Autour du modèle avec apprentissage par la pratique (Romer 1986)

Exercice 1 : Politiques fiscales optimales dans le modèle avec apprentissage par la pratique

Cet exercice cherche à déterminer si une politique fiscale adaptée permet à l'équilibre décentralisé de coïncider avec l'allocation socialement optimale du planificateur.

Le secteur productif est en concurrence pure et parfaite. Chaque petite entreprise i utilise une technologie de production à rendements constants, $F(K_{i,t}, A_t N_{i,t})$, croissante et concave en chacun de ses arguments. Pour chaque entreprise i, $N_{i,t}$ est la demande de travail, dont le salaire réel est w_t, et $K_{i,t}$ la demande de capital, dont le coût réel d'usage est z_t. On note $K_t = \sum_i K_{i,t}$ et $N_t = \sum_i N_{i,t}$. L'efficacité du travail dans chaque entreprise vérifie $A_t = \frac{K_t}{L_t}$. Le bien produit est utilisé pour la consommation et l'investissement.

La population, L_t, croît au taux n et fournit une unité de travail par personne. A la date t, les ménages possèdent une richesse totale B_t et consomment C_t. Les ménages peuvent détenir deux types d'actifs : prêts aux autres ménages (le taux d'intérêt réel est r_t) ou titres de propriété sur le capital (le taux de rendement réel est $z_t - \delta$, où δ est le taux de dépréciation du capital). On note avec des minuscules les variables par tête, par exemple $b_t = B_t/L_t$. A la date 0, la fonction d'utilité intertemporelle du ménage représentatif est

$$U_0 = \int_0^{+\infty} e^{-\rho t} L_t u(c_t) dt,$$

avec $u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} & \text{si} \quad \theta \geq 0,\ \theta \neq 1, \\ \ln(c) & \text{si} \quad \theta = 1. \end{cases}$

On suppose $\rho > n > 0$.

1 Subvention à l'investissement

Dans cette section, à chaque date t, le gouvernement :

— Donne une subvention aux entreprises pour les inciter à investir : lorsqu'une entreprise produit $F(K_{i,t}, A_t N_{i,t})$ unités de bien à partir de $K_{i,t}$ unité de capital et $N_{i,t}$ unité de travail, elle reçoit $\tau z_t K_{i,t}$ unités de *biens qui s'ajoutent à sa production*, avec $\tau \geq 0$.

— Finance cette subvention par un impôt forfaitaire D_t sur les ménages.

Question 1 Ecrire la contrainte budgétaire instantanée du gouvernement. Reformuler en termes de grandeurs par tête.

Question 2 Ecrire la contrainte budgétaire instantanée d'un ménage et son programme. L'impôt forfaitaire est considéré comme donné par chaque ménage car il ne dépend pas de ses choix individuels. Donner l'équation d'Euler.

Question 3 Ecrire le profit d'une entreprise i et son programme. Résoudre ce programme et en déduire que $\frac{K_{i,t}}{N_{i,t}}$ ne dépend pas de i et vaut $\frac{K_t}{N_t}$.

On note par la suite $f(x) \equiv F(x, 1)$. K_0 et L_0 sont donnés.

Question 4 Réécrire les conditions du premier ordre du programme des entreprises à l'aide de f.

Question 5 Déterminer les quatre conditions d'équilibre sur k_t et c_t : une équation différentielle en k_t, une en c_t, une condition initiale et une condition terminale sur k_t.

On rappelle les quatre conditions d'équilibre sur k_t et c_t du programme du planificateur :

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{f(1) - (\delta + \rho)}{\theta} \qquad \dot{k}_t = [f(1) - (\delta + n)]k_t - c_t$$

$$k_0 = \frac{K_0}{L_0} \qquad \lim_{t \to +\infty} e^{-[f(1)-(n+\delta)]t} k_t = 0$$

Question 6 En dérivant $F(1,x) = xf\left(\frac{1}{x}\right)$ par rapport à x, montrer que $f(1) > f'(1)$.

Question 7 Comparer les taux de croissance de la consommation par tête de l'économie décentralisée sans politique fiscale ($\tau = 0$) et du planificateur. Interpréter. Indiquer s'il est possible d'atteindre l'allocation socialement optimale dans un cadre décentralisé avec une politique fiscale. Le cas échéant, donner la valeur de τ. Commenter.

2 Taxes sur les revenus des actifs et du travail

Dans cette section, à chaque date t, le gouvernement :

— Taxe au taux τ_r (lorsque $\tau_r > 0$) ou subventionne au taux $-\tau_r$ (lorsque $\tau_r < 0$) les revenus des actifs.

— Taxe au taux τ_w (lorsque $\tau_w > 0$) ou subventionne au taux $-\tau_w$ (lorsque $\tau_w < 0$) les revenus du travail.

Question 8 Ecrire la contrainte budgétaire instantanée du ménage représentatif, puis obtenir sa contrainte budgétaire intertemporelle et sa condition de solvabilité.

Question 9 En quoi le programme de maximisation du ménage représentatif diffère-t-il de celui étudié à la question 2 ? En déduire l'équation d'Euler exprimant $\frac{\dot{c}_t}{c_t}$ en fonction de r_t et de paramètres constants du modèle. Interpréter.

Question 10 La politique fiscale modifie-t-elle les conditions du premier ordre du programme des entreprises ? Si oui, comment ? En déduire $\frac{\dot{c}_t}{c_t}$ en fonction de paramètres constants du modèle.

Question 11 On suppose que le budget du gouvernement est équilibré à tout instant. Ecrire la condition d'équilibre sur le marché des actifs. Quelle valeur (τ_r^*, τ_w^*) le gouvernement doit-il choisir pour (τ_r, τ_w) afin que le taux de croissance de la consommation par tête soit égal à celui que choisirait un planificateur bienveillant ? Interpréter.