

TD Économie industrielle et expérimentale - Énoncé

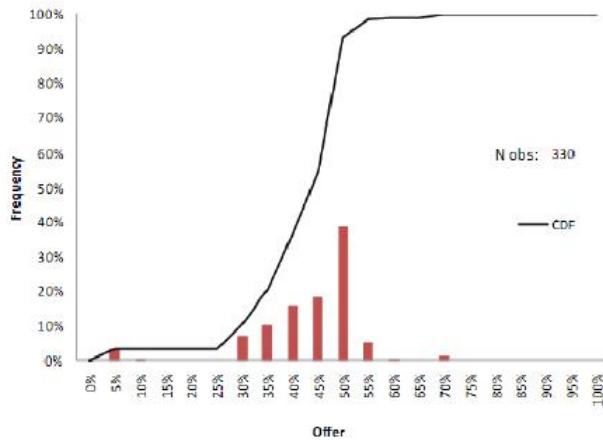
Microéconomie, deuxième année, ENSAE

1 Jeu de l'ultimatum et préférence de Fehr et Schmidt

<http://gregmankiw.blogspot.fr/2012/08/monkey-dislike-unequal-pay.html>

La figure ci-dessous expose les résultats d'un jeu de l'ultimatum réalisé en 1994 en Slovaquie. Le protocole de l'expérmentation proposait 300 couronnes slovaques (Sk) à négocier entre le proposant et le répondant. A titre indicatif, le salaire moyen mensuel à cette époque était de 5500 Sk. On retrouve des offres strictement positives avec une moyenne autour de 40 %.

FIGURE 5 – Distribution des propositions pour un enjeu de 300 Sk



Le jeu de l'ultimatum est un jeu à deux joueurs, un proposant et un répondant. Les deux joueurs se disputent le partage d'une somme d'argent donnée. Le jeu se déroule en deux étapes:

1. Le proposant offre une part (en pourcentage) du montant au répondant.
2. Le répondant accepte, ou rejette l'offre :

- (a) Si l'offre est acceptée, le proposant garde $1 - s$ pour lui, et le receveur reçoit s . En notant (P, R) le résultat du jeu, c'est à dire les gains respectivement du proposant et du répondant, on a ici $(P, R) = (1 - s, s)$
- (b) Si l'offre est rejetée, les deux joueurs ont 0 – i.e. $(P, R) = (0, 0)$.

On va s'inspirer des travaux de Fehr et Schmidt et utiliser des fonctions d'utilité qui tiennent compte de la jalousie et de l'altruisme des agents. On suppose que l'utilité de l'agent $i = \{P, R\}$ s'écrit :

$$u_i = x_i - \alpha_i \max(x_j - x_i, 0) - \beta_i \max(x_i - x_j, 0)$$

où $\alpha_i \geq 0$ désigne le coefficient de jalousie, et $0 \leq \beta_i < 1$ désigne le coefficient d'altruisme. L'objectif de cet exercice est de déterminer le choix s^* du proposant en fonction des paramètres $(\alpha_P, \alpha_R, \beta_P, \beta_R)$.

Question 1: Montrer que $\forall (\alpha_P, \alpha_R, \beta_P, \beta_R)$, $s^* \leq \frac{1}{2}$. En déduire que α_P et β_R ne jouent aucun rôle dans la résolution du jeu.

Question 2: Montrer que $\forall \beta_P \geq \frac{1}{2}$, $s^* = \frac{1}{2}$.

Question 3: Montrer que pour $\beta_P < \frac{1}{2}$, $s^* = \frac{\alpha}{1+2\alpha}$.

Information imparfaite: Considérons désormais que le proposant ne connaît pas le coefficient de jalousie α_R du répondant, mais seulement sa fonction de distribution (resp. densité) notée F (resp. f).

Question 4: Écrire dans ce cas pour tout $s \leq \frac{1}{2}$, l'espérance d'utilité du proposant.

Question 5: En supposant que $\frac{F}{f}$ est croissante et que la solution du programme est intérieure ($s^* > 0$) et unique, montrer que s^* est croissante en β . (Indication : poser $\kappa^*(s) = \frac{s}{1-2s}$)

2 Jeux vidéo et consommateurs naïfs (P 2015-2016)

On considère un modèle à deux périodes. Des entreprises de jeux vidéo proposent chacune un jeu au début de la période 1 et une mise à jour au début de la période 2. La qualité de base à la période 1 est notée q_1 , celle de la mise à jour est notée q_2 . Le prix de base du jeu est noté p et le prix de la mise à jour est noté m .

Les entreprises sont en concurrence à la période 1, mais chacune est en monopole pour la mise à jour de son propre jeu à la période 2. Le coût de servir un client est noté c , le coût de fournir la mise à jour est nul, les coûts marginaux de la qualité (augmenter q_1 et q_2) sont normalisés à zéro.

Tous les consommateurs sont présents dès le début de la période 1. Ils sont tous identiques à cette date. Pour la période 1, ils retirent d'un jeu de qualité q l'utilité $v_1(q)$. Tous croient qu'ils seront lassés du jeu à la fin de cette première période et qu'ils n'en retireront plus aucune utilité ensuite. En réalité, certains consommateurs, dits "naïfs", vont découvrir au début de la seconde période, à leur surprise, qu'ils ont pris goût au jeu et qu'ils retirent l'utilité $v_2(q)$ d'une qualité q en période 2.

Les autres consommateurs, qu'on appelle les "sophistiqués", sont effectivement lassés du jeu à la fin de la première période. La fraction des consommateurs naïfs dans la population est notée α . Les fonctions d'utilité à chaque période, $i = 1, 2$, sont données par

$$v_i(q) = \begin{cases} q - q^2/(2\bar{q}_i) & \text{si } q \leq \bar{q}_i \\ \bar{q}_i/2 & \text{si } q \geq \bar{q}_i, \end{cases}$$

avec $0 < \bar{q}_1 < \bar{q}_2$.

Le temps n'est pas escompté entre les deux périodes, on ajoute simplement (s'il y a lieu) les utilités et les profits de chaque période.

1. Représenter graphiquement les fonctions d'utilité et commenter leur forme. On s'intéressera aux utilités marginales $v'_1(q)$ et $v'_2(q)$.
2. Quelle utilité totale U_s un consommateur sophistiqué retire-t-il d'une offre (q_1, q_2, p, m) ? Au début de la période 1, quelle utilité U_n^a un consommateur naïf pense-t-il retirer de cette offre?
3. Montrer qu'au début de la période 2 un consommateur naïf achète la mise à jour si et seulement si $v_2(q_2) - m \geq v_2(q_1)$. En déduire le prix m auquel l'entreprise propose la mise à jour. Finalement, quelle utilité totale U_n un consommateur naïf retire-t-il vraiment d'une offre (q_1, q_2, p) ?
4. Écrire le profit espéré par client π généré par une offre (q_1, q_2, p) , en fonction de q_1, q_2, p, α et c .
5. Calculer le surplus total (basé sur les profits des entreprises et les utilités réellement obtenues par les agents), en fonction de q_1, q_2, α et c . Déterminer les qualités q_1^{**} et q_2^{**} qui maximisent ce surplus total.

6. L'équilibre concurrentiel est défini comme une situation où les entreprises ne font pas de profit et où aucune entreprise ne peut proposer une nouvelle offre (q_1, q_2, p, m) qui attire des consommateurs et génère un profit positif. Calculer p à l'équilibre concurrentiel, en fonction de q_1 , q_2 , α et c . Commenter la position du prix par rapport au coût.
7. Calculer q_1^* et q_2^* , l'équilibre qui maximise l'attractivité de l'offre de jeux vidéo sous contrainte de positivité du profit, en fonction de α , \bar{q}_1 et \bar{q}_2 . Comparer avec q_1^{**} et q_2^{**} et commenter.

3 Marché biface avec paiement entre utilisateurs (P 2019-2020)

Une plateforme en monopole propose de mettre en relation deux populations d'utilisateurs, \bar{N}_B acheteurs potentiels d'un côté, \bar{N}_S vendeurs potentiels de l'autre. La plateforme facture une cotisation au moment de l'adhésion: A_B pour les acheteurs, A_S pour les vendeurs. Elle préleve également une commission sur chaque transaction réalisée entre un acheteur et un vendeur: a_B payée par l'acheteur, a_S payée par le vendeur. On note $a = a_B + a_S$ la commission totale par transaction.

Un acheteur achète au plus une unité à chaque vendeur. Une transaction consiste donc en l'échange d'une unité (un objet) entre un acheteur et un vendeur. Au moment d'adhérer à la plateforme, les vendeurs ne connaissent pas le coût c du bien qu'ils auront à vendre. De même, au moment d'adhérer, les acheteurs ne connaissent pas leur valorisation v pour les biens vendus sur la plateforme. Une fois les acheteurs et les vendeurs inscrits, les valorisations des acheteurs et les coûts des vendeurs sont tirés dans les lois de fonction de répartition $F_B(v)$ et $F_S(c)$, qui sont connues de tous dès le début du jeu.

Les évènements se déroulent comme suit:

1. La plateforme fixe ses tarifs A_B , A_S , a_B , a_S ;
2. Les utilisateurs potentiels décident de s'inscrire sur la plateforme. On note N_B et N_S les nombres d'acheteurs et de vendeurs qui s'inscrivent;
3. Les acheteurs apprennent leur valorisation et les vendeurs apprennent leur coût. Chaque vendeur j est mis en relation avec chaque acheteur i ;
4. Le vendeur j , connaissant c_j mais pas v_i , propose à l'acheteur i un prix p à prendre ou à laisser;

5. Si l'acheteur i accepte, la transaction a lieu avec le vendeur j au prix p , la plate-forme facturant a_B à l'acheteur (en plus du prix p) et a_S et au vendeur. Si l'acheteur refuse, la transaction n'a pas lieu.

1. On se place à l'étape 4 du jeu. On considère la rencontre entre un acheteur i et un vendeur j inscrits sur la plateforme. A ce stade, les deux parties ont déjà payé la cotisation d'abonnement A_B et A_S . Toutes les quantités étudiées dans cette question sont relatives à la transaction qui peut avoir lieu entre ces deux parties.

1.a. A quelle condition sur a_B , v_i et p l'acheteur accepte-t-il le prix proposé par le vendeur? En utilisant la fonction F_B , écrire la probabilité que la transaction ait lieu. Ecrire le profit espéré du vendeur j en fonction de p , a_B , a_S et c_j .

Dans la suite, on suppose que les valorisations suivent une distribution exponentielle: $F_B(v) = 1 - \exp(-\lambda v)$, où $\lambda > 0$ est un paramètre connu de tous.

1.b. Déterminer le prix proposé p par le vendeur en fonction de a_B , a_S , c_j et λ .

1.c. Si la transaction a lieu, donner le surplus de l'acheteur $u_B(v_i, c_j; a, \lambda)$ et le profit du vendeur $\pi_S(c_j; a, \lambda)$. Quelle partie supporte, dans les faits, les commissions prélevées par la plateforme sur chaque transaction réalisée?

1.d. A quelle condition sur v_i , c_j , a et λ la transaction a-t-elle lieu? Représenter la région correspondante dans le plan (c_j, v_i) .

2. On se place maintenant à l'étape 2 du jeu.

2.a Soit $X(a; \lambda)$ la probabilité qu'une transaction ait lieu entre un acheteur et un vendeur inscrits sur la plateforme. Exprimer $X(a; \lambda)$ comme une intégrale sur v_i et c_j .¹

2.b. Exprimer de la même manière le gain espéré $U_B(a; \lambda)$ qu'un acheteur retire de la présence d'un vendeur sur la plateforme et le profit espéré $\Pi_S(a; \lambda)$ qu'un vendeur retire de la présence d'un acheteur sur la plateforme.

3. On suppose que les utilités pour un acheteur potentiel et pour un vendeur potentiel de devenir membre de la plateforme sont respectivement données par

$$\begin{cases} V_B = -A_B + U_B(a; \lambda)N_S + \varepsilon_B \\ V_S = -A_S + \Pi_S(a; \lambda)N_B + \varepsilon_S, \end{cases}$$

où ε_B et ε_S sont des perturbations qui suivent des distributions de fonction de répartition Φ_B et Φ_S . On suppose qu'un acheteur potentiel (respectivement un vendeur potentiel) adhère à la plateforme si et seulement si $V_B \geq 0$ (respectivement $V_S \geq 0$).

Exprimer le nombre d'acheteurs qui s'inscrivent, N_B , en fonction de \bar{N}_B , A_B , N_S et $U_B(a; \lambda)$. De même, exprimer le nombre de vendeurs qui s'inscrivent, N_S , en fonction de \bar{N}_S , A_S , $\Pi_S(a; \lambda)$ et N_B .

¹On suppose que les coûts c_j et les valorisations v_i sont indépendants.

4. La plateforme supporte un coût C_B^P par acheteur inscrit et un coût C_S^P par vendeur inscrit. Elle supporte de plus un coût c^P pour chaque transaction réalisée.

4.a. Exprimer le nombre espéré de transactions qui ont lieu sur la plateforme en fonction de $X(a; \lambda)$, N_B et N_S .

4.b. Ecrire le profit espéré de la plateforme, Π_P , en fonction de A_S , A_B , a , C_B^P , C_S^P , c^P , $X(a; \lambda)$, N_B et N_S .

4.c. Le surplus total créé par la présence d'un acheteur et d'un vendeur sur la plateforme s'écrit

$$W(a; \lambda) = w(a; \lambda) - C_B^P - C_S^P,$$

où $w(a; \lambda)$ est le surplus total espéré créé par la transaction qui peut se réaliser entre l'acheteur et le vendeur. Exprimer $w(a; \lambda)$ comme une intégrale sur v_i et c_j .

5.a Montrer que le profit de la plateforme se réécrit:

$$\Pi_P = (A_B - U_B(a; \lambda)N_S - C_B^P) N_B + (A_S - \Pi_S(a; \lambda)N_B - C_S^P) N_S + w(a; \lambda)N_B N_S.$$

5.b. On admet que les demandes d'adhésion données par (??) sont contrôlées par les cotisations A_B et A_S , c'est-à-dire que pour tout niveau de la cotisation par transaction a l'application $(A_B, A_S) \rightarrow (N_B, N_S)$ est bijective.

Montrer que le niveau a^* de la commission totale a qui maximise le profit de la plateforme est aussi celui qui maximise $w(a; \lambda)$. Donner ce niveau en fonction de c^P et λ . Quelle est la fonction économique de la commission par transaction?

5.c. Montrer comment le problème se ramène au cas traité dans le cours. Expliquer qualitativement la démarche pour déterminer les cotisations à l'adhésion A_B et A_S .

4 Mécanisme de vente par rationnement (P2021-2022)

Un vendeur en monopole fait face à une population de N consommateurs potentiels. Chaque consommateur achète au plus une unité du bien. Les acheteurs sont de deux types:

- \underline{N} d'entre eux sont prêts à payer \underline{v} pour le bien;
- \bar{N} d'entre eux sont prêts à payer \bar{v} pour le bien;

avec $N = \underline{N} + \bar{N}$ et $0 < \underline{v} < \bar{v}$.

Le vendeur n'observe pas le type des acheteurs. Il dispose de K unités à vendre, avec $\bar{N} < K < N$. Il cherche à maximiser sa recette totale.

On suppose dans tout l'exercice que: $\bar{N}\bar{v} < N\underline{v}$.

1. Représenter graphiquement dans le plan (q, p) la fonction de demande agrégée $q = D(p)$, qui donne le nombre total d'unités vendues pour chaque valeur possible du prix p .
2. On note $p = P(q)$ la fonction inverse de demande, c'est-à-dire la fonction réciproque de la fonction $D(p)$ introduite à la question précédente.

Représenter graphiquement l'allure de la fonction de recettes $R(q) = qP(q)$. Pour quelle valeur de q la recette $R(q)$ est-elle maximale?

3. On suppose dans cette question que le monopole affiche un prix p et qu'en fonction de ce prix chaque consommateur décide d'acheter une unité ou non.

Déterminer le prix et la quantité de monopole en fonction de K . Le monopole vend-il toutes ses unités? Donner sa recette totale à l'optimum.

Indication: On distinguera selon que K est plus grand ou plus petit que $Q^* = \bar{N}\bar{v}/\underline{v}$.

4. On suppose maintenant que le monopole est capable de s'engager sur un mécanisme de rationnement. Il propose deux options aux consommateurs:

- payer le prix \bar{p} en échange d'une unité d'une manière certaine;
- ou participer à une loterie: si le consommateur gagne, il a accès à une unité au prix \underline{p} ; s'il perd, il n'a pas accès au bien et il ne paie rien. Le consommateur gagne avec probabilité $\underline{x} \leq 1$.

Les acheteurs sont neutres vis-à-vis du risque. Ceux qui choisissent la seconde option sont rationnés : seule une fraction \underline{x} d'entre eux (tirée au hasard) a accès au bien.

a) Ecrire les contraintes d'incitation qui assurent que les consommateurs de type \bar{v} choisissent la première option et que les consommateurs de type \underline{v} choisissent la seconde.

b) On admet qu'à l'optimum: $\underline{p} = \underline{v} < \bar{p}$.² En déduire, en fonction de \underline{v}, \bar{v} et \underline{x} , la valeur de \bar{p} qui est optimale pour le vendeur.

c) Soit Q le nombre d'unités vendues avec ce mécanisme. Écrire Q en fonction de \bar{N}, N et \underline{x} .

d) Écrire la recette réalisée par le vendeur, R , en fonction de $\bar{N}\bar{v}, N\underline{v}$ et \underline{x} .

e) Donner la valeur optimale de \underline{x} en fonction de \underline{N}, \bar{N} et K .

f) Représenter la recette réalisée en fonction de K sur la même figure que celle de la question 2. Décrire l'impact du mécanisme pour le vendeur et pour les deux types de consommateurs, selon que K est plus petit ou plus grand que Q^* .

²On prend en fait \underline{p} légèrement en-dessous de \underline{v} pour que les bas types achètent en cas de succès à la loterie.