

MICROÉCONOMIE**Deuxième année****Philippe Choné****Session de janvier 2022****Deux heures - Sans document ni calculatrice**

La présentation générale et la lisibilité des copies seront prises en compte dans la notation. Les réponses peuvent être rédigées en français ou en anglais.

Question de cours : On considère une relation économique entre un principal et un agent.

1. Dans quelles circonstances la relation est-elle sujette à un problème d'aléa moral ?
2. Décrire l'optimum de premier rang.
3. Décrire l'arbitrage auquel fait face le principal en second rang.
4. Expliquer pourquoi l'optimum de second rang est inefficace.

Les réponses attendues sont brèves, trois ou quatre lignes au maximum par question.

Exercice : Alice et Bob consomment un bien privé en quantité x_i , $i \in \{A, B\}$, et un bien public z . Ils ont la même fonction d'utilité

$$u(x_i, z) = \ln x_i + \ln z.$$

La production d'une unité de bien public demande une unité de bien privé. Alice et Bob ont initialement la même dotation en bien privé, notée \bar{x} . Les dotations initiales en bien public sont nulles.

1. Un planificateur cherche les consommations x_A , x_B et z qui maximisent la somme des utilités des deux agents. Déterminer les consommations d'Alice et Bob en biens public et privé, x_A , x_B et z , ainsi que leur utilité individuelle, en fonction de \bar{x} .
2. On suppose maintenant qu'Alice et Bob contribuent au bien public pour des montants s_i , $i \in \{A, B\}$. Les contributions sont déterminées simultanément et sans coopération (équilibre de Nash).

- a) Déterminer les niveaux de bien public, de consommation privée et d'utilité qui en résultent pour Alice et Bob.
- b) Comparer au résultat de la question 1 et commenter.

Problème : Mécanisme de vente par rationnement Un vendeur en monopole fait face à une population de N consommateurs potentiels. Chaque consommateur achète au plus une unité du bien. Les acheteurs sont de deux types :

- \underline{N} d'entre eux sont prêts à payer \underline{v} pour le bien ;
- \bar{N} d'entre eux sont prêts à payer \bar{v} pour le bien ;

avec $N = \underline{N} + \bar{N}$ et $0 < \underline{v} < \bar{v}$.

Le vendeur n'observe pas le type des acheteurs. Il dispose de K unités à vendre, avec $\bar{N} < K < N$. Il cherche à maximiser sa recette totale.

On suppose dans tout l'exercice que : $\bar{N}\bar{v} < N\underline{v}$.

1. Représenter graphiquement dans le plan (q, p) la fonction de demande agrégée $q = D(p)$, qui donne le nombre total d'unités vendues pour chaque valeur possible du prix p .
2. On note $p = P(q)$ la fonction inverse de demande, c'est-à-dire la fonction réciproque de la fonction $D(p)$ introduite à la question précédente.

Représenter graphiquement l'allure de la fonction de recettes $R(q) = qP(q)$. Pour quelle valeur de q la recette $R(q)$ est-elle maximale ?

3. On suppose dans cette question que le monopole affiche un prix p et qu'en fonction de ce prix chaque consommateur décide d'acheter une unité ou non.

Déterminer le prix et la quantité de monopole en fonction de K . Le monopole vend-il toutes ses unités ? Donner sa recette totale à l'optimum.

Indication : On distinguera selon que K est plus grand ou plus petit que $Q^* = \bar{N}\bar{v}/\underline{v}$.

4. On suppose maintenant que le monopole est capable de s'engager sur un mécanisme de rationnement. Il propose deux options aux consommateurs :

- payer le prix \bar{p} en échange d'une unité d'une manière certaine ;
- ou participer à une loterie : si le consommateur gagne, il a accès à une unité au prix \underline{p} ; s'il perd, il n'a pas accès au bien et il ne paie rien. Le consommateur gagne avec probabilité $\underline{x} \leq 1$.

Les acheteurs sont neutres vis-à-vis du risque. Ceux qui choisissent la seconde option sont rationnés : seule une fraction \underline{x} d'entre eux (tirée au hasard) a accès au bien.

- a) Ecrire les contraintes d'incitation qui assurent que les consommateurs de type \bar{v} choisissent la première option et que les consommateurs de type \underline{v} choisissent la seconde.

- b) On admet qu'à l'optimum : $\underline{p} = \underline{v} < \bar{p}$.¹ En déduire, en fonction de \underline{v}, \bar{v} et \underline{x} , la valeur de \bar{p} qui est optimale pour le vendeur.
- c) Soit Q le nombre d'unités vendues avec ce mécanisme. Écrire Q en fonction de \bar{N}, N et \underline{x} .
- d) Écrire la recette réalisée par le vendeur, R , en fonction de $\bar{N}\bar{v}$, $N\underline{v}$ et \underline{x} .
- e) Donner la valeur optimale de \underline{x} en fonction de \underline{N}, \bar{N} et K .
- f) Représenter la recette réalisée en fonction de K sur la même figure que celle de la question 2. Décrire l'impact du mécanisme pour le vendeur et pour les deux types de consommateurs, selon que K est plus petit ou plus grand que Q^* .

1. On prend en fait p légèrement en-dessous de \underline{v} pour que les bas types achètent en cas de succès à la loterie.