais cette réduction des coûts demande de supporter un coût managerial égal à $\psi(e) = e^2/2$. L'utilité de réserve de l'entreprise est égale à 0.

Le régulateur observe le coût de production réalisé c. Il rembourse ce coût à l'entreprise et lui verse *en supplément* une subvention égale à s. Son objectif est de minimiser le coût total $c + s$ payé par la collectivité pour que le bien soit produit.

Optimum de premier rang Dans cette partie le régulateur observe le type θ de l'entreprise.

1. Écrire la contrainte de participation de l'entreprise. Résoudre le programme d'optimisation du régulateur. Quel contrat (s^*, c^*) propose-t-il à l'entreprise de type θ ?

La contrainte de participation de l'entreprise est $s - \psi(e) \geq 0$.

Le programme du régulateur est donc

$$\min_{c,s} c + s$$

$$s.c \quad s \geq \psi(e)$$

On peut le réécrire

$$\min_{e,s} \theta - e + s$$

$$s.c \quad \psi(e) \leq s$$

On voit que le régulateur a intérêt à saturer la contrainte de participation. En remplaçant s par $\psi(e) = \frac{e^2}{2}$ dans l'objectif, et en utilisant la condition du premier ordre (l'objectif étant bien convexe) on trouve qu'à l'optimum $\psi'(e^*) = e^* = 1$.

Le contrat optimal de premier rang est donc $(s^*, c^*) = (\frac{1}{2}, \theta - 1)$.

2. Interpréter le choix du niveau d'effort. L'effort exercé par l'entreprise dépend-il de son type ?

> Le niveau optimal d'effort est choisi de façon à égaliser le coût marginal de l'effort et son rendement marginal (qui consiste en la baisse du coût de production). C'est le niveau d'effort *efficace*, celui qui minimise le coût total $\theta - e + \Psi(e)$. Le surplus total est égal à l'opposé de ce coût, la subvention étant seulement un transfert du régulateur vers l'entreprise. Ici on ne parle donc que d'efficacité productive. Le niveau d'effort efficace ($e^* = 1$) est indépendant du type de l'entreprise.

Optimum de second rang On suppose maintenant que le régulateur n'observe pas le type θ de l'entreprise. Il sait seulement que $\theta \in \{\theta_L, \theta_H\}$, avec $\theta_H > \theta_L > 1$, et que l'entreprise est de type θ_L avec probabilité β et de type θ_H avec probabilité $1 - \beta$.

Le régulateur accorde la subvention s_H s'il constate le coût c_H et la subvention s_L s'il constate le coût c_L. Autrement dit, l'entreprise doit choisir un contrat parmi les deux contrats (s_H, c_H) et (s_L, c_L), ou ne pas produire du tout. Le timing du jeu est donc le suivant :

1. L'entreprise apprend θ.
2. Le régulateur propose un menu de deux contrats $\{(s_L, c_L), (s_H, c_H)\}$ destinés respectivement aux types θ_L et θ_H en échange de la production du bien.
3. L'entreprise choisit l'un des deux contrats (ou refuse de produire).
4. Les termes du contrat sont exécutés.

3. Écrire les contraintes d'incitation du type θ_H (ICH) et du type θ_L (ICL). On introduira les niveaux d'effort $e_H = \theta_H - c_H$ et $e_L = \theta_L - c_L$.

> La contrainte d'incitation du type L est
>
> $$s_L - \psi(e_L) \geq s_H - \psi(e_H - \theta_H + \theta_L)$$
>
> (ou $s_L - \psi(\theta_L - c_L) \geq s_H - \psi(\theta_L - c_H)$)
> Celle du type H est
>
> $$s_H - \psi(e_H) \geq s_L - \psi(e_L - \theta_L + \theta_H)$$

(ou $s_H - \psi(\theta_H - c_H) \geq s_L - \psi(\theta_H - c_L)$)

4. Écrire le programme du régulateur.

Le programme du régulateur est

$$\min_{(s_L,c_L),(s_H,c_H)} \beta\,(c_L + s_L) + (1-\beta)\,(c_H + s_H)$$

s.c.

$$s_L \geq \psi(e_L) \tag{IRL}$$

$$s_H \geq \psi(e_H) \tag{IRH}$$

$$s_H - \psi(e_H) \geq s_L - \psi(e_L - \theta_L + \theta_H) \tag{ICH}$$

$$s_L - \psi(e_L) \geq s_H - \psi(e_H - \theta_H + \theta_L) \tag{ICL}$$

5. Montrer que la contrainte de participation du type θ_L est automatiquement satisfaite si les autres contraintes le sont.

Si IRH est satisfaite, en utilisant ICL on a

$$s_L - \psi(e_L) \geq s_H - \psi(e_H - \theta_H + \theta_L) > s_H - \psi(e_H) \geq 0$$

Ce qui veut dire que ICL et IRH impliquent IRL. On peut donc enlever IRL du programme du régulateur.

6. Résoudre le programme du régulateur ainsi simplifié (en supposant que la contrainte ICH peut être ignorée). *[Indication : choisir c_H et c_L est équivalent à choisir e_H et e_L pour le régulateur]*. Quels sont les niveaux d'effort e_L^{**}, e_H^{**} à l'optimum de second rang ? Comparer les résultats avec la question 2.

Le programme du régulateur est

$$\min_{(e_H,s_H),(e_L,s_L)} \beta(\theta_L - e_L + s_L) + (1-\beta)(\theta_H - e_H + s_H)$$

sous les contraintes

$$s_L - \psi(e_L) = s_H - \psi(e_H - \theta_H + \theta_L)$$

$$s_H - \psi(e_H) = 0$$

En remplaçant s_H par $\psi(e_H)$, et s_L par $\psi(e_H) + \psi(e_L) - \psi(e_H - \theta_H + \theta_L)$, cela revient à minimiser :

$$\min_{e_H,e_L} \beta(\theta_L - e_L + \psi(e_H) + \psi(e_L) - \psi(e_H - \theta_H + \theta_L)) + (1-\beta)(\theta_H - e_H + \psi(e_H))$$

Les CPO donnent :

$$/e_L : \ \psi'(e_L^{**}) = e_L^{**} = 1$$

et

$$/e_H : \ (1-\beta)(\psi'(e_H^{**}) - 1) + \beta(\psi'(e_H^{**}) - \psi'(e_H^{**} - \theta_H + \theta_L) = 0$$

On voit donc que l'effort fourni par l'entreprise de type L est efficace socialement ($e_L^{**} = e_L^*$).

Concernant l'effort du type H, on obtient $e_H^{**} = 1 - \frac{\beta}{1-\beta}(\theta_H - \theta_L) < e^* = 1$.

7. Ce modèle de régulation décrit-il un problème d'auto-sélection ou d'aléa moral ? A quel arbitrage économique le régulateur fait-il face ?

On a bien dans ce second best :

1. Un choix d'effort optimal pour le type fort
2. Un choix d'effort non optimal pour le type faible
3. Une absence de rente pour le type faible (contrainte de participation saturée)
4. Une rente pour le type fort (contrainte de participation non saturée)

L'arbitrage rente-efficacité peut se voir dans la saturation de la contrainte d'incitation du type fort. En effet, on ne peut pas saturer sa contrainte de participation, le régulateur doit lui laisser une rente informationnelle $U_L = \Psi(e_H) - \Psi(e_H - \Delta\theta) > 0$, avec $\Delta\theta = \theta_H - \theta_L$. Mais si on choisissait de lui faire exercer le niveau d'effort optimal, le montant de cette rente serait trop élevée. Le principal choisit donc de ne pas lui faire faire un niveau d'effort optimal ($\Rightarrow$ perte d'efficacité) pour éviter de lui laisser trop de rente.