Microéconomie 1

Séances 6,7/13: Qualité inobservable et signal

Philippe Choné[1] Enrico Rubolino[1,2]

[1]CREST-ENSAE [2]U. Lausanne

Retour sur la typologie des situations

Table 1 – Typologie des modèles en information asymétrique

Information sur	Joue en premier	
	Partie informée	Partie non informée
Caractéristiques	Signal	Auto-sélection
Action		Aléa moral

Quelle partie (informée/non informée) a l'initiative ?

- Souvent difficile de dire en pratique
- Dépend du contexte, des institutions
- On traite ici la dernière situation : partie informée envoie un signal sur son type, que l'autre partie déchiffre

Trois environnements

Akerlof (1970)

- Le marché fonctionne mal si la partie informée n'a pas de moyen de signaler la qualité du bien qu'elle vend

Spence (1973) : Signal coûteux

- Le signal envoyé par la partie informée a un coût qui dépend du type de l'agent
- Des types plus élevés sont plus susceptibles d'envoyer des signaux élevés
- Peut aider la partie non informée à discriminer entre les agents

Signaux sans coût : Crawford et Sobel (1982)

- Même si le signal ne coûte rien à envoyer (*cheap talk*), les parties peuvent se coordonner sur des équilibres qui révèlent de l'info
- Hors du cadre de ce cours

Plan de cette séance

1. Un exemple de défaillance de marché : le marché des voitures d'occasion
2. Signal coûteux
3. A retenir

Le marché des voitures d'occasion

Le marché

- Nombre élevé d'acheteurs, N, et de vendeurs, M
- Distribution de la qualité, q, des voitures potentiellement mises sur le marché, f.d.r. $F(q)$, densité $f(q)$ positive sur $[q_l, q_h]$

Utilité d'un vendeur (risque neutre)

- p, s'il vend sa voiture au prix p
- $\theta_0 q$, s'il garde sa voiture

Utilité d'un acheteur de type θ (risque neutre)

- 0, s'il n'achète pas de voiture
- $\theta q - p$, s'il achète une voiture de qualité q au prix p
- θ est distribué sur $[\theta_l, \theta_h]$, f.d.r. $G(\theta)$, densité $g(\theta)$, avec

$$\theta_l < \theta_0 < \theta_h$$

Information symétrique : Qualités observées

Table 2 – Utilités et surplus total

	Vendeur	Acheteur	Surplus total S
Si transaction	p	$\theta q - p$	θq
Pas de transaction	$\theta_0 q$	0	$\theta_0 q$

Nombre efficace de transactions (maximise S) : $Q^* = N\,[1 - G(\theta_0)]$

On suppose qu'il y a assez de voitures à vendre : $M \geq Q^*$

- (Sinon on aurait $Q^* = M$)
- L'appariement acheteurs/voitures est efficace si $q(\theta)$ croissant

Si la qualité est observée, prix p acceptable par les deux parties vérifie

$$\theta_0 q \leq p \leq \theta q$$

- donc le prix p doit dépendre de la qualité q
- Niveau exact de p dépend du pouvoir de négociation des parties

Equilibre concurrentiel en information asymétrique

Structure informationnelle

- Les vendeurs connaissent la qualité q de leur voiture
- Les acheteurs ne la connaissent pas
- Les vendeurs n'ont pas de moyen de signaler la qualité

On cherche un prix d'équilibre p indépendant de la qualité

Méthode de résolution

- Déterminer l'offre
- Déterminer la demande
- Egaliser offre et demande

Les véhicules vendus sont de basse qualité

Fonction d'offre (prix de marché noté p)

- Propriétaire met en vente sa voiture si $\theta_0 q < p$, donc $q < p/\theta_0$
- Nombre de véhicules proposés à la vente

$$S(p) = M\,F(p/\theta_0)$$

- L'offre croît continûment de 0 à M quand p croît de $\theta_0 q_l$ à $\theta_0 q_h$

Qualité moyenne des véhicules proposés, anticipée par les acheteurs

$$\forall p > \theta_0 q_l, \qquad q^a(p) = \mathbb{E}\left(q | q \leq p/\theta_0\right) = \frac{\int_{q_l}^{p/\theta_0} q f(q), \mathrm{d}q}{F(p/\theta_0)} < p/\theta_0$$

- $q^a(p)$ croît de q_l à $\mathbb{E}q$ quand p croît de $\theta_0 q_l$ à $\theta_0 q_h$

Fonction de demande

Acheteur risque neutre de type θ achète si et seulement si $\theta q^a(p) \geq p$

$$D(p) = N.\left[1 - G\left(\frac{p}{q^a(p)}\right)\right]$$

La demande ne décroît pas nécessairement avec le prix p

- Effet prix usuel pousse vers $D(p) \downarrow$
- Signal de qualité $q^a(p)$ pousse vers $D(p) \uparrow$

A un équilibre, le nombre de transactions est inférieur à Q^* (inefficace)

- Si $p = \theta_0 q_l$, l'offre est nulle
- Si $p > \theta_0 q_l$, on a $p/q^a(p) > \theta_0$ et donc :

$$D(p) < N.[1 - G(\theta_0)] = Q^*$$

L'inobservabilité de la qualité fait chuter la demande

Existence d'un équilibre*

Si $M \geq Q^*$, la fonction $S(p) - D(p)$ est continue sur $]\theta_0 q_l, \theta_0 q_h]$:

- $S(\theta_0 q_h) - D(\theta_0 q_h) = M - D(\theta_0 q_h) > M - Q^* \geq 0$
- $S(\theta_0 q_l) - D(\theta_0 q_l^+) = -D(\theta_0 q_l^+) \leq 0$
  - Si $q_l > 0$, $D(\theta_0 q_l^+) = Q^*$, donc $p > \theta_0 q_l$
  - Si $q_l = 0$, voir exemple ci-dessous

Donc il existe un prix p tel que $S(p) = D(p)$

Pour un équilibre intérieur, i.e., $\theta_0 q_l < p < \theta_0 q_h$

- Un consommateur achète si son type vérifie $\theta \geq p/q^a(p) > \theta_0$
- Les acheteurs obtiennent une voiture de qualité inférieure à p/θ_0
- Les propriétaires qui gardent leur voiture ont une qualité supérieure à p/θ_0 alors qu'ils valorisent moins la qualité que les acheteurs
- L'appariement est inefficace

Unicité de l'équilibre ?

Pas nécessairement unique car $D(p)$ n'est pas toujours décroissante

Soient p_1 et p_2 deux prix d'équilibre, avec $p_1 < p_2$

$$D(p_1) = S(p_1) < S(p_2) = D(p_2) \Longrightarrow \frac{p_1}{q^a(p_1)} > \frac{p_2}{q^a(p_2)}$$

- car la fonction d'offre est croissante
- La qualité espérée croît plus vite que les prix
- Plus de transactions réalisées avec p_2 qu'avec p_1 : plus efficace !

Equilibres multiples*

L'équilibre à prix élevé Paréto-domine l'équilibre à prix faible*

- Les vendeurs préfèrent p_2 : plus cher, plus de clients !
- Tous les acheteurs (au moment de décider d'acheter) préfèrent l'équlibre à prix élevé p_2
  - Ceux qui n'achètent pas à p_1 et achètent à p_2 :

$$\frac{p_2}{q^a(p_2)} < \theta < \frac{p_1}{q^a(p_1)} \quad \text{donc} \quad \theta q^a(p_2) - p_2 > 0 > \theta q^a(p_1) - p_1$$

  - Ceux qui achètent à p_1 et à p_2

$$\begin{aligned} \theta q^a(p_2) - p_2 = q^a(p_2)\left[\theta - \frac{p_2}{q^a(p_2)}\right] \quad & > \quad q^a(p_1)\left[\theta - \frac{p_1}{q^a(p_1)}\right] \\ & = \quad \theta q^a(p_1) - p_1 \end{aligned}$$

Exemple

Lois F et G uniformes sur $[0,1]$ (en particulier $q_l = 0$), $0 < \theta_0 < 1$, $M = N$

Offre

- Véhicules de qualité $q \in \{0, p/\theta_0\}$ sont mis en vente
- Offre : $S(p) = Mp/\theta_0$ si $p/\theta_0 \leq 1$ et $S(p) = M$ sinon
- Qualité moyenne des véhicules mis en vente :

$$q^a(p) = \frac{p}{2\theta_0} < \frac{p}{\theta_0}$$

La demande est constante en le prix : $D(p) = N\left[1 - G\left(p/q^a(p)\right)\right]$

$$D(p) = N\left[1 - G(2\theta_0)\right] = \begin{cases} N(1-2\theta_0) & \text{si } \theta_0 \leq 1/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Exemple

Lois F et G uniformes sur $[0, 1]$, $0 < \theta_0 < 1$, M=N

Si $\theta_0 \geq 1/2$

- Le marché s'effondre complètement : aucun échange

Si $\theta_0 < 1/2$

- Nombre de transactions : $D = N(1 - 2\theta_0) < Q^* = N(1 - \theta_0)$
- Prix d'équilibre : $S(p) = Np/\theta_0 = D(p) = N(1 - 2\theta_0)$

$$p = \theta_0(1 - 2\theta_0)$$

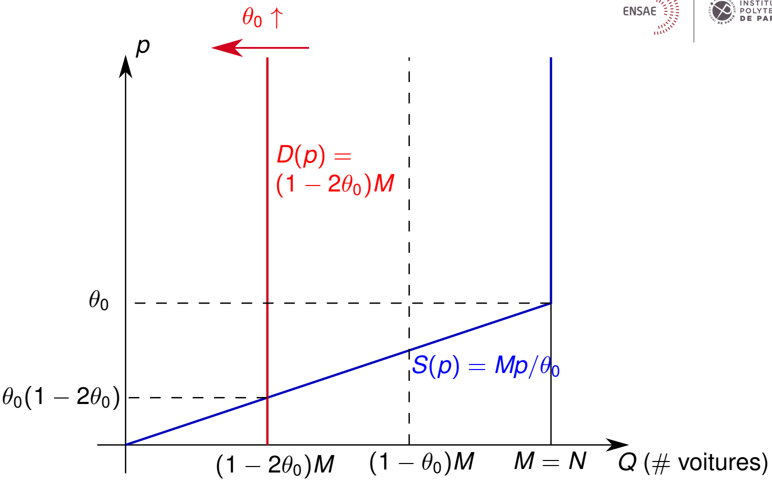

Figure 1 – Lois F et G uniformes sur $[0,1]$, $M = N$, $\theta_0 < 1/2$

Intervention publique

Cas particulier : $\theta_0 = 1/2$, F et G uniformes sur [0,1], $M = N$

Avec $\theta_0 = 1/2$, nombre de transactions efficaces $Q^* = N/2$

- Sans intervention : aucune transaction !
- Norme minimale de qualité : $q \geq q_0$, q_0 petit

Offre

- Propr. met en vente si $\theta_0 q = q/2 \leq p$. Qualités sur le marché

$$q_0 \leq q \leq 2p \qquad (\text{si } p \leq 1/2)$$

- Nombre de véhicules mis en vente $S(p; q_0) = N(2p - q_0)$
- Qualité moyenne des véhicules en vente :

$$q^a(p; q_0) = \frac{1}{2}(q_0 + 2p), \qquad (\text{si } p \leq 1/2)$$

Intervention publique

Cas particulier : $\theta_0 = 1/2$, F et G uniformes sur [0,1], $M = N$

Demande décroissante en p et croissante en q_0

$$D(p; q_0) = N.\Pr\left(\theta q^a(p) \geq p\right) = N\left[1 - \frac{2p}{q_0 + 2p}\right] = N\frac{q_0}{q_0 + 2p}$$

A l'équilibre ($D(p; q_0) = S(p; q_0)$), le prix est $p = \frac{1}{2}\sqrt{q_0 + q_0^2}$

… si $p \leq \theta_0 = 1/2$, c'est-à-dire $q_0 \leq \bar{q}_0 = (-1 + \sqrt{5})/2 \simeq .62$

Nombre de transactions à l'équilibre : $\sqrt{q_0 + q_0^2} - q_0$

- Croissant avec q_0, strictement positif si $q_0 > 0$
- Maximum $N(1 - \bar{q}_0) \simeq 0,38N < N/2 = Q^*$ atteint pour $q_0 = \bar{q}_0$ et $p = \theta_0$ (tous les propriétaires vendent)
- Augmenter q_0 au-delà de $\bar{q}_0$ réduirait le nombre de transactions

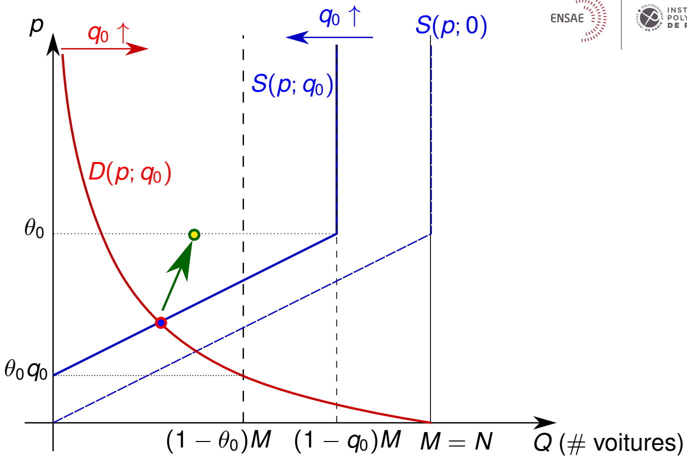

Figure 2 – Lois F et G uniformes sur $[0, 1]$, $M = N$, $\theta_0 = 1/2$, $q_0 > 0$

Retirer les 62% plus mauvaises voitures permet aux 38% les meilleures d'être échangées (point jaune)

Signal coûteux

Introduire la possibilité de signaler le type de l'agent

- Exemple : Laboratoires indépendants certifient la qualité des voitures
- Dans la suite : Signal coûteux, coût dépend du type de l'agent
- Spence (1973) : Employeurs infèrent la productivité des demandeurs d'emploi grâce à un signal : leur niveau d'éducation

Spence (1973)

Demandeurs d'emploi

- Productivité faible (θ_1) ou élevée (θ_2), connue du demandeur

$$\theta = \begin{cases} \theta_1 & \text{avec probabilité } \mu_0 \\ \theta_2 & \text{avec probabilité } 1 - \mu_0 \end{cases}$$

- Utilité si salaire w après e années d'étude ("éducation")

$$u(w) - C(e; \theta)$$

- où $u(w) \uparrow$ concave, $C \uparrow$ convexe en e et

$$C_e(e; \theta_2) < C_e(e; \theta_1) \qquad \text{(Condition de Spence-Mirrlees)}$$

- Une année d'étude supplémentaire coûte moins au plus productif

Condition de Spence-Mirrlees

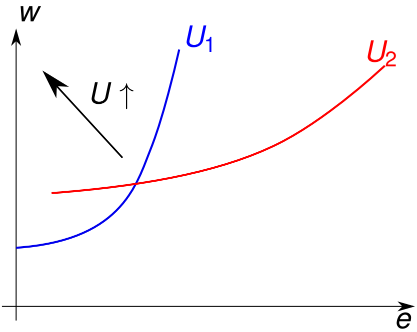

Figure 3 – Taux marginal de substitution $\frac{\partial w}{\partial e}_{|U} = \frac{C_e(e;\theta)}{u'(w)}$ plus grand pour le demandeur peu productif (type 1)

Spence (1973)

Les recruteurs sur le marché du travail

- observent le niveau d'éducation d'un demandeur d'emploi, e
- n'observent pas sa productivité, θ

Hypothèse : Concurrence parfaite entre recruteurs

- Travailleurs payés à leur productivité marginale espérée

$$w(e) = \mu(e)\theta_1 + [1 - \mu(e)]\theta_2$$

- où $\mu(e)$ est la probabilité que le travailleur soit de type θ_1

Efficacité économique

- Les études n'améliorent pas la productivité
- L'effort (d'éducation) efficace est donc donné par : $e^{**} = 0$ (!)

Equilibre bayésien parfait : Définition

Un équilibre est constitué de

- e_1^* : éducation choisie par agents de type θ_1
- e_2^* : éducation choisie par agents de type θ_2
- Pour tout e : $\mu^*(e) =$ probabilité qu'un agent avec éducation e soit de type θ_1 (croyance des employeurs)
- Pour tout e : $w^*(e) =$ salaire si niveau d'éducation e

Deux sortes d'équilibre

- séparateur : $e_1^* \neq e_2^*$
- mélangeant : $e_1^* = e_2^*$

Equilibre bayésien parfait : Définition

$(e_1^*, e_2^*, \mu^*(e), w^*(e))$ est un équilibre bayésien parfait si

- les demandeurs d'emploi choisissent leur niveau d'éducation e en anticipant le salaire $w(e)$

$$e_i^* \in \text{argmax}_e u(w^*(e)) - C(e; \theta_i), \qquad \text{pour } i = 1, 2$$

- les salariés sont rémunérés à leur productivité marginale espérée :

$$w^*(e) = \mu^*(e)\theta_1 + [1 - \mu^*(e)]\theta_2, \qquad \forall e$$

- les croyances à l'équilibre sont cohérentes avec les stratégies :
  - si équilibre séparateur ($e_1^* \neq e_2^*$), alors : $\mu^*(e_1^*) = 1$ et $\mu^*(e_2^*) = 0$
  - si mélangeant ($e_1^* = e_2^* = e^*$), alors $\mu^*(e^*) = \mu_0$

Equilibre bayésien parfait : Définition

Les croyances hors équilibre, $\mu^*(e)$ pour $e \notin \{e_1^*, e_2^*\}$, ne sont pas prescrites par la définition de l'équilibre

- On ne peut pas appliquer la règle de Bayes pour des valeurs de e observées avec probabilité nulle !

La définition de l'équilibre laisse beaucoup de degrés de liberté pour le salaire $w^*(e)$ donné à un niveau d'éducation "inhabituel" $e \notin \{e_1^*, e_2^*\}$

- On sait seulement que $w^*(e) \in [\theta_1, \theta_2]$

Équilibres séparateurs

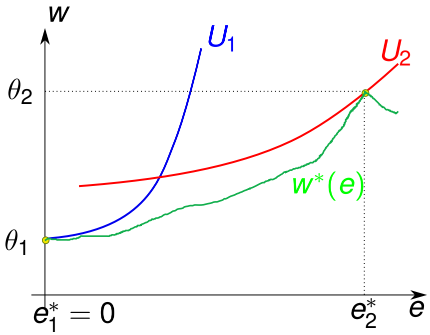

Figure 4 – Un équilibre séparateur

Intervalle de valeurs possibles pour e_2^* :

- pas trop grand pour que 2 n'ait pas intérêt à imiter 1
- pas trop petit pour que 1 n'ait pas intérêt à imiter 2

Équilibres mélangeants

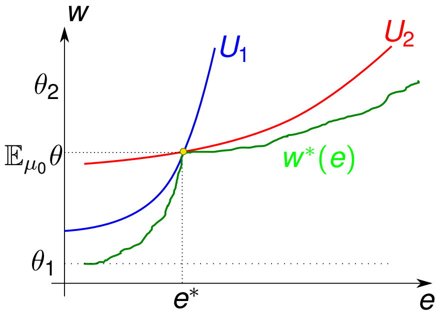

Figure 5 – Equilibre mélangeant

Intervalle de valeurs possibles pour e^* :

- Pas trop grand pour que 1 ne dévie pas vers $e = 0$

Équilibre mélangeant exclu sous le critère intuitif*

Croyances “intuitives” hors équilibre

- Si le marché observe une éducation entre e_A et e_B (ce qui n’arrive pas à l’équilibre), il pense que c’est le fait de l’agent θ_2
- Une telle croyance est intuitive car l’agent θ_1 n’a aucun intérêt à une telle déviation quel que soit $w \in [\theta_1, \theta_2]$
- Autrement dit, le schéma $w(e)$ de la Figure 5 qui soutient l’équilibre mélangeant, est peu intuitif

Équilibre mélangeant exclu sous le critère intuitif*

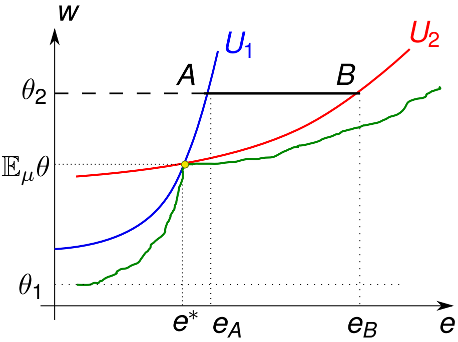

Figure 6 – En vert : Les croyances hors équilibre qui soutiennent l'équilibre pooling ne sont pas intuitives. En noir : Croyances intuitives, incompatibles avec le pooling (2 dévie en A)

Exclusion de tous les équilibres séparateurs sauf un*

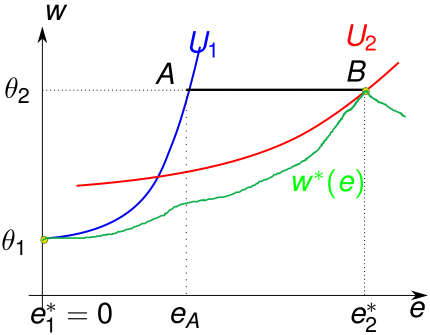

Figure 7 – En vert : Les croyances hors équilibre qui soutiennent la configuration $e_2^* > e_A$ ne sont pas intuitives. En noir : Croyances intuitives, incompatibles avec cette configuration (2 dévie en A)

Equilibre intuitif*

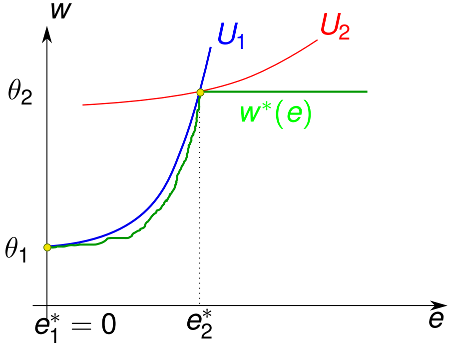

Figure 8 – Unique équilibre intuitif : le plus efficace des équilibres séparateurs

- Pour se distinguer, 2 choisit le plus petit niveau d'éducation qui n'attire pas 1 :

$$u(\theta_2) - C(e_2^*; \theta_1) = u(\theta_1) - C(0; \theta_1) \qquad (\mathrm{CI})_{1\to 2} \text{ saturée}$$

- Seul 1 a le niveau d'éducation efficace, $e_1^* = 0$

A RETENIR

Concurrence avec agents hétérogènes en qualité

Si les agents ne peuvent pas signaler leur qualité

- les croyances du marché se détériorent et les prix chutent
- le marché peut s'effondrer complètement
- Garantir des standards de qualité minimaux permet de casser le cercle vicieux

Si les agents peuvent prendre une action qui est moins coûteuse s'ils sont de bonne qualité

- les “bons” agents peuvent signaler leur qualité
- Inefficacité si l'action prise pour se séparer est socialement inutile