TD Biens publics & Externalités - Corrigé

Microéconomie, deuxième année, ENSAE

1 Approvisionnement en Bien Public (P 2021-2022)

Alice et Bob consomment un bien privé en quantité x_i, $i \in \{A, B\}$, et un bien public z. Ils ont la même fonction d'utilité

$$u(x_i, z) = \ln x_i + \ln z.$$

La production d'une unité de bien public demande une unité de bien privé. Alice et Bob ont initialement la même dotation en bien privé, notée $\bar{x}$. Les dotations intiales en bien public sont nulles.

1. Un planificateur cherche les consommations x_A, x_B et z qui maximisent la somme des utilités des deux agents. Déterminer les consommations d'Alice et Bob en biens public et privé, x_A, x_B et z, ainsi que leur utilité individuelle, en fonction de $\bar{x}$.

Le planificateur maximise

$$u(x_A, z) + u(x_B, z) = \ln x_A + \ln x_B + 2 \ln z$$

sous la contrainte de faisabilité $x_A + x_B + z = 2\bar{x}$. Le Lagrangien s'écrit

$$\mathcal{L} = \ln x_A + \ln x_B + 2 \ln z + \lambda (2\bar{x} - x_A - x_B - z).$$

D'où: $1/x_A = 1/x_B = 2/z = \lambda$ et donc $x_A = x_B = x$ et $z = 2x$. En remplaçant dans la contrainte de faisabilité, on trouve $4x = 2\bar{x}$, donc $x = \bar{x}/2$ et $z = \bar{x}$. L'utilité de chaque agent est donc $\ln(\bar{x}/2) + \ln(\bar{x}) = \ln(\bar{x}^2) + \ln(1/2)$.

2. On suppose maintenant qu'Alice et Bob contribuent au bien public pour des montants s_i, $i \in \{A, B\}$. Les contributions sont déterminées simultanément et sans coopération (équilibre de Nash).

a) Déterminer les niveaux de bien public, de consommation privée et d'utilité qui en résultent pour Alice et Bob.

b) Comparer au résultat de la question 1 et commenter.

a) Si les contributions sont s_i+s_j, le niveau de bien public produit est $z = s_i+s_j$. L'agent i décide de sa contribution en maximisant son utilité, la contribution de l'agent j étant fixée:

$$\max_{s_i} \ln(\bar{x} - s_i) + \ln(s_i + s_j),$$

ce qui donne

$$\frac{1}{\bar{x} - s_i} = \frac{1}{s_i + s_j},$$

et de même pour l'agent j. On en déduit que les deux agents contribuent pour le même montant $s_i = s_j = s$ donné par

$$\frac{1}{\bar{x} - s} = \frac{1}{2s}.$$

D'où $s = \bar{x}/3$ et $z = 2s = 2\bar{x}/3$ et $x = 2\bar{x}/3$. L'utilité de chaque agent est donc $\ln(2\bar{x}/3) + \ln(2\bar{x}/3) = \ln(\bar{x}^2) + \ln(4/9)$.

b) A l'équilibre de Nash il y a sous-production de bien public, $2\bar{x}/3 < \bar{x}$, et l'utilité de chaque agent est inférieure à l'utilité optimale de la question 1. La raison est qu'à l'équilibre de Nash chaque agent n'internalise pas l'effet positif de sa contribution (augmentation du niveau de bien public) sur l'utilité de l'autre agent.

2 La tragédie des biens communs

On considère un lac sur lequel la pêche n'est pas réglementée. Le coût pour les pêcheurs d'envoyer un bateau est $r > 0$. Lorsque b bateaux sont envoyés sur le lac, $f(b)$ poissons sont attrapés au total. On suppose f croissante et concave. Chaque poisson peut ensuite être revendu à un prix 1, indépendant de la quantité pêchée.

Question 1: Quel est le nombre de bateaux envoyés à l'équilibre de libre entrée ?

Le profit retiré par un pêcheur i est :

$$\pi_i = \frac{f(b)}{b} - r$$

Les pêcheurs entrent sur le lac tant qu'il est profitable de le faire. A l'équilibre de libre entrée, le nombre de pécheurs est donc tel que $\pi_i(b^{LE}) = 0$ d'où :

$$\frac{f(b^{LE})}{b^{LE}} = r$$

Question 2: Quel est le nombre optimal de bateaux qui devraient être envoyés ? Est-il supérieur ou inférieur à celui de libre entrée ?

Le surplus social est la somme du profit de tous les bateaux :

$$S(b) = b\pi_i(b) = f(b) - rb$$

Il est maximisé en b^* tel que $f'(b^*) = r$. On a donc :

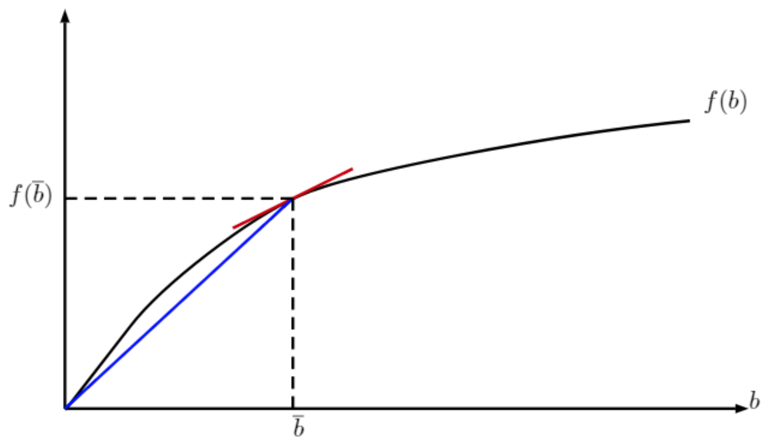
$$f'(b^*) = \frac{f(b^{LE})}{b^{LE}}$$

.

On montre que :

$$\frac{f(b^{LE})}{b^{LE}} \geq f'(b^{LE}) \Leftrightarrow f'(b^*) = \frac{f(b^{LE})}{b^{LE}} > f'(b^{LE})$$

Démonstration graphique :



Comme f est croissante concave, la droite bleue a une pente supérieure à la droite rouge :

$$\frac{f(\bar{b}) - f(0)}{\bar{b} - 0} \geq f'(\bar{b}) \ \forall \ \bar{b}$$

Comme f est concave, f' est décroissante, on a alors $b^* < b^{LE}$. Il y a trop de bateaux à l'équilibre de libre entrée car lorsqu'un bateau entre, il ne prend pas en compte l'effet négatif (l'externalité) en réduction de quantité pêchée qu'il exerce sur les pêcheurs déjà présents.

Question 3: Quelle taxe t permettrait de restaurer l'optimalité ?

On cherche à être à l'optimalité, on fixe donc t tel que :

$$\pi_i = \frac{f(b^*)}{b^*} - (r + t^*) = 0$$

D'où :

$$t^* = \frac{f(b^*)}{b^*} - r$$

Question 4: Si le lac était la propriété d'une personne, combien de bateaux choisirait-elle d'envoyer ?

Le nombre de bateaux choisi serait égal à l'optimum b^*. En effet, si tous les bénéfices vont à la même personne, celle-ci internalise l'externalité causée par l'entrée de bateaux additionnels.

3 Tarification des péages autoroutiers (P 2019-2020)

Le but de cet exercice est d'étudier la tarification optimale par péage sur une autoroute dont l'usage n'entraîne pas de détérioration, si bien qu'on peut considérer le coût marginal comme nul. Pour commencer, on néglige la congestion de l'autoroute. L'utilisateur θ a une utilité nulle s'il n'emprunte pas l'autoroute, et égale à $\theta - p$ s'il l'emprunte en payant un péage p. Le paramètre de goût θ est réparti dans la population (d'effectif normalisé à un) selon une loi uniforme sur $[0, 1]$.

Question 1: Étant donné un péage p, combien d'automobilistes $N(p)$ empruntent-ils l'autoroute ?

L'agent de type θ emprunte si et seulement si

$$\theta - p > 0 \quad \Leftrightarrow \quad p < \theta$$

Ainsi, à p fixé empruntent l'autoroute les agents dont le type est tel que $\theta > p$:

$$N(p) = \begin{cases} \displaystyle\int_p^1 f(\theta)d\theta = (1-p) & \text{si } p \in [0;\, 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Question 2: On admet qu'avec un coût marginal nul, on peut écrire le surplus social comme l'intégrale sur θ des utilités individuelles : l'objectif de l'État est de maximiser le surplus des consommateurs. Calculez le surplus social quand le péage est p.

$$S(p) = \begin{cases} \displaystyle\int_p^1 (\theta - p)d\theta = \left[\frac{(\theta-p)^2}{2}\right]_p^1 = \frac{(1-p)^2}{2} & \text{si } p \in [0;\, 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Question 3: Montrez que le surplus social est maximal en $p = 0$. Interprétez.

$S(p)$ est strictement décroisant p. Donc pour maximiser le surplus, $p = 0$. Lorsqu'il n'y a pas de congestion, il est inefficace d'exclure des usagers en fixant un prix positif. En effet, il n'y a pas d'externalité négative.

On prend maintenant en compte la congestion : plus l'autoroute est utilisée, et plus elle est encombrée, ce qui réduit l'utilité des automobilistes. On supposera que celle-ci peut s'écrire $\theta e^{-3N} - p$, où N est le nombre d'automobilistes qui empruntent l'autoroute.

Question 4: A p et N donnés, qui emprunte l'autoroute ?

L'agent de type θ emprunte l'autoroute si et seulement si :

$$\theta e^{-3N} - p > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \theta > pe^{3N}$$

Question 5: Déduisez-en que pour un péage p, le nombre d'automobilistes qui empruntent l'autoroute $N(p)$ est donné par $N(p) + pe^{3N(p)} = 1$.

Le nombre d'agents empruntant l'autoroute est ainsi

$$N(p) = \begin{cases} \displaystyle\int_{pe^{3N(p)}}^{1} f(\theta)d\theta = 1 - pe^{3N(p)} & \text{si } p \in [0;\, e^{-3N(p)}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} .$$

On a donc pour $p \in [0;\, e^{-3N(p)}]$:

$$1 - pe^{3N(p)} = N(p) \Leftrightarrow N(p) + pe^{3N(p)} = 1$$

Question 6: Écrivez le surplus social en fonction de p.

Le surplus social est donc :

$$S(p) = \begin{cases} \displaystyle\int_{pe^{3N(p)}}^{1} (\theta e^{-3N} - p)d\theta & \text{si } p \in [0;\, e^{-3N(p)}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Soit :

$$S(p) = \begin{cases} \left[\frac{\theta^2}{2} e^{-3N} - p\theta\right]_{pe^{3N(p)}}^{1} & \text{si } p \in [0;\, e^{-3N(p)}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Or :

$$\begin{aligned}\left[\frac{\theta^2}{2}e^{-3N(p)} - p\theta\right]_{pe^{3N(p)}}^{1} &= \frac{e^{-3N(p)}}{2} - p - \underbrace{\frac{(pe^{3N(p)})^2}{2}e^{-3N(p)} + p^2e^{3N(p)}}_{=\frac{p^2e^{3N(p)}}{2}}\\ &= \frac{e^{-3N(p)}}{2}[1 - 2pe^{3N(p)} + p^2e^{6N(p)}]\\ &= \frac{e^{-3N(p)}}{2}[\underbrace{1 - 2pe^{3N(p)}}_{=N(p)}]^2\\ &= \frac{e^{-3N(p)}}{2}N(p)^2\end{aligned}$$

D'où :

$$S(p) = \begin{cases} N(p)^2\dfrac{e^{-3N(p)}}{2} & \text{si } p \in [0;\, e^{-3N(p)}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Question 7: Montrez que le surplus social croît en p au voisinage de 0.

$$\begin{aligned}[N(p)^2\frac{e^{-3N(p)}}{2}]' &= \frac{2N'(p)N(p)e^{-3N(p)}}{2} + \frac{N(p)^2}{2}(-3N'(p)e^{-3N(p)})\\ &= \frac{e^{-3N(p)}N(p)N'(p)}{2}[2 - 3N(p)]\end{aligned}$$

De cette dernière relation nous déduisons :

$$S'(p) = \begin{cases} \dfrac{N'(p)N(p)}{2}\left[2 - 3N(p)\right]e^{-3N(p)} & \text{si } p \in [0;\, e^{-3N(p)}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$

De la relation :

$$N(p) + pe^{3N(p)} = 1$$

Nous déduisons :

$$N(0) = 1$$

et en dérivant par rapport à p :

$$N'(p)\left[1 + 3pe^{3N(p)}\right] + e^{3N(p)} = 0$$

soit :

$$N'(0) = -e^3.$$

On en déduit :

$$S'(0) = \frac{-e^3}{2}\left[2-3\right]e^{-3} = \frac{1}{2} > 0.$$

Question 8: Interprétez ce résultat.

Mathématiquement, en $p^* = 0$ et en présence de congestion, la dérivé du surplus est strictement positive. Cela indique que le surplus n'est pas maximisé et qu'il est possible d'augmenter le prix pour l'accroître. Le prix maximisant le surplus sera donc plus élevé en cas de congestion.

Économiquement, une augmentation de prix a deux effets sur l'utilité des consommateurs qui empruntent l'autoroute :

- un effet prix direct : l'utilité est décroissante en p,l'effet est donc négatif;
- un effet indirect lié à la décongestion : lorsque le prix augmente le nombre d'usagers est moins élevé, or comme l'utilité des usagers est d'autant plus élevé que le nombre des agents qui empruntent l'autoroute est faible, cet effet est positif.

Au voisinage de $p = 0$, c'est donc ce deuxième effet qui l'emporte.

4 Vente de billets pour un concert (P 2014-2015)

Un promoteur de spectacles vend des billets pour un concert[1]. L'utilité que chaque spectateur retire du concert dépend d'un terme de préférence individuelle et d'un terme collectif:

- Le terme individuel, noté v, peut dépendre du revenu de la personne, de sa disponibilité pour se rendre au concert, de la distance entre son domicile et la salle de spectacle, etc.

[1] L'exercice est tiré de l'article "Ticket pricing and the impression of excess demand", par Lutz-Alexander Busch et Philip A. Curry, Economics Letters 111 (2011) 40-42.

- Le terme collectif est fonction de la "qualité" des spectateurs présents au concert. Dans le cas d'un concert d'une star de la musique ou de la chanson, les spectateurs potentiels sont plus ou moins "fans" de la star, connaissent plus ou moins bien son répertoire, sont plus ou moins capables de reprendre ses titres, etc.[2] La "qualité" de chaque spectateur individuel en tant que fan est notée q. L'expérience du concert est meilleure si le public est constitué de fans. Le terme collectif dans l'utilité est $\alpha\bar{q}$, où $\bar{q}$ est la qualité moyenne des spectateurs présents. On prendra $\alpha = 4$ dans l'application.

Pour vendre les billets, le promoteur recourt à un système de file d'attente, dont la longueur est notée l. Ce paramètre peut représenter toute disposition (autre que le temps d'attente) qui rend l'achat des billets pénible. On suppose que cette pénibilité est mieux supportée par les fans. Précisément, le coût d'achat du billet est $(1-q)l$, auquel s'ajoute évidemment le prix du billet lui-même, noté p.

Au total, l'utilité du consommateur de type (q, v) s'il achète un billet est

$$U = v + \alpha\bar{q} - (1-q)l - p,$$

et zero s'il n'achète pas de billet.

Le profit du promoteur est

$$\Pi = (p-c)N,$$

où N est le nombre de spectateurs du concert et c désigne le coût par spectateur. On prendra $c = 2$ dans l'application. On suppose dans tout l'exercice que q et v sont indépendants et uniformément répartis sur le carré $[0,1]^2$.

Question 1 : Quel mot utilisé dans le titre d'un chapitre du cours reprendriez-vous pour décrire la composante $\alpha\bar{q}$ de l'utilité?

> Les caractéristiques d'un agent entrent dans l'utilité des autres agents. Un fan, par sa participation au concert, exerce une externalité positive sur les autres spectateurs. Il s'agit ici d'une externalité "sociale", car c'est l'effet de groupe qui joue (moyenne de q).

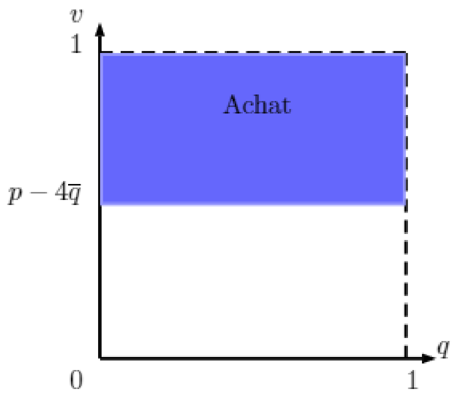
Question 2 : Dans cette question , on suppose que le promoteur ne met pas en place de file d'attente, donc $l = 0$.

[2]La qualité de fan peut se reconnaître à d'autres signes comme l'apparence physique, l'âge, la tenue vestimentaire, etc.

a) Pour une valeur de p donnée, représenter dans le plan (q, v) l'ensemble des types qui achètent un billet.

$$U = v + \alpha\bar{q} - (1-q)l - p = v + 4\bar{q} - p$$

$$U \geq 0 \Leftrightarrow v \geq p - 4\bar{q} \geq 0$$



b) Que vaut $\bar{q}$?

La qualité moyenne des spectateurs est $\bar{q} = 1/2$.

c) Quel est le nombre de spectateurs $N(p)$?

Le nombre d'acheteurs est représenté par l'aire bleue dans le graphique de la question 2)a).

On a donc :

$$N(p) = 1 - (p - 4\bar{q}) = 3 - p \text{ pour } p \leq 3$$

Si $p \geq 3$ alors $N(p) = 0$. Ce résultat est vrai à condition que $p - 4\bar{q} \geq 0 \Leftrightarrow p \geq 2$. Pour $p \in [0; 2]$ alors $N(p) = 1$.

Finalement :

$$N(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } p \geq 3 \\ 3 - p & \text{si } p \in [2; 3] \\ 1 & \text{si } p \in [0; 2] \end{cases}$$

d) Déterminer le prix p choisi par le promoteur et le profit qu'il retire du spectacle.

$$\pi(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } p \geq 3 \\ (p-2)(3-p) & \text{si } p \in [2;3] \\ p-2 & \text{si } p \in [0;2] \end{cases}$$

Si $p \in [0;2]$ le profit du promoteur est strictement croissant en p. Le promoteur fixe alors p $= 2$ et obtient $\pi^* = 0$. Si $p \in [2;3]$ le profit du promoteur est :

$$\pi = (p-c)N(p) = (p-2)(3-p) = 5p - p^2 + 6$$

Il est maximum en $p = 5/2$, ce qui donne :

$$\pi^* == (\frac{5}{2} - 2)(3 - \frac{5}{2}) = \frac{1}{4}$$

Puisque $\frac{1}{4} > 0$, le promoteur choisit $p^* = 5/2$.

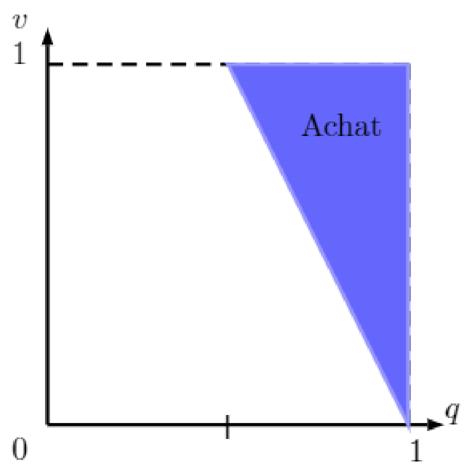
Question 3 : On suppose dans cette question que $l = 2$, $p = 10/3$, $N = 1/4$ et $\bar{q} = 5/6$.

a) Représenter graphiquement l'ensemble des spectateurs dans le plan (q, v).

L'acheteur de type (q, v) achète si et seulement si

$$U = v + \alpha\bar{q} - (1-q)l - p = v + \frac{20}{6} - 2(1-q) - \frac{10}{3} = v - 2(1-q)$$

$$U \geq 0 \Leftrightarrow v \geq 2(1-q) \geq 0$$



b) Vérifier que les données ci-dessus sont cohérentes, i.e retrouvez $\bar{q} = \frac{5}{6}$.

Il est évident géométriquement que $N = 1/4$. Pour trouver $\bar{q}$, on calcule la somme des q pour ceux qui achètent i.e. sont au-dessus de la droite :

$$Q = \int_{1/2}^{1}\int_{2-2q}^{1} q \,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}q = \int_{1/2}^{1} q(2q-1)\,\mathrm{d}q = \left[\frac{2}{3}q^3 - \frac{q^2}{2}\right]_{1/2}^{1} = \frac{5}{24}$$

Donc la moyenne de q parmi les agents qui prennent une place est bien :

$$\bar{q} = \frac{Q}{N} = \frac{\frac{5}{24}}{\frac{1}{4}} = \frac{5}{6}$$

.

c) Quel profit obtient le promoteur? Commenter.

Avec la file d'attente, le promoteur obtient le profit :

$$\pi = (p-c)N = (\frac{10}{3} - 2)\frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

Au lieu de $\frac{1}{4}$ sans file d'attente, car il a réussi ainsi à sélectionner des meilleurs fans, ce qui augmente la valeur du produit.

5 Tarification et effet club (P 2020-2021)

On considère un réseau pour lequel il existe deux types de clients potentiels : n_1 clients de type θ_1 et n_2 clients de type θ_2. L'utilité que procure l'accès au réseau à un consommateur de type i est $S_i(n) = \theta_i n$, où n désigne la taille du réseau, c'est-à-dire le nombre total d'abonnés. On suppose $\theta_2 > \theta_1 > 0$.

Le coût total de fonctionnement du réseau est $C(n) = cn$, avec

$$\theta_1(n_1 + n_2) < c < \theta_2 n_2.$$

Question 1: Écrire le surplus total si le réseau comprend m_1 abonnés de type 1 et m_2 abonnés de type 2. Montrer que le surplus est positif quand m_2 est assez grand. Quelle est la taille optimale du réseau ?

Un réseau de taille $m = m_1 + m_2$ génère un surplus égal à

$$(m_1 + m_2)(\theta_1 m_1 + \theta_2 m_2 - c).$$

Dans la zone où le surplus est positif, il est croissant en m_1 et m_2. Cela implique surplus maximum en $m_1 = n_1$ et $m_2 = n_2$.

On note p le prix facturé à chaque consommateur pour s'abonner.

Question 2: En supposant que la taille du réseau est optimale, écrire l'utilité de chaque type de client et le profit de l'exploitant si $p = c$. Cette situation est-elle possible?

Si tous les agents paient le prix c, l'utilité d'un agent de type θ_1 est, en admettant que tous les agents soient membres du réseau, égale à :

$$U_1 = \theta_1 n - c < 0$$

Les agents de type θ_1 ne souhaitent pas entrer dans le réseau.

Question 3: Déterminer le ou les prix d'accès au réseau permettant d'atteindre la taille optimale. Le budget de l'exploitant du réseau est-il équilibré ?

L'agent de type θ_i participe, en admettant que tous les autres agents participent, si et seulement si $p \leq \theta_i n$. Cela implique $p \leq \theta_1 n$; le budget de l'exploitant du réseau est donc déséquilibré.

Question 4: On suppose que l'exploitant est soumis à contrainte budgétaire. Déterminer le ou les prix maximisant, sous cette contrainte, le surplus total.

Pour $p \geq c$, le surplus est égal à :

$$S(p) = \begin{cases} (\theta_2 n_2 - p)\, n_2 + (p - c) n_2 = (\theta_2 n_2 - c)\, n_2 & \text{si } c \leq p \leq \theta_2 n_2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ce surplus est donc maximal pour tout prix $p \in [c;\, \theta_2 n_2]$. En outre, tout prix dans cet intervalle est tel que

- le gestionnaire du réseau peut financer les coûts d'entretien ;
- les agents de type θ_2 participent ;
- le prix p est trop élevé pour que les agents de type θ_1 décident de participer.

Question 5: On suppose désormais que l'exploitant vend deux produits différents:

- l'accès total au réseau (comme précédemment), qui permet à l'abonné d'être connecté à tous les abonnés du réseau;
- un accès restreint, qui permet seulement à l'abonné d'être connecté aux abonnés de type 1.

On désigne par $\tilde{c}$ le coût de l'accès restreint, c'est-à-dire le coût de raccordement d'un abonné au sous-réseau constitué des abonnés de type 1. On suppose:

$$\tilde{c} < \theta_1(n_1 + n_2) < c < \theta_2 n_2.$$

a) Quel est le surplus total si tous les clients de type 2 choisissent l'accès total et tous les clients de type 1 choisissent l'accès restreint?

On suppose que le vendeur propose l'accès total au prix p_2 et l'accès restreint au prix p_1. Ces deux offres sont disponibles pour tous les clients potentiels. (Légalement, le vendeur n'a pas le droit de réserver une offre à certains agents.)

b) A quelle condition sur les prix les clients de type 2 préfèrent-ils l'accès total à l'accès restreint?

c) Ecrire la contrainte d'incitation pour les usagers de type 1, ainsi que les deux contraintes de participation.

d) Résoudre le programme de l'exploitant du réseau. Quelle sont les contraintes actives à l'optimum? L'exploitant réalise-t-il un profit positif?

a) Si tous les agents participent, le surplus social vaut

$$S(p) = (\theta_1 n_1 - \tilde{c})\, n_1 + [\theta_2(n_1 + n_2) - c]\, n_2.$$

b) La contrainte d'incitation des clients de type 2 est $\theta_2(n_1+n_2)-p_2 \geq \theta_2 n_1 - p_1$.

c) Les autres contraintes auxquelles fait face le gestionnaire du réseau sont

$$\begin{cases} \theta_1 n_1 - p_1 \geq 0 & \text{(CP1)} \\ \theta_2(n_1 + n_2) - p_2 \geq 0 & \text{(CP2)} \\ \theta_1 n_1 - p_1 \geq \theta_1(n_1 + n_2) - p_2 & \text{(CI1)} \end{cases}$$

d) Si (CP1) et (CI2) sont satisfaites, alors (CP2) l'est également:

$$\theta_2(n_1 + n_2) - p_2 \geq \theta_2 n_1 - p_1 > \theta_1 n_1 - p_1 \geq 0.$$

En oubliant pour le moment CI1, les contraintes sont donc

$$p_1 \leq \theta_1 n_1 \quad \text{(CP1)} \quad \text{et} \quad p_2 \leq p_1 + \theta_2 n_2 \quad \text{(CI2)}.$$

La politique de prix qui fournit la recette la plus élevée est $p_1 = n_1\theta_1$ et $p_2 = n_1\theta_1 + n_2\theta_2$. La contrainte (CI1) est vérifiée car $p_2 - p_1 = \theta_2 n_2 > \theta_1 n_2$.
Le profit du gestionnaire est

$$\pi = (\theta_1 n_1 - \tilde{c})\, n_1 + (n_1\theta_1 + n_2\theta_2 - c)\, n_2 = [\theta_1(n_1 + n_2) - \tilde{c}]\, n_1 + (\theta_2 n_2 - c)\, n_2,$$

qui est positif car $\tilde{c} < \theta_1(n_1 + n_2)$ par hypothèse.